

Atıf İçin: Kacar, İ. (2024). Bir Mekanik Jiroskopun Tasarımı, Modellenmesi ve Serbest Titreşim Analizi. *İğdır Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 14(1), 363-376.

To Cite: Kacar, İ. (2024). Design, Modeling and Free Vibration Analysis of a Mechanical Gyroscope. *Journal of the Institute of Science and Technology*, 14(1), 363-376.

Bir Mekanik Jiroskopun Tasarımı, Modellenmesi ve Serbest Titreşim Analizi

İlyas KACAR¹

Öne Çıkanlar:

- Jiroskopik tork
- Modal analiz
- Rijit dinamik analiz

Anahtar Kelimeler:

- Campbell
- Coriolis
- Jiroskop
- Modal analiz
- Yalpalama

ÖZET:

Jiroskoplar yön tayini için kullanılan cihazlar olmakla birlikte mekanik jiroskoplar; jiroskopik tork elde ederek yönlendirme ve dengeleme amaçlı kullanılmaktadır. Dönen cisimlere, dönme eksenleri haricindeki eksenlerden birine verilen yalpalama hızı sayesinde bir tork oluşmaktadır. Bu çalışmada oluşturulan tek volanlı bir mekanik jiroskop tasarımına, dinamik analiz uygulanması ile jiroskopik torkun hesaplanması sağlanmıştır. Bu analiz kapsamında yapılan modal analiz ile serbest titreşim frekansları belirlenmiştir. Volan dikey yerleştirilmiş olup ağırlık torku sayesinde çalışan, bir volanlı mekanik jiroskopun hareketine ilişkin dinamik cevaplar, klasik (Newtonian) mekaniği esaslı incelenmiştir. Volan 0-250 rad/s aralığında döndürüldüğünde herhangi bir doğal frekans oluşmamıştır. Jiroskop 0.468 Nm değerindeki tork ve 0.922 rad/s değerindeki yalpalama hızı ile dengelenmiştir. Jiroskopun zemine bağlandığı yatağa burulma sönümü verildiğinde nütasyon salınımları ortadan kalkmıştır. Sönümlü halde serbest titreşim frekansları değişmiştir.

Design, Modeling and Free Vibration Analysis of A Mechanical Gyroscope

Highlights:

- Gyroscopic torque
- Modal analysis
- Rigid dynamic analysis

Keywords:

- Campbell
- Coriolis
- Gyroscope
- Modal analysis
- Precession

ABSTRACT:

Gyroscopes are devices used for orientation determination however mechanical gyroscopes are used for orientating and balancing via gyroscopic torque. This torque is generated by the precession speed given to the rotating objects from one of the axes other than the rotation axes. In this study, the gyroscopic torque was calculated using dynamic analysis onto a single flywheel mechanical gyroscope design created. Free vibration frequencies were determined by modal analysis. Dynamic responses for the movement of the gyroscope with a flywheel, which is mounted vertically and balances the weight torque, are investigated on the basis of classical (Newtonian) mechanics. When the flywheel rotates in the range of 0-250 rad/s, it does not correspond to any natural frequency. Torque of 0.468 Nm is offset by a precession velocity of 0.922 rad/s. Nutation oscillations disappears when torsional damping is given to the joint where the gyroscope is attached to the ground. The free vibration frequencies change in the damped state.

¹İlyas KACAR ([Orcid ID: 0000-0002-5887-8807](https://orcid.org/0000-0002-5887-8807)), Niğde Ömer Halisdemir Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Mekatronik Mühendisliği Bölümü, Niğde, Türkiye

*Sorumlu Yazar/Corresponding Author: İlyas Kacar, e-mail: ikacar@gmail.com

GİRİŞ

Jiroskopların mekanik, optik ve elektromekanik türleri mevcuttur. Temel kullanım alanları, yön tayini olsa da, mekanik jiroskoplar, jiroskopik tork üretimi için de kullanılabilirler. Tork üretmek amacıyla üretilen volanın şasi, tahrik motoru ve iç-dış çerçeve olmak üzere montajlı hâline kontrol moment jiroskobu (KMJ) denmektedir. Bu tür jiroskoplarda jiroskopik tork; kendi eksen etrafında dönen bir volana, dönme eksen haricindeki eksenlerden herhangi birinin doğrultusunda verilen yalpalama hızı (presesyon, devinim) ve momentumun korunumu esasıyla oluşturulmaktadır. Açısal momentumun olduğu bir sistemde, jiroskopik torkun oluşabilmesinin şartı, açısal momentum değişiyor olmasıdır. Değişen momentum ise üretilen tork tarafından dengelenmektedir. Üretilen tork ya ağırlık torkunu yada başka bir dış torku dengelemektedir. Klasik (Newtonian) veya görelî yöntemler ile incelenebilmektedir. Ayrıca gezegenlerin kendi eksenleri ve yıldız etrafında dönüşü esnasında oluşan jiroskopik durumu inceleyen başka yöntemler de mevcuttur (Anonimouse, 2023b). Bu çalışmada, ağırlık torkuna dayanan, yalpalama esaslı bir mekanik jiroskop tasarımına odaklanılmıştır.

Mekanik jiroskoplar torku verimli bir şekilde üretebilmeleri hâlinde çevik uzay araçları, gemiler ve robotik sistemler dâhil birçok uygulama için idealdirler (Bayram, 2020; Yılmaz ve Kilci, 2021). Volan, şasi, tahrik motoru ve dış gövde olmak üzere dört temel bölümden oluşmaktadır. Tek rotorlu ve tek volanlı, tek rotorlu ve çift volanlı çeşitleri mevcuttur. Volan hızları sabit olabileceği gibi değişken de olabilmektedir (Liu ve ark., 2021). Volan yerine küreden oluşan küresel jiroskoplar da günümüzde aktif olarak araştırılmaktadır. Her birisinin kendisine has avantajları mevcuttur. Ancak üstesinden gelinmesi gereken dezavantajlara da sahip olabilmektedirler. Örneğin; küresel jiroskop dışındakiler, tekilik olarak adlandırılan bir soruna yani jiroskopun belirli bir yönde tork üretmediği durumlara sahiptir (Hu ve ark., 2017; Kojima ve ark., 2021; Lee ve Jung, 2018). Stator ve rotor arasındaki dar boşluk ise bir başka problem olup çözüm için manyetik yataklar kullanılabilir (Dagnaes-Hansen ve Santos, 2018, 2019; Ye ve ark., 2021). Bu durumda titreşim önemli tasarım kriteri olup modal analiz yapılmalıdır (Y. Zhang ve ark., 2022). Rezonans oluşmaması için doğal frekanslar genellikle anma dönüş hızından uzakta olacak şekilde tasarım yapılmaktadır. Zira rezonans meydana gelirse, manyetik yatakların kontrolü zorlaşmaktadır. KMJ kullanan bir uzay aracının dinamik analizi yapılarak titreşimlerin, faydalı yüklerin performansı üzerindeki olumsuz etkisi incelenmiştir (Sun ve ark., 2023).

