

BÖLÜNmüş PARSELLERİN ENDÜSTRİYEL DENEY TASARIMINDA KULLANIMI VE DÖRT DÜZEYLİ ETKENLERİN BU TASARIMLARA YERLEŞTİRİLMESİ

İbrahim MUTER*

ÖZET

Birçok alanda yaygın bir şekilde kullanılan deney tasarımları endüstride ürün ve süreçlerin performansını incelemede ve geliştirmede kullanılmaktadır. En yaygın şekilde kullanılan deneyler iki düzeyli çöketkenli deneylerdir. Bu deneyler tamamiyle rasgele bir düzen içinde yapılır. Ancak bazı durumlarda deneyleri bu düzende yapmak pratik veya mümkün olmayabilir. Kimi zaman, etkenlerden bazılarının düzeylerinin değiştirilmesi zor veya maliyetlidir veya süreç üzerinde belirli fiziksel kısıtlamalar söz konusudur. Bu tip durumlarda etkenlerin ana parsel ve alt parsel olarak ayrıldığı bölünmüş parsel tasarımlar kullanılır.

Bu çalışmada iki düzeyli çöketkenli tasarımlardan oluşan bölünmüş parsel tasarımların ana özellikleri ve karışma yapıları ortaya konulmuş ve deneyin amacına göre yapılacak kesirlemenin nasıl belirleneceği gösterilmiştir. Ayrıca etkenler arasında dört düzeyli olanların bulunması durumunda bu etkenlerin tasarıma nasıl yerleştirildiği ve uygun tasarımların nasıl seçildiği konusu hipotetik örneklerle açıklanmıştır.

Anahtar Kelimeler: *Bölünmüş parseller, güçlü tasarım, eşdeşlik, kesirli çöketkenli tasarımlar.*

1. GİRİŞ

Deney tasarımları, istatistiksel kalite kontrol literatüründe üzerinde sıkça durulmakta olan bir konudur. Endüstride yapılan deneylerde amaç, bir ürün veya üretim sürecini etkileyen etkenlerin belirlenmesi ve bu etkenlerin uygun düzeylerinin, belirli tasarım kriteri veya performans ölçüsünün eniyilemesi için bulunmasıdır. Endüstride en sık kullanılan tasarımlar iki düzeyli çöketkenli tasarımlar ve Taguchi'nin öne sürdüğü güçlü tasarımlardır.

n adet etkenin iki düzeyinin ele alındığı 2ⁿ çöketkenli tasarımlar, iki düzeyli çok sayıda etkenin bir kalite karakteristiği üzerindeki ortak etkilerinin incelenmesini sağlar. Etken sayısı n fazla olduğunda, deneyin maliyeti oldukça artar ve deneyin yapılmasını imkansız hale getirebilir. Bu durumda, tüm çöketkenli deneyin sadece bir kesirinin

* Celal Bayar Üniversitesi İ.İ.B.F. İşletme Bölümü, MANİSA, email: ibrahim.muter@bayar.edu.tr

düzenlendiği kesirli çöketkenli tasarımlar kullanılır. Çöketkenli ve kesirli çöketkenli tasarımlar ile ilgili bilgi Montgomery (2000)'de bulunabilir.

Bazı deneylerde kimi etkenlerin düzeylerinin değiştirilmesi diğerlerine göre daha zor veya maliyetlidir. Bu durumlarda, çöketkenli deneydeki denemeleri rasgele bir sırada yapmak oldukça masraflı ve zaman alan bir iştir. Bu durumda etkenlerin ana parsel ve alt parsel etkenleri olarak ayrıldığı bölünmüş parsel tasarımlar kullanılır. Ayrıca, süreç üzerinde belirli kısıtlamalar söz konusu olduğunda da bu tasarımlar kullanılır. Bu tasarımlarda, bazı etkenlerin düzeyleri sabit tutulurken, diğer etkenlerin bu sabit etkenler altında tüm kombinasyonları veya tüm kombinasyonlarının kesirleri (kesirli çöketkenli bölünmüş parsel tasarımlar) düzenlenir (Kowalski, 2002).

Taguchi'nin öne sürdüğü güçlü tasarımlarda amaç, ürün ve üretim sürecinde tasarım etkenlerinin uygun ayarlamalarını bularak gürültü etkenlerinden doğan değişkenliğin sebep olduğu etkiyi en aza indirmektir. Taguchi'nin yaklaşımı iç ve dış dizinlere dayanır. Ancak bu iki dizinin küçük olduğu durumlar hariç, Taguchi'nin yaklaşımı ile düzenlenen deneyler çok sayıda deneme gerektirmektedir. Box ve Jones (1992)'un çalışması, Taguchi'nin önerdiği deneylerden daha kolay yapılabilen ve etkin sonuçlar sağlayan bölünmüş parsel ve şerit parsel tasarımları sunmaktadır. Ayrıca Taguchi yaklaşımlarına dair eleştiriler Box, Bisgaard ve Fung (1988)'da bulunabilir.

Taguchi'nin yaklaşımına göre iç dizine tasarım etkenleri, dış dizine ise gürültü etkenleri yerleştirilir. Box ve Jones (1992)'da belirtildiği gibi gürültü etkenleri yerine çevre etkenleri tabirini kullanmak daha uygundur. Genel olarak Taguchi'nin kullandığı iç dizin yerine ana parsel ve dış dizin yerine ise alt parsel ibareleri kullanılacaktır.

