Gaziosmanpaşa Üniversitesi
Fen bilimleri Enstitüsü
Gaziosmanpaşa Bilimsel Araştırma Dergisi

ISSN: 2146-8168 http://bilader.gop.edu.tr

Dergiye Geliş Tarihi: 22.02.2012
Yayına Kabul Tarihi: 10.05.2012

Baş Editör: Naim ÇAĞMAN
Alan Editörü: Ercan TUNÇ

Şaban YILMAZ [1], Selim ERASLAN [2]

Bulanık parametreli bulanık esnek kümeler ve Riesz toplanabilirliliğinin bir karar verme problemine uygulaması

Özet

Bu çalışmada, bulanık parametreli bulanık esnek kümeler ve Riesz Toplanabilirliği verildikten sonra bulanık parametreli bulanık esnek kümeler üzerinde tanımlanan karar verme metoduna, Riesz Toplanabilirliği kullanılarak yeni bir yaklaşım getirilmiştir.

Anahtar Kelimeler: *Esnek Küme, Bulanık Küme, Bulanık Parametreli Bulanık Esnek Küme, Karar Verme Problemleri, Riesz Toplanabilirlilik.*

Gaziosmanpaşa Journal of Scientific Research 1 (2012) 27-34

Fuzzy parameterized fuzzy soft set and Riesz summability applying to a decision making problem

Abstract

In this study; fuzzy parameterized fuzzy soft sets and Riesz summability were given and then a new approach to the decision making method of fuzzy parameterized fuzzy soft sets was explained by using Riesz summability.

Keywords: *Soft Set, Fuzzy Set, Fuzzy Parameterized Fuzzy Soft Set, Decision Making Problems, Riesz Summability.*

Received: 22.02.2012, *Accepted*: 10.05.2012

[1] **Baş Yazar**; Ş. Yılmaz, Gaziosmanpaşa Üniversitesi, Turhal Meslek Yüksekokulu, Teknik Programlar Bölümü, Turhal Yerleşkesi, 60300 Turhal/Tokat (e-posta: saban.yilmaz@gop.edu.tr)
[2] S. Eraslan, Kırıkkale Üniversitesi, Kırıkkale Meslek Yüksekokulu, Teknik Programlar Bölümü, 71200 Kırıkkale (e-posta: seraslan4@yahoo.com)

1. Giriş

Esnek küme teorisi, ilk defa Molodtsov [1] tarafından, bazı belirsizlikleri matematiksel modellemek için tanımlanmıştır. Daha sonraki dönemlerde bu teori bulanık kümelerin yardımıyla bilgisayar, işletme, ekonomi, sağlık, elektrik-elektronik, felsefe, sosyoloji gibi alanlarında karar verme problemleri belirsizlik içeren pek çok alanlarda uygulanmıştır. [2, 3, 4, 5, 6, 7].

2. Bulanık Parametreli Bulanık Esnek Küme

Bu bölümde bulanık küme, esnek küme ve bulanık parametreli bulanık esnek (*fpfs*) küme kavramları tanıtıldıktan sonra fpfs-kümelerin bazı özellikleri verildi.

Tanım 2.1 [1, 2] U ve E boştan farklı iki küme, E bütün parametrelerin kümesi, $A \subseteq E$ ve $P(U)$, U nun kuvvet kümesi olsun. Her $x \notin A$ için $f_A(x) = \phi$ olmak üzere,

$$f_A : E \to P(U)$$

fonksiyonuna U üzerinde bir esnek küme denir.

U üzerinde bir f_A esnek kümesi, sıralı ikililerin bir kümesi olarak aşağıdaki şekilde temsil edilebilir;

$$f_A = \{ (x, f_A(x)) : x \in E,\ f_A(x) \in P(U) \}$$

Tanım 2.2 [8] U boştan farklı bir küme olsun. U da bir A bulanık kümesi, U nun her bir elemanını [0,1] de bir ve yalnız bir reel sayıya eşleyen $\mu_A : U \to [0,1]$ üyelik fonksiyonu yoluyla karakterize edilir. Burada $\mu_A(x)$ değeri x in A ya üyelik derecesini temsil eder.