Çırpınma da yapısal hasarlara yol açabilecek önemli başka bir problemdir. Köprü destekleme elemanlarından biri olan uzun açıklık kablolarının, rüzgâra hassasiyetleri neticesinde oluşan çırpınmaya karşı dayanımı artırmak için aktif bir dengeleyici olarak mekanik jiroskopun kullanıldığı görülmüştür (Giaccu ve Caracoglia, 2021). Otonom çok rotorlu küçük insansız hava sistemlerini yönlendirme, seyr-ü sefer ve kontrol sistemlerinde kullanılmıştır. İtki kullanmadan manevra yapabilmek için büyük uzay araçlarında kullanılmaktadır (Wang ve ark., 2020). Yön sensörleri devre dışı kalan uzay aracının durum kontrolü için önemlidir (P.-F. Zhang ve ark., 2020). Jiroskoplardaki olası arıza tespiti için sinir ağı (Montoya-Cháirez ve ark., 2019; Moreno-Valenzuela ve ark., 2020) ve genetik algoritma gibi yöntemler kullanılmaktadır (Muthusamy ve Kumar, 2021). Mekanik jiroskopların sismik yer hareketi ivmesine maruz kalan kule ve yüksek binaların kolonlarındaki titreşimlerin sönümlenmesinde kullanıldığı görülmüştür (Ünker ve Çuvalcı, 2015a, 2015b). Ancak özellikle de otonom cihazlarda volanın sürekli dönmesi nedeniyle, uzun süreli kullanımlarda yüksek enerji sarfiyatı oluşmaktadır (Zheng ve ark., 2017). En az enerji sarfiyatı ile en yüksek tork elde edebilmek için, mekanik sistemin uygun boyutlarda seçilmesi gerekmektedir.

Bu soruna çözüm olarak uygulanan yöntemlerden biri de minimum güç tüketimi için optimum tasarım yapmaktır. Minimum sistem gücü ve maksimum volan momentumu kısıtları kullanılarak yapılan bir optimizasyon sonucunda istenen torku üretilen bir jiroskop tasarlanmıştır (Liu ve ark., 2019). Optimizasyon esnasında, bir tasarımcının en sık kullandığı araçlarından biri de simülasyonlar olup (Osman ve ark., 1982), incelenen olayın belli şartlar altında çoklu fizik sonuçlarını görebilmede güvenilir sonuçlar elde edilebilmiştir (Kownacki, 2011).

Açık literatürde, simülasyon kullanarak KMJ dinamiklerinin elde edildiği bazı çalışmalar olmakla birlikte, yazarların bildiği kadarıyla, bir KMJ tasarımında, dinamik davranışın simülasyon ile elde edilmesi ve optimizasyon yöntemi kullanılması konusunda herhangi bir çalışma mevcut değildir. Bu çalışmada, ağırlık torku sayesinde çalışan, tek volanlı mekanik bir jiroskopun hareketine ilişkin dinamik davranış, titreşim ve rijit cisim simülasyonu ile elde edilmiştir. Yapının serbest titreşim frekansları, sönümün ve volan devrinin, bu frekanslar üzerindeki etkileri tespit edilmiştir. İkinci bölümde mekanik jiroskoptan tork elde edilmesi ve serbest titreşim teorileri verilmiştir. Üçüncü bölümde KMJ'nu oluşturan kavramsal tasarım, malzeme ve geometrik özellikler verilmiştir. Dördüncü bölümde rijit cisim dinamik simülasyonu, beşinci bölümde modal analiz izah edilmiş olup altıncı bölüm ise bulgular ve tartışmayı içermektedir. Yedinci ve son bölümde bu çalışmadan elde edilen temel çıkarımlar ve çalışmanın gelecek potansiyeli verilmiştir.

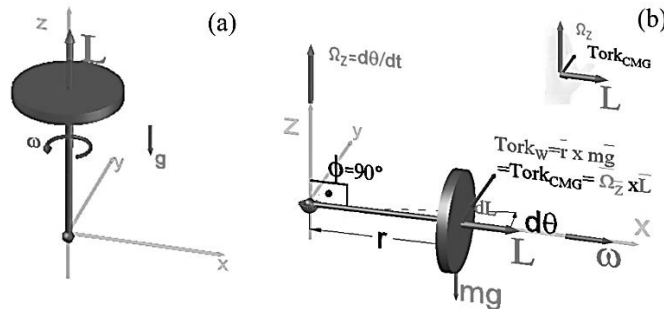
MATERYAL VE METOT

Jiroskopik Tork

Şekil 1-a'da jiroskopik torku, üzerine gelen başka bir tork sayesinde üreten bir KMJ'un serbest cisim diyagramı gösterilmiş olup klasik mekaniğe dayanan, cisme sabitlenmiş bir eksen takımına göre açılal momentumdaki değişimin genel denklemi, Denklem (1)'de verilmiştir.

$$\sum \vec{M} = \frac{d(\vec{L})_{xyz}}{dt} + \vec{\Omega} \times \vec{L} \quad (1)$$

Burada $\sum \vec{M}$ ifadesi net tork olup, yönü ise bağıntıya göre $d\vec{L}$ yönünde (veya $\vec{\Omega} \times \vec{L}$ yönünde) olmalıdır. $\vec{\Omega}$, yalpalama olarak adlandırılan bir açılal hızdır. Bu bağıntı sistemin momentumunun değişmesi hâlinde bir tork oluşturacağı anlamına geldiği gibi, dışarıdan herhangi bir tork uygulandığında da ($|Tork|_{uygulan}$), bu torkun, sistemin açılal momentumu değiştiren tork hükmünde olması gerektiği anlamına da gelmektedir. Yani, $\sum \vec{M} = \overline{Tork}_{uygulan}$ olmalıdır. $d\vec{L}$ biliniyorken, torkun yönünün, $d\vec{L}$ yönünde oluşması gerektiği gibi, tork biliniyorken de, momentum değişimi $d\vec{L}$ ise tork ile aynı yönde oluşmalıdır. Yani açılal momentumu sabit olan bir jiroskopa, dışarıdan tork uygulandığında, jiroskopun momentumu, uygulanan dış tork kadarlık değişime uğrayacaktır.



