

Fen, Matematik, Giriřimcilik ve Teknoloji Eğitimi Dergisi
Journal of Science, Mathematics, Entrepreneurship and Technology Education

<https://dergipark.org.tr/tr/pub/fmgtd>

© ISSN: 2667-5323

**7. Sınıf Öğrencilerinin Çoklu Temsil Temelli Öğretim Sürecindeki
Zihnin Geometrik Alışkanlıklarının İncelenmesi***

Arife TOLGA¹, Berna CANTÜRK GÜNHAN²

¹Bilim Uzmanı, Milli Eğitim Bakanlığı, ORCID NO: 0000-0002-4280-3480, arifetolga48@gmail.com

²Prof. Dr., Dokuz Eylül Üniversitesi, ORCID NO: 0000-0002-9585-0811, berna.gunhan@deu.edu.tr

* Bu çalışma ikinci yazarın danışmanlığında ilk yazarın doktora tez çalışmasıdır.

ÖZET

Bu araştırmanın amacı 7. Sınıf öğrencilerinin çoklu temsil temelli öğretim sürecinde kullandıkları zihnin geometrik alışkanlıklarını incelemektir. Araştırma nitel bir çalışma olup öğretim deneyi ile yürütülmüştür. Öğretim deneylerinde Geogebra yazılımı kullanılmıştır. Katılımcılar İzmir ili Bergama ilçesinde bir devlet ortaokulu 7. sınıfında öğrenim gören 4 öğrenciden oluşmaktadır. Öğrencilere Geogebra yazılımının kullanıldığı çoklu temsil içeren çokgen etkinliği uygulanmıştır. Öğrencilerin öğretim deneyi etkinliğinde göstermiş oldukları çoklu temsiller yorumlanmış olup, geometrik problemleri çözerken hangi alışkanlıkları kullandıkları incelenmiştir. Çalışmada elde edilen verilerin değerlendirilmesinde betimsel analiz kullanılmıştır. Bu çalışmanın sonucunda öğrencilerin Geogebra ortamındaki etkinlik yoluyla temsil biçimlerinden sanal ve sözel temsil biçimlerini geliştirdiği söylenebilir. Öğrencilerin geometrik etkinlikten sonra uygulanan geometri sorularını çözerken daha iyi yorumladıkları, bilgilerini daha iyi transfer edebildikleri görülmüştür. Bu bağlamda gelecekteki çalışmalarda çoklu temsil içeren geometrik etkinliklerinin katılımcıların geometrik alışkanlıklarını nasıl geliştirilebileceği konusunun ele alınabileceği düşünülmektedir.

MAKALE TÜRÜ

Araştırma makalesi

**MAKALE
BİLGİLERİ**

Gönderilme Tarihi:

25.04.2023

Kabul Edilme

Tarihi:

27.09.2023

ANAHTAR

KELİMELEER:

Çoklu temsil,
zihnin geometrik
alışkanlıkları.
Geogebra yazılımı.

**Investigation of Geometric Habits of Mind in the Multi-
Representation Based Learning Process of 7th Grade Students**

ABSTRACT

The aim of this research is to examine the geometric habits of mind that 7th grade students use in the multi-representation-based teaching process. The research is a qualitative study and was carried out with a teaching experiment. Geogebra software was used in teaching experiments. Participants consist of 4 students studying in the 7th grade of a state secondary school in Bergama, İzmir. A polygon activity with multiple representations using the Geogebra software was applied to the student. The multiple representations that the students showed in the teaching experiment activity were interpreted and the habits they used while solving geometric problems were examined. Descriptive analysis was used to evaluate the data obtained in the research. As a result of this study, it can be said that the students developed virtual and verbal representation forms, which are among the representation styles, through the activity in the Geogebra software. It was observed that the students were able to better interpret and transfer their knowledge while solving the geometry questions applied after the geometric activity. In this context, it is thought that future studies can address the issue of how geometric activities involving multiple representations can improve participants' geometric habits.

ARTICLE TYPE

Research article

**ARTICLE
INFORMATION**

Received:

25.04.2023

Accepted:

27.09.2023

KEYWORDS:

Multiple
representations,
geometric habits
of mind, Geogebra
Software.

Summary

Introduction, Purpose, and Significance

The way of thinking that helps people overcome geometry problems by establishing geometrical relationships between objects is called geometric thinking (Van Hiele, 1999; Van de Walle, Karp, & Bay-Williams, 2007). Since students are in constant communication with geometry in the education process, the development of geometric thinking skills has come to the fore in recent years. The geometric habits of mind are a productive way of thinking that supports the learning and application of geometry. The geometric habits of mind consist of 4 components: associating, generalizing geometric ideas, investigating invariants, balancing exploration and reflection. Another element that develops geometric thinking is multiple representations. Multiple representations are forms of representation that can be interpreted using mathematical thinking, organizing, recording, projecting, modeling, science or social situations of objects and events (NCTM, 2000). In this study, it is aimed to examine how 7th grade students use the geometric habits of mind in the multi-representation-based teaching process.

Methods

Research problem “7. What are the geometric habits of mind that grade students show in the multi-representation-based teaching process? This study is qualitative research. It was conducted with teaching experiment, which is one of the qualitative research methods. Participants consist of 4 students studying in the 7th grade of a state secondary school in Bergama, İzmir. Before starting the study, the Geogebra software was introduced in 2 lessons. While determining the participants, the criterion sampling method, which is a purposive sampling method, was used. As a criterion, students with a middle and higher level of achievement in mathematics were selected. Geometry activity was applied to the students. Afterwards, geometrical habits were observed by giving geometric questions. The data of the students were interpreted with descriptive analysis.

Findings

In this section, polygon activity is interpreted. A regular hexagon was drawn with the students in 3 different ways. The regular polygon tool was used for the first path. It was observed that all of the students drew correctly. 2. Attempted to draw a hexagon for the path without using the regular polygon tool. The students were asked how to draw. A conversation environment was created with 2 students. Angles of 60 degrees were drawn from the angle measuring tool. A regular hexagon with 6 60 degree angles has been reached. In the last step, hexagons were drawn with the help of circles. But the drawn figure is an irregular hexagon. In the first question of the session of geometric habits of mind, 4 identical regular pentagons are given. The name of the geometric shape formed by the pentagons and the measurements of the angles not given were requested. For the name of the geometric shape, all of the students gave the answer of square and showed their solutions. In the second question, the students were asked to draw the two shapes formed after folding and to find how many degrees are all the interior angles of the two shapes they formed. For the first shape formed after folding, Ela, Efe is rhombus, Tülay is parallelogram, and Zuhail solved the question without mentioning any quadrilateral name. In the fourth question, in which they were asked to find the area of the shape containing geometric shapes, the students calculated the area by dividing the shape. In this way, they have obtained many geometric shapes.

Discussion and Conclusion

In this study, using the Geogebra software program, the students were allowed to discuss activities and question solutions by focusing on verbal representations, one of the external representation forms. It was observed that although the students knew the geometric terms in the solution process of activities

and geometric problems, they sometimes had difficulties in explaining them verbally. In this study, it can be said that the activities presented in the Geogebra environment improve the geometric habits of the students. As Urgan (2016) stated in his study, dynamic geometric software-based environments provide a good learning process in the development of the geometric habits of the mind of secondary school students. Secondary school mathematics teachers can use dynamic geometry software in their lessons for geometry gains. In addition, it was observed that the students were able to better interpret and transfer their knowledge while solving the geometry questions after the geometric activities. Therefore, it can be said that geometric activities involving multiple representations develop geometric habits.