İkinci bölümde iki düzeyli çöketkenli tasarımlardan oluşan bölünmüş parsel tasarımların ana özellikleri verilecektir. Üçüncü bölümde kesirli çöketkenli bölünmüş parsel tasarımların özellikleri incelenecek ve deneyin amacına göre yapılacak kesirlemenin nasıl belirleneceği hipotetik örneklerle gösterilecektir. Son bölümde ise, etkenler arasında dört düzeyli olanların bulunması durumunda bu etkenlerin tasarıma nasıl yerleştirileceği ve uygun tasarımların nasıl seçileceği konusu gene hipotetik örneklerle açıklanacaktır.

2. BÖLÜNMÜŞ PARSEL TASARIMLARIN ÖZELLİKLERİ

Bölünmüş parsel tasarımda etkenler, ana parsel ve alt parsel etkenleri olarak ikiye ayrılır. Bu tasarımlar $2^{k_1+k_2}$ şeklinde gösterilebilir. Örnek olarak bir kalite karakteristiğini etkileyen beş etkenin bulunduğu ve bunlardan üçünün tasarım etkeni, ikisinin çevresel etken olduğu varsayılp ($k_1=3$ $k_2=2$), deney Taguchi yaklaşımına göre Tablo 1'deki şekilde kurulabilir.

Görülmektedir ki, ana parseldeki her denemede ana parsel etkenlerinin düzeyleri sabit iken, alt parseldeki etkenlerin tüm düzey kombinasyonları denemektedir. Deneme sıralarının rasgele olmaması rasgelelik üzerinde bir kısıt teşkil etmektedir. Her ana parsel denemesinde tüm alt parsel işlemleri denenebildiğinden alt parsel rasgele blok tasarım olarak yapılmaktadır. Ana parsel denemeleri ise rasgele yapılabildiğinden ana parsel tasarımı tamamlanmış rasgele tasarım şeklinde yapılır.

Tablo 1. $k_1=3$ $k_2=2$ Bölünmüş Parsel Tasarım

A	B	C	p	-	+	-	+
			q	-	-	+	+
-	-	-
+	-	-
-	+	-
+	+	-
-	-	+
+	-	+
-	+	+
+	+	+

Ana parsel ve alt parsel için hata terimleri farklıdır. Ana parsel ve alt parsel hataları, ortalamaları 0, varyansları σ^2_{ana} ve σ^2_{alt} olacak şekilde normal dağılan bağımsız rastsal değişkenlerdir. Ana parsel etkenleri ana parsel hatası ile, alt parsel etkenleri ve ana parsel x alt parsel etken etkileşimleri alt parsel hatası ile test edilir. Bölünmüş parsel tasarımlarda ana parsel hatası her zaman alt parsel hatasına göre daha büyüktür. Tasarım ve çevre etkenleri çoketkenli kombinasyonlar olduğundan, ikiden çok etkenin etkileşimlerinin ihmal edilebilir olduğu varsayılabilir. Bu tasarım için varyans analizi tablosu Tablo 2'dedir.

Tablo 2. Varyans Analizi Tablosu

Kaynak			S.D.	Kaynak			S.D.
Ana Parsel	A	1	Alt Parsel	p	1		
	B	1		q	1		
	C	1		pxq	1		
	AxB	1		Axp	1		
	AxC	1		Axq	1		
	BxC	1		Bxp	1		
				Bxq	1		
		Cxp	1				
		Cxq	1				

Etkileri önemli olan etkenleri bulmak için her iki parsel için ayrı normal olasılık grafikleri çizilmelidir. Normal olasılık grafikleri deneyin tekrarının yapılamadığı durumlarda önem testlerinin yapılmasını sağlar. Bu grafikler Daniel (1959) tarafından geliştirilmiştir. Hata çizgisinden sapma gösteren noktalar kalite karakteristiği üzerinde önemli etkisi bulunan etkenlerdir. Loepky ve Sitter (2002) kesirli çoketkenli bölünmüş parsel tasarımlarda önemli etkenlerin bulunmasında Lenth (Lenth,1989), permütasyon ve yarı normal grafik metotlarını ayrı ayrı denemiştir. Önemli etkenlerin bulunmasında bir diğer yöntem de, ana parsel hatasının ana parsel etkenlerinin ikiden fazla etkileşimlerinin etkilerinin toplanması ile, alt parsel hatasının ise alt parsel etkenlerinin

ve alt parsel x ana parsel etkenlerinin ikiden fazla etkileşimlerinin etkilerinin toplanması ile tahmin edilmesine dayanır (Box and Jones, 1992).

Deneyin tekrar olmadan yapıldığı düşünüldüğünde, ana parsel hatası için serbestlik derecesi $2^{k_1}-1$ formülünden 7 olarak bulunur. Alt parsel hatası için serbestlik derecesi ise $2^{k_1}(2^{k_2}-1)$ formülünden 24 olarak bulunur. Örnekte de görüldüğü gibi alt parsel hatası serbestlik derecesi her zaman için ana parsel hatası serbestlik derecesinden daha büyüktür.

Bu bilgilere dayanarak Taguchi yaklaşımına göre düzenlenen örnekte, ana parselde yer alan tasarım etkenlerinin etki testleri alt parseldeki çevre etkenlerine göre daha düşük bir kesinlik ile yapılmaktadır. Box ve Jones (1992)'da da belirtildiği gibi güçlü tasarımlarda önemli etkenler, tasarım etkenleri ve bu etkenlerin çevre etkenleri ile olan etkileşimleridir ve çevre etkenlerinin karşılaştırılmasında daha az test gücüne izin verilebilir. Bu sebepten dolayı çevre etkenlerinin ana parsellere atanması önerilmiştir. Sadece tasarım ve çevre etkenleri arasındaki farklılığa dayanarak rasgelelik üzerine bir kısıtlama getirmek ve test gücünü azaltmak önerilmez. Ancak etkenlerden bazılarının (çevre etkenleri) düzeylerini değiştirmek zor veya masraflı, diğerlerinin (tasarım etkenleri) düzeylerini değiştirmek kolay ise bölünmüş parsel tasarımların neden olduğu test gücündeki azalma, bu tasarımların ekonomikliği ile dengelenebilir. Düzeylerinin değiştirilmesi zor olan etkenlerin ana parselde, kolay olan etkenlerin ise alt parselde atanması ile deneyin yapılması mümkün hale gelebilir. Bunun ile ilgili örnekler Bisgaard (2000)'da bulunabilir.