Şekil 1. (a) Kendi ana eksenini etrafında dönen bir adet volana sahip bir mekanik jiroskop, (b) $\phi = 90^\circ$ iken KMJ'unun serbest cisim diyagramı ve sağ el kuralına göre jiroskopik torkun yönü

\emptyset nütasyon olarak adlandırılmaktadır. $\vec{\Omega}$ sabit, $\vec{\omega}$ sabit ve \emptyset 'nin sabit olduğu özel durum; “kararlı durum (sabit) presesyonu” olarak da adlandırılmaktadır. Bu durumda, Denklem (1)'de verilen ilk terim, $\frac{d(\vec{L})_{xyz}}{dt} = 0$ olacak ve açısal momentumdaki değişim denklemi, Denklem (2)'deki gibi ifade edilebilecektir.

$$\sum M = \vec{\Omega} \times \vec{L} \quad (2)$$

Yönü ise Şekil 1-b'de gösterildiği gibi \vec{L} ve $\vec{\Omega}$ vektörleri dikkate alınarak, sağ el kuralı ile bulunmaktadır. Tek eksenli bir jiroskop için genel denklemin açık hali Denklem (3)'te verilmiştir (Kacar ve ark., 2021).

$$\begin{aligned} \sum |M|_y &= \Omega \sin \emptyset [I(\Omega \cos \emptyset + \omega) - I_0 \Omega \cos \emptyset] \\ \sum |M|_x &= 0 \\ \sum |M|_z &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

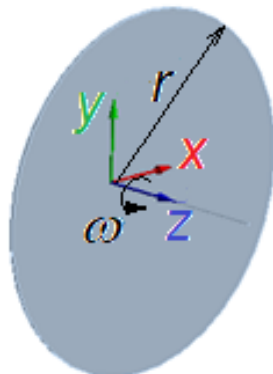
$\sum |M|_y$ ile hesaplanacak jiroskop momenti, rotorun ağırlığından kaynaklanan $|Torque|_{uygulanan}$ momentine eşit olmalıdır. Zira yapıya etkiyen başka moment yoktur. Bu şekle göre, moment hesabında kullanılacak dik mesafe $|\vec{r}| = r * \sin \emptyset$ olmaktadır. Ağırlık momentinin yönü; \vec{r} konum vektörü ve \vec{g} yerçekimi vektörlerinin yönleri dikkate alınarak sağ el kuralına göre bulunmaktadır. Denklem (3), eşitleme neticesinde Denklem (4)'e indirgenebilecektir.

$$\begin{aligned} \sum |M|_y &= \Omega \sin \emptyset [I(\Omega \cos \emptyset + \omega) - I_x \Omega \cos \emptyset] \\ r * \sin \emptyset * m * g &= \Omega \sin \emptyset [I(\Omega \cos \emptyset + \omega) - I_x \Omega \cos \emptyset] \\ r * m * g &= I \Omega^2 \cos \emptyset + I \Omega \omega - I_x \Omega^2 \cos \emptyset \\ r * m * g &= I \Omega \omega + (I - I_x) \Omega^2 \cos \emptyset \end{aligned} \quad (4)$$

Şekil 1-b'de \emptyset açısının 90° olduğu özel bir durumu inceleyelim. Burada yalpalama rotor eksenine normal olan bir eksen etrafındadır. Tek eksenli ve kararlı presesyon hali geçerli olsun. Bu durumda $\sin 90^\circ = 1$ olacağı için, $|L = r| * \sin \emptyset \rightarrow |L|$ dir. İlave olarak, $\cos 90^\circ = 0$ olacağından dolayı Denklem (4)'teki $(I - I_0) |\Omega|^2 \cos \emptyset = 0$ olacaktır. Bu durumda jiroskopik tork, Denklem (5)'e indirgenecektir.

$$r * m * g = I \Omega \omega \quad (5)$$

Denklemlerdeki I , volanın kütleli atalet momenti olup volan şekilli bir cisim için, farklı eksenlere göre kütleli atalet momenti hesaplama formülleri Şekil 2'de verilmiştir. Burada m, r terimleri, sırası ile volanın kütlesi ve volan yarıçapıdır. I_z rotorun dönme eksenini etrafındaki kütleli atalet momenti olup, kullanım kolaylığı olması için I ile de gösterilmektedir. T ise kinetik enerjidir.



$$\begin{aligned} I_z &= I = \frac{1}{2} * m * r^2 \\ I_x &= I_y = \frac{1}{4} * m * r^2 \\ T_{gyroscope} &= \frac{1}{2} I \omega^2 \end{aligned}$$

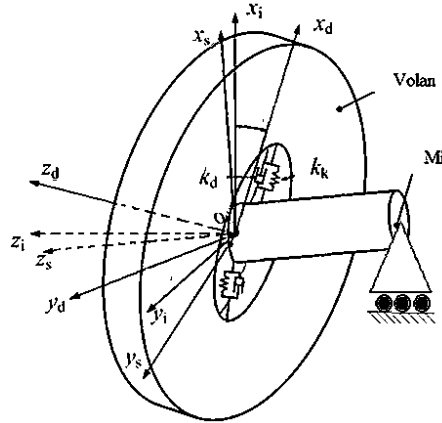
Şekil 2. Volan şekilli cisimlerde kütleli atalet momentleri ve kinetik enerji formülü

Serbest titreşim frekansı

Dönme hareketi yapan çok serbestlik dereceli bir yapı için hareketin genel dinamik denklemi Denklem (6)'da verilmiştir.

$$[j]\{\ddot{\theta}\} + [d]\{\dot{\theta}\} + [k]\{\theta\} = \{F(t)\} \quad (6)$$

Burada $[j]$ atalet matrisi, $[d]$ sönüm matrisi, $[k]$ rijitlik matrisi, $\{\theta\}$ dönme vektörü, $\{\dot{\theta}\}$ açısal hız vektörü, $\{\ddot{\theta}\}$ açısal ivme vektörü, $F(t)$ ise dış yüküdür.



Şekil 3. Bir KMJ'unun mekanik modeli

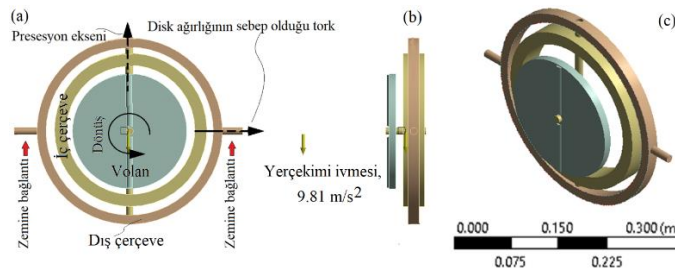
Tasarım için Şekil 3'te gösterilen volan mekanik model esas alınmıştır. Bu durumda sistemin modal frekansları Denklem (7) ile hesaplanmaktadır (Zhang ve ark., 2022).

$$\omega = \pm \sqrt{\frac{k_k}{J_{1d}} + \frac{k_k}{J_{2d}}} \quad (7)$$

Burada k_k ; mil volan bağlantısının yay katsayısı, J_{1d} ; milin x_d doğrultusundaki kütlelesel atalet momentini, J_{2d} ise volanın x_d doğrultusundaki kütlelesel atalet momentidir.

