İKİ BOYUTLU KESME PROBLEMİ İÇİN YENİ KARMA TAMSAYILI DOĞRUSAL PROGRAMLAMA MODELLERİ

Büşra TUTUMLU [1], Gülüm TUNCER [2], Tuğba SARAÇ [3*]

[1] Kütahya Dumlupınar Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Endüstri Mühendisliği Bölümü, Kütahya,
ORCID No : https://orcid.org/0000-0002-0662-8128
[2] Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Mühendislik ve Mimarlık Fakültesi Endüstri Mühendisliği Bölümü, Eskişehir,
ORCID No : https://orcid.org/0000-0001-6512-5099
[3] Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Mühendislik ve Mimarlık Fakültesi Endüstri Mühendisliği Bölümü, Eskişehir,
ORCID No : https://orcid.org/0000-0002-8115-3206

Anahtar Kelimeler

İki boyutlu kesme problemi
Karma tamsayılı doğrusal programlama
90 derece döndürme

Öz

Bu çalışma, iki boyutlu kesme problemlerinin çözümü için yeni karma tamsayılı doğrusal matematiksel modeller (M1 ve M2) önermektedir. M1 modeli, literatürdeki model ile kıyaslanırken, M2 modeli parçaların 90^0 döndürülmesine izin vererek ek esneklik sunmaktadır. Bu çalışmada, önerilen modellerin performansı, literatürden alınan ve en iyi çözümleri bilinen test problemleri kullanılarak değerlendirilmektedir. Ayrıca, çalışma bir gerçek hayat uygulaması da içermektedir. Bu kapsamda lokomotif ve motor üretimi yapan bir fabrikanın vagon atölyesindeki 16 ve 25 parçalı kesme problemleri önerilen modellerle çözülmüş ve sonuçlar işletmenin mevcut çözümü ile karşılaştırılmıştır. Sonuç olarak, 16 parçalı kesme probleminde M1 ve M2 modelleri sırasıyla %1,32 ve %2,32 oranında iyileşme sağlamıştır. 25 parçalı kesme probleminde ise, M1 modeli %1,59 ve M2 modeli %8,78 oranında iyileşme elde edilmiştir. Bu sonuçlar, önerilen modellerin kesme problemlerini çözmekte etkili olduğunu ve mevcut yöntemlere göre daha iyi sonuçlar elde ettiğini göstermektedir. Bu çalışma, kesme problemlerinin çözümünde yeni ve etkili yöntemler sunarak, malzeme kullanımını optimize etmeye ve israfı azaltmaya yardımcı olabilecek potansiyel katkıları ile sürdürülebilir üretim uygulamalarına da katkı sağlamaktadır.

NEW MIXED INTEGER LINEAR PROGRAMMING MODELS FOR TWO-DIMENSIONAL CUTTING STOCK PROBLEM

Keywords

Two-dimensional cutting stock problem
Mixed-integer linear programming model
90-degree rotation

Abstract

This study proposes new mixed-integer linear mathematical models (M1 and M2) for solving two-dimensional cutting stock problems. The M1 model is compared with the model in the existing literature, while the M2 model allows for additional flexibility by permitting 90-degree rotation of the pieces. In this study, the performance of these models is evaluated using test problems with known optimal solutions from the literature. Additionally, for real-world applications, cutting stock problems involving 16 and 25 pieces in a wagon workshop of a locomotive and engine manufacturing factory are solved using the proposed models, and the results are compared with the company's existing solution. As a result, in the 16-piece cutting problem, the M1 and M2 models achieved improvements of 1.32% and 2.32%, respectively. In the 25-piece cutting problem, the M1 model attained a 1.59% improvement, while the M2 model achieved an 8.78% improvement. These results demonstrate that the proposed models are effective in solving cutting problems and yield better outcomes compared to existing methods. This study presents novel and efficient approaches to solving cutting problems, which have the potential to optimize material usage and reduce waste, contributing to more sustainable manufacturing practices.

Araştırma Makalesi		Research Article	
Başvuru Tarihi	: 15.04.2023	Submission Date	: 15.04.2023
Kabul Tarihi	: 03.01.2024	Accepted Date	: 03.01.2024

* Sorumlu yazar: tsarac@ogu.edu.tr
https://doi.org/10.31796/ogummf.1283954

1. Giriş

Geçmişten bugüne firmaların hemen hepsinin temel amacı kar elde etmek olmuştur. Karın artmasını sağlayan en önemli etmenlerden birisi maliyeti azaltmaktır. Üretimde kullanılan hammadde ve yarı mamullerin verimli kullanılması, firelerin mümkün olduğunca azaltılması, gereksiz hammadde ve yarı mamul kullanımını önleyerek firmaların toplam maliyetlerinde kayda değer azalmalar sağlayabilmektedir.

Kesme problemi en genel hali ile boyutları belli olan parçaların, kesme işlemi için ana malzeme üzerine nasıl yerleştirileceğinin belirlenmesi problemidir. Kesilecek olan malzemeye ana malzeme adı verilir. Ana malzemeden kesilecek parçalara ise sipariş parçası denir. Sipariş parçalarının ana malzemeye nasıl yerleşeceğini gösteren planlar kesme planlarıdır. Kesme planında kullanılmayan ana malzeme miktarına fire denir (Albayrak, 2013).

Kesme problemlerinin temel amaçlarından birisi ürüne dönüştürülebilen ana malzeme miktarını enbüyüklemek, bir başka deyişle fireyi enküçüklemektir. Ana malzemenin ürüne dönüştürülemeyecek miktarının olabildiğince azaltılması fabrikanın maliyetlerini düşürmektedir. Kesme problemlerinde bazı özel durumlarda firenin enbüyüklenmesi de amaç olarak ele alınabilmektedir. Firelerin daha sonra tekrar kullanılmasının mümkün olduğu bu tip problemlerde fire oluşacaksa bu firenin ürüne dönüştürülebilecek kadar büyük olması amaçlanır. Tekrar kullanıma uygun boyuttaki fireler küçük parçaların kesilmesinde kullanılabildiği için yeni ana malzeme ihtiyacını azaltır. Kesme probleminin pek çok sektörde uygulama alanı mevcuttur. Bunlardan bazıları metal, mobilya, alüminyum, cam, tekstil sektörleridir.

Kesme problemlerinde bir diğer önemli nokta kullanılacak kesim tekniğidir. Giyotin, plazma ve lazer kesim bu tekniklerden bazılarıdır. Giyotin kesim ile çoğunlukla düzgün çokgenler kesilmektir. Plazma ve lazer kesim ile ise düzgün çokgenlerin yanı sıra düzgün olmayan parçalar da kesilebilmektedir.