3.KESİRLİ ÇOKETKENLİ BÖLÜNMÜŞ PARSEL TASARIMLARIN ÖZELLİKLERİ

Çoğu durumda tüm $2^{k_1+k_2}$ denemeyi gerçekleştirmek için gerekli kaynağa sahip olunamaz. Ayrıca bazen her parselde tüm alt parsel denemelerini gerçekleştirmek mümkün olmayabilir. Bu durumlarda kesirli çoketkenli bölünmüş parsel tasarımlar kullanılır. Bu tasarımlar $2^{k_1-p_1} \times 2^{k_2-p_2}$ şeklinde gösterilir. Kesirli çoketkenli bölünmüş parsel tasarımların yapıları ve özelliklerine Bisgaard (2000) tarafından değinilmiştir. Bu tasarımların yapısını anlatmadan önce çözüm (resolution) ve en az sapma (minimum aberration) kavramlarından bahsetmek gerekir.

Bir tasarımın çözüm derecesi, tanımlayıcı bağıntı yapısındaki en kısa kelimenin uzunluğudur. Çözüm derecesi ile, kesirleme sonucu ortaya çıkan eşdeşlik yapısının karmaşıklığı konusunda bilgi sahibi olunur. Tanımlayıcı bağıntısı I=ABCD olan bir tasarımın çözüm IV (resolution IV) olduğu söylenir. Bu demektir ki ana etkiler, ikiden fazla etkenin etkileşimlerinin ihmal edilebilir olduğu varsayımında hiçbir etken ile eşdeş değildir. Ancak iki etken etkileşimleri birbirleri ile eşdeşdirler. En az sapma ise aynı çözüme sahip tasarımları karşılaştırma olanağı sağlar. Bu kavram Fries ve Hunter (1980) tarafından ortaya çıkartılmıştır. En az sapmaya sahip tasarımı (minimum aberration design) bulmak için W ile gösterilen kelime uzunluğu yapısının (word length pattern) bilinmesi gerekir. $A_i(D)$, D tanımlayıcı bağıntı yapısında i uzunluğundaki kelimelerin sayısını gösterir;

$$W=(A_1(D), A_2(D), A_3(D), \dots)$$

şeklinde. Ancak tanımlayıcı bağıntısında 1 ve 2 uzunluğunda kelimelere sahip tasarımlar kullanışlı olmadıklarından ilk iki terim ($A_1(D)$, $A_2(D)$) ihmal edilebilir. En az sapmaya sahip tasarım (MA design), en iyi kelime uzunluğu yapısına sahip olan tasarımdır. D_1 ve D_2 diye iki tasarımın tanımlayıcı bağıntı yapısı ele alındığında ve $i=1,2,3,\dots,r-1$ için $A_i(D_1)=A_i(D_2)$ ise, ancak $i=r$ olduğunda $A_r(D_1)<A_r(D_2)$ ise, D_1 'in D_2 'ye göre daha az sapmaya sahip olduğu söylenebilir. Diğer bir tasarımın sapması daha az değil ise, o tasarım en az sapmaya sahip tasarımdır (MA design). Bingham ve Sitter (1999) ve Huang, Chen ve Voelkel (1998) en az sapma gösteren kesirli çoketkenli bölünmüş parsel tasarımları tablolar halinde sunmuşlardır. Bingham ve Sitter (2001) ise bu kesirli çoketkenli bölünmüş parsel tasarımların nasıl seçileceğini anlatmıştır. Ayrıca en az sapma gösteren tasarımlar tekrar tablolar halinde verilmiştir. Tablolar (k_1, k_2, p_1, p_2) düzeninde dizilmiştir.

Nasıl bir kesirleme yapılacağı sorusunun cevabı, deneye ayrılan kaynağa ve elde edilmek istenen bilgilere dayanmaktadır. Ele alınan sorunun kaç deneme ile çözülmesi gerektiği bilindikten sonra, sorunu çözmek için elde edilmesi gereken bilgilerin belirlenmesi gerekir. Kesirleme sonucu oluşacak eşdeşlik yapısı nedeniyle bazı etken etkilerinin veya etkileşim etkilerinin tahmin edilemeyecek olması hangi bilginin daha önemli olduğunun netleştirilmesini gerektirir. Bu sorun bir hipotetik örnekle aşağıda açıklanmıştır.

Örnek 1

Bir üretim sürecine 7 etkenin etkisi araştırılsın. Bu etkenlerden üçünün düzeylerinin değiştirilmesi masraflı olan çevre etkenleri, diğerlerinin ise düzeylerinin değiştirilmesi kolay olan tasarım etkenleri olduğu düşünölsün. Değiştirilmesi zor etkenler ekonomiklik için ana parsel, diğer tasarım etkenleri ise alt parsel atansın. Mevcut kaynakla ancak 32 denemenin gerçekleştirilebileceği düşünölsün ise tasarım alternatifleri; $2^3 \times 2^{4-2}$, $2^{3-1} \times 2^{4-1}$ ve $2^{3-2} \times 2^4$ dür. Ancak son tasarım ana parsel etkenlerinin ana etkilerini eşdeş duruma getirdiği için arzulanmaz.