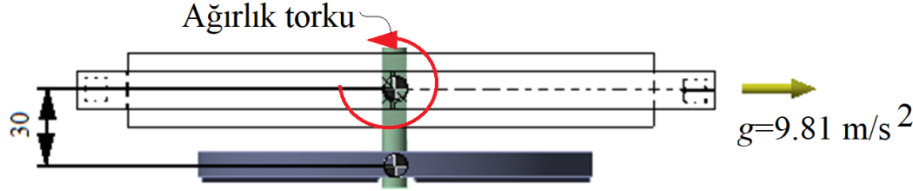
Kavramsal tasarım

Şekil 4'te bu çalışmada kullanılan ağırlık dengeleme esaslı çalışan bir mekanik jiroskop tasarımı gösterilmiştir. Bir adet disk şeklinli volan mevcuttur. Volanın hem kendi eksenini etrafında hem de diğer iki eksen etrafında dönme hareketi yapabilmesi için Şekil 4'te verildiği gibi iç içe iki çerçeveli bir tasarım oluşturulmuştur. KMJ'unun zeminle bağlantısı, volanın iç çerçeveye, iç çerçevenin dış çerçeveye bağlanma şekli döner bağlantı türündedir. Döner bağlantılar, sadece bağlantı eksenini etrafındaki dönmenin serbest ancak diğer beş (üç öteleme + diğer iki eksen etrafındaki dönme) serbestlik derecesinin kısıtlı olduğu bir bağlantı türüdür. Fiziksel olarak rulmanlı yataklara karşılık gelmektedir. Volan, mil etrafında dönmektedir. Mil ise iç çerçeveye sabitlenmiştir. 9.81 m/s^2 değerindeki standart yerçekimi ivmesi, şekilde gösterilen doğrultuda ve yönde uygulanmıştır. Üç eksen etrafında da serbest dönme elde edilecek biçimde ve ağırlık torku olacak biçimde merkezden kaçık olarak tasarlanmıştır. Başlangıçta \emptyset nütasyon açısı 90° 'dir.



Şekil 4. Çalışmada kullanılan mekanik jiroskopun, (a) kavramsal tasarımı, (b) yan, (c) perspektif görünümü

Ağırlık torkuna bağlı yalpalama esaslı tasarım oluşturulacağı için Şekil 5'te gösterildiği gibi başlangıçta volan ağırlık merkezinin, dönme merkezine olan uzaklığı 0.03 m olarak yerleşim sağlanmıştır. Bütün parçaların malzemesi yapı çeliği olup özellikleri Tablo 1'de verilmiştir. KMJ'una ait geometrik özellikler ise Tablo 2'de verilmiştir.



Şekil 5. Volan ağırlık merkezinin KMJ merkezine olan mesafesi

Tablo 1. Malzeme özellikleri

Özellik	Değer
Yoğunluk (kg/m ³)	7850
Çekmedeki akma gerilmesi (MPa)	250
Basmadaki akma gerilmesi(MPa)	250
Çekmedeki maksimum gerilme (MPa)	460
Basmadaki maksimum gerilme (MPa)	460

Tablo 2. KMJ'una ait geometrik özellikler

Özellik	Değer
Dış çerçeve	
Hacim (m ³)	1.4778*10 ⁻⁴
Asal atalet momenti, I_{p1} , (kg·m ²)	8.4503*10 ⁻³
Asal atalet momenti, I_{p2} , (kg·m ²)	9.4675*10 ⁻³
Asal atalet momenti, I_{p3} , (kg·m ²)	1.7875*10 ⁻²
Kütle (kg)	1.1601
İç çerçeve	
Hacim (m ³)	3.2782*10 ⁻⁴
Asal atalet momenti, I_{p1} , (kg·m ²)	1.2469*10 ⁻²
Asal atalet momenti, I_{p2} , (kg·m ²)	1.1848*10 ⁻²
Asal atalet momenti, I_{p3} , (kg·m ²)	2.3927*10 ⁻²
Kütle (kg)	2.5734
Volan	
Hacim (m ³)	2.0244*10 ⁻⁴
Disk kalınlığı (mm)	10
Asal atalet momenti, I_{p1} , (kg·m ²)	2.5669*10 ⁻³
Asal atalet momenti, I_{p2} , (kg·m ²)	2.5279*10 ⁻³
Asal atalet momenti, I_{p3} , (kg·m ²)	5.0673*10 ⁻³
Disk yarıçapı (mm)	800
Mil çapı (mm)	10
Kütle (kg)	1.5892
Kendi eksenini etrafındaki dönme hızı, ω (rad/s)	100

Rijit dinamik simülasyonu

Simülasyonlar, Ansys® yazılımının rijit dinamik analiz modülü kullanılarak gerçekleştirilmiştir (Ansys®, 2023). Rijit dinamik analiz bir eksplisit çözücü türüdür. Bu nedenle katı modellerin dinamik simülasyonlarını kapalı yapısal çözücünden çok daha hızlı çözmeye yeteneğine sahiptir. Rijit cisimler, direngenliklerinin sonsuz olduğunun varsayılan cisimlerdir. Bunun bir sonucu olarak, ANSYS Rigid Dynamics tarafından hiçbir deformasyon veya gerilme tahmini sağlanamaz. Bu çözücünün çıktıları, modelin yataklarındaki yük, hız ve ivmelerdir. Esnek cisimler üç boyutlu katı,

kabuk veya kiriş elemanlarından herhangi biri ile modellenenlerken rijit cisimler ise MPC184 rijit bağlantı, rijit kiriş elemanları veya temas özellikleri kullanılarak modellenmektedir. Esnek ve/veya rijit parçalar MPC184 bağlantı elemanları kullanılarak bağlanmaktadır.

Şekil 6'da verildiği üzere analiz, iki adımda ve toplam 1 saniye süreyi kapsayacak şekilde gerçekleştirilmiştir. İterasyonlarda, minimum zaman adımı $1e-7s$ ve maksimum zaman adımı $5e-2$ s olarak sınırlandırılmıştır. Her bir simülasyon, 3.40 GHz quad core CPU, 8 GB RAM özellikli bir bilgisayar ile 0.446 s sürmüştür.

Step Controls		A		B	
Number Of Steps	2	1	Rigid Dynamics	1	Modal
Current Step Number	2	2	Engineering Data ✓	2	Engineering Data ✓
Step End Time	1. s	3	Geometry ✓	3	Geometry ✓
Auto Time Stepping	On	4	Model ✓	4	Model ✓
Carry Over Time Step	Off	5	Setup ✓	5	Setup ✓
Initial Time Step	1.e-002 s	6	Solution ✓	6	Solution ✓
Minimum Time Step	1.e-007 s	7	Results ✓	7	Results ✓
Maximum Time Step	5.e-002 s				

Şekil 6. Analiz ayarları ve proje şeması

Dinamik analizlerde, bağlantının z eksenini, dönme eksenini temsil ettiğinden dolayı, ω açılmal dönme hızı, volana, Şekil 4'te gösterildiği gibi ana eksenini etrafında uygulanmıştır. Volanın iç çerçeveye bağlandığı milin çapı, volan ağırlık merkezinin koordinatlarını mümkün oldukça az etkilemesi için, ufak seçilmiştir. Bütün parçalar, rijit cisimdir. Bu nedenle esneme, kopma mümkün değildir. Temas çifti kullanılmamıştır. Dolayısıyla eleman ağı oluşturulmamıştır. Bağlantının referans koordinat eksen takımı KMJ merkez noktası üzerindedir. Merkez nokta aynı zamanda bütün bağlantıların (volan-iç çerçeve, iç çerçeve-dış çerçeve, dış çerçeve-zemin) eksenlerinin kesiştiği noktadır. Zira ağırlık momenti hesaplamak üzere kullanılacak mesafe, bu noktaya göre ölçülmektedir. Volan ve milin birbirine göre dönme serbestlik derecesi mevcut olup, volan mil etrafında dönmektedir. Rijit cisimlerde yapısal sönüm bulunmamaktadır. Bununla birlikte dönerli yataklara sönüm tanımlanabilmektedir. Analizde kullanılan modelin sahip olduğu ana varsayımlar şunlardır: (1) malzemede sönümleme yok, (2) yatak sürtünmeleri ihmal edilmiştir, (3) yüzeyler tamamen temas halinde, (4) nütasyon açısı çok çok küçüktür, (5) volan milinin kütlesi ihmal edilmiştir, (6) diğer dış koşullar dikkate alınmamaktadır.

