



Araştırma Makalesi / Research Article

Gauss karışım gürültüsü varlığında tek eşikli sezici ile maksimum olabilirlik sezici arasında performans karşılaştırması

*Performance comparison between single threshold detectors and maximum likelihood detectors in the presence of Gaussian mixture noise*M. Emin Tutay^{1*}¹Dicle Üniversitesi, Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü, Diyarbakır, emin.tutay@dicle.edu.tr
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1506-0028>

MAKALE BİLGİLERİ

*Makale geçmişi:*Geliş: 5 Mayıs 2023
Revizyon: 22 Mayıs 2023
Kabul: 14 Haziran 2023
Online: 20 Haziran 2023*Anahtar kelimeler:*

ML kurallı sezici, tek eşikli sezici

ÖZET

Bu çalışmada, ikili haberleşme sistemleri simetrik Gauss karışım gürültülü kanal için çalışılmaktadır. Tek eşikli sezici ile optimal olan ML kurallı sezici hata olasılıkları açısından karşılaştırılmaktadır. İlk olarak, tek eşikli sezicinin optimal olduğu yeter koşul sunulmaktadır. Bu koşulun sağlanmadığı durumda, tek eşikli sezicinin gürültüsüz koşullarda dahi oldukça düşük performansa sahip olabildiği belirtilmektedir. Daha sonra, aynı koşullar için ML kurallı sezici incelenmekte ve asimptotik sonuçlar elde edilmektedir. Son olarak, çeşitli senaryolar için benzetim sonuçları elde edilmekte ve teorik bulguları doğrulamak için sonuçlar ayrıntılı olarak tartışılmaktadır.

ARTICLE INFO

*Article history:*Received: 5 May 2023
Revised: 22 May 2023
Accepted: 14 June 2023
Available Online: 20 June 2023*Keywords:*

ML detector, single threshold detector

ABSTRACT

In this paper, binary communication systems are studied in the presence of symmetric Gaussian mixture noise channels. The performance of single threshold detectors is compared with that of the optimal maximum likelihood (ML) detector in terms of error probability. First, sufficient conditions for the single threshold detector to be optimal are presented. It is discussed that if the conditions are not satisfied, then single threshold detectors could exhibit significantly inferior performance even in noiseless conditions. In addition, the ML detector is examined for the identical conditions, and asymptotic results are derived. Finally, simulation results are obtained for various scenarios, and the results are discussed in detail to verify the theoretical findings.

Doi: 10.24012/dumf.1293154

* Sorumlu yazar

Giriş

Ortalama güç kısıtı altında, kanal gürültüsünün unimodal (tek tepeli) dağılıma sahip olduğu ikili haberleşme sistemi düşünüldüğünde, ortalama hata olasılığını minimize eden optimal alıcı, tek eşikli sezici olarak elde edilmektedir. Önsel olasılıkların birbirine eşit olması durumunda, tek eşikli sezici için optimal eşik değeri '0' olmaktadır. Literatürde, işaret sezici olarak adlandırılan bu sezici, ölçümün sadece işaret değerine bakarak karar vermektedir [1]-[3].

İşaret sezici, basit yapısından dolayı yaygın olarak kullanılmakla birlikte, kanal gürültüsü frekans bozucu veya diğer kullanıcılardan dolayı unimodal dağılıma sahip olmayabilir [4]-[6]. Örneğin, kanal karışması durumunda gürültü simetrik Gauss karışım modeli olarak modellenmektedir [4].

Gürültünün unimodal dağılıma sahip olmadığı genel durum düşünüldüğünde, optimal alıcı yapısı maksimum sonsal olasılık (MAP) kurallı sezici şeklinde olmaktadır [1]. Bu sezici kuralı için olabilirlik oran fonksiyonu elde edilmekte ve bu değer eşik değeri ile karşılaştırılmaktadır. Önsel olasılıkların birbirine eşit olması durumunda, bu sezici maksimum olabilirlik (ML) kurallı sezici olarak adlandırılmaktadır.

Tek eşikli sezici ile ilgili çalışmalar literatürde sunulmuştur [8]-[11]. İşaret sezici ve tek eşikli sezici ortalama hata olasılığı açısından daha önce karşılaştırılmıştır [11]. Aynı çalışmada işaret sezicinin tek eşikli seziciler arasında optimal olduğu ve olmadığı koşullar sunulmuştur. Ayrıca, tek eşikli sezici ve işaret sezicinin ortalama hata olasılıkları arasındaki oran için bir üst sınır elde edilmiştir.

Tek eşikli sezici ve işaret sezici basit yapısından dolayı avantajlı görülmekle birlikte, gürültünün unimodal dağılıma sahip olmadığı durumlarda oldukça kötü performanslar gösterebilmektedir [11]-[13]. Literatürde, gürültünün simetrik Gauss karışımı olarak modellendiği çalışmalar mevcuttur [14]-[15]. Bu çalışmada, kanal gürültüsü simetrik Gauss karışım modeli olarak modellenmekte ve optimal olan ML kurallı sezici ile tek eşikli sezici karşılaştırılmaktadır. İlk olarak, işaret sezicinin optimal olduğu koşul sunulmaktadır. Daha sonra, kanal gürültü varyans değerinin çok düşük olduğu durumlar için her iki sezici arasında karşılaştırma yapılmaktadır.

Problem Tanımı

İkili haberleşme sistemi düşünüldüğünde alıcıda elde edilen sayıl ölçüm, aşağıdaki eşitlik ile verilmektedir.

$$y = \begin{cases} -\sqrt{A} + n, & H_0 \\ \sqrt{A} + n, & H_1 \end{cases} \quad (1)$$

Burada, A sinyal gücünü gösterirken, n gürültüyü temsil etmektedir. H_0 ve H_1 sırasıyla '0' ve '1' bitlerinin iletimlerine karşılık gelen hipotezleri göstermektedir.

Sistem gürültüsü, Gauss karışım modeli olarak modellenmekte ve olasılık yoğunluk fonksiyonu (OYF),

$$f_N(n) = \sum_{i=1}^L \lambda_i \left[f(n; m_i, \sigma_i^2) + f(n; -m_i, \sigma_i^2) \right] \quad (2)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Burada, $m_1 < m_2 < \dots < m_L$ ilişkisi geçerli olup,

$$f(n; m_i, \sigma_i^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i} e^{-\frac{(n-m_i)^2}{2\sigma_i^2}} \quad (3)$$

OYF'si ortalama değeri m_i ve varyansı σ_i^2 olan Gauss dağılımına karşılık gelmektedir. İletilen bilgi sembolünü tahmin etmek için, aşağıda verilen

$$\begin{aligned} H_0 : Y &\square f_N(y + \sqrt{A}) \\ H_1 : Y &\square f_N(y - \sqrt{A}) \end{aligned} \quad (4)$$

ikili hipotez testini gerçekleştirmek gerekmektedir. Haberleşme sisteminin alıcı kısmında, tek eşikli sezici olarak