Bu çalışmada, vagon üretimi yapan bir işletmenin saç kesim atölyesindeki dikdörtgen ana malzemeden lazer kesme işlemi ile kesilecek dikdörtgen parçaların olduğu iki boyutlu kesme problemi ele alınmaktadır. Bu problemin çözümü için yeni iki karma tamsayılı doğrusal programlama modeli (M1 ve M2) önerilmiştir. M2 modeli parçaların 90^0 döndürülebilmesine de izin vermektedir. Önerilen modellerin performansı eniyi çözümleri bilinen test problemleri kullanılarak literatürdeki model ile kıyaslanmıştır.

Literatürde yer alan modellerin, parçaların 90^0 döndürülmesini dikkate alabilmesi için parçaların eni ve boyunu değiştirerek yeni bir parça olarak tanımlanabileceği ve veri setine eklenebileceği belirtilmiştir. Ancak bu yaklaşım, hem kesilecek parça sayısını iki katına çıkararak çözülecek problemin boyutunu büyütmekte hem de modele ek kısıtlar eklenmesini gerektirmektedir. Bu çalışmada önerilen M2 modelinde ise parçaların 90^0 döndürülüp döndürülmeyeceğine bir 0-1 karar değişkeni yardımı ile karar verilmektedir. Bu yaklaşım, çözülecek problemin boyutunu arttırmadığı gibi ek kısıtlar eklenmesini de gerektirmemektedir.

Çalışmanın izleyen bölümünde literatür taramasına yer verilmiştir. Üçüncü bölümde ele alınan problem ve önerilen matematiksel modeller sunulmuştur. Dördüncü bölümde deneysel sonuçlar, son bölümde ise sonuç ve öneriler verilmiştir.

2. Bilimsel Yazın Taraması

Literatürde iki boyutlu kesme problemleri temel olarak üç sınıfa ayrılmaktadır (Wu, Min ve Zhang, 2019); iki boyutlu kutu paketleme problemi, iki boyutlu şerit paketleme problemi ve iki boyutlu sırt çantası paketleme problemi. Bu üç problem tipinde ele alınan amaçlar farklılık göstermektedir. İlk problem tipinde ana malzeme sayısını azaltmak, ikinci problem tipinde ana malzemenin yüksekliğini azaltmak ve üçüncü problem tipinde ise ana malzemeden kesilen parçaların toplam değerini artırmak, ana malzemede kullanılan toplam alanı artırmak veya ana malzemedeki israf edilen alanı azaltmak amaçlanmaktadır. Birinci problem tipi için Martinovic, Strasdat, de Carvalho ve Furini (2021), Lee, Kim ve Johnson (2013) ve Bang-Jensen ve Larsen (2012) gibi çalışmalar örnek verilebilir. İkinci problem tipi için Wei, Qin, Cheang ve Xu (2016), Yang, Han ve Ye (2013), Verstichel, De Causmaecker ve Vanden Berghe (2013), Arahori, Imamichi ve Nagamochi (2012) ve Leung, Zhang ve Sim (2011) gibi çalışmalar örnek verilebilir. Üçüncü problem tipi için ise Goncalves ve Wascher (2020), Queiroz ve Andretta (2020), Virk ve Singh (2019), D'Amato, Mercado, Heiling ve Cifuentes (2016), Baldacci, Boschetti, Ganovelli ve Maniezzo (2014), Özcan, Kai ve Drake (2013) ve Qiu, Zhang, Wu ve Ma (2012) gibi çalışmalar örnek verilebilir.

Lori, de Lima, Martello, Miyazawa ve Monaci (2021) ise literatürdeki iki boyutlu kesme problemlerinin dört ana probleme ayrıldığını belirtmektedir. Bunlar enküçük yüksekliğe sahip paketleme, parçaları enaz sayıda kutuya yerleştirme, enbüyük değerde paketleme ve uygun bir paketlemenin varlığını belirlemedir. Ayrıca literatürde incelenen çalışmaları kesilecek parçaların özelliklerine göre düzgün parçaların kesilmesini ele alanlar ve düzgün olmayan parçaların kesilmesini ele alanlar olmak üzere ikiye ayırmakta mümkündür. Bu çalışma, Wu ve diğ. (2019)'da bahsedilen sınıflandırmaya göre iki boyutlu sırt çantası paketleme problemi sınıfına, Lori, de Lima, Martello, Miyazawa ve Monaci (2021)'deki sınıflandırmaya göre enbüyük değerde paketleme sınıfına ve kesilecek parçaların özelliklerine göre ise düzgün parçaların kesilmesi sınıfına dahil edilebilir.

Bu çalışmada düzgün şekilli parçaların kesilmesi ele alındığı için bu kapsamdaki çalışmalardan erişilenler ayrıntılı bir şekilde incelenmiştir. Goncalves ve Wascher (2020), iki boyutlu kesme probleminde kusurlu ana malzemeye atanan parçaların toplam değerinin enbüyüklenmesini amaçlamışlardır. Bu çalışmanın temel hedefi, giyotin işlemi yerine giyotin olmayan bir kesme işlemi kullanarak kesim verimliliğinde ne kadar iyileşme sağlanabileceğini göstermektir. Çözüm yöntemi olarak karma tamsayılı doğrusal bir matematiksel model ve yerleştirme stratejisine dayalı hibrit bir genetik algoritma önerilmiştir. Literatürde Goncalves ve Wascher (2020) çalışmasında olduğu gibi Gümüş (2012) ve Erdoğan (2010) çalışmalarında da yerleştirme stratejileri kullanılmıştır. Gümüş (2012), genetik algoritma, yerleştirme algoritmaları ve çok ölçütlü karar verme tekniklerinin beraber kullanıldığı bir yaklaşım önermiştir. Erdoğan (2010), genetik algoritma ve dinamik programlama yardımı ile oluşturulmuş sezgisel bir yerleştirme algoritması geliştirmiştir.

Virk ve Singh (2019), çok amaçlı iki boyutlu kesme problemini ele almışlardır. Amaçlar sırasıyla, dikdörtgen parçaların kullanım faktörünün enbüyüklenmesi, dikdörtgenlerin teslim tarihlerinin ve kesim sayısının en küçüklenmesidir. Problemin çözümü için Guguk Kuşu Arama, Yarasa Algoritması ve Çiçek Tozlaşma Algoritması uygulanmıştır.