Bütün sayısal yöntemlerde, doğrulama büyük önem taşımaktadır. Simülasyonda eleman ağı oluşturulmadığı için elemandan bağımsızlık analizi yapılmasına gerek yoktur. Bununla birlikte teorik formüller mevcut olduğu için simülasyon sonuçları, teori ile karşılaştırılarak doğrulanacaktır.

Modal analiz

Serbest titreşim, bir başlangıç hareketi verilen ve daha sonra serbestçe salınmaya bırakılan sistemlerde meydana gelen titreşim türüdür. Serbest titreşim analizinin yapılması ile yapının doğal titreşim frekansları, mod şekli ve kütle katılım katsayıları bulunmaktadır. Modal analizler, sönümlü ve sönümsüz olarak gerçekleştirilmiştir.

Campbell grafiği yalnızca modal analizler sayesinde elde edilebilmektedir (Boyce, 2012). Dönen yapısal bileşen tasarımı için rotor dinamiğinde kullanılmaktadır. Dönen bir yapının dinamik özelliklerindeki değişiklikleri incelemek için faydalıdır. Cisim farklı hızlarda dönerken, cismin doğal frekansı da atalet etkisinin, yani jiroskopik etkinin bir sonucu olarak değişecektir. Bu diyagramların elde edilebilmesi için sönümlü bir modal analiz yapılmalı, Coriolis etkisi açık olmalı ve Campbell

diyagramı açık olmalıdır. Bu grafik, özellikle dönen bir cisim tasarlarken, dönen cismin doğal frekansının çalışma frekansı, harmonikleri veya alt harmonikleri tarafından uyarılıp uyarılmadığını belirlemek için gereklidir. Campbell grafiğinde “Frekans=dönme hızı” çizgisi ile frekans eğrilerinin kesişme noktalarına karşılık gelen dönme hızına kritik hız denmektedir. Kritik hızda dönen yapısal bileşen, doğal frekansa denk geldiği için rezonans oluşacaktır.

BULGULAR VE TARTIŞMA

Analitik Hesaplama

Herhangi bir sayısal yöntemde olduğu gibi, doğrulama büyük önem taşımaktadır. KMJ için analitik çözüm mevcuttur. Bu tür jiroskoplar ağırlıklarından kaynaklanan torku dengelemek üzere tasarlandığı için jiroskopun üreteceği tork, momentumun korunması için ağırlık torkuna eşit olmalıdır. Ağırlığa sebep olan volan kütesidir. Yalpalama ve nütasyon açıları çok çok küçük olduğu için diğer parçaların (iç çerçeve, dış çerçeve) ağırlık merkezi, moment noktasından geçmekte ve moment oluşturmamaktadır. Volan kütle merkezinin, dönme merkezine uzaklığı tork oluşmasına sebep olmaktadır.

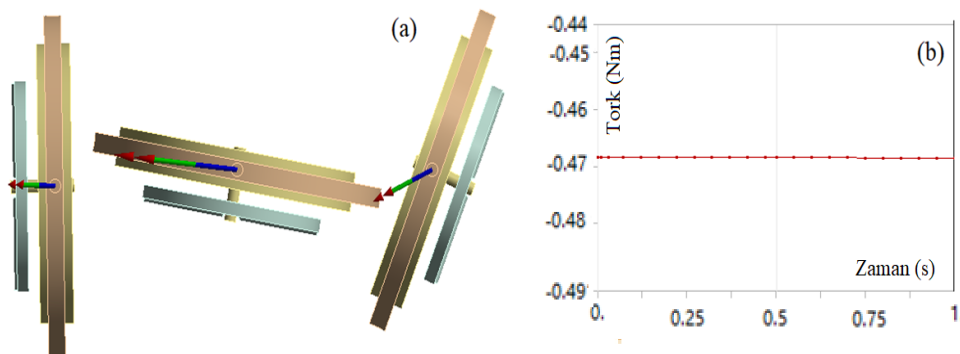
$$Tork_W = \vec{r} \times m\vec{g} = 0.03 * 1.59 * 9.8066 = 0.468 \text{ kgm}^2/s^2$$

Bu torku dengelemek için KMJ’undan beklenen yalpalama hızı ise aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

$$\vec{\Omega} = \frac{r * m * g}{L} = \frac{0.03 * 1.5892 * 9.8066}{5.0673 * 10^{-3} * 100} = 0.922 \text{ rad/s}$$

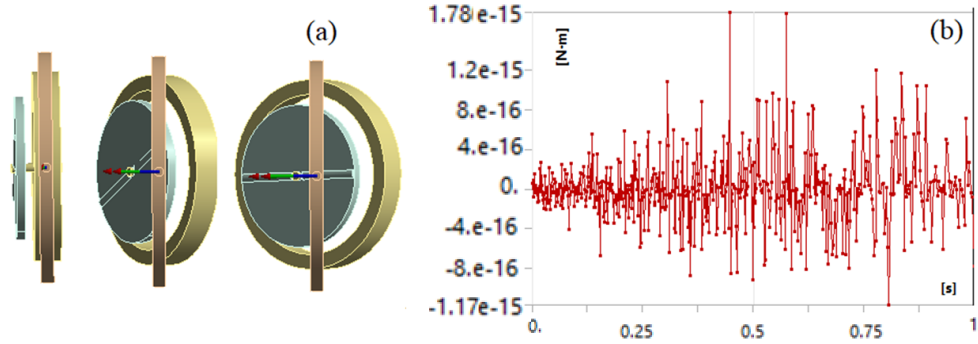
Simülasyon sonuçları

Volanda dönme yokken, hareketin rotası üzerine yerçekiminin etkileri Şekil 7-a’daki gibi elde edilmiştir. Dönme yokken, umulduğu gibi, yerçekimi etkisi ile KMJ, sarkaç salınımı hareketi yapmaktadır. Bu esnada KMJ’un zemine olan dönme bağlantılarının hareketi serbesttir. Bu bağlantıdaki reaksiyon torkunu ölçebilmek için zemine bağlantının eksenindeki serbest dönebilme özelliği engellendiğinde (dönme açısı sıfır verildi) bağlantının dönme eksenindeki reaksiyon torkunun sabit -0.46856 Nm olduğu görülmüştür (Şekil 7-b). Bu değer analitik formülle hesaplanan tork değerine eşittir.