Giriş

Geometri öğrenimi, küçük yaşta ki kişilerin kendi etrafındaki dünyanın farkında olarak yeni bilgileri öğrenmesi, anlaması, içselleştirmesiyle başlar ve ileri düzeyde geometrik düşünme ile devam eder (Ubuz, 1999). Geometri alanının amacı, geometrik şekillerin ve cisimlerin özelliklerini bilme, ilişkilerini bulma, geometrik yeri belirleme, dönüşümlerini açıklama, geometrik önermeleri ispatlama olduğu söylenebilir (Baki, 2006). Eğitim sürecinde geometri öğretimi Baykul (2002)'un ifade ettiği gibi öğrencilerin problem çözme becerilerini, eleştirel düşünme ve akıl yürütme becerilerini geliştirdiği ayrıca matematiksel kavramların öğrenilmesine yardımcı olması, diğer disiplinlerde kullanılması ve gerçek yaşamı daha iyi tanımlarına yardımcı olması gibi nedenlerden dolayı önemli bir yere sahiptir. Öte yandan geometrik şekillerin ve cisimlerin ilişkilerini bularak, geometrik problemlerin çözülmesini sağlayan düşünme biçimine geometrik düşünme denilmektedir (Van Hiele, 1999; Van de Walle, Karp; Bay-Williams, 2007). Geometrik düşünmenin önemi son yıllarda artmıştır. Çünkü öğrenciler eğitim-öğretim sürecinin her kademesinde geometrik yaşamla iç içedirler. Onların geometriyle olan deneyimleri okul öncesinden başlayarak hayat boyu devam eder. Dolayısıyla sarmal bir yaklaşıma sahip olan matematik öğretim programıyla birlikte öğrencilerin geometrik düşünme becerisinin geliştirilmesi son yıllarda öne çıkmıştır.

Öğrencilerin geometrik düşünme becerilerinin artırılması amacıyla Driscoll ve arkadaşları (2007) tarafından, *Zihnin Geometrik Alışkanlıklarını (ZGA)* tanımlanmış, bu alışkanlıklar yardımıyla öğretmenlerin öğrencilerinin geometrik düşüncelerine nasıl katkı sağlayacağını belirtmişlerdir. Zihnin geometrik alışkanlıkları, geometri öğrenimini ve uygulamasını destekleyen üretici bir düşünme biçimidir. Zihnin geometrik alışkanlıkları dört bileşenden oluşmaktadır: İlişkilendirme, geometrik fikirleri genelleme, değişmezleri araştırma, keşif ve yansıtmayı dengeleme (Driscoll vd., 2007). Driscoll ve arkadaşları (2007) ZGA sürecinde bileşenlerin amaçlarını şu şekilde belirtmişlerdir; *İlişkilendirme* sürecinde geometrik şekil ve cisimlerin birbirleriyle olan eşlik, benzerlik ve paralellik ilişkileri araştırılır. *Geometrik fikirleri genelleme* sürecinde bir geometrik şekle veya cisme ait özellik o şeklin veya cismin tamamında olup olmadığı araştırılır. *Değişmezleri araştırma* sürecinde ise sunulan bir problemde değişen kısımların yanında nelerin değişmediği araştırılır. *Keşif ve yansıtmayı dengeleme* sürecinde problemin çözüm aşamasında farklı yaklaşımlar kullanılarak, çözüm süreci değerlendirilir.

Çoklu temsiller, öğrencilerin matematik ve geometriye ait kavramları farklı şekillerde nasıl ifade edebileceklerine yardımcı olur (McKendree ve diğ., 2002). Öğrenciler temsillerle birlikte geometrik kazanımlar arasında ilişkilendirmeler kurarak geometrik düşünme becerilerini geliştirebilirler. Dolayısıyla temsillerin geometrik düşünmenin gelişiminde önemli bir rol aldığı söylenebilir. Çoklu temsiller matematiksel düşünce, nesnelere, olayların düzenlenmesi, kaydedilmesi, yansıtılması, modellenmesi, fen veya sosyal durumları kullanarak yorumlanabilen gösterim şekilleridir (National Council of Teachers of Mathematics-NCTM, 2000). Temsil etme sürecinde, soyut kavramlar, gerçek dünyada somut bir şekilde modellenen kavramlar arasındaki ilişkilendirmeler oluşturulmakta ve bunun sonucunda kişiler matematiksel olayları daha iyi kavrayabilmektedir (Kaput, 1998). Temsiller iç ve dış olmak üzere iki şekilde ifade edilebilir. Dış temsiller, matematiksel kavram ve olguların gözlemlenmesini sağlayan araçlardır. Gerçek hayatta karşımıza kelime, grafik, resim, denklem veya

sanal nesnelere çıkar (Goldin, 1998). Matematik eğitiminde çalışmalar daha çok dış temsiller üzerine yoğunlaşmıştır. Bu çalışmada da dış temsil öğeleri kullanılmıştır.

Teknolojik araç kullanımı öğrencilerin problemleri çözümünde, probleme uygun dönüşümler yapabilmesinde, dinamik becerilerinin gelişiminde faydalı araçlardır (Govender ve Govender, 2020). Geometrik kavramların farklı şekillerde gösteriminde rol oynayan çoklu temsillerin (McKendree ve diğ., 2002) Geogebra dinamik yazılım aracı kullanılarak gösterilmesi, bireylerin geometrik ilişkilendirmeleri daha iyi kurmasına yardımcı olacağı düşünülmektedir. Geometrik etkinliğin yanında geometrik düşünmenin gelişiminde rol oynayan geometrik alışkanlıkların (Driscoll vd, 2007) geometrik sorular yoluyla belirlenmesi ile bu çalışmanın alanyazınına katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Bu araştırmada 7. sınıf öğrencilerinin çoklu temsiller temelli öğretim sürecinde zihnin geometrik alışkanlıklarının nasıl kullandıklarının incelenmesi amaçlanmıştır. Araştırma problemi olarak "7. Sınıf öğrencilerinin çoklu temsil temelli öğretim sürecinde gösterdikleri zihnin geometrik alışkanlıkları nelerdir?" belirlenmiştir.

Yöntem

Bu çalışma çoklu temsil çeşitlerinden dış temsiller kullanılarak yapılan nitel bir araştırmadır. Nitel araştırma, "gözlem, görüşme ve doküman analizi gibi nitel veri toplama yöntemlerinin kullanıldığı, algıların ve olayların olağan ortamda gerçekçi ve bütüncül bir biçimde ortaya konmasına yönelik nitel bir sürecin izlendiği araştırma" olarak tanımlanmıştır (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Araştırma, nitel araştırma yöntemlerinden biri olan öğretim deneyi ile yürütülmüştür. Öğretim deneyi, öğrencilere ait matematiksel yapıları araştıran ve planlanan öğrenme ortamında matematiksel yapılarıdaki değişimleri inceleme fırsatı sunan öğretim temelli araştırma desendir (Czarnocha ve Maj, 2008). Öğretim deneyi öğrencilerin matematiksel gerçekleri kavrayabilmesi ve bu süreçteki davranış örüntülerini ortaya çıkarmasında kullanılacak etkili bir yöntemdir (Steffe ve Thompson 2000).

Katılımcılar

Katılımcılar İzmir ili Bergama ilçesinde bir devlet ortaokulu 7. sınıfta öğrenim gören 4 öğrenciden oluşmaktadır. Katılımcılar belirlenirken amaçlı örnekleme yöntemi olan ölçüt örnekleme yönteminden yararlanılmıştır. Ölçüt olarak matematik başarı düzeyi orta ve üstü öğrenciler seçilmiştir. Öğrencilerin dersine giren matematik öğretmenlerinden dönütler alınarak kendini ifade edebilecek, evinde bilgisayarı olan ve temel bilgisayar programlarını (word, excel vs) bilen öğrenciler seçilmiştir.