Öncelikle $2^{3-1} \times 2^{4-1}$ tasarımı incelensin. Her iki parselin de yarı kesirini almak için iki parselde etkileşimlerle karışacak etkenler belirlenmelidir. Tablo 3'de gösterilen tasarım için tanımlayıcı bağıntı yapısının şu olduğu düşünölsün:

$$(i) I=ABC=pqrs=ABCpqrs$$

Tablo 3. (i) İçin Deney Tasarımı

			p	q	r	s				
			-	+	-	+	-	+	-	+
			-	-	+	+	-	-	+	+
			-	-	-	-	+	+	+	+
			-	+	+	-	+	-	-	+
A	B	C								
-	-	+
+	-	-
-	+	-
+	+	+

Bu tasarımın tanımlayıcı bağıntı yapısı incelendiğinde en kısa kelimenin 3 harfli olduğu görülür. Yani bu tasarım çözüm III dür. Ana parsel ve alt parsel kesirleri ayrı ayrı ele alınır ana parsel tasarımının çözüm III, alt parselin ise çözüm IV olduğu görülmektedir. Buna kısmi çözüm (partial resolution) denir. Kısmi çözüm kavramında, sadece ana parsel etkenlerinden oluşan kelimelerden en kısası ana parsel kısmi çözümünü, hem sadece alt parsel etkenlerinden hem de ana parsel x alt parsel etkenlerinden oluşan kelimelerden en kısası ise alt parsel kısmi çözümünü verir. Kısmi çözüm ile ilgili bilgi Bisgaard (2000) de bulunabilir. Çözüm derecelerinden anlaşılmıştır ki, ana parsel etkenlerinin ana etkileri iki ana parsel etkeni etkileşimi ile eşdeğer iken, alt parsel etkenlerinin ikili etkileşimleri birbirleri ile eşdeğerdirler. Aynı şekilde kelime uzunluğu yapısı $W=(1,1,0,0,1)$ şeklindedir. Şimdi ise Bingham ve Sitter (2001)'daki 32 etken için en az sapmaya sahip tasarımların bulunduğu tablo dikkate alınır (3.4.1.1. satırı);

$$(ii) I=ABC=Apqrs=BCpqrs$$

Bu tasarım çözüm III dür. Kısmi çözümleri ise ana parsel için çözüm III, alt parsel için çözüm V dir. Yani ana parsel etken ana etkileri ana parsel etken etkileşimleri ile eşdeğer iken, alt parsel etken ana etkileri sadece dört etken etkileşimler ile eşdeğerdir. Bu tasarımın kelime uzunluğu yapısı ise $W=(1,0,1,1)$ dir. Tablo 4 bu tasarımı göstermektedir.

Tablo 4. (ii) İçin Deney Tasarımı

	p	q	r	s	
	-	+	-	+	-
	+	-	+	+	-
	-	-	-	-	+
	+	+	+	+	+
A	B	C			
-	-	+			$I_2 = -pqrs$
+	-	-			$I_2 = +pqrs$
-	+	-			$I_2 = -pqrs$
+	+	+			$I_2 = +pqrs$

Bu tasarımda bir ana parsel etkeni alt parsel kelimesinde bulunmaktadır. ($I=Apqrs$) Bu duruma bölünmüş parsel karışması denir ve alt parselin kısmi çözüm derecesinde artış sağlar. Daha önceki tasarımla karşılaştırıldığında alt parsel kısmi çözüm derecesi IV den V e çıkmıştır. Bölünmüş parsellerin doğası nedeniyle bunun tersi, yani alt parsel etkenlerinin ana parsel kelimelerinde yer almalarına izin verilmez. Bu örnekte A etkeni pqrs ile karıştırılmıştır. Yani ilk ve üçüncü ana parsel denemesi için $I= -pqrs$ ve ikinci ve sonuncu ana parsel denemesi için ise $I= +pqrs$ olan alt parsel etken kesirleri kullanılır. $I= -pqrs$ için işaretler parantez içinde verilmiştir.

Diğer tasarım alternatifi olan $2^3 \times 2^{4-2}$ için Bingham ve Sitter (2001)'daki tablo dört tane farklı en az sapmaya sahip alternatif tasarım sunmaktadır. Bunlar altlarında eşdeğerlik yapıları ile şu şekildedir:

$$(iii) I=ABpr=ACpq=BCqs \quad W=(0,1,2) \\ Ap=Br \text{ veya } AB=pr$$

$$(iv) I=ABCpr=Apqs=BCqs \quad W=(0,1,2) \\ Ap=qs$$

$$(v) I=ABpr=ABCqs=Cpqrs \quad W=(0,1,2) \\ AB=pr \text{ veya } Ap=Br$$

$$(vi) I=ABCpr=ABCqs=pqrs \quad W=(0,1,2) \\ pq=rs$$

Bu tasarımların hepsinin çözüm derecesi ve kelime uzunluk yapıları aynıdır. Ayrıca tasarım (iii) ve (v) aynı eşdeşlik yapısı ile sonuçlanmaktadır. Bu eşdeşlik yapısı sebebiyle her iki tasarımda da birer iki etken etkileşimin etkisi tahmin edilememektedir. Tasarım (iv) de sadece bir tasarım etkeni ve çevre etkeni etkileşimi karıştırılmıştır ve tasarım (vi) da ise sadece tasarım etkenlerinin etkileşimleri eşdeşdir.