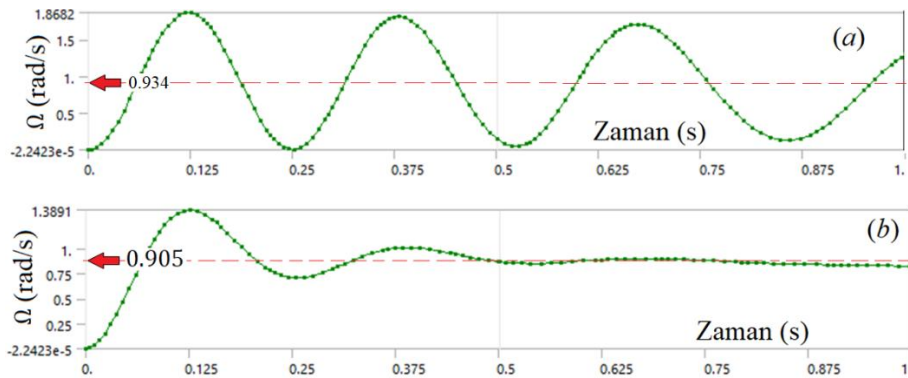
Şekil 7. Volan dönmüyorken ve yerçekimi varken (a) jiroskobun serbest sarkaç hareketi, (b) jiroskopun zemine döner bağlantısında oluşan net tork (reaksiyon torku)

Zemine bağlantının eksenindeki serbest dönebilme özelliği tekrar aktif edildiğinde ve volan döndürüldüğünde, dönme serbest olmasına rağmen, dış çerçevenin zemine göre dönme hareketi yapmadığı, yani ağırlık momentinin dengelenmiş olduğu Şekil 8-a’da görülmektedir. Dengelenmiş sistemde net tork sıfır olacağından bağlantıdaki -0.46856 Nm’lik reaksiyon torkunun artık oluşmadığı gözlemlenmiştir (Şekil 8-b).



Şekil 8. Volan dönüyorken ve yerçekimi varken (a) jiroskobun hareketi (sarkaç hareketi yok, presesyon var), (b) jiroskopun zemine döner bağlantısında oluşan net tork sıfır (reaksiyon yok), e-15 değeri sıfır olarak yorumlanabilmektedir

Şekil 9-a'da ise yalpalama hızı verilmiştir. Yalpalamada, beklenenin aksine, sabit bir değer yerine salınım gözlemlenmiştir. Bu salınım genliğinin ortalama değeri ise $\Omega_{ort} = \frac{1.8682 + (-2.2423e-5)}{2} = 0.934 \text{ rad/s}$ olup analitik sonuç ile uyumludur. Salınımın sebebi ise serbest nütasyondur. Cismin dışındaki etkilerden kaynaklanmayan nütasyona serbest nütasyon veya Euler nütasyonu denmektedir (Anonimouse, 2023a). Döner bağlantıda bir miktar sönüm olması halinde nütasyon hareketinin sönümleneceği ve salınımların azalacağı bildirilmiştir (Feynman ve ark., 2011; Goldstein, 1980). Bu nedenle döner bağlantıya 0.0025 Nms/derece değerinde burulma sönümü verildiğinde Şekil 9-b'deki gibi bir cevap elde edilmiştir. Nütasyon salınımlarının azaldığı ve yalpalamanın sabit $\Omega = 0.905 \text{ rad/s}$ değerine ulaştığı görülmüştür. Sönüm değerinin mevcudiyeti ağırlık torkunu azaltıcı bir reaksiyon oluşturmaktadır. Bu nedenle KMJ, daha az tork üretme gereksinimi için daha az yalpalama hızına ihtiyaç duymaktadır. Doğru bir sönüm değeri uygulamak için optimizasyon veya deneysel sönüm tespiti gerekli olup bunlar, bu çalışma kapsamı dışındadır.

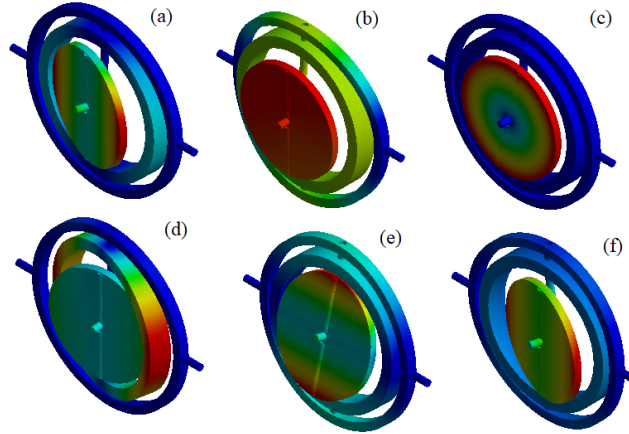


Şekil 9. Yalpalama hızı; (a) sönüm yokken, (b) sönüm varken

Sönümsüz ve sönümlü serbest titreşime ait ilk on doğal frekans değeri Tablo 3'te ve ilk altı doğal frekansın mod şekilleri ise Şekil 10'daki gibi elde edilmiştir. Mod şekilleri sonuçları daha belirgin olması amacıyla 0.024 kat küçültülmüştür. Deformasyon değerleri temsili olduğundan dolayı şekilde ölçek verilmemiştir. Serbest titreşim analizi, rijit dinamik analizden farklı olarak uygulandığı için, her ne kadar rijit dinamik analizde sönüm kullanılamıyor olsa da, serbest titreşim analizi hem sönümsüz ve hem de sönümlü (yapısal sönüm katsayısı $g=0.04$) olarak ayrı ayrı uygulanmıştır.

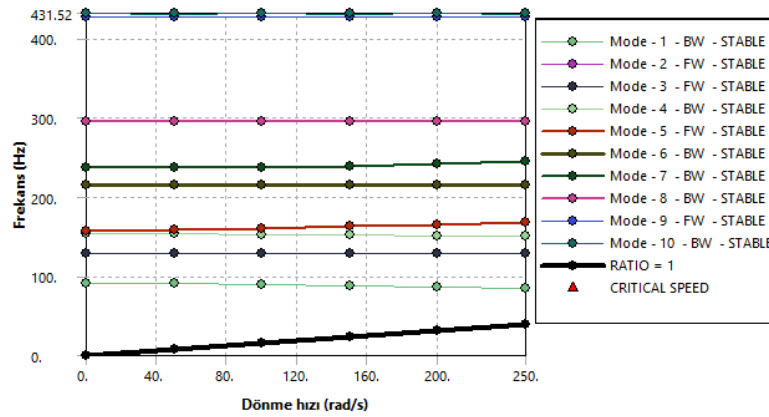
Tablo 3. KMJ'un doğal frekansları

Frekans (Hz)	Modlar									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Sönümsüz	90.847	127.93	128.6	153.84	157.62	214.44	236.44	295.63	426.98	431.13
Sönümlü	90.865	127.95	128.63	153.87	157.65	214.49	236.49	295.69	427.06	431.22



Şekil 10. KMJ'un mod şekilleri, (a) birinci, (b) ikinci, (c) üçüncü (d) dördüncü, (e) beşinci, (f) altıncı mod şekilleri

Şekil 11'de ise sönümlü modal analiz sonunda elde edilen Campbell diyagramı verilmiştir. Volan dönüş hızı yatay eksen ve sistem doğal frekansı ise dikey eksen üzerindedir. Cismin dönüş hızının artması ile doğal frekansta değişimin neredeyse hiç olmadığı görülmektedir. 0-250 rad/s aralığında dönen cisim herhangi bir doğal frekansa denk gelmemektedir.