Süreç

Araştırmanın asıl uygulamasından önce öğretim deneyinin ve geometrik problem oturumlarının bir pilot uygulaması yapılmıştır. Bu pilot uygulama asıl çalışmadan bir hafta önce tamamlanmıştır. Devamında asıl çalışma grubuyla çalışmalara başlanmıştır. Katılımcılara bu süreçte konu tekrarı yapılmıştır. Çalışmaya geçmeden önce Geogebra yazılımı 2 derste tanıtılmıştır. İlk derste menü, araç çubuğu tanıtımı, nokta, doğru, doğru parçası çizdirme tanıtılmıştır. İkinci derste temel geometrik şekillerin (özel dörtgenler, üçgen, çokgenler, çember vs) çizimi yapılmıştır. Oturumlar her öğrenciyle Zoom platformu üzerinden gerçekleştirilmiştir.

Veri Toplama Araçları

Öğrencilere, Geogebra yazılımı kullanılarak çoklu temsil içeren "Çokgenim Düzgün mü Değil mi?" etkinliği uygulanmıştır. Bu etkinlik düzgün çokgenlerin kenar ve açı özelliklerini açıklama, çokgenlerin iç açılarını belirleme kazanımlarını içermektedir. Bu etkinlikten sonra öğrencilerin geometrik alışkanlıklarını belirlemek amacıyla her bir öğrenciye bireysel olarak 5 adet açık uçlu geometri sorusu sorulmuştur. Sorular araştırmacı tarafından hazırlanmış olup, bir matematik

eğitimcilerinden uzman görüşü alınmıştır. Bu sorulardan ilk üç tanesi düzgün çokgenlerin kenar ve açı özelliklerine, son iki soru ise özel dörtgenlerin, dairenin alanı ve örüntü kazanımlarına aittir. Öğrencilerin cevapları hem video kayıtlarından hem de gönderdikleri resimlerden (internet ortamı) alınmıştır. Bu sorulara ait çözümler bulgular kısmında tartışılmıştır.

Verilerin Analizi

Araştırmada betimsel analiz kullanılmıştır. Betimsel analiz çeşitli tekniklerle toplanmış verilerin belirlenmiş temalara göre özetlenmesini, yorumlanmasını içeren bir nitel analiz türüdür. Bu analizdeki amaç, araştırmadan elde edilmiş bulguların okuyucuya özetlenerek yorumlanmış bir biçimde sunulmasıdır (Dawson, 2009). Çoklu temsil çeşitlerinden Goldin (1998)'e göre sözel ve sanal temsiller bu etkinlikte kullanılmıştır. Etkinlikten sonra öğrencilerin geometrik problemleri çözerken kullandıkları alışkanlıklar Driscoll ve arkadaşlarının (2007) yorumladıkları ilişkilendirme, geometrik fikirleri genelleme, değişmezleri araştırma, keşif ve yansıtmayı dengeleme bileşenlerine göre bulgular bölümünde yorumlanmıştır.

Araştırmanın iç geçerliliği (inandırıcılık) uzun süreli etkileşim ve derin odaklı veri toplama ile gerçekleştirilmiştir. Ayrıca çalışma boyunca veriler ilişkin katılımcı teyidi de alınarak araştırmanın inandırıcılığına katkı sağlanmıştır. Araştırmanın dış geçerliliği (aktarılabirlik) için ayrıntılı betimleme yapılmıştır. Araştırmanın iç ve dış güvenirliliği (tutarlık ve teyit edilebilirlik) için ise hem veri toplama araçlarının hazırlanması hem de veri analiz sürecinde matematik eğitimcilerinden uzman görüşü alınmıştır. Veriler belirli bir zaman sonrasında tekrar analiz edilerek teyitleri yapılmıştır.

Bulgular

Çoklu Temsiller

Bu bölümde “Çokgenim Düzgün mü Değil mi?” etkinliğinden elde edilen bulgular yorumlanmıştır. Çalışmada ilk olarak düzgün altıgeni çizmek için hangi araçları kullanabiliriz diye öğrencilere sorulmuştur. Bu soruya cevap olarak aşağıdaki gibi ifade etmişlerdir:

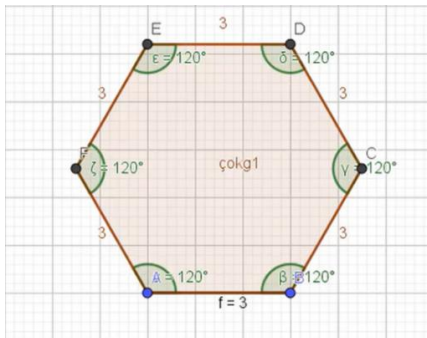
Efe: Doğru parçalarından yararlanabiliriz.

Tülay: Düzgün çokgen aracını kullanabiliriz hocam.

Katılımcı öğrencilerle Geogebra'da doğru parçası aracı kullanılarak önce AB doğru parçası çizilmiştir. Düzgün çokgen aracına tıklanarak, çizilen doğru parçası seçildikten sonra nokta sayısı 6 olacak şekilde düzgün altıgen oluşturulmuştur. Sonrasında açı sekmesi ve kenar uzunlukları aracına tıklanarak, çokgenin açı ölçülerinin ve kenar uzunluklarının eşit olduğu görülmüştür. Bu aşamaya kadar olan bölümü öğrencilerden de yapmaları istenerek, özelden resim olarak atmaları beklenmiştir. Öğrencilerin istenilen çizimi, hepsinin doğru çizdiği görülmüştür.

Şekil 1

Açı ve Kenar Ölçülerinin Eşitliği



Araştırmacı: Düzgün çokgen aracı kullanmadan nasıl çizebiliriz? Efe sen biraz önce doğru parçalarından yararlanabiliriz demiştin.

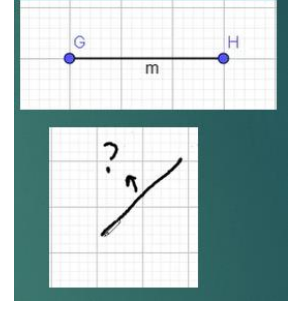
Efe: Kareli kağıt olduğu için eş uzunlukta kenarlar çizebiliriz. Yani doğru parçalarını kullanarak.

Araştırmacı: O halde bir tane doğru parçası (GH) çizelim. Peki diğer kenarların uzunluklarını nasıl bilebiliriz? Cevap gelmedi.

Tülay: Hocam noktalı açılı bi araç vardı. Ondan faydalanabiliriz.

Araştırmacı: Nasıl yani?

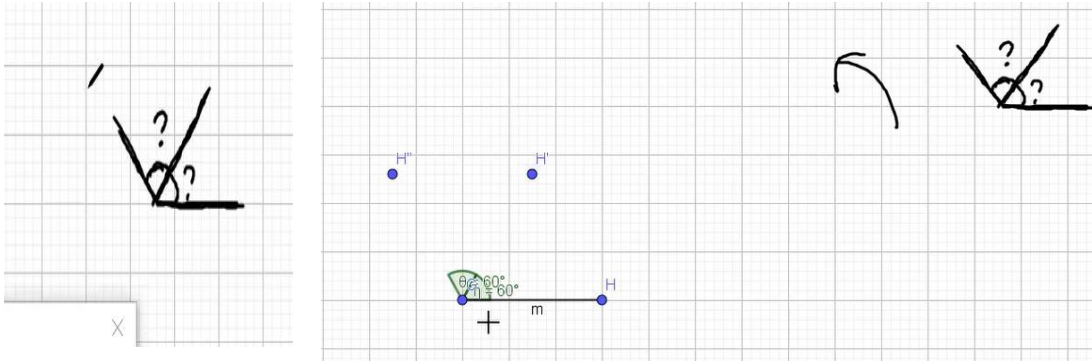
Tülay: Noktaları koyarak açığı kullanabiliriz. Nokta ve açıları kullanarak yani. Noktalar arasındaki açığı kullanabiliriz.