Bu tasarımlardan hangilerinin hangi durumlarda seçileceği belirlenirken elde edilmek istenen bilgiye karar verilmelidir. Eğer tasarım ve çevre etkenlerinin etkileşimlerinin tahminine önem veriliyorsa, tasarım (i), (ii) veya (vi) seçilir. Çünkü eşdeşlik yapıları incelenirse, eşdeş tasarım x çevre etken etkileşimleri görülemez. Ancak tasarım (vi), tasarım (i) ve (ii) gibi 4 değil 8 ana parsel denemesi içerdiğinden ekonomikliği sebebiyle sadece tasarım (i) veya (ii) seçilir. Ancak (ii) tasarımının çözüm derecesi daha iyi olduğu için bu tasarım amaçlar açısından en uygun olanıdır.

Eğer tasarım seçimi için kriter, çevre etkenlerinin ana etkilerinin ve iki etken etkileşimlerinin tümünün etkilerinin bulunması ise, tasarım (vi) alternatifler arasında en uygun olanıdır. Tasarım etkenlerinin etkilerine ve etkileşimlerine daha çok önem veriliyor ise (ii) tasarımının kullanılması gerekir. Çünkü ikiden fazla etkenin etkileşiminin ihmal edilebilir olduğu varsayımı altında, (ii) tasarımı ile tasarım etkenleri etkileri ve etkileşimleri açık şekilde tahmin edilebilmektedir. Eğer tüm tasarım, çevre etkenleri ve bunların birbirleri ile etkileşimleri aynı öneme sahipse daha iyi genel çözüm derecesi ve kelime uzunluk yapısına sahip olanlar seçilir. Kelime uzunluk yapıları ve genel çözüm dereceleri aynı olan (iii), (iv), (v) ve (vi) tasarımlarından biri bu amaç için seçilebilir.

4. DÖRT DÜZEYLİ ETKENLERİN BÖLÜNMÜŞ PARSEL TASARIMLARA YERLEŞTİRİLMESİ

Şu ana kadar yapılan tasarımlarda tüm etkenlerin iki düzeyli olduğu çoketkenli tasarımlardan oluşan bölünmüş parsel tasarımlar incelendi. Etkenlerden bazılarının dört düzeyli olduğu durumlarla da karşılaşılabılır. Bu dört düzeyli etkenler genellikle nitel yapıdadır. Dört düzeyli etkenlerin 2ⁿ tasarımlara yerleştirilmesi oldukça pratiktir ve diğer düzey sayılarına göre daha uygundur.

Düzeyleri a_1, a_2, a_3 ve a_4 olan dört düzeyli A etkeni ele alınsın. A etkenini iki düzeyli çöketkenli tasarıma yerleştirmek için iki düzeyli P ve Q etkenleri tanımlanmalıdır. Bu etkenlerin işaret düzenlerinin nasıl dört düzeyli etkenin düzeylerine denk düştüğü Tablo 5 de gösterilmektedir (Montgomery,2000):

Tablo 5. Dört Düzeyli Etkenin İki İki-Düzeyli Etkenle Tanıtılması

İki Düzeyli Etkenler		Dört Düzeyli Etken
P	Q	A
-	-	a_1
+	-	a_2
-	+	a_3
+	+	a_4

Tabloda, P ve Q etkenleri alt düzeylerinde olduklarında A etkeni birinci düzeyde, P etkeni üst Q etkeni alt düzeyinde olduğunda A etkeni ikinci düzeyde, P etkeni alt Q etkeni üst düzeyinde ise A etkeni üçüncü düzeyde, P ve Q etkenlerinin her ikisi de üst düzeylerinde olduklarında A etkeni dördüncü düzeyinde olur. Eğer deneyde m tane dört düzeyli etken, n tane iki düzeyli etken varsa tasarım $4^m 2^n$ şeklinde gösterilir.

Eğer deneydeki herhangi bir etken v düzeyli ise, bu etkenin ana etkisi ile ilişkili v-1 serbestlik derecesi vardır. Bu durumda dört düzeyli etkenlerin ana etkileri ile ilişkili üç serbestlik derecesi vardır. Dört düzeyli etkenin ana etkisi ile ilişkili üç doğrusal bağıntı Tablo 5’de verdiğimiz iki etken (P,Q) ve bunların etkileşimleridir. Ankenman (1999)’da iki düzeyli ve dört düzeyli etkenlerin bulunduğu tasarımlarda çözüm, en az sapma ve katlama (foldover) kavramları açıklanmıştır. Ayrıca dört düzeyli etkenlerin bulunması durumunda en az sapmaya sahip tasarımlar tablolar halinde sunulmuştur.

Şimdi ise iki örnek ile dört düzeyli etkenlerin iki düzeyli çöketkenli tasarımlara ve iki düzeyli çöketkenli tasarımlardan oluşan bölünmüş parsel tasarımlara yerleştirilmesi incelenecektir.

Örnek 2

Bir ürünün kalite karakteristiğini etkileyen iki etkenin olduğu düşünölsün. Bu etkenlerden biri dört düzeyli diğeri de iki düzeyli olsun. ($4^1 2^1$) Dört düzeyli etkeni iki düzeyli çöketkenli tasarıma yerleştirmek için A ve B diye iki etken tanımlanmıştır. Bu tasarım için 8 deneme Tablo 6 da verilmiştir.