U üzerinde bir A bulanık kümesi aşağıdaki gibi temsil edilebilir;

$$A = \{ \mu_A(x)/x : x \in U,\ \mu_A(x) \in [0,1] \}$$

Tanım 2.3 [4] U göz önüne alınan elemanların kümesi, E, bu elemanları niteleyen tüm parametrelerin kümesi, X bu parametreler kümesi üzerinde $\mu_X : E \to [0,1]$ fonksiyonu ile verilen bir bulanık küme, $\gamma_X(x)$ her $x \in X$ için U nun üzerindeki bir bulanık küme ve $F(U)$ ise U üzerindeki tüm bulanık kümelerin kümesi olsun. Her $x \notin X$ için $\gamma_X(x) = \emptyset$ olmak üzere

$$\gamma_X : E \to F(U)$$

fonksiyonuna U üzerinde bulanık parametreli bulanık esnek (*fpfs*) küme denir.

U üzerinde tanımlı bir γ_X fpfs-kümesi;

$$\gamma_X = \{ (\mu_X(x)/x,\ \gamma_X(x)) : x \in E,\ \gamma_X(x) \in F(U),\ \mu_X(x) \in [0,1] \}$$

biçiminde sıralı ikililerin kümesi olarak yazılabilir.

FPFS(U), *U* üzerindeki tüm *fpfs*-kümelerin kümesini göstermek üzere,

Tanım 2.4 [4] $\gamma_X \in FPFS(U)$ olsun. Her $x \in X$ için $\gamma_X(x) = \phi$ oluyorsa, bu takdirde γ_X kümesi *X*-boş *fpfs*-küme denir. γ_{ϕ_X} ile gösterilir. Eğer $X = \phi$ ise γ_X e boş *fpfs*-küme denir ve γ_ϕ ile gösterilir.

Tanım 2.5 [4] $\gamma_X \in FPFS(U)$ olsun. Her $x \in X$ için $\mu_x(x) = 1$ ve $\gamma_X(x) = U$ oluyorsa, bu takdirde γ_X kümesi *X*-evrensel *fpfs*-küme denir. $\gamma_{\tilde{X}}$ ile gösterilir. $\gamma_{\tilde{E}}$ ye evrensel *fpfs*-küme adı verilir.

Tanım 2.6 [4] $\gamma_X, \gamma_Y \in FPFS(U)$ olsun. Her $x \in E$ için

$$\mu_X(x) \leq \mu_Y(x) \text{ ve } \gamma_X(x) \subseteq \gamma_Y(x)$$

oluyorsa, γ_X kümesi, γ_Y kümesinin *fpfs*-alt kümesidir denir. $\gamma_X \tilde{\subseteq} \gamma_Y$ ile gösterilir.

Önerme 2.1 [4] $\gamma_X, \gamma_Y, \gamma_Z \in FPFS(U)$ olsun. Bu takdirde,

i. $\gamma_x \tilde{\subseteq} \gamma_{\tilde{E}}$

ii. $\gamma_\phi \tilde{\subseteq} \gamma_X$

iii. $\gamma_X \tilde{\subseteq} \gamma_Y$ ve $\gamma_Y \tilde{\subseteq} \gamma_Z$ ise $\gamma_X \tilde{\subseteq} \gamma_Z$

dir.

Tanım 2.7 [4] $\gamma_X, \gamma_Y \in FPFS(U)$ olsun. Her $x \in E$ için

$$\mu_X(x) = \mu_Y(x) \text{ ve } \gamma_X(x) = \gamma_Y(x)$$

oluyorsa, γ_X , γ_Y ye *fpfs*-eşittir denir. $\gamma_X = \gamma_Y$ ile gösterilir.