Açı aracından verilen ölçüde açığı kullanarak önce H, sonra G'ye tıklanarak saatin tersi yönünde kaç derecelik açılar çizersek bir altıgen oluşur diye sorulmuştur. Ela ve Tülay 60'ar derece olması lazım diye belirtmişlerdir. Kaç tane 60 dereceye ihtiyaç var diye sorulduğunda önce 2 cevabını vermişlerdir. Bunun üzerine 2 tane 60 derecelik açılar çizilerek şeklin altıgene tamamlanmadığı görülmüştür. Aynı araçla 60'ar derecelik açılar çizilmeye devam edilmiştir.

Şekil 2

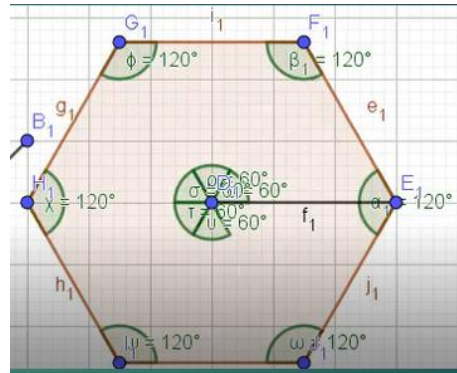
Öğrencilerin Merkez Açığı Tamamlama Çizimleri



Çizimler sonucu 6 köşe oluşmuştur. Çokgen komutuna tıklayarak 6 köşe birleştirilmiştir. Altıgen oluşuktan sonra açı ölçüleri ve kenar uzunlukları gösterilmiştir (Şekil 3).

Şekil 3

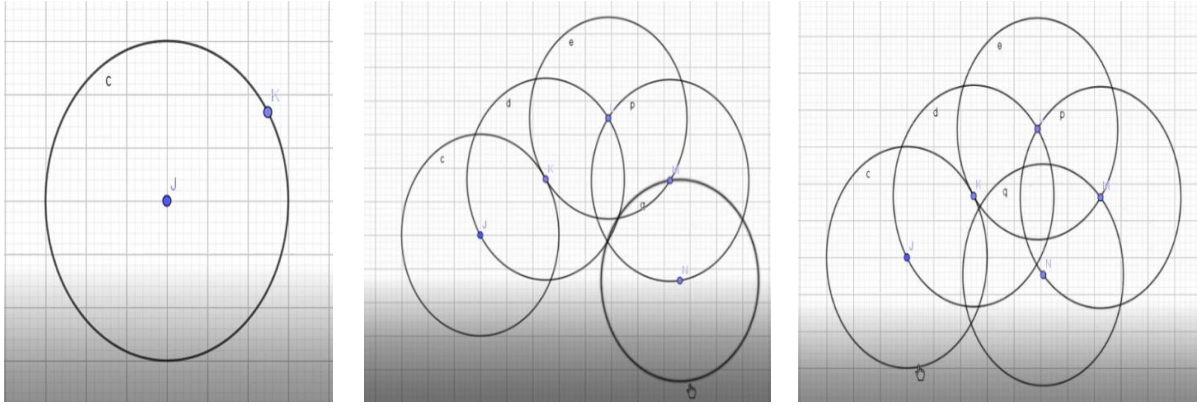
Düzgün Çokgen Oluşumu



Diğer adımda çemberler aracılığıyla altıgen çizimi yapılmıştır. Çember aracından merkez ve yarıçapı belli çember aracına tıklanarak yarıçapı 3 br olan bir çember çizilmiştir. Çember üzerine herhangi bir nokta konulmuştur. Aynı araçla bu sefer merkezi bu nokta (K) olan, yarıçapı 3 br olan başka bir çember çizilmiştir. Bu şekilde devam edilerek 5 köşe belirlenmiştir. Son çember ile ilk çemberi kesiştir aracı kullanarak 6. köşe belirlenmiştir. Gereksiz noktalar silinmiştir. Bu şekilde 6 nokta meydana gelmiştir. Çokgen aracına tıklanarak şekil çokgene tamamlanmış olup, çemberler gizlenmiştir.

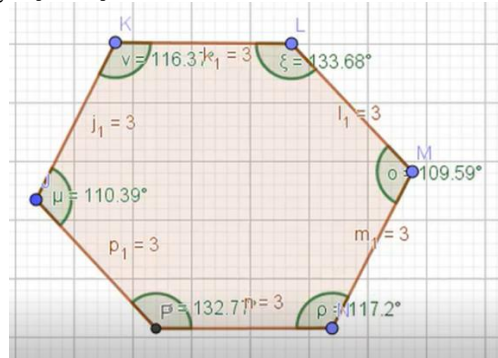
Şekil 4

Çemberler Yardımıyla Düzgün Altıgen Çizme Aşamaları



Oluşan altıgenin kenar uzunluklarının kaç br olabileceğine dair öğrencilere soru sorulmuştur. Öğrenciler kenarların eşit olduğunu söylemişlerdir. Uzaklık veya uzunluk aracından yararlanılarak kenarların 3 br uzunluğu olduğu gösterilmiştir. Çokgenin nasıl bir çokgen olduğu sorulduğunda Ela ve Efe düzgün altıgen olduğunu belirtmişlerdir. Devamında açı aracını kullanarak açı ölçüleri gözlenmiştir. Açı ölçülerinin eşit olmadığı ortaya çıkmıştır.

Ela: O halde düzgün altıgen olmaz sadece altıgen olur.
Ela ve Tülay: Açıları eşit değil. Düzgün değil.



Bu etkinlikte sadece kenarların eşit olmasının düzgün çokgen olması için yeterli olmadığı görülmüştür. Ayrıca çokgen etkinliği sürecinde öğrencilerde gözlemlenen çoklu temsiller Tablo 1'de sunulmuştur.

Tablo 1

Gözlemlenen Çoklu Temsiller

Düzgün altıgen çizim yolları		Düzgün altıgen çizimlerinde açı ölçüsü-kenar uzunluğu gösterimi		Düzgün altıgen- düzgün olmayan altıgen farkı	
Sözel temsil	Sanal temsil	Sözel temsil	Sanal temsil	Sözel temsil	Sanal temsil
Efe, Tülay	Ela, Efe, Tülay, Zuhal	Ela, Efe, Tülay, Zuhal	Ela, Efe, Tülay, Zuhal	Ela, Tülay	Ela, Efe, Tülay, Zuhal

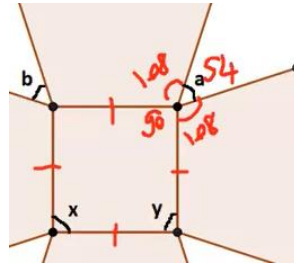
Tablo 1' den de görüldüğü üzere öğrenciler düzgün altıgen çizerken Efe ve Tülay doğru parçası ve düzgün çokgen aracını kullanarak düzgün altıgen çizilebileceğini sözel olarak ifade etmiştir. 4 öğrenci düzgün altıgen çizimlerini Geogebra üzerinde adım adım uygulayarak, yaptıklarını sanal ortamdan özel olarak araştırmacıya göndermişlerdir. Diğer yol olarak öğrencilere düzgün çokgen aracı kullanmadan nasıl bir düzgün altıgen çizileceği sorulmuştur. Burada tüm öğrencilerin birbiriyle sözel olarak tartışmaları olmuştur. Devamında verilen ölçüde açı aracından saatin tersi yönünde yönünde açılar oluşturarak sanal temsilleri kullanmışlardır. Diğer bir adımda çemberler aracılığıyla altıgen çizimi yapılmıştır. Burada düzgün veya düzgün olmayan altıgen ayırımına sözel olarak Ela ve Tülay ifade edebilmiştir. Tüm çizim aşamalarını sanal temsil olarak bütün öğrenciler kullanabilmiştir.