Şekil 11. Campbell diyagramı; FW ileri, BW geri dönme esnasındaki değerler

Tartışma

Bu çalışmada tek volanlı bir mekanik jiroskop tasarımı oluşturularak dinamik analiz yoluyla jiroskopik torkun hesaplanması sağlanmıştır. Mekanik modelleme esnasında yükün yanı sıra sınır şartları da bu simülasyon sonuçları üzerinde büyük etkiye sahiptir. Bir KMJ volanının şasisi ile birlikte mekanik olarak modellenmesi ve simülasyon yoluyla çalıştırılabilmesi sağlanmıştır. Volanın rotora, rotorun iç çerçeveye, iç çerçevenin dış çerçeveye ve dış çerçevenin zemine mekanik bağlantısını oluşturan serbestlik dereceleri ve kısıtlar açıkça verilmiştir. Dinamik simülasyonlar, rijit veya esnek olmak üzere gerçekleştirilmektedir. Rijit cisim esaslı analizlerde yatak ve bağlantılardaki yük, yer değiştirme, hız ve ivme bilgileri elde edilebilmektedir. Simülasyonlar sonlu eleman yöntemi esaslı analizlerdir.

Rijit dinamik analiz sayesinde bir mobil robotun güç gereksinimi (Sucuoglu ve ark., 2018), bir bisikletin dengelenmesi için gereken moment değeri (Kacar ve ark., 2021) hesaplanabilmektedir. Modal analiz sayesinde de ortasında volan bulunan bir milin kritik frekansları hesaplanabilmektedir (Fan ve ark., 2018). Yapısal analiz ve optimizasyon sayesinde modelin dinamik özelliklerinin büyük ölçüde iyileştirildiği (Xiu ve ark., 2021), oluşan gerilmelerin izin verilen sınır altında kaldığı görülmüştür (Ahmed ve ark., 2016; Xiu ve ark., 2021; He ve ark., 2022). KMJ tasarımlarının yüksek hassasiyetli simülasyonu, karmaşık elektromekanik cihazın hızlı ve yüksek kalitede geliştirilmesine olanak

tanımlanmaktadır. Aynı zamanda optimum çalışma özellikleri elde edilebilmektedir. Tüm bu yönler, cihaz üretiminin temelini oluşturmaktadır (Kostyuchenko ve Indygasheva, 2018).

Üzerinde 5 kg yük bulunan ve 17.5 kg kütledeki iki tekerlekli bir bisikletin otonom sürüşünü sağlayabilmek için dengeleme amaçlı olarak kullanılacak bir KMJ'unun 30Nm'lik tork gereksinimine sahip olacağı dinamik simülasyon neticesinde bildirilmiştir (Kacar ve ark., 2021). 20.5 kg kütleli bir bisiklet tekerleğini dengelemek için 9.25 Nm reaktif jiroskopik tork gerekeceği analitik formüllerle hesaplanmıştır (Ahmed ve ark., 2016).

Mevcut çalışma ile elde edilen KMJ, mekanik dengeleme sağlamak üzere yapısal parça olarak kullanımı konusunda gelecek çalışma potansiyeline sahiptir.

SONUÇ

Rijit dinamik simülasyonu ve modal analiz yöntemleri kullanılarak bir KMJ'unun mekanik tasarımı yapılmıştır. Volan dikey yerleştirilmiş olup ağırlık torku sayesinde çalışan, bir volanlı mekanik jiroskobun hareketine ilişkin dinamik cevaplar, klasik (Newtonian) mekaniği esaslı incelenmiştir. Elde edilen temel çıkarımlar aşağıda sıralanmıştır.

- Tasarlanan KMJ volanının dönüş hızının artması ile doğal frekanslarda değişim neredeyse hiç olmamaktadır. 0-250 rad/s aralığında dönen volan bu aralıkta herhangi bir doğal frekansa denk gelmemektedir.
- Sönümlü halde serbest titreşim frekansları değişmektedir. Sönümlü halde daha artmaktadır.
- 0.468 Nm değerindeki tork, 0.922 rad/s değerindeki yalpalama hızı ile dengelenmiştir.
- KMJ'unun zemine bağlandığı yatağa burulma sönümü verildiğinde nütasyon salınımları ortadan kaldırılmıştır.
- Müteakip çalışma olarak, tasarlanan KMJ'unun mekanik dengeleme sağlamak üzere yapısal parça olarak kullanılabilmesi amacıyla optimizasyon yapılarak gereken torku sağlamak üzere boyutlandırılması yapılacaktır.

TEŞEKKÜR

Bu çalışmanın inceleme ve değerlendirme aşamasında yapmış oldukları değerli katkılardan dolayı; editör, hakem ve emeği geçenlere içten teşekkür ederim.

Çıkar Çatışması

Makale yazarları aralarında herhangi bir çıkar çatışması olmadığını beyan ederler.

KAYNAKLAR

- Ahmed, A., Adnaik, I., Bhavsar, D. & Sargar, T. S. (2016). Design and Analysis of Gyro Wheel for Stabilization of a Bicycle. *International Journal for Scientific Research & Development*, 4(04), 349-351.
- Anonimouse. (2023a). Nutation *Wikipedia*®. en.wikipedia.org: Wikimedia Foundation, Inc.,
- Anonimouse. (2023b). Precession *Wikipedia*®. en.wikipedia.org: Wikimedia Foundation, Inc.,
- Ansys®. (2023). Academic Research Mechanical Products, 2021 R2, Help System, ANSYS Mechanical User's Guide: ANSYS, Inc.
- Bayram, H. (2020). Design and Implementation of Autonomous Surface Vehicle for Inland Water. *Iğdır Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 10(1), 101-111. doi: 10.21597/jist.642503
- Boyce, M. P. (2012). 5 - Rotor Dynamics. In M. P. Boyce (Ed.), *Gas Turbine Engineering Handbook (Fourth Edition)* (pp. 215-250). Oxford: Butterworth-Heinemann.