Wei, Hu, Lim ve Liu (2018), iki boyutlu kesme problemi için açgözlü bir sezgisel yöntem ve dal-sınır algoritması, Söke ve Bingül (2005), bir tavlama benzetimi algoritması ve Albayrak (2013), sezgisel ve meta sezgisel çözüm yaklaşımı, Nepomuceno, Pinheiro ve Coelho (2008), sezgisel ve kesin çözüm yaklaşımlarının birlikte kullanıldığı, melez bir algoritma ve Ergün (2004), sezgisel bir çözüm yaklaşımı önermişlerdir. Fırat, Alpaslan ve Hanbay (2019), dikdörtgen parçalar ile düzenli iki boyutlu kesme ve paketleme problemine çözüm aramışlardır. Amaç, firenin enküçüklenmesidir. Çözüm yaklaşımı olarak probleme özel geliştirilmiş sezgisel algoritmalar kullanılmıştır.

Denli (2013), iki boyutlu bir ana malzemeden yine çeşitli geometrik şekillere sahip parçaların kesimini incelemiştir. En iyi kesim planlarını ararken arta kalan alanın enbüyüklenmesi amaçlanmıştır. Çalışmada parça yerleşimi genetik algoritma kullanılarak yapılmıştır.

Bağrıyanık (2019), cephe kaplamaları üreten bir firmanın iki boyutlu dikdörtgen şekilli ana malzemeden yine dikdörtgen şekilli parçaların kesilmesi problemi için bir sezgisel algoritma uygulamıştır. Fırat (2018), iki boyutlu kesme ve paketleme probleminde, kesme planlarının oluşturulması için alt-sol ve alt-sol dolgu yöntemlerini, yerleştirilen parçalar arasında çakışma olmaması için uygun olmayan çokgen yöntemini ve daha hızlı ve verimli paketleme işlemleri için de metasezgisel yöntemlerden tavlama benzetimi ve yasaklı arama algoritmalarını kullanmıştır.

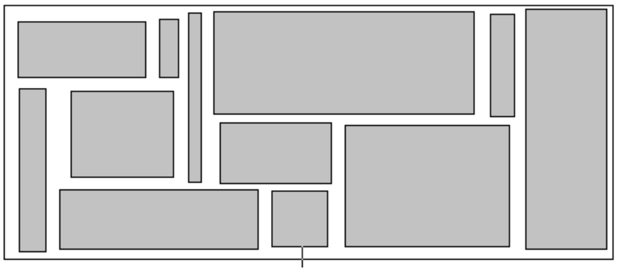
İçmen (2015) matematiksel model tabanlı bir sezgisel çözüm yaklaşımı geliştirmiştir. Birden fazla ana malzeme çeşidi kullanılan kesme problemi, giyotin ve iki aşamalı kesim kısıtları altında ele alınmıştır. Andrade, Birgin, Morabito ve Ronconi (2014), enküçük maliyetli parçaların kesilmesini ve ana malzemede kullanılmayan alanların gelecekteki parçalar için kullanılabilmesini dikkate alan iki boyutlu kesme problemi için çok aşamalı bir karma tamsayı matematiksel model önermişlerdir. Qiu ve diğ. (2012), israfı enküçükleyen bir tamsayılı model önermişlerdir. Hoare ve Beasley (2001), iki boyutlu kesme problemi için doğrusal olmayan bir matematiksel model önermişlerdir.

Erişilebilen literatür dikkate alındığında, iki boyutlu kesme probleminin çözümü için genellikle sezgisel yöntemler uygulanmıştır. Goncalves ve Wascher (2020), Andrade ve diğ. (2014), Qiu ve diğ. (2012) ve Hoare ve Beasley (2001) gibi çalışmalarda matematiksel modeller önerilmiştir.

Bu çalışmanın literatüre katkısı, daha önce önerilen karma tamsayılı doğrusal matematiksel modellerden daha etkin yeni iki matematiksel model (M1 ve M2) önerilmesidir. Ayrıca M2 modelinde, parçaların 90^0 dönmesine de izin verilmekte ve hangi parçaların 90^0 döndürülmesi gerektiği model tarafından belirlenmektedir. Literatürdeki çalışmalarda genellikle parçaların 90^0 dönmesi durumunu ele alabilmek için her parça için eni ve boyu değiştirilerek yeni bir parça tanımlanması önerilmektedir. Ancak bu durumda hem parça sayısı iki katına çıkmakta hem de eni boyu değiştirilmiş parçalardan sadece birisinin seçilmesini sağlayacak ek kısıtların modele eklenmesi gerekmektedir. Bu çalışmada önerilen M2 modelinde ise parçaların 90^0 dönüp dönmemesi bir karar değişkeni ile model tarafından belirlenmektedir. Böylece parça sayısının artmasının önüne geçilmekte ve ek kısıtlara da gereksinim kalmamaktadır.

3. Ele Alınan Problem ve Önerilen Matematiksel Model

Bu çalışma lokomotif ve motor üretimi yapan bir fabrikanın vagon atölyesinde yapılmıştır. Çalışmanın her aşamasında araştırma ve yayın etiğine uyulmuştur. Ele alınan problem iki boyutlu, heterojen dikdörtgen parçaların kesilmesi problemidir. Büyük ana sac malzemeden hangi parçaların kesileceğinin belirlenmesi ve seçilen parçaların en küçük fireyle kesme planına yerleştirilmesi amaçlanmıştır. Şekil 1'de dikdörtgen parçaların kesim planına bir örnek verilmiştir.



Şekil 1. İki Boyutlu Dikdörtgen Parçaların Kesme Planı

Kesme işlemi lazer yöntemi ile yapılmaktadır. Lazer kesimde parçalar bitişik kesilememektedir. Parçalar arasında en az 10 mm kesme payı olmalıdır. Kesilecek parçaların merkez koordinatlarının belirlenmesi gereklidir. Kesilecek parçalar kesim planına X-Y koordinat düzlemi üzerinde yerleştirilmektedir. Her parçanın X-Y koordinat düzleminde konumları belirlenmelidir. Kesilecek parçaların ana malzeme üzerine çakışmadan yerleştirilmesi sağlanmalıdır.

İşletmede kesme işlemi yapılmadan önce lazer tezgahıyla entegre olan Taumf Tops 100 programına parçaların teknik resimleri tanımlanarak yerleşim planı oluşturulmaktadır. Operatör sezgisel olarak ana parçaya sığacak kadar parça seçip yerleştirme yapmaktadır. Yerleşim planı oluşturulurken ana malzemenin kullanılan alanını enbüyükleyecek şekilde yerleşim yapılmasına dikkat edilmektedir.