Tablo 6. Örnek 2 İçin Deney Tasarımı

Denemeler	X	A	B	C
1	x ₁	-	-	-
2	x ₂	+	-	-
3	x ₃	-	+	-
4	x ₄	+	+	-
5	x ₁	-	-	+
6	x ₂	+	-	+
7	x ₃	-	+	+
8	x ₄	+	+	+

Bu iki etkenin ana etkilerinin ve etkileşimlerinin kareler toplamları şu şekildedir:

$$KT_X = KT_A + KT_B + KT_{AB}$$

$$KT_C = KT_C$$

$$KT_{XC} = KT_{AC} + KT_{BC} + KT_{ABC}$$

Örnek 3

Bir üretim sürecini etkileyen 6 etkenin bulunduğu ve bu etkenlerden 3 tanesinin düzeylerinin değiştirilmesi zor ve pahalı, 3 tanesinin ise düzeylerinin değiştirilmesi kolay olduğu düşünölsün. Ayrıca düzeylerinin değiştirilmesi zor olan etkenlerden birinin dört düzeyi olduğu ve elimizdeki kaynakla ancak 32 deneme yapabileceği varsayölsün. Bu varsayımlara dayanarak en uygun tasarımı seçmek için çeşitli en az sapmaya sahip tasarım alternatiflerinin belirlenmesi gerekir. Bunun için tekrar Bingham ve Sitter (2001)'daki tablolardan 32 deneme için ilgili tasarımlar (4.3.0.2. ve 4.3.1.1.) bulunur. Bu tasarımlar için tanımlayıcı bağıntı yapıları şu şekildedir:

$$(4.3.0.2.): I = ABpq = ACDpr = BCDqr \quad (4.3.1.1.): I = ABCD = ABpqr = CDpqr$$

A ve B etkenleri X etkenini tasarıma yerleştirmek için oluşturulmuştur. X etkeninin ana etkisi ile ilişkili üç serbestlik derecesini olduğundan;

$$X_1 = A \quad X_2 = B \quad X_3 = AB$$

şeklinde tanımlanır. Bu bilgiye dayanarak yukarıdaki tanımlayıcı bağıntı yapıları şu şekilde değiştirilebilir:

$$(i) I = X_3pq = X_1CDpr = X_2CDqr$$

$$(ii) I = X_3CD = X_3pqr = CDpqr$$

Bu tasarımları Tablo 7 ve Tablo 8 de gösterilmiştir.

Tablo 7. (i) İçin Deney Tasarımı

X	A	B	C	D	
X ₁	-	-	-	-	I= +pq = -pr = -qr
X ₂	+	-	-	-	I= -pq = +pr = -qr
X ₃	-	+	-	-	I= -pq = -pr = +qr
X ₄	+	+	-	-	I= +pq = +pr = +qr
X ₁	-	-	+	-	I= +pq = +pr = +qr
X ₂	+	-	+	-	I= -pq = -pr = +qr
X ₃	-	+	+	-	I= -pq = +pr = -qr
X ₄	+	+	+	-	I= +pq = -pr = -qr
X ₁	-	-	-	+	I= +pq = +pr = +qr
X ₂	+	-	-	+	I= -pq = -pr = +qr
X ₃	-	+	-	+	I= -pq = +pr = -qr
X ₄	+	+	-	+	I= +pq = -pr = -qr
X ₁	-	-	+	+	I= +pq = -pr = -qr
X ₂	+	-	+	+	I= -pq = +pr = -qr
X ₃	-	+	+	+	I= -pq = -pr = +qr
X ₄	+	+	+	+	I= +pq = +pr = +qr

Tasarım (i)'de her ana parselde, ana parseldeki etkenlerin etkileşimlerinin işaretlerine göre alt parsel kesirleri yapılmaktadır. pq kelimesinin işareti AB yani X₃ e göre, pr kelimesinin işareti ACD yani X₁CD ye göre, qr kelimesinin işareti ise BCD yani X₂CD ye göre belirlenmektedir. Bu tasarım çözüm III dür ve kelime uzunluğu yapısı (1,0,2) şeklindedir.

Tablo 8. (ii) İçin Deney Tasarımı

X	A	B	C	D=ABC	
X ₁	-	-	-	-	I= +pqr
X ₂	+	-	-	+	I= -pqr
X ₃	-	+	-	+	I= -pqr
X ₄	+	+	-	-	I= +pqr
X ₁	-	-	+	+	I= +pqr
X ₂	+	-	+	-	I= -pqr
X ₃	-	+	+	-	I= -pqr
X ₄	+	+	+	+	I= +pqr

Tasarım (ii)'de ise alt parsel kelimesi I=pqr ın işareti AB ana parsel etkileşimine göre belirlenmektedir. Ayrıca bu tasarım da çözüm III dür. Ancak kelime uzunluğu yapısı, (1,1,1), (i) tasarımından daha kötüdür. İki den fazla etkenin etkileşimlerinin ihmal edilebilir olduğu varsayımı altında eşdeşlik yapıları şu şekildedir:

(i) $I=X_3pq=X_1CDpr=X_2CDqr$			(ii) $I=X_3CD=X_3pqr=CDpqr$		
Ana Parsel	Alt Parsel		Ana Parsel	Alt Parsel	
X	$\begin{cases} X_1 \\ X_2 \\ X_3+pq \end{cases}$	$\begin{cases} p+X_3q & pq+X_3 \\ q+X_3p & pr \\ r & qr \end{cases}$	X	$\begin{cases} X_1 \\ X_2 \\ X_3+CD \end{cases}$	$\begin{cases} p & pq+X_3r \\ q & pr+X_3q \\ r & qr+X_3p \end{cases}$
	C	Xp		$\begin{cases} C+X_3D \\ D+X_3C \end{cases}$	Xp
D	$\begin{cases} X_1p+X_2q \\ X_2p+X_1q \end{cases}$		XC	$\begin{cases} X_1C+X_2D \\ X_2C+X_1D \end{cases}$	
XC	$\begin{cases} X_1C \\ X_2C \\ X_3C \end{cases}$	$\begin{cases} X_3p+q \\ X_1q+X_2p \\ X_2q+X_1p \end{cases}$		XD	$\begin{cases} X_3C+D \\ X_1D+X_2C \\ X_2D+X_1C \end{cases}$
	XD	$\begin{cases} X_1D \\ X_2D \\ X_3D \end{cases}$	$\begin{cases} X_3q+p \\ X_1r \\ X_2r \\ X_3r \end{cases}$		Xr
		Cp		Cp	
	Cq		Cq		
	Cr		Cr		
	Dp		Dp		
	Dq		Dq		
	Dr		Dr		