Önerme 2.2 [4] $\gamma_X, \gamma_Y, \gamma_Z \in FPFS(U)$ olsun. Bu takdirde,

i. $(\gamma_X = \gamma_Y \text{ ve } \gamma_Y = \gamma_Z) \Rightarrow \gamma_X = \gamma_Z$

ii. $(\gamma_X \tilde{\subseteq} \gamma_Y \text{ ve } \gamma_Y \tilde{\subseteq} \gamma_X) \Leftrightarrow \gamma_X = \gamma_Y$

dir.

Tanım 2.8 [4] $\gamma_X \in FPFS(U)$ olsun. Her $x \in E$ için

$$\mu_{X^c}(x) = 1 - \mu_X(x) \text{ ve } \gamma^{\tilde{c}}{}_X(x) := \gamma_{X^{\tilde{c}}}(x) = \gamma^c{}_X(x)$$

İle tanımlı ve $\gamma^{\tilde{c}}{}_X$ in gösterilen *fpfs*-kümeye, γ_x in fpfs-tümleyeni denir.

Önerme 2.3 [4] $\gamma_X \in FPFS(U)$ olsun. Bu takdirde,

i. $\left(\gamma^{\tilde{c}}{}_X\right)^{\tilde{c}} = \gamma_X$

ii. $(\gamma_{\phi})^{\tilde{c}} = \gamma_{\tilde{E}}$

dir.

Tanım 2.9 [4] $\gamma_X, \gamma_Y \in FPFS(U)$ olsun. Her $x \in E$ için

$$\mu_{X \tilde{\cup} Y}(x) = max\{\mu_X(x), \mu_Y(x)\}$$

ve

$$\gamma_{X \tilde{\cup} Y}(x) \subseteq \gamma_X(x) \cup \gamma_Y(x)$$

İle tanımlı ve $\gamma_X \tilde{\cup} \gamma_Y$ ile gösterilen *fpfs*-kümeye, γ_X ve γ_Y nin *fpfs*-birleşimi denir.

Önerme 2.4 [4] $\gamma_X, \gamma_Y, \gamma_Z \in FPFS(U)$ olsun. Bu takdirde,

i. $\gamma_X \tilde{\cup} \gamma_X = \gamma_X$

ii. $\gamma_{\phi} \tilde{\cup} \gamma_X = \gamma_X$

iii. $\gamma_X \tilde{\cup} \gamma_{\tilde{E}} = \gamma_{\tilde{E}}$

iv. $\gamma_X \tilde{\cup} \gamma_Y = \gamma_Y \tilde{\cup} \gamma_X$

v. $(\gamma_X \tilde{\cup} \gamma_Y) \tilde{\cup} \gamma_Z = \gamma_X \tilde{\cup} (\gamma_Y \tilde{\cup} \gamma_Z)$

dir.

Tanım 2.10 [4] $\gamma_X, \gamma_Y \in FPFS(U)$ olsun. Her $x \in E$ için

$$\mu_{X \tilde{\cap} Y}(x) = min\{\mu_X(x), \mu_Y(x)\}$$

ve

$$\gamma_{X \tilde{\cap} Y}(x) \subseteq \gamma_X(x) \tilde{\cap} \gamma_Y(x)$$

İle tanımlı ve $\gamma_X \tilde{\cap} \gamma_Y$ ile gösterilen fpfs-kümeye γ_X ve γ_Y nin *fpfs*-kesişimi denir.

Önerme 2.5 [4] $\gamma_X, \gamma_Y, \gamma_Z \in FPFS(U)$ olsun. Bu takdirde,

i. $\gamma_X \tilde{\cap} \gamma_X = \gamma_X$

ii. $\gamma_{\phi} \tilde{\cap} \gamma_X = \gamma_{\phi}$

iii. $\gamma_X \tilde{\cap} \gamma_{\tilde{E}} = \gamma_X$

iv. $\gamma_X \tilde{\cap} \gamma_Y = \gamma_Y \tilde{\cap} \gamma_X$

v. $(\gamma_X \tilde{\cap} \gamma_Y) \tilde{\cap} \gamma_Z = \gamma_X \tilde{\cap} (\gamma_Y \tilde{\cap} \gamma_Z)$

dir.