İki boyutlu kesme problemi için önerilen karma tamsayılı doğrusal matematiksel model (M1) aşağıda verilmiştir:

İndisler:

i,j: parça indisi

Parametreler:

L_0: ana malzemenin boyu

W_0: ana malzemenin eni

L_i: *i.* parçanın boyu

W_i: *i.* parçanın eni

n: parça türü sayısı

v_i: *i.* parçanın değeri (W_i x L_i)

α_{ij}: *i.* ve *j.* parçaların enlerinin toplamının yarısı

β_{ij}: *i.* ve *j.* parçaların boylarının toplamının yarısı

M: Büyük pozitif bir sayı

Karar Değişkenleri:

z_i: *i.* parça kesilecekse 1, diğer durumda 0.

x_i: *i.* parçanın ağırlık merkezinin x koordinatı

y_i: *i.* parçanın ağırlık merkezinin y koordinatı

$cx_{ij}^1, cx_{ij}^2, cy_{ij}^1, cy_{ij}^2$: *i.* ve *j.* parçaların birbiri ile çakışmamasını sağlayan kısıtlarda kullanılan 0-1 değişkenler

Amaç Fonksiyonu:

$$enbx_0 = \sum_{i=1}^{n} v_i z_i \quad (1)$$

Kısıtlar:

$$x_i - x_j - \alpha_{ij} + M(3 - z_i - z_j - cx_{ij}^1) \geq 0 \quad \forall_{ij:i\neq j} \quad (2)$$

$$x_j - x_i - \alpha_{ij} + M(3 - z_i - z_j - cx_{ij}^2) \geq 0 \quad \forall_{ij:i\neq j} \quad (3)$$

$$y_i - y_j - \beta_{ij} + M(3 - z_i - z_j - cy_{ij}^1) \geq 0 \quad \forall_{ij:i\neq j} \quad (4)$$

$$y_j - y_i - \beta_{ij} + M(3 - z_i - z_j - cy_{ij}^2) \geq 0 \quad \forall_{ij:i\neq j} \quad (5)$$

$$cx_{ij}^1 + cx_{ij}^2 + cy_{ij}^1 + cy_{ij}^2 = 1 \quad \forall_{ij:i\neq j} \quad (6)$$

$$\frac{L_i}{2} \leq y_i \leq L_0 - \frac{L_i}{2} \quad \forall_i \quad (7)$$

$$\frac{W_i}{2} \leq x_i \leq W_0 - \frac{W_i}{2} \quad \forall_i \quad (8)$$

$$z_i, cx_{ij}^1, cx_{ij}^2, cy_{ij}^1, cy_{ij}^2 \in \{0,1\} \quad \forall_{ij} \quad (9)$$

$$x_i, y_i \geq 0 \quad \forall_i \quad (10)$$

Amaç (1) seçilecek parçaların toplam alanının enbüyüklenmesidir. Kısıt (2)-(6), dikdörtgen ana malzemeden kesilmek üzere seçilen herhangi iki parçanın çakışmamasını sağlar. Kısıt (7), seçilen herhangi bir parçanın ana malzemenin boy sınırları içinde olmasını sağlar. Kısıt (8), seçilen herhangi bir parçanın ana malzemenin en sınırları içinde olmasını sağlar. Kısıt (9) ilgili karar değişkenlerinin 0 ya da 1 değerini almasını garanti etmektedir. Kısıt (10) ilgili karar değişkenlerinin negatif değer almasını engellemektedir.

İki boyutlu kesme problemi için M1 modeli aşağıdaki gibi revize edilerek kesilecek parçaların 90^0 dönmesine izin verilen M2 modeli de önerilmiştir.

Karar Değişkenleri:

u_i: *i.* parça 90^0 döndürüldüyse 1, diğer durumda 0.

α'_{ij}: *i.* ve *j.* parçaların enlerinin toplamının yarısı

β'_{ij}: *i.* ve *j.* parçaların boylarının toplamının yarısı

Kısıtlar:

$$x_i - x_j - \alpha'_{ij} + M(3 - z_i - z_j - cx_{ij}^1) \geq 0 \quad \forall_{ij:i\neq j} \quad (11)$$

$$x_j - x_i - \alpha'_{ij} + M(3 - z_i - z_j - cx^2_{ij}) \geq 0 \quad \forall_{ij:i\neq j} \quad (12)$$

$$y_i - y_j - \beta'_{ij} + M(3 - z_i - z_j - cy^1_{ij}) \geq 0 \quad \forall_{ij:i\neq j} \quad (13)$$

$$y_j - y_i - \beta'_{ij} + M(3 - z_i - z_j - cy^2_{ij}) \geq 0 \quad \forall_{ij:i\neq j} \quad (14)$$

$$\frac{L_i(1-u_i)+W_iu_i}{2} \leq y_i \leq L_0 - \frac{L_i(1-u_i)+W_iu_i}{2} \quad \forall_i \quad (15)$$

$$\frac{W_i(1-u_i)+L_iu_i}{2} \leq x_i \leq W_0 - \frac{W_i(1-u_i)+L_iu_i}{2} \quad \forall_i \quad (16)$$

$$\alpha'_{ij} = \frac{w_i(1-u_i)+w_j(1-u_j)+l_iu_i+l_ju_j}{2} \quad \forall_{ij:i\neq j} \quad (17)$$

$$\beta'_{ij} = \frac{l_i(1-u_i)+l_j(1-u_j)+w_iu_i+w_ju_j}{2} \quad \forall_{ij:i\neq j} \quad (18)$$

$$u_i \in \{0,1\} \quad \forall_i \quad (19)$$

$$\alpha'_{ij}, \beta'_{ij} \geq 0 \quad \forall_{ij} \quad (20)$$

Kısıt (11)-(14), dikdörtgen ana malzemeden kesilmek üzere seçilen herhangi iki parçanın çakışmamasını sağlar. Kısıt (15), seçilen herhangi bir parçanın ana malzemenin boy sınırları içinde olmasını sağlar. Kısıt (16), seçilen herhangi bir parçanın ana malzemenin en sınırları içinde olmasını sağlar. Kısıt (17), *i.* ve *j.* parçaların enlerinin toplamının yarısının hesaplanmasını sağlar. Kısıt (18), *i.* ve *j.* parçaların boylarının toplamının yarısının hesaplanmasını sağlar. Kısıt (19) ilgili karar değişkenlerinin 0 ya da 1 değerini almasını garanti etmektedir. Kısıt (20) ilgili karar değişkenlerinin negatif değer almasını engellemektedir.