Yukarıdaki eşdeşlik yapıları incelendiğinde, (i) tasarımı ile ana parsel etkenlerinin ana etkilerinin ve etkileşimlerinin etkilerinin X etkeni hariç (X_3 , pq ile eşdeğer olduğundan) tahmin edebildiğini, ancak (ii) tasarımında ise hiçbir ana parsel etkeninin ana etkisinin veya etkileşim etkisinin tahmin edilemediği görülmektedir. Yani deneyin yapılmasında esas önem verilen, ana parseldeki düzeyleri zor değişen etkenlerin tahmini ise bunu tasarım (i) daha iyi sağlar.

Ancak deneyde etki tahminini yapmak istediğimiz önemli etkenler alt parselde yer alıyor ise bunların ana etkilerinin tahminini tasarım (ii) sağlamaktadır. Ana parsel x alt parsel etken etkileşimlerinin etkileri ise, eşdeşlik yapıları nedeniyle, X etkenini içeren etkileşimler için açık şekilde tahmin edilemez. Ancak C ve D ana parsel etkenlerinin alt parsel etkenleri ile etkileşimlerinin tahminleri her iki tasarımda da açık şekilde yapılabilmektedir. Bu iki tasarımın tanımlayıcı bağıntı yapılarında görüldüğü gibi dört düzeyli etkeni tanıtmak için eklenen iki etkenin en kısa kelimedede beraber bulunmaları sonucunda ilgili parselin çözüm derecesi bir düşmektedir. Bunun için özellikle bu iki etkenin tanımlayıcı bağıntı yapısında aynı kelimedede bulunmamaları tercih edilir. Aynı şekilde bu tasarımdaki dört düzeyli etken alt parselde de bulunabilirdi. Bu sefer aynı işlemler, bu tanıttığımız etkenler için alt parselde yapılmalıdır.

Örnek 4

Son olarak 7 etkenli bir deney ele alınsın. Bu etkenlerin 5 tanesinin ana parselde bulunmasının ekonomiklik sağlayacağı düşünölsün. Diğer 2 etken ise alt parselde incelenecektir. Bu deneyin 32 denemede tamamlanması istenmektedir. Ana parsel etkenlerinden biri dört düzeyli ise Bingham ve Sitter (2001)'daki en az sapmalı tasarımlar tablosundan (6.2.2.1) satırındaki kesirlemeler yapılır. Bu tasarımı $4^{12^{4-2}} \times 2^{2-1}$ veya $2^{6-2} \times 2^{2-1}$ şeklinde gösterebiliriz. Tablodaki tanımlayıcı bağıntı yapısı şu şekildedir:

$$I = ABCE = ABDF = ACDpq = CDEF = BDEpq = BCFpq = AEFpq$$

şeklindedir. Ana parselin dörtte bir kesiri alt parselin ise yarı kesiri yapılacaktır. A, B ve AB nin dört düzeyli etkenin ana etkilerini temsil ettiği düşünölsürse tanımlayıcı bağıntı yapısının yeni hali;

$$I = X_3CE = X_3DF = X_1CDpq = CDEF = X_2DEpq = X_2CFpq = X_1EFpq$$

şeklindedir. Tasarımın kelime uzunluğu yapısı (0,3,4) den (2,1,4) e geriler. Eğer ana parselde 5 veya daha fazla etken varsa (2 si dört düzeyli etkeni tanıtmak üzere) ana parseldeki kesirleme için tanımlayıcı bağıntı yapıları, Ankenman (1999)'da verilen dört düzeyli etkenlerin bulunması durumunda en az sapmalı kesirli çoketkenli tasarımları veren tablodan elde edilebilir. Ana parseldeki beşten küçük etken sayıları için kesirleme yapıldığında çözüm III den küçük tasarımlar elde edildiğinden, bu tabloda yer bulmazlar. Tasarımda dört düzeyli etken sayısı birdir ve dört düzeyli etkenin tanıtılmasında kullanılan etkenler dışında dört tane iki düzeyli etken bulunmaktadır. Bu bilgilere dayanarak tabloda $m=1$ ve $n=4$ e karşılık gelen tasarımın tanımlayıcı bağıntı yapısı;

$$I = ABCE = BCDF = ADEF$$

şeklindedir. Verilen örneğin başında ana parsel için yapılan karıştırma yerine bu kullanılırsa yeni tasarımın tanımlayıcı bağıntı yapısı;

$$I = ABCE = BCDF = ACDpq = ADEF = BDEpq = ABFpq = CEFpq$$

olur. A, B ve AB dört düzeyli etkeni tanıtmak için kullanılırsa tanımlayıcı bağıntı yapısının yeni hali;

$$I = X_3CE = X_2CDF = X_1CDpq = X_1DEF = X_2DEpq = X_3Fpq = CEFpq$$

olur. Bu tasarım da çözüm III dür ancak kelime uzunluğu yapısı (1,3,3) şeklindedir. İlk tasarımın kelime uzunluk yapısı (2,1,4) şeklinde iken, ana parsel karıştırmasını Ankenman (1999)'da dört düzeyli etken içeren en az sapmalı tasarımlara göre yapıldığında (1,3,3) şeklinde daha iyi bir duruma gelmiştir.