Önerme 2.6 [4] $\gamma_X, \gamma_Y \in FPFS(U)$ olsun. Bu takdirde De'Morgan kuralları geçerlidir.

i. $(\gamma_X \tilde{\cup} \gamma_Y)^{\tilde{c}} = \gamma^{\tilde{c}}{}_X \tilde{\cap} \gamma^{\tilde{c}}{}_Y$

ii. $(\gamma_X \tilde{\cap} \gamma_Y)^{\tilde{c}} = \gamma^{\tilde{c}}{}_X \tilde{\cup} \gamma^{\tilde{c}}{}_Y$

dir.

Önerme 2.7 [4] $\gamma_X, \gamma_Y, \gamma_Z \in FPFS(U)$ olsun. Bu takdirde,

i. $\gamma_X \tilde{\cup} (\gamma_Y \tilde{\cap} \gamma_Z) = (\gamma_X \tilde{\cup} \gamma_Y) \tilde{\cap} (\gamma_X \tilde{\cap} \gamma_Z)$

ii. $\gamma_X \tilde{\cap} (\gamma_Y \tilde{\cup} \gamma_Z) = (\gamma_X \tilde{\cap} \gamma_Y) \tilde{\cup} (\gamma_X \tilde{\cap} \gamma_Z)$

dir.

3. Riesz Metodu

Ce'sora, Riesz ve Nörlund toplanabilirlilikleri istatistiğin ve regüler matris dönüşümlerinin en önemli toplanabilirlilikleri arasındadır. Bu toplanabilirlilikler, bazı aritmetik ortalamaların hesaplanmasında ve bazı matris hesaplarında kullanılmışlardır.

Tanım 3.1 [9] $x = (x_k)$, $x_1 > 0$ ve $x_k \geq 0\ (k \in IN)$ olacak biçimde tanımlı reel sayıların bir dizisi ve $X_n = x_1 + x_2 + \cdots + x_n$ olsun. $n, k \in IN$ için $Rx := r_{nk}$ ile gösterilen

$$r_{nk} = \begin{cases} \dfrac{x_k}{X_n} & , \quad 0 < k \leq n \\ 0 & , \quad k < n \end{cases}$$

matrise x dizisi ile ilişkilendirilmiş Riesz Matrisi veya Ağırlıklı Ortalama Matrisi adı verilir.

Ek olarak, keyfi bir $s = (s_k)$ dizisi için

$$\{Rx\}_n = \frac{1}{X_n} \sum_{k=1}^{n} x_k S_k$$

şeklinde tanımlanan diziye (s_k) dizisinin Riesz dönüşüm dizisi adı verilir. Örneğin $n = 6$ için,

$$\{Rx\}_6 = \frac{x_1 s_1 + x_2 s_2 + x_3 s_3 + x_4 s_4 + x_5 s_5 + x_6 s_6}{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6}$$

biçimindedir.

Eğer $n \to \infty$ için $\{Rx\}_n \to l$ olacak biçimde bir $l \in IR$ mevcutsa, o halde (s_k) dizisine Riesz toplanabilirdir denir. Bu çalışma boyunca yukarıdaki gibi dönüşüm dizileri elde etme metoduna Riesz metodu adını vereceğiz.

4. *fpfs*-Toplama (Birleştirme) Operatörü [4]

$FPFS_{agg}$ ile gösterilen *fpfs* -birleştirme operatörü

$$FPFS_{agg} : F(E) \times FPFS(U) \to F(U)\ ,\ \ FPFS_{agg}(X, \gamma_X) = \gamma_X^*$$

şeklinde tanımlanır. Burada,

$$\gamma_X^* = \left\{ \mu_{\gamma_X^*}(u)/u \ :\ u \in U \right\}$$

değeri U üzerinde bir bulanık kümedir ve γ_X in bir araya toplanan (birleştirilmiş) bulanık kümesi adı denilir. Burada $\mu_{\gamma_X^*}(u)$ değeri E kümesinin kardinalitesi $|E|$ olmak üzere

$$\mu_{\gamma_X^*}(u) = \frac{1}{|E|}\sum_{x\in E}\mu_X(x)\cdot\mu_{\gamma_X(x)}(u)$$

şeklinde tanımlanır.