- Dagnaes-Hansen, N. A. ve Santos, I. F. (2018). Magnetically suspended flywheel in gimbal mount – Nonlinear modelling and simulation. *Journal of Sound and Vibration*, 432, 327-350. doi: 10.1016/j.jsv.2018.06.033
- Dagnaes-Hansen, N. A. ve Santos, I. F. (2019). Magnetically suspended flywheel in gimbal mount - Test bench design and experimental validation. *Journal of Sound and Vibration*, 448, 197-210. doi: 10.1016/j.jsv.2019.01.023
- Fan, Y., Ding, H., Li, M. & Li, J. (2018). Modal Analysis of a Thick-Disk Rotor with Interference Fit Using Finite Element Method. *Mathematical Problems in Engineering*, 2018, 5021245. doi: 10.1155/2018/5021245
- Feynman, R. P., Leighton, R. B. & Sands, M. (2011). *The Feynman Lectures on Physics, Vol. I: The New Millennium Edition: Mainly Mechanics, Radiation, and Heat*: Basic Books.
- Giaccu, G. F. ve Caracoglia, L. (2021). A gyroscopic stabilizer to improve flutter performance of long-span cable-supported bridges. *Engineering Structures*, 240, 112373. doi: 10.1016/j.engstruct.2021.112373
- Goldstein, H. (1980). *Classical Mechanics*: Addison-Wesley Publishing Company.
- He, Z., Wen, T., Zhang, X., Li, H., Chen, X. & Liu, X. (2022, 25-27 Nov. 2022). *Multi-physics Coupling and Thermal Network Analysis of MSKMJ*. Paper presented at the 2022 China Automation Congress (CAC).
- Hu, Q., Guo, C. & Zhang, J. (2017). Singularity and steering logic for control moment gyros on flexible space structures. *Acta Astronautica*, 137, 261-273. doi: 10.1016/j.actaastro.2017.04.030
- Kacar, İ., Eroğlu, M. A. & Yalçın, M. K. (2021). Design and development of an autonomous bicycle. *Niğde Ömer Halisdemir Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Dergisi*, 10(1), 364-372. doi: 10.28948/ngumuh.628580
- Kojima, H., Nakamura, R. & Keshtkar, S. (2021). Model predictive steering control law for double gimbal scissored-pair control moment gyros. *Acta Astronautica*, 183, 273-285. doi: 10.1016/j.actaastro.2021.03.023
- Kostyuchenko, T. ve Indygashcheva, N. (2018). Computer-aided design system for control moment gyroscope. *MATEC Web Conf.*, 158, 01021.
- Kownacki, C. (2011). Optimization approach to adapt Kalman filters for the real-time application of accelerometer and gyroscope signals' filtering. *Digital Signal Processing*, 21(1), 131-140. doi: 10.1016/j.dsp.2010.09.001
- Lee, S.-D. ve Jung, S. (2018). Human-actuator collaborative control by a novel frequency-division technique for linear maneuverability of control moment gyroscopic actuators. *Mechatronics*, 55, 224-233. doi: 10.1016/j.mechatronics.2018.05.001
- Liu, F., Gao, F., Zhang, W., Zhang, B. & He, J. (2019). The optimization design with minimum power for variable speed control moment gyroscopes with integrated power and attitude control. *Aerospace Science and Technology*, 88, 287-297. doi: 10.1016/j.ast.2019.03.028
- Liu, F., Gao, Y. & Zhang, W. (2021). Large angle maneuver and high accuracy attitude pointing steering law for variable speed control momentum gyroscopes. *Journal of the Franklin Institute*, 358(7), 3441-3469. doi: 10.1016/j.jfranklin.2021.02.019
- Marshall, J. A., Sun, W. & L'Afflitto, A. (2021). A survey of guidance, navigation, and control systems for autonomous multi-rotor small unmanned aerial systems. *Annual Reviews in Control*, 52, 390-427. doi: 10.1016/j.arcontrol.2021.10.013
- Montoya-Cháirez, J., Santibáñez, V. & Moreno-Valenzuela, J. (2019). Adaptive control schemes applied to a control moment gyroscope of 2 degrees of freedom. *Mechatronics*, 57, 73-85. doi: 10.1016/j.mechatronics.2018.11.011

- Moreno–Valenzuela, J., Montoya–Cháirez, J. & Santibáñez, V. (2020). Robust trajectory tracking control of an underactuated control moment gyroscope via neural network–based feedback linearization. *Neurocomputing*, 403, 314-324. doi: 10.1016/j.neucom.2020.04.019
- Muthusamy, V. ve Kumar, K. D. (2021). A novel data-driven method for fault detection and isolation of control moment gyroscopes onboard satellites. *Acta Astronautica*, 180, 604-621. doi: 10.1016/j.actaastro.2020.11.004
- Osman, M. O. M., Sankar, S. & Dukkipati, R. V. (1982). Design synthesis of a gyrogrinder using direct search optimization. *Mechanism and Machine Theory*, 17(1), 33-45. doi: 10.1016/0094-114X(82)90022-2
- Sucuoglu, H. S., Bogrekci, I., Gultekin, A. & Demircioglu, P. (2018). Design, Analysis and Development of Mobile Robot with Flip-Flop Motion Ability. *IFAC-PapersOnLine*, 51(30), 436-440. doi: https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2018.11.323
- Sun, J., Cai, Z., Sun, J. & Jin, D. (2023). Dynamic analysis of a rigid-flexible inflatable space structure coupled with control moment gyroscopes. *Nonlinear Dynamics*, 111(9), 8061-8081. doi: 10.1007/s11071-023-08254-8
- Ünker, F. ve Çuvalcı, O. (2015a). Seismic Motion Control of a Column Using a Gyroscope. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 195, 2316-2325. doi: 10.1016/j.sbspro.2015.06.183
- Ünker, F. ve Çuvalcı, O. (2015b). Vibration Control of a Column Using a Gyroscope. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 195, 2306-2315. doi: 10.1016/j.sbspro.2015.06.182
- Wang, Z., Xu, R., Zhu, S., Jiang, H., Li, Z., Liang, Z. & Luo, D. (2020). Integration planning of gimbal angle and attitude motion for zero propellant maneuver under attitude and control moment gyroscope constraints. *Acta Astronautica*, 172, 123-133. doi: 10.1016/j.actaastro.2020.03.040
- Xiu, T., Yue-dong, L., Xin-xiao, L. & Er-yong, H. (2021). Structural Engineering Analysis for a Control Moment Gyroscope Framework. *Journal of Physics: Conference Series*, 1939, 012119. doi: 10.1088/1742-6596/1939/1/012119
- Ye, X., Xu, X., Wen, T. & Han, B. (2021). Design and optimization of repeatable locking/unlocking device for magnetically suspended control moment gyro. *Acta Astronautica*, 186, 24-32. doi: 10.1016/j.actaastro.2021.05.025
- Yilmaz, S. ve Kilci, S. B. (2021). Otonom Sualtı Araçlarında Genel Tasarım İlkeleri. *Iğdır Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 11(1), 119-131. doi: 10.21597/jist.715459
- Zhang, P.-F., Hao, J.-H. & Chen, Q. (2020). Gyro-less angular velocity estimation and intermittent attitude control of spacecraft using coarse-sensors based on geometric analysis. *Aerospace Science and Technology*, 103, 105900. doi: 10.1016/j.ast.2020.105900
- Zhang, Y., Tang, J. & Xu, X. (2022). Modal analysis and multidisciplinary optimization of disk-shaped rotor in MSKMJ. *International Journal of Mechanical Sciences*, 226, 107387. doi: 10.1016/j.ijmecsci.2022.107387
- Zhao, H., Liu, F. & Yao, Y. (2017). Optimization design steering law for VSKMJs with the function of attitude control and energy storage. *Aerospace Science and Technology*, 65, 9-17. doi: 10.1016/j.ast.2017.02.005
- Zheng, S., Li, H., Han, B. & Yang, J. (2017). Power Consumption Reduction for Magnetic Bearing Systems During Torque Output of Control Moment Gyros. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 32(7), 5752-5759. doi: 10.1109/TPEL.2016.2608660