M2 modelinin amaç fonksiyonu ve kısıtları aşağıda özetlenmiştir.

M2

Amaç Fonksiyonu: (1)

Kısıtlar:

Kısıt(6)

Kısıt(9)-(10)

Kısıt(11)-(20)

4. Deneysel Sonuçlar

Önerilen M1 modelinin performansını gösterebilmek için bu modelle elde edilen sonuçlar, literatürdeki Goncalves ve Wascher (2020) çalışmasında önerilen karma tamsayılı doğrusal programlama modeli (GW)'nin sonuçları ile kıyaslanmıştır. Testler, Beasley (1985)'in OR-Library'de paylaşılan ve optimum sonuçları bilinen ngcutinfo dosyasındaki 12 adet test problemi kullanılarak yapılmıştır. Bu test problemleri 90^0 dönmeye izin verilen M2 modeli ile de çözülmüş ve sonuçları karşılaştırılmıştır. Ayrıca, iki adet gerçek hayat problemide önerilen modeller ile çözülmüştür. Gerçek hayat problemi ile ilgili çalışmaların makale içeriğinde yer alabilmesi için, 03.12.2021 tarihinde ilgili işletmeden yazılı izin alınmıştır. Önerilen modeller GAMS'in 23.7 versiyonunda kodlanmış ve tüm problemler GAMS'in CPLEX 12.3.0.0 çözücüsü ile Core i5-7200U CPU, 2.71 GHz işlemcili 8 GB Ram kapasitesine sahip bir bilgisayarda çözülmüştür. Çözüm süresi 10800 saniye ile sınırlandırılmıştır.

4.1. Test Sonuçları

Önerilen modellerin performansının test edilmesi ve literatürdeki Goncalves ve Wascher (2020) modeli (GW) ile kıyaslanabilmesi için Beasley (1985)'in eniyi çözümleri bilinen 12 test problemi kullanılmıştır. Bu problemlerin özellikleri Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1. Literatürden Alınan Test Problemlerinin Özellikleri

Test Problem No	*(L_0,W_0)*	*Parça Türü*	*Toplam Parça Sayısı*
1	(10,10)	5	10
2		7	17
3		10	21
4	(15,10)	5	7
5		7	14
6		10	15
7	(20,20)	5	8
8		7	13
9		10	18
10	(30,30)	5	13
11		7	15
12		10	22

Tüm test problemleri GW, M1 ve M2 modelleri ile süre limiti altında çözülmüş ve elde edilen sonuçlar Tablo 2'de verilmiştir. Tablo 2 incelendiğinde, hem GW modeli ve hem de M1 modeli ile literatürde verilen eniyi amaç fonksiyonu değerlerinin (z^*) elde edildiği görülmektedir. Önerilen M1 modeli, literatürdeki modelden ortalama %26,90 daha kısa sürede çözüme ulaşmıştır. M2 modeli ile elde edilen sonuçlar 90^0 dönmeye izin verilmediği durumda elde edilen eniyi amaç fonksiyonu değerleri ile kıyaslandığında ortalama %4,06 daha iyi sonuçlar elde edilmiştir. Böylece ana malzemeden daha az fire ile parçalar kesilebildiği görülmüştür. Ayrıca modellerin eniyi amaç fonksiyonu değerine ne kadar yaklaşabildiklerini gösterebilmek amacıyla her problem için eniyi çözüme yüzde uzaklığı (*gap%*) da hesaplanmıştır. Denklem (21)'de *gap%* formülü verilmiştir.

$$gap\% = \frac{|Objest - Objval|}{Objval} \quad (21)$$

Burada, *Objest* ve *Objval* GAMS/Cplex ile hesaplanan tahmini ve elde edilen eniyi amaç fonksiyonu değerleridir. Eniyi çözümü bilinen problemlerde tahmini değer yerine eniyi amaç fonksiyonu değeri kullanılmıştır.

Tablo 2. Test Problemlerinin Sonuçları

		GW			M1			M2		
Problem	z^*	*z*	*t (s.)*	*gap%*	*z*	*t (s.)*	*gap%*	*z*	*t (s.)*	*gap%*
1	164	164	10800	0	164	10	0	193	15004	0
2	230	230	3011	0	230	2815	0	250	14951,70	0
3	247	247	10800	0	247	10800	0	259	10800	0,95
4	268	268	449	0	268	< 1	0	268	< 1	0
5	358	358	10800	0	358	10800	0	370	10800	0,47
6	289	289	10800	0	289	10800	0	298	10800	0,71
7	430	430	< 1	0	430	< 1	0	430	< 1	0
8	834	834	8489	0	834	8504	0	886	10800	0,38
9	924	924	10800	0	924	10800	0	924	10800	0,90
10	1452	1452	10800	0	1452	9	0	1452	10800	0,24
11	1688	1688	10800	0	1688	10800	0	1786	10800	0,63
12	1865	1865	10800	0	1865	10800	0	1932	10800	1,13

M1 ve GW modelleri ile tüm problemlerin eniyi çözümlerine erişildiğinden *gap%* değerleri sıfırdır. M2 modeli için ise sıfırdan farklı *gap%* değeri olduğu görülmektedir. Bu da modelin süre limitinin arttırılması durumunda ortalama %4,06 olarak gerçekleşen iyileştirme yüzdesinin artmasının mümkün olduğu anlamına gelmektedir.

4.2. 16 Parçalı Gerçek Hayat Problemi

Uygulamanın yapıldığı işletmenin ilk probleminde 1000×2000 mm ölçülerinde bir ana sac parça ve farklı boyutlarda 16 adet sipariş parçası mevcuttur. Parçaların kalınlıkları sabittir. Bu nedenle üçüncü boyuta ihtiyaç duymadan iki boyutta kesme işlemi yapılmaktadır. Ayrıca işletme her parça arasında 10 mm kesme payı olmasını istemektedir. Bu nedenle her parçanın en ve boy parametrelerine 10 mm (W_i = W_i +10, L_i = L_i +10) eklenmiştir. Bir parçanın hem enine hem de boyuna 10 mm eklediğimizde aslında parçayı 5 mm'lik bir boşlukla çevrelediğimizi düşünebiliriz. Böylece iki parça yan yana ya da üst üste kesme planına yerleştirildiğinde her ikisinin de 5 mm boşlukla çevrelenmesi nedeniyle aralarındaki toplam boşluğun her durumda en az 10 mm olması garanti altına alınmıştır. Bu nedenle matematiksel modele ayrıca bir kısıt eklenmesine gerek kalmamıştır. Sipariş parçalarının boyutları Tablo 3'te verilmiştir.