Zihnin Geometrik Alışkanlıkları

Öğretim deneyi etkinliğinden sonra gerçekleştirilen zihnin geometrik alışkanlıkları oturumunun 1. sorusunda birbirine eş 4 adet düzgün beşgen verilmiştir. Beşgenlerin oluşturduğu geometrik şeklin adı ve verilmeyen açılarının ölçüleri istenmiştir. Geometrik şeklin adı için öğrencilerin hepsi kare cevabını vermiştir. Sebebi sorulunca birbirine eş düzgün beşgenlerin olduğu ve kenar uzunluklarının eşit olmasından dolayı taban kenar uzunluklarının da eşit olduğunu belirtmişlerdir. İstenen diğer madde için Ela, Tülay ve Zuhal, düzgün beşgenin dışındaki a ve b açılarının eşit olduğunu söylemişlerdir. İçerideki karenin bir açısı 90 derece ve iki düzgün beşgenin iç açısı 108 dereceden dolayı dört açıyı 360 dereceye tamamlama yoluna gitmişlerdir (Şekil 5).

Şekil 5

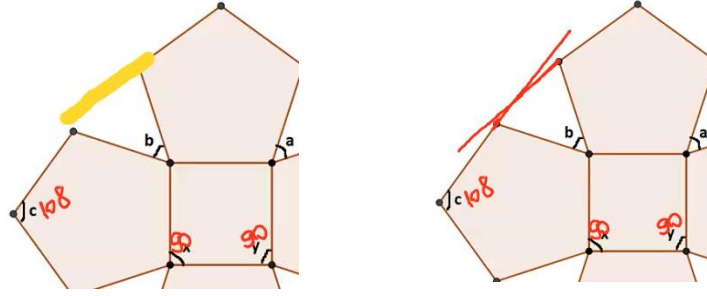
Ela, Tülay, Zuhal'in 1. Soruya Ait Çizimleri



Efe ise ilk durumda diğerlerinden farklı düşünmüştür (Şekil 6). a ve b açılarının dış açı olduğunu ifade ederek 180 dereceden 108 dereceyi çıkarmak istemiştir. İçeride bir ikizkenar üçgen oluştuğunu belirterek b açısını buradan bulmak istemiştir. Burada ondan dış açılarının uzantısını alması istenmiş olup, üçgen oluşup oluşmadığı sorulmuştur. Efe biraz düşünerek iç açılardan hesaplama yöntemine gitmiştir. Karenin açısı ve iki düzgün beşgenin iç açısını kullanarak b açısını bulmuştur. Geri kalan diğer açılar için içeride kare oluştuğunu belirttiği için x ile y açılarının birbirine eşit ve 90 derece olduğunu söylemiştir. Diğer C açısı için düzgün beşgenin bir iç açısı 108 derece olmasından cevabını yazmıştır.

Şekil 6

Efe'nin 1. Soruya Ait Çizimi



Öğrencilerin bu soru için alışkanlıkla bağlantı kurma yolları Tablo 2'de verilmiştir.

Tablo 2

Soru 1'e Ait Alışkanlık Kurma Yolları

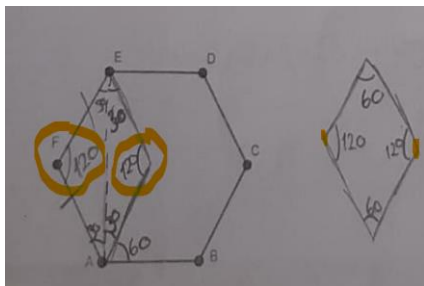
Katılımcılar	Alışkanlıkla Bağlantı Kurma Yolları
Ela, Efe, Tülay, Zuhul	✓ <u>İlişkilendirme</u> : Düzgün beşgenin kendi elemanları arasında (açı, kenar vs.) ilişkilendirme
Ela, Efe, Tülay, Zuhul	✓ <u>İlişkilendirme</u> : Kare ile düzgün beşgen arasında ilişkilendirme

Tablo 2'den de görüldüğü üzere zihnin geometrik alışkanlıklarını ortaya çıkarmaya yönelik sorulan düzgün beşgenlerin ve aradaki geometrik şeklin bir araya gelmesiyle oluşan 1. soruda, öğrenciler beşgenin kendi açı ve kenarları arasında ilişkilendirme kurmuşlardır. Öğrenciler oluşan yeni geometrik şekle kare isimlendirmesi vererek kare ile düzgün beşgenin açı ve kenarlarını ilişkilendirebilmişlerdir.

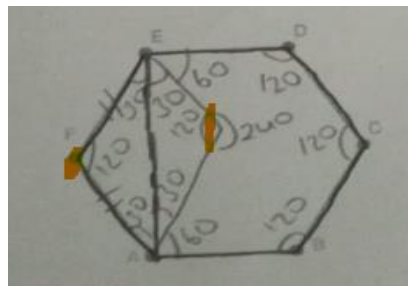
Geometrik alışkanlıkları içeren ikinci soru bir katlama sorusudur. Öğrencilerden katlama sonrası oluşan iki şekli çizmeleri ve oluşturdukları iki şeklin tüm iç açılarının kaç derece olduğunu bulmaları istenmiştir. Katlama sonrası oluşan birinci şekil için Ela, Efe eşkenar dörtgen, Tülay paralelkenar diyerek, Zuhul herhangi bir dörtgen adını söylemeden soruyu çözmüştür (Şekil 7). Birinci şekilde F açısı için tüm öğrenciler düzgün altıgenin bir iç açısı olduğunu belirtip, 120 derece olduğunu belirtmiştir. Katlama sonrası F'nin karşısında aynı açı yer aldığı için bu açının da 120 derece olduğunu göstermişlerdir.

Şekil 7

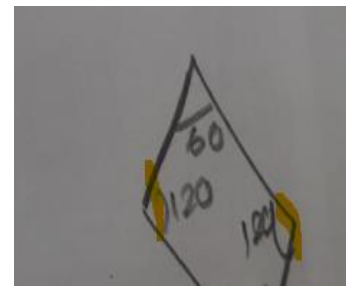
Soru 2'ye Ait Öğrenci Çizimleri



Ela



Zuhul

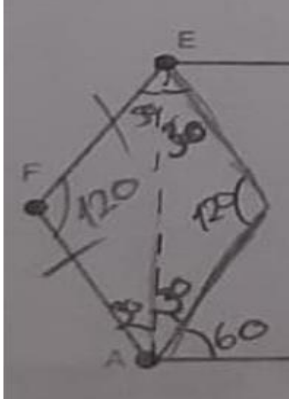


Tülay

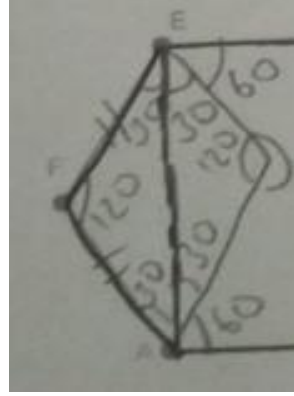
Sorudaki E ve A açılarının kalan kısımları için Zuhâl ve Ela ikizkenar üçgeni kullanarak açı değerini bulmuştur (Şekil 8).