Bölünmüş parsel karışması (split plot confounding) sebebiyle ana parsel etkenleri veya etkileşimleri tanımlayıcı bağıntı yapısında genellikle alt parsel kelimelerinde bulunabilirler. Daha önce de göröldüğü gibi bu, alt parselin çözüm

derecesini artırır. Ancak alt parsel etkenleri ana parsel kesirlerinde yer alamazlar. Bu sebepten dolayı Ankenman (1999)'da sunulan dört düzeyli etkenlerin bulunduğu en az sapmalı tasarımların sadece ana parsellerin karışma yapıları belirlenirken fayda sağlaması beklenebilir. Yani, dört düzeyli etkenin bulunması durumunda Bingham ve Sitter (2001)'daki bilgilerin yanında, Ankenman (1999)'dan sağlanan tasarım bilgilerinin de gözden geçirilmesi uygun tasarımın elde edilmesine yardımcı olabilir. Ancak dört düzeyli etkenlerin bulunması durumu inceleniyorsa, sadece ana parsel karışmasını değil, hem ana parsel hem de alt parsel karışmaları en az sapmalı tasarımların elde edilmesi için araştırılmalıdır.

5. SONUÇ

Bu çalışmada iki düzeyli çoketkenli tasarımlardan oluşan bölünmüş parsel tasarımların özellikleri ve değiştirilmesi zor veya çevre etkenleri ile değiştirilmesi kolay veya tasarım etkenlerinin parsellere atamalarının nasıl yapılacağı gözden geçirilmiştir. Ayrıca kesirli çoketkenli bölünmüş parsel tasarımlarda karışma, çözüm ve en az sapma kavramları ile beraber açıklanmış ve uygun tasarımların seçilmesinde nelere dikkat edilmesi gerektiği, en az sapmalı tasarımlar için hazırlanmış tablolar yardımıyla hipotetik örneklerle açıklanmıştır. Bunun yanında dört düzeyli etkenlerin iki düzeyli çoketkenli tasarıma nasıl yerleştirileceği gösterilerek, farklı bir yaklaşım ile kesirli çoketkenli bölünmüş parsel tasarımlarda dört düzeyli etken bulunduğunda, tasarımın karışma yapısı belirlenirken, daha önce sağlanmış en az sapmalı tasarımlar tablolarının nasıl kullanılabileceği hipotetik bir örnekle gösterilmiştir.

KAYNAKLAR

- ANKENMAN, B.E. (1999), Design of Experiments with Two- and Four-Level Factors, Journal of Quality Technology, 31, 4, 363-375
- BİNGHAM, D.R. and SİTTER, R.R. (1999), Minimum Aberration Two-Level Fractional Factorial Split-Plot Designs, Technometrics, 41, 62-70
- BİNGHAM, D.R. and SİTTER, R.R. (2001), Design Issues in Fractional Factorial Split-Plot Experiments, Journal of Quality Technology, 33, 1, 2-15
- BİSGAARD, S. (2000), The Design and Analysis of $2^k \times 2^q$ Split Plot Experiments, Journal of Quality Technology, 32, 1, 39-56
- BOX, G.E.P., BİSGAARD, S. and FUNG, C. (1988), An Explanation and Critique of Taguchi's Contributions to Quality Engineering, Quality and Reliability Engineering International, 4, 123-131
- BOX, G.E.P., JONES, S. (1992), Split-Plot Designs for Robust Product Experimentation, Journal of Applied Statistics, 19, 1, 3-26
- DANİEL, C. (1959), Use of Half-Normal Plots in Interpreting Factorial Two-Level Experiments, Technometrics, 1, 311-341

FRIES, A. and HUNTER, W.G. (1980), Minimum Aberration 2^{k-p} Designs, *Technometrics*, 22, 601-608

HUANG, P., CHEN, D. and VOELKEL, J. (1998), Minimum Aberration Two-Level Split-Plot Designs, *Technometrics*, 40, 314-326

KOWALSKI, S.M. (2002), 24 Run Split-Plot Experiments For Robust Parameter Design, *Journal of Quality Technology*, 34, 4, 399-410

LENTH, R.V. (1989), Quick and Easy Analysis of Unreplicated Factorials, *Technometrics*, 31, 469-473

LOEPPKY, J.L. and SITTER, R.R. (2002), Analyzing Unreplicated Blocked or Split-Plot Fractional Factorial Designs, *Journal of Quality Technology*, 34, 3, 229-243

MONTGOMERY, D.C. (2000), *Design and Analysis of Experiments*, New York, NY:Wiley

THE USE OF SPLIT PLOT DESIGNS IN INDUSTRIAL DESIGN OF EXPERIMENTS AND THE PLACEMENT OF FOUR-LEVEL FACTORS INTO THESE DESIGNS

ABSTRACT

Commonly employed in many areas, design of experiment is used to study and improve the product and process performance in industry. The most widely used experiments are two-level multifactor factorial designs. These designs are run in a completely random order. However, in some cases, it's neither practical nor possible to run these designs this way. Sometimes, it's hard and costly to change the levels of some of the factors. Or, there may be some physical restrictions on the process. When these are the cases, split plot designs, where factors are split into whole plot and sub plot factors, are used.

In this paper, the main characteristics and confounding structure of split plot designs, which are composed of two-level factorials, are given. Then it's shown how to determine the fractionation with respect to the objective of the experiment. Additionally, if there are factors with four levels among the two-level factors, it's explained with hypothetical examples how to place these factors into two-level factorials and how to choose the appropriate design among the alternatives.

Key Words: *Split plots, Robust design, Aliasing, Fractional factorial designs.*