Tablo 3. 25 Parçalı Gerçek Hayat Probleminin Sipariş Parçalarının Boyutları

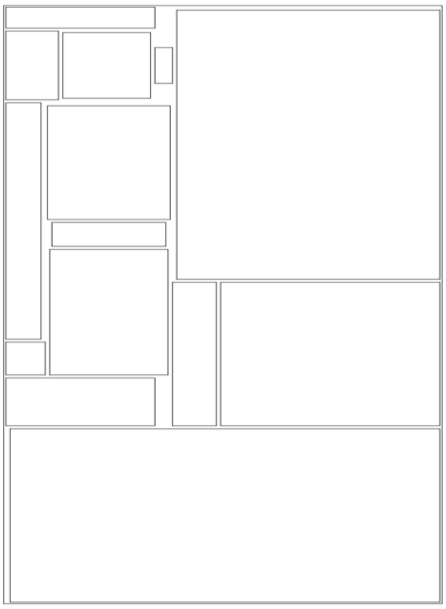
i	L_i	W_i
1	900	600
2	100	370
3	230	120
4	380	280
5	110	90
6	480	500
7	790	80
8	350	265
9	480	100
10	120	40
11	160	340
12	580	980
13	70	340
14	220	200
15	420	270
16	80	260

16 parçalı problem, M1 modeli ile çözülmüştür. Süre limiti içerisinde uygun bir çözüm elde edilmiş ve *gap%* değeri 0,07 olarak elde edilmiştir. Elde edilen çözümde sipariş parçalarının seçilip seçilmediği, merkez koordinatları ve alanları Tablo 4'te verilmiştir.

Tablo 4. 16 Parçalı Problemin M1 ile Elde Edilen Çözümü

i	z_i	x_i	y_i	v_i
1	1	695	1535	540000
2	0	-	-	-
3	1	65	1800	27600
4	1	240	1475	106400
5	1	50	820	9900
6	1	745	835	240000
7	1	45	1280	63200
8	0	-	-	-
9	1	435	835	48000
10	1	365	1800	4800
11	1	175	675	54400
12	1	505	295	568400
13	1	175	1960	23800
14	1	235	1800	44000
15	1	240	975	113400
16	1	240	1235	20800

Tablo 4 incelendiğinde 2 ve 8. Parçaların seçilmediği görülmektedir. Toplam kullanılan alan ise 1.864.700 mm² olarak elde edilmiştir. Elde edilen kesme planı Şekil 2'de verilmiştir.

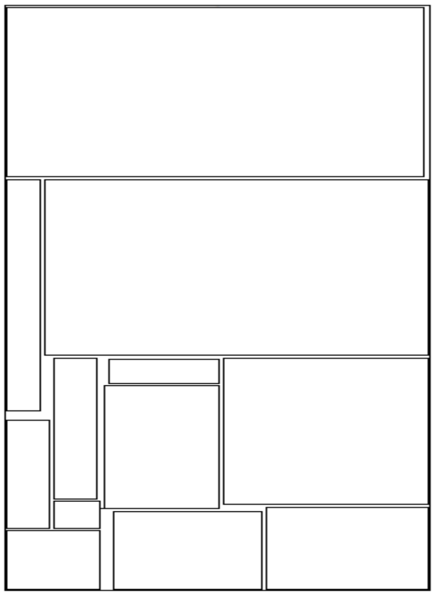


Şekil 2. 16 Parçalı Problem için M1 ile Elde Edilen Kesme Planı

16 parçalı problem, 90⁰ dönmeye izin verilen M2 modeli ile de çözülmüştür. Süre limiti içerisinde uygun bir çözüm elde edilmiş ve *gap%* değeri 0,06 olarak elde edilmiştir. Elde edilen çözümde sipariş parçalarının seçilip seçilmediği, 90⁰ dönüp dönmediği, merkez koordinatları ve alanları Tablo 5'te verilmiştir. Toplam kullanılan alan ise 1.883.850 mm² olarak elde edilmiştir. Elde edilen kesme planı Şekil 3'te verilmiştir.

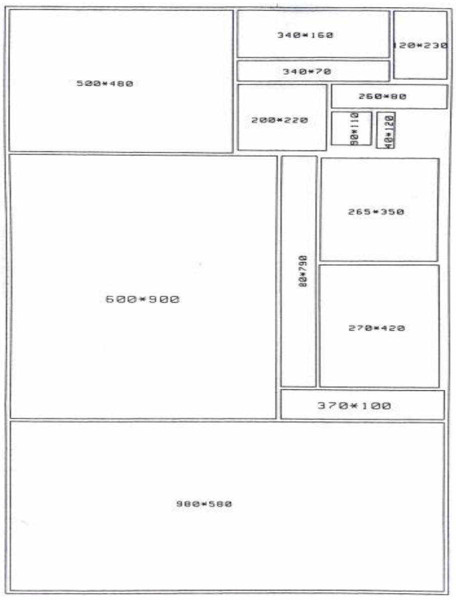
Tablo 5. 16 Parçalı Problemin M2 ile Elde Edilen Çözümü

i	z_i	x_i	y_i	v_i
1	1	1	545	1105
2	1	1	55	400
3	0	-	-	-
4	1	1	805	145
5	1	1	170	260
6	1	1	755	545
7	1	0	45	1010
8	1	1	430	137,50
9	1	0	165	555
10	0	-	-	-
11	0	-	-	-
12	1	0	495	1705
13	0	-	-	-
14	1	1	115	105
15	1	0	370	490
16	1	0	375	750



Şekil 3. 16 Parçalı Problem için 90⁰ Dönebilen M2 ile Elde Edilen Kesme Planı

İşletmede operatör tarafından oluşturulan kesme planında ise 16 parçadan 14 tanesi kullanılmıştır. İşletmede yapılan yerleşime göre 1.840.050 mm² alan kullanılmıştır. İşletmenin oluşturduğu mevcut kesme planı Şekil 4'te verilmiştir.



Şekil 4. 16 Parçalı Problem için Mevcut Kesme Planı

M1 ve M2 modelleri ile oluşturulan kesme planları, işletmedeki operatör tarafından manuel oluşturulan kesme planından sırasıyla %1,32 ve %2,32 daha iyidir. M2 ise M1'den %1,02 daha başarılıdır.