Şekil 8

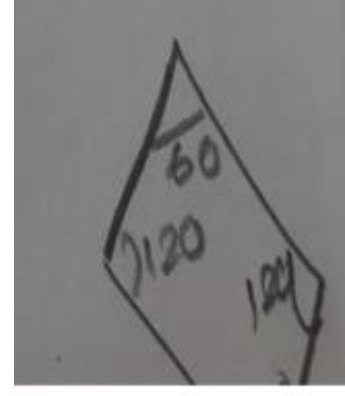
Soru 2 için E ve A Açılarına Yönelik Çizim Yolları



Ela



Zuhâl

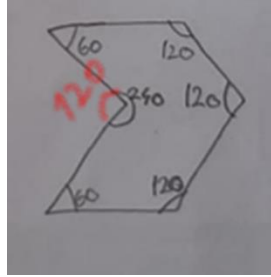


Tülay

Efe ise ikinci soru için düzgün altıgenen bozulduğunu o yüzden karşılıklı açılarının ve kenarlarının eşit olduğunu belirtmiştir. Bu şeklin bir dörtgen olup iç açılar toplamının 360 derece ve geriye kalan açılarının 60'ar derece olacağını belirtmiştir. Öğrencilerden katlamadan sonra çizmeleri istenen ikinci şekil için (Şekil 9) Ela, Tülay ve Zuhâl D,B,C açılarını için altıgenin bir iç açısıdır diyerek 120 derece bulmuşlardır. Efe, C'yi altıgenin bir iç açı formülünden bulmuştur. Son oluşan açının değerini, dört öğrenci merkez açıya tamamlama yoluna giderek 360 dereceden 120 dereceyi çıkararak bulmuşlardır.

Şekil 9

Soru 2'ye Ait Ela'nın Son Çizim Yolu



Öğrencilerin 2. soruya ait alışkanlıkla bağlantı kurma yolları Tablo 3'te verilmiştir.

Tablo 3

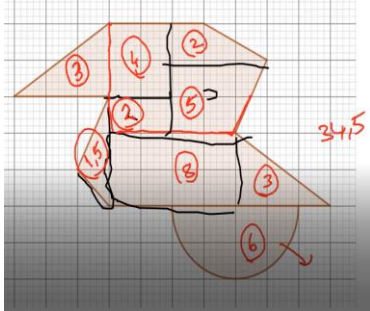
Soru 2'ye Ait Alışkanlık Kurma Yolları

Katılımcılar	Alışkanlıkla Bağlantı Kurma Yolları
Ela, Efe, Tülay, Zuhâl	✓ <u>İlişkilendirme</u> : Çokgenin kenar ve açıları arasında ilişki kurma
Ela, Efe, Tülay, Zuhâl	✓ <u>Değişmezleri araştırma</u> : Katlama sonrası hangi açılarının değişip değişmediğini gözlemleme

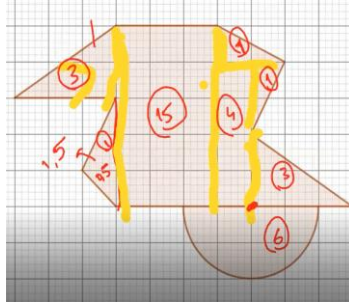
Tablo 4*Soru 3'e Ait Alışkanlık Kurma Yolları*

Katılımcılar	Alışkanlıkla Bağlantı Kurma Yolları
Ela,Efe,Tülay,Zuhal	✓ <u>İlişkilendirme</u> : Çokgen ve açılar arasında ilişkilendirme
Ela, Efe, Tülay, Zuhal	✓ <u>Keşif ve yansıtmayı dengeleme</u> : Üçgenlerin birleşimiyle süreçteki aşamaları karşılaştırarak yeni bir geometrik şekil oluşturma

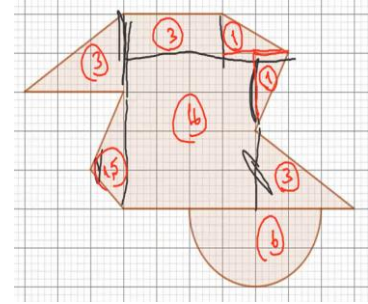
Üçüncü soruda tüm öğrenciler eşkenar üçgenleri bir araya getirerek merkez açı ile eşkenar üçgenin bir iç açısı arasında ilişkilendirme, keşif ve yansıtmayı dengeleme bağlamında ise başlangıçtan son şekli oluşturdukları aşamaya kadarki süreçleri karşılaştırarak yeni şekli oluşturabilmişlerdir. İçinde geometrik şekiller barındıran şeklin alanının bulunması istendiği dördüncü soruda öğrenciler şekli parçalayarak alan hesabı yapmışlardır. Bütün şekli parçalayarak Ela 3 üçgen, 2 yamuk, 1 kare, 2 dikdörtgen, 1 yarım daire; Efe 6 üçgen, 2 dikdörtgen, 1 yarım daire; Tülay ve Zuhal 5 üçgen, 1 kare, 1 dikdörtgen ve 1 yarım daire bulmuşlardır (Şekil 12).

Şekil 12*Öğrencilerin Dördüncü Soruya Ait Çizimleri*

Ela



Efe



Tülay ve Zuhal

Öğrencilerin dördüncü soruyla hangi alışkanlıkları kullandığı Tablo 5'te verilmiştir. İçinde birçok geometrik şekli barındıran bütün şeklin alanının sorulduğu soruda öğrencilerin hepsi bütün şekil ile oluşturdukları geometrik şekillerin kenar ve alanları arasında ilişkilendirme kurabilmişlerdir. Dairelerin alanlarını bulurken yarıçap ve alan arasında ilişki kurmuşlardır.

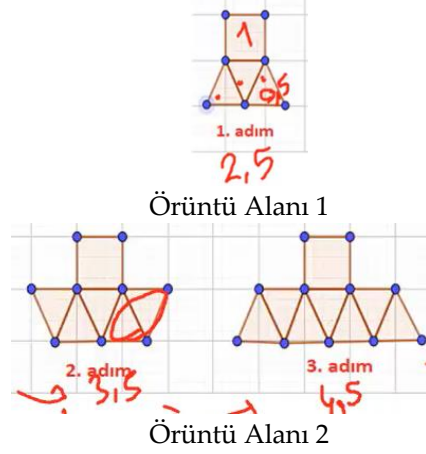
Tablo 5*Soru 4'e Ait Alışkanlık Kurma Yolları*

Katılımcılar	Alışkanlıkla Bağlantı Kurma Yolları
Ela,Efe,Tülay,Zuhal	✓ <u>İlişkilendirme</u> : Bütün şekil ve küçük şekiller arasında ilişkilendirme
Ela, Efe, Tülay, Zuhal	✓ <u>İlişkilendirme</u> : Daire ve yarıçap arasında ilişkilendirme

Bu oturuma ait beşinci soruda 1×1 'lik kağıt üzerinde eş üçgenler ve bir kareden oluşan bir örüntünün ilk 3 adımı verilmiştir. Büyük üçgenin alanının örüntünün kaçınıcı adımındaki alanla eşit olduğunun sorulduğu soruda öğrenciler büyük üçgenin alanını 10,5 birimkare olarak işlemlerine başlamışlardır. Üstte verilen adımlardaki şekillerin alanı için 1 kare ve üçgenlerin alanlarını toplayarak bulmuşlardır (Şekil 13).

Yandaki şekil için üstteki karenin alanı 1, 3 eş üçgenin toplam alanı 1,5 birimkareden toplam 2,5 birimkarelik alan elde etmişlerdir.

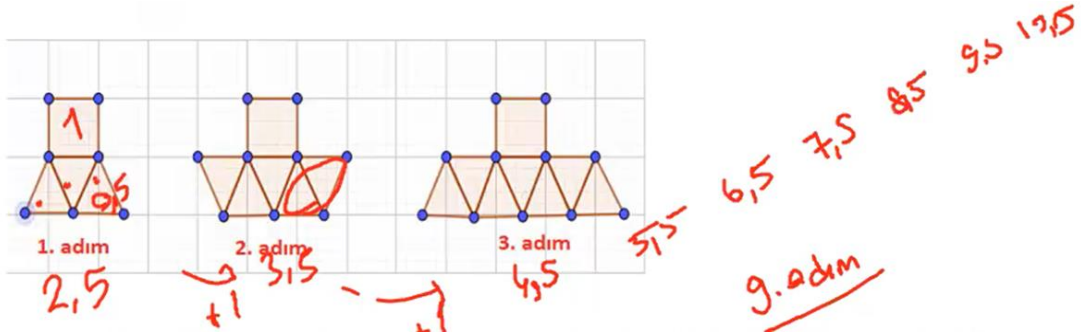
Yandaki şekil için 1. şeklin alanına 1 birimkarelik alan eklenerek 3,5 birimkarelik alan elde etmişlerdir. Aynıısını 3. şeklin alanı için uygulamışlardır.



Ela ve Zuhâl tüm adımlardaki alanları teker teker yazarak işlemini sonuçlandırmışlardır. Aşağıda çizimleri verilmiştir.

Şekil 13

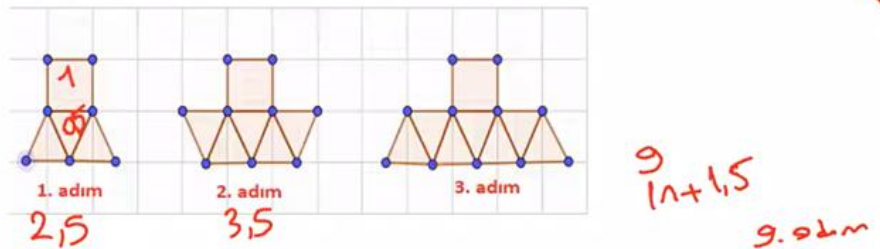
Ela ve Zuhâl'in Soru 5'e Ait İşlemleri

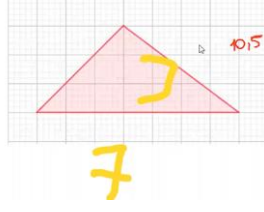


Efe ise farklı bir yol izlemiştir. Adımlar arası ilişkiden $(n+1,5)$ luk bir örüntü olduğunu söyleyip 2. adımdan sonraki alanı hesaplamamıştır. n 'ye 1 vererek 9. adımda 10,5 birimkarelik alana ulaşacağını belirtmiştir. Efe'nin çözümü aşağıda verilmiştir (Şekil 14).

Şekil 14

Efe'nin Soru 5'e Ait İşlemleri

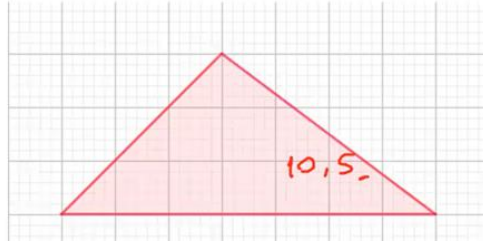
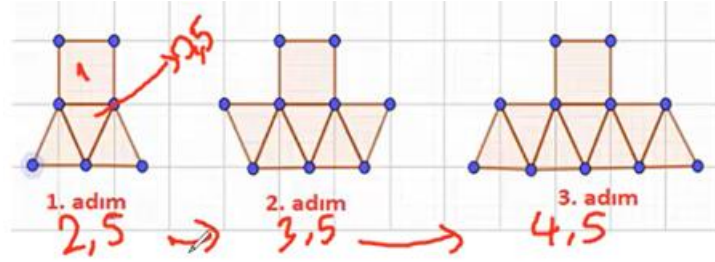




Tülay ise 2. şeklin alanını bulduktan sonra 9. adımda ancak istenilen alana ulaşabileceğini belirtmiştir. Adımla alan arasında ilişki kurarak (her alan adımın 1,5 fazlası) 9. adımda istenen adıma ulaşmıştır. Tülay'ın çözümü aşağıdaki gibi olmuştur (Şekil 15).

Şekil 15

Tülay'ın Soru 5'e Ait İşlemleri



Öğrencilerin beşinci soruyla hangi alışkanlıkları kullandığı Tablo 6'da verilmiştir.

Tablo 6

Soru 5'e Ait Alışkanlık Kurma Yolları

Katılımcılar	Alışkanlıkla Bağlantı Kurma Yolları
Ela,Efe,Tülay,Zuhal	✓ <u>İlişkilendirme</u> : Üçgen ve karelerin alanını örüntü adımıyla ilişkilendirme
Efe	✓ <u>Geometrik Fikirleri Genelleme</u> : Oluşan geometrik şeklin alanını örüntü formülüyle genelleme

Son soruda öğrenciler verilen şekildeki üçgen ve karelerin alanlarını örüntünün adımlarıyla ilişkilendirmişlerdir. Geometrik fikirleri genelleme bağlamında sadece Efe, oluşan şeklin alanını örüntü formülüyle genelleyerek soruyu çözmüştür.

Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Bu çalışmanın amacı 7. sınıf öğrencilerinin çoklu temsil temelli öğretim sürecindeki geometrik problemleri çözerken kullandıkları geometrik alışkanlıkları incelemektir. Araştırmada Geogebra

yazılım programı kullanılmıştır. Dış temsil biçimlerinden sözel ve sanal temsillere odaklanılarak öğrencilerin etkinliği uygularken tartışmalarına olanak sağlanmıştır. Öğrencilerin etkinliği uygularken ve geometrik problemlerin çözüm sürecinde geometrik terimleri bilmesine rağmen sözel olarak açıklamada kimi zaman zorlandıkları görülmüştür. Bu durum Otterburn ve Nicholson (1976)'un çalışmasında ulaştıkları öğrencilerin birçok matematiksel terimi bildiklerini ancak bunu iyi bir şekilde ifade edemedikleri yorumunu desteklemektedir.

Öğrencilerin geometrik alışkanlıklarını incelemek amacıyla sorulan 5 sorunun tamamında Altıkardeş ve Koyunkaya Yiğit (2022)'in çalışmasına paralel olarak en çok ilişkilendirme yapabildikleri, en az keşif-yansıtma ve genelleme alışkanlıklarını sergiledikleri görülmüştür. Öğrenciler tüm sorularda geometrik şekiller arasında ve şekillerin kendi elemanları arasında ilişkilendirmeler yapabilmişlerdir. Değişmezleri araştırma bağlamında sorulan düzgün altıgeni katlama sorusunda öğrencilerin hangi açların değişip hangilerinin aynı kaldığını gözlemledikleri belirtilmiştir. Keşif ve yansıtmayı dengeleme bağlamında üçüncü soru için üçgenlerin birleşimiyle oluşan geometrik şekli oluşturabildikleri görülmüştür. Geometrik fikirleri genelleme bağlamında ise 5. soruda sadece Efe oluşturduğu geometrik şeklin alanını örüntünün formülüyle genelleyebilmiştir. Diğer öğrenciler ise teker teker alan hesabına giderek çözüme ulaşmışlardır. Altıkardeş ve Koyunkaya Yiğit (2022)'in çalışmasına benzer öğrencilerin soruları çözerken tek bir geometrik alışkanlık yerine birden fazla alışkanlıkları birlikte kullandığı görülmüştür. Bu alışkanlık bileşenlerinden genelleme, keşif ve yansıtmayı dengeleme bileşenleri daha üst düzey düşünme yollarını gerektiren becerilerdendir. Bu çalışmada da öğrencilerin Bülbül ve Güven (2020), Tolga ve Cantürk-Günhan (2019), Uygan (2016) 'ın çalışmalarına paralel öğrencilerin gelişmiş düzeyde genelleme yapamadıkları ortaya çıkmıştır. Yine Köse ve Tanışlı (2014) da sınıf öğretmeni adaylarıyla yaptığı çalışmada geometrik fikirleri genelleme bağlamında katılımcıların verilen bir problemde daha çok özel duruma odaklanıp, özel çıkarımlarda bulunduğu tespitine ulaşmışlardır.

Çoklu temsiller matematiksel kavramların daha iyi anlaşılmasında, bireylere farklı ve geniş bakış açıları sunmaktadır (Ergene, 2011). Öğrencilerin Geogebra ortamındaki etkinlik sonucu temsil biçimlerinden sanal, görsel, sözel temsil biçimlerini geliştirdiği söylenebilir. Straker (1993)'ın da vurguladığı gibi öğretmenler matematik ve geometride zorlanan öğrencilerle klasik yöntemler haricinde işlenen konuşmalarla ilgili konuşma, tartışma ortamları sunabilir. Öğretmenler dinamik geometri yazılımları kullanarak çoklu temsil temelli geometrik alıştırmalar yaptırabilir.

Bu çalışmada Geogebra ortamında sunulan etkinliğin öğrencilerin geometrik alışkanlıklarını geliştirdiği söylenebilir. Uygan (2016)'ın çalışmasında da belirttiği gibi ortaokul öğrencilerinin zihnin geometrik alışkanlıklarının gelişiminde dinamik geometrik yazılım temelli ortamlar iyi bir öğrenme süreci sağlar. Yine Geogebra ile bilgisayar destekli işlenen derslerin öğrencilerde başarıyı, matematiğe karşı olumlu tutum geliştirdiği ayrıca dersleri de somutlaştırdığı ortaya koyulmuştur (Şeker ve Erdoğan, 2017). Bu sebeple ortaokul matematik öğretmenleri geometri kazanımları için dinamik geometri yazılımlarını derslerinde kullanabilirler.

Buna ek olarak 4 öğrencinin geometrik etkinlikten sonra geometri sorularını çözerken daha iyi yorumladıkları, bilgilerini daha iyi transfer edebildikleri gözlemlenmiştir. Dolayısıyla çoklu temsil içeren geometrik etkinliğin bu katılımcıların geometrik alışkanlıklarını geliştirdiği söylenebilir. Geometrik alışkanlık ve temsil ilişkilerini içeren deneysel desenlerin kullanıldığı ön test son test kontrol gruplu çalışmalar yaptırılabilir. Bu araştırma 7. sınıf öğrencileriyle yapılmıştır. Benzer bir çalışma geometri kazanımlarının arttığı 8. sınıf öğrencileriyle de yapılabilir.

Kaynakça

- Altıkardeş, E., & Yiğit-Koyunkaya, M. (2022). Matematik öğretmenliği lisans öğrencilerinin geometrik alışkanlıklarının incelenmesi: Trigonometri örneği. *Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi Eğitim Fakültesi*, 9(2), 514-540. DOI: 10.21666/muefd.1032938
- Baki, A. (2006). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi*. (3. Baskı) Trabzon: Derya Kitabevi.
- Baykul, Y. (2002). *İlköğretimde matematik eğitimi*. Ankara: Pegem Yayıncılık.

- Bülbül, B. Ö., & Güven, B. (2020). Öğretmen adaylarının geometrik düşünme alışkanlıklarının değişimi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 48, 431-453. Doi:10.9779/pauefd.513220
- Czarnocha, B., & Maj, B. (2008). A teaching experiment. In B. Czarnocha (Ed.), *Handbook of mathematics teaching research - a tool for teachers- researchers* (pp. 47-58). Poland: University of Reszów.
- Dawson, C. (2009). *Introduction to research methods: A practical guide for anyone undertaking a research project*. Oxford: How to Books Ltd.
- Driscoll, M., Wing DiMatteo, R., Nikula, J., & Egan, M. (2007). *Fostering Geometric Thinking: A Guide for Teachers, Grades 5-10*. Portsmouth, NH: Heinemann
- Ergene, B., (2011). *Matematik öğretmen adaylarının türev kavramına ilişkin teknolojik pedagojik alan bilgilerinin çoklu temsiller bileşeninde incelenmesi*. (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Marmara Üniversitesi, İstanbul.
- Goldin, G. A. (1998). Representations, learning, and problem solving in mathematics. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(2), 137-165.
- Govender, R. G. & Govender, D. W., (2020), Learning Geometry Online: A Creative Individual Learning Experience , *International Journal of eBusiness and eGovernment Studies*, 12 (2): 151165. Doi: 10.34111/ijeveg.202012205
- Kaput, J., J. (1998). Representations, inscriptions, descriptions and learning: A kaleidoscope of windows. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(2), 265-281.
- Köse, Y.N., & Tanışlı, D. (2014). Sınıf öğretmeni adaylarının geometrideki zihinsel alışkanlıkları. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*. 14(3). 1203-1230.
- McKendree, J., Small, C. & Stenning, K. (2002). The role of representation in teaching and learning critical thinking. *Educational Review*, 54 (1), 1-10.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Otterbum, M.K. & Nicholson, & A.R. (1976). The language of CSE mathematics. *Mathematics in School*. (5),18-20.
- Steffe, L. P. & Thompson, P. (2000). Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. In A. Kelly & R. Lesh (Eds.), *Handbook of Research Design in Mathematics and Science Education* (pp.267 – 306). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Straker, A. (1993). *Talking Points in Mathematics*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Şeker, B., H. & Erdoğan, A. (2017). GeoGebra yazılımı ile geometri öğretiminin geometri ders başarısına ve geometri öz-yeterliliğine etkisi. *Uluslararası Toplum Araştırmaları Dergisi*. 7 (12), 82-97.
- Tolga, A., & Cantürk-Günhan, B. (2019). Ortaokul matematik öğretmenlerinin zihnin geometrik alışkanlıklarının belirlenmesi. *Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi*, 10(1), 37-56.
- Ubuz, B. (1999). 10. ve 11. sınıf öğrencilerinin temel geometri konularındaki hataları ve kavram yanlışları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17(17).
- Uygan, C. (2016). *Ortaokul öğrencilerinin zihnin geometrik alışkanlıklarının kazanımına yönelik dinamik geometri yazılımındaki öğrenme süreçleri*. (Yayımlanmamış Doktora Tezi). Anadolu Üniversitesi, Eskişehir.
- Van de Walle, J.A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J.M. (2007). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally* (7th Ed.). New York, NY: Person Education.
- Van Hiele, P. (1999). Developing geometric thinking through activities that begin with play. *Teaching Children Mathematics*. February 1999, 310-316.
- Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2008). *Sosyal Bilimlerde Nitel araştırma Yöntemleri* (6. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.