5. fpfs-Kümesiyle Karar Alma Metodu [4]

Sosyal bilimler, sağlık bilimleri ve teknik bilimler gibi pek çok alanda bazı belirsiz yapılarla başa çıkabilmek için bir karar verme aracı olarak ortaya atılan bu karar verme yöntemi, [4] te aşağıdaki algoritma ile verilmiştir.

1. Adım: U üzerinde bir γ_X *fpfs* -kümesi inşa edilir.
2. Adım: γ_X^* in birleştirilmiş bulanık kümesi bulunur.
3. Adım: En geniş üyelik derecesi $\max\mu_{\gamma_X^*}(u)$ bulunur.

Bu bölümde, [4] te yapılan uygulama Riesz metodu kullanılarak yeniden yorumlandı ve sonuçlar önceki sonuçlarla karşılaştırıldı.

Örnek 5. 1 Bir şirkete eleman alınacağını kabul edelim. Başvuran dört adayın kümesini $U=\{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ ile gösterelim. Bu adaylar için seçici kurulun (heyetin) belirlediği deneyim", "bilgisayar bilgisi", "halkla iletişim", "yüksek öğretim" parametrelerinin kümesi ise $E=\{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ olsun.

1.Adım: E kümesi üzerinde bir $X=\{0.2/x_1,\ 0.9/x_2,\ 0.5/x_3,\ 0.6/x_4\}$ bulanık kümesi için bir γ_X *fpfs* -kümesi aşağıdaki gibi inşa edilir.

$$\begin{aligned}\gamma_X = \{ &(0.2/x_1, \{0.3/u_1,\ 0.6/u_2,\ 0.7/u_3,\ 0.9/u_4\}) ,\\ &(0.9/x_2, \{0.8/u_1,\ 0.5/u_2,\ 0.4/u_3,\ 0.7/u_4\}) ,\\ &(0.5/x_3, \{1.0/u_1,\ 0.9/u_2,\ 0.6/u_3,\ 0.4/u_4\}) ,\\ &(0.6/x_4, \{0.8/u_1,\ 0.6/u_2,\ 0.2/u_3,\ 0.6/u_4\}) \}\end{aligned}$$

2. Adım: *Bulanık parametreli bulanık esnek küme* işlemine göre birleştirilmiş bulanık kümesi için,

$$\mu_{\gamma_X^*}(u_1) = \frac{0{,}2.0{,}3+0{,}9.0{,}8+0{,}5.1{,}0+0{,}6.0{,}8}{4} = \frac{1{,}76}{4} = 0{,}440$$
$$\mu_{\gamma_X^*}(u_2) = \frac{0{,}2.0{,}6+0{,}9.0{,}5+0{,}5.0{,}9+0{,}6.0{,}6}{4} = \frac{1{,}38}{4} = 0{,}345$$
$$\mu_{\gamma_X^*}(u_3) = \frac{0{,}2.0{,}7+0{,}9.0{,}4+0{,}5.0{,}6+0{,}6.0{,}2}{4} = \frac{0{,}92}{4} = 0{,}230$$
$$\mu_{\gamma_X^*}(u_4) = \frac{0{,}2.0{,}9+0{,}9.0{,}7+0{,}5.0{,}4+0{,}6.0{,}6}{4} = \frac{1{,}37}{4} = 0{,}342$$