4.3. 25 Parçalı Gerçek Hayat Problemi

Uygulamanın yapıldığı işletmenin ikinci probleminde 1000×2000mm ölçülerindeki bir ana sac levha ve 25 adet farklı boyutlardaki sipariş parçası kesilecektir. 25 parçalı problem, M1 modeli ile çözülmüştür. Süre limiti içerisinde uygun bir çözüm elde edilmiş ve *gap%* değeri 0,19'dur. Elde edilen çözümde sipariş parçalarının seçilip seçilmediği, merkez koordinatları ve alanları Tablo 6'da verilmiştir.

Tablo 6 incelendiğinde, 25 parçadan dört parça (5, 15, 16 ve 21. parça) seçilmemiştir. Toplam kullanılan alan 1.749.600 mm^2 olarak bulunmuştur. İşletmenin mevcut kesme planında ise 25 parçadan 20 tanesi kesilmiş ve toplam kullanılan alan 1.721.800 mm^2 olarak gerçekleşmiştir.

25 parçalı problem M2 modeli ile de çözülmüştür. Her iki modelle elde edilen kesme planları, işletmedeki operatör tarafından manuel oluşturulan kesme planından sırasıyla %1,59 ve %8,78 daha iyidir. M2 ise M1'den %7,03 daha başarılıdır. Ayrıca *gap%* değerinin 0,18 olduğu göz önünde bulundurulduğunda çözüm süresinin arttırılması durumunda iyileştirme oranlarının da artabileceği görülmektedir.

Tablo 6. 25 Parçalı Problemin M1 Modeli ile Elde Edilen Çözümü

i	z_i	x_i	y_i	v_i
1	1	245	725	480000
2	1	760	1010	117500
3	1	830	165	105600
4	1	210	105	82000
5	0	-	-	-
6	1	535	110	46200
7	1	770	1590	43700
8	1	760	1380	31500
9	1	845	605	162000
10	1	390	1615	35000
11	1	920	1405	18000
12	1	570	685	45000
13	1	595	1485	40000
14	1	565	375	42000
15	0	-	-	-
16	0	-	-	-
17	1	770	1205	54000
18	1	75	1655	30800
19	1	75	1885	30800
20	1	610	1845	165000
21	0	-	-	-
22	1	230	1450	76500
23	1	205	1775	44000
24	1	945	1735	52000
25	1	205	1295	48000

5. Sonuç

Bu çalışma kapsamında iki boyutlu kesme problemi için literatürdeki GW modelinden daha başarılı bir karma tamsayılı doğrusal programlama modeli (M1) önerilmiştir. Önerilen M1 modeli ve GW modelinin kıyaslanması için literatürde eniyi çözümleri bilinen test problemleri kullanılmıştır. İki modelle de eniyi amaç fonksiyonu değerlerine ulaşılmıştır. Ancak M1 modeli, literatürdeki modelden ortalama %26,90 daha kısa sürede çözüme ulaşmıştır. Ayrıca 90^0 dönmeye izin verilen bir karma tamsayılı doğrusal model (M2) de önerilmiştir. Test problemleri bu model ile de çözüldüğünde ortalama %4,06 daha iyi sonuçlar elde edilmiştir. Böylece ana malzemeden daha az fire ile parçaların kesilebildiği görülmüştür.

Önerilen modeller ile lokomotif ve motor üretimi yapan bir fabrikanın vagon atölyesindeki 16 ve 25 parçalı kesme problemleri çözülmüştür. Elde edilen çözümler mevcut durumla kıyaslanmıştır. 16 parçalı kesme probleminde M1 ve M2 modelleri mevcut durumu sırasıyla %1,32 ve %2,32 iyileştirmiştir.

25 parçalı kesme probleminde ise M1 ve M2 modelleri mevcut durumu sırasıyla %1,59 ve %8,78 iyileştirmiştir. Bir saç levhanın kesiminde bile kullanılan alanın arttırılmış ve firenin düşürülmüş olması önerilen matematiksel modelin kullanılması durumunda işletmeye uzun vade de maliyetlerini azaltması için önemli bir fırsat sunabileceği açıktır.

Araştırmacıların Katkısı

Bu araştırmada; Büşra TUTUMLU, literatür taraması, matematiksel modellerin geliştirilmesi, literatürdeki test problemlerinin çözümü ve makale yazımı; Gülüm TUNCER, literatür taraması, matematiksel modellerin geliştirilmesi, uygulamanın yapılması ve makale yazımı; Tuğba SARAÇ, matematiksel modelin geliştirilmesi, literatürdeki test problemlerinin çözümü ve makale yazımı konularında katkı sağlamışlardır.

Çıkar Çatışması

Yazarlar tarafından herhangi bir çıkar çatışması beyan edilmemiştir.

Kaynaklar

Albayrak, E. (2013). *İki boyutlu dikdörtgen şekilli stok kesme problemleri için sezgisel-metasezgisel algoritma ve yazılım geliştirme* (Yüksek Lisans Tezi). Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Balıkesir.

Andrade, R., Birgin, R. G., Morabito, R., & Ronconi, D. P. (2014). MIP models for two-dimensional non-guillotine cutting problems with usable leftovers. *Journal of the Operational Research Society,* 65, 1649-1663. doi: http://doi.org/10.1057/jors.2013.108

Arahori, Y., Imamichi, T., & Nagamochi, H. (2012). An exact strip packing algorithm based on canonical forms. *Computers & Operations Research,* 39(12), 2991-3011. doi: http://doi.org/10.1016/j.cor.2012.03.003

Bağrıyanık, O. İ. E. (2019). *Levha kesme problemlerine karşılaştırmalı bir yaklaşım* (Yüksek Lisans Tezi). Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

Baldacci, R., Boschetti, M. A., Ganovelli, M., & Maniezzo, V. (2014). Algorithms for nesting with defects. *Discrete Applied Mathematics*, 163(1), 17-33. doi: https://doi.org/10.1016/j.dam.2012.03.026

Bang-Jensen, J., & Larsen, R. (2012). Efficient algorithms for real-life instances of the variable size bin packing problem. *Computers & Operations Research,* 39(11), 2848-2857. doi: http://doi.org/10.1016/j.cor.2012.02.018

Beasley, J. E. (1985). An exact two-dimensional non-guillotine cutting tree search procedure. *Operations Research,* 33, 49-64. doi: http://doi.org/10.1287/opre.33.1.49

D'Amato, J. P., Mercado, M., Heiling, A., & Cifuentes, V. (2016). A proximal optimization method to the problem of nesting irregular pieces using parallel architectures. *Revista Iberoamericana De Automatica E Informatica Industrial*, 13(2), 220-227. doi: http://doi.org/10.1016/j.riai.2016.01.003

Denli, D. H. (2013). *İki boyutlu standart geometrik yapılı parçaların kesim probleminin analitik ve genetik algoritma çözümü* (Yüksek Lisans Tezi). Çukurova Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Adana.

Erdoğan, Y. A. (2010). *İki boyutlu bir kesme problemi için sezgisel yaklaşımlı bir uygulama* (Yüksek Lisans Tezi). Bahçeşehir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

Ergün, K. (2004). *Kesme ve paketleme problemleri ve araştırmaya yönelik bir metot geliştirilmesi ve bu metodun etkinliğinin sınanması* (Yüksek Lisans Tezi). Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Balıkesir.

Fırat, H. (2018). *İmalat sektöründe parça yerleştirme ve kesme probleminin optimizasyonu* (Yüksek Lisans Tezi). İnönü Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Malatya.

Fırat, H., Alpaslan, N. ve Hanbay, D. (2019). Dikdörtgen parçalar ile iki boyutlu kesme ve paketleme problemi için sezgisel yöntemler kullanan bir hibrit metodoloji. *Politeknik Dergisi,* 22(4), 979-988. doi: http://doi.org/10.2339/politeknik.487602

Goncalves, J. F., & Wascher, G. (2020). A MIP model and a biased random-key genetic algorithm based approach for a two-dimensional cutting problem with defects. *European Journal of Operational Research,* 286(3), 867-882. doi: http://doi.org/10.1016/j.ejor.2020.04.028

Gümüş, G. (2012). *Dikdörtgen şekilli malzeme kesme problemleri için genetik algoritma tabanlı çok ölçütlü bir çözüm yaklaşımı* (Yüksek Lisans Tezi). Anadolu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.

Hoare, N. P., & Beasley, J. E. (2001). Placing boxes on shelves: A case study. *Journal of the Operational Research Society,* 52, 605-614. doi: http://doi.org/10.1057/palgrave.jors.2601130

İçmen, B. (2015). *İki boyutlu kesme ve ana malzeme seçimi problemleri için matematiksel modeller ve* *çözüm yaklaşımları* (Yüksek Lisans Tezi). Anadolu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.

Lee, J., Kim, B. I., & Johnson, A. L. (2013). A two-dimensional bin packing problem with size changeable items for the production of wind turbine flanges in the open die forging industry. *IIE Transactions,* 45(12), 1332-1344. doi: http://doi.org/10.1080/0740817X.2012.725506

Leung, S. C. H., Zhang, D., & Sim, K. M. (2011). A two-stage intelligent search algorithm for the two-dimensional strip packing problem. *European Journal of Operational Research,* 215(1), 57-69. doi: http://doi.org/10.1016/j.ejor.2011.06.002

Lori, M., de Lima, V. L., Martello, S., Miyazawa, F. K., & Monaci, M. (2021). Exact solution techniques for two-dimensional cutting and packing. *European Journal of Operational Research,* 289(2), 399-415. doi: http://doi.org/10.1016/j.ejor.2020.06.050

Martinovic, J., Strasdat, N., de Carvalho, J. V., & Furini, F. (2021). Variable and constraint reduction techniques for the temporal bin packing problem with fire-ups. *Optimization Letters.* doi: http://doi.org/10.1007/s11590-021-01825-x

Nepomuceno, N. V., Pinheiro, P. R., & Coelho, A. L. V. (2008). A hybrid optimization framework for cutting and packing problems. *Springer-Verlag,* 153, 87-99. Erişim adresi: http://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-540-70807-0_6

Özcan, E., Kai, Z., & Drake, J. H. (2013). Bidirectional best-fit heuristic considering compound placement for two dimensional orthogonal rectangular strip packing. *Expert Systems with Applications*, 40(10), 4035-4043. doi: https://doi.org/10.1016/j.eswa.2013.01.005

Qiu, X. S., Zhang, Y. H., Wu, J. Y., & Ma, X. M. (2012). Method of grouping and cutting pattern of cutting problem of two-dimensional plate. *Advanced Materials Research,* 462, 194-198. doi: http://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMR.462.194

Queiroz, L. R. S., & Andretta, M. (2020). Two effective methods for the irregular knapsack problem. *Applied Soft Computing*, 95. doi: http://doi.org/10.1016/j.asoc.2020.106485

Söke, A. ve Bingül, Z. (2005). İki boyutlu giyotinsiz kesme problemlerinin benzetilmiş tavlama algoritmasi ile çözümlerinin incelenmesi. *Politeknik Dergisi,* 8(1), 25-35. Erişim adresi: http://dergipark.org.tr/tr/download/article-file/384425

Verstichel, J., De Causmaecker, P., & Vanden Berghe, G. (2013). An improved best-fit heuristic for the orthogonal strip packing problem. *International Transactions in Operational Research,* 20(5), 711-730. doi: http://doi.org/10.1111/itor.12030

Virk, A. K., & Singh, K. (2019). Application of nature ınspired algorithms to optimize multi-objective two-dimensional rectangle packing problem. *Journal of Industrial Integration and Management*, 4(4). doi: http://doi.org/10.1142/S2424862219500106

Wei, L., Hu, Q., Lim, A., & Liu, Q. (2018). A best-fit branch-and-bound heuristic for the unconstrained two-dimensional non-guillotine cutting problem. *European Journal of Operational Research,* 270(2), 448-4747. doi: http://doi.org/10.1016/j.ejor.2018.04.014

Wei, L. J., Qin, H., Cheang, B., & Xu, X. H. (2016). An efficient intelligent search algorithm for the two-dimensional rectangular strip packing problem. *International Transactions in Operational Research,* 23(1-2), 65-92. doi: http://doi.org/10.1111/itor.12138

Wu, K., Min, X., & Zhang, D. (2019). Research on two-dimensional cutting problem with defects. *International Conference on Software Engineering and Service Science*. Erişim adresi: http://c85689232ea394a8dc08a512c1f46793a2397178.vetisonline.com/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=9040847

Yang, S., Han, S., & Ye, W. (2013). A simple randomized algorithm for two-dimensional strip packing. *Computers & Operations Research,* 40(1), 1-8. doi: http://doi.org/10.1016/j.cor.2012.05.001