şeklindedir. Şimdi de aynı işlemleri *Riesz metoduna* göre analiz edelim. Riesz'de tanımlanan X_n, bulanık bir kümenin kardinalitesini vermektedir. Buna göre, u_1 adayı için $s_1 = 0.3$, $s_2 = 0.8$, $s_3 = 1.0$, $s_4 = 0.8$ olacağından,

$$\mu_{\gamma X^*}(u_1) = \frac{0,2.0,3 + 0,9.0,8 + 0,5.1,0 + 0,6.0,8}{0,2 + 0,9 + 0,5 + 0,6} = \frac{1,76}{2,2} = 0,800$$

bulunur. Benzer şekilde,

$$\mu_{\gamma X^*}(u_2) = \frac{0,2.0,6 + 0,9.0,5 + 0,5.0,9 + 0,6.0,6}{0,2 + 0,9 + 0,5 + 0,6} = \frac{1,38}{2,2} = 0,627$$

$$\mu_{\gamma X^*}(u_3) = \frac{0,2.0,7 + 0,9.0,4 + 0,5.0,6 + 0,6.0,2}{0,2 + 0,9 + 0,5 + 0,6} = \frac{0,92}{4} = 0,418$$

$$\mu_{\gamma X^*}(u_4) = \frac{0,2.0,9 + 0,9.0,7 + 0,5.0,4 + 0,6.0,6}{0,2 + 0,9 + 0,5 + 0,6} = \frac{1,37}{2,2} = 0,623$$

bulunur. Buradan, toplama operatörü ve Riesz metodu kullanılarak elde edilen γ_X in $\gamma^*{}_X$ birleştirilmiş bulanık kümeleri sırasıyla,

$$\gamma_X^* = \{ 0.440/u_1 \,,\; 0.345/u_2 \,,\; 0.230/u_3 \,,\; 0.342/u_4 \}$$

şeklinde oluşur. *Reisz metoduna* göre ise;

$$\gamma_X^* = \{ 0.800/u_1 \,,\; 0.627/u_2 \,,\; 0.481/u_3 \,,\; 0.623/u_4 \}$$

biçimindedir.

3. Adım: Bu adımda sonuç olarak, *Bulanık parametreli bulanık esnek küme* işlemine göre en büyük üyelik derecesi $\max \mu_{\gamma_X^*}(u) = 0.440$ ve *Reisz metoduna* göre ise en büyük üyelik derecesi $\max \mu_{\gamma_X^*}(u) = 0.800$ olduğu görülür. Her iki durumda da adayların sıralamasının sabit kaldığına/kalacağına dikkat edilirse seçilmesi gereken adayın u_1 olduğu görülmüş olur.

6. Sonuç

Yukarıda verilen örnekten anlaşılabileceği üzere, [4] te elde edilen değerler ile Riesz metodunda elde edilen değerlerde sıralama aynıdır. $x = (x_k)$ dizisinin 1 disizi olması durumunda metotların aynı sonuçları vereceği açıktır. Ortaya atılan karar verme yöntemlerinin bilinen yapılarla karşılaştırılarak yeniden gözden geçirilmesi, teorinin gelişmesine katkı sağlayacaktır.

Kaynaklar

[1] Moldotsov, D.A., Soft set theory-first results, Computers and Mathematics with Applications, 37, 19-31, 1999.

[2] Cagman, N., Enginoglu, S., Soft set theory and uni-int decision making, European Journal of Operational Research, 207, 848-855, 2010.

[3] Cagman, N., Enginoglu, S., Soft set theory and its decision making, Computers and Mathematics with Applications, 59, 3308-3314, 2010.

[4] Cagman, N., Citak, F., Enginoglu, S., Fuzzy parameterized fuzzy soft set theory and its applications, Turkish Journal of Fuzzy Systems, 1(1), 21-35, 2010.

[5] Cagman, N., Enginoglu, S., Citak, F., Fuzzy soft set theory and its applications, Iranian Journal of Fuzzy Systems, 8 (3), 137-147, 2011.

[6] Cagman, N. Citak, F., Enginoglu, S., FP-Soft set theory and its applications, Annals of Fazzy Mathematics and Informatics, 2(2), 219-226, 2011.

[7] Cagman, N. and Enginoglu, S., Fuzzy Soft Matrix Theory and Its Applications in Decision Making, Iranian Journal of Fuzzy Systems, 9(1), 109-119, 2012.

[8] L. A. Zadeh, Fuzzy Sets, Information and Control, 8 (1965), 338-353.

[9] Boos, J.B., Cass, P., Classical and Modern Methods in Summability, Oxford Universty Pres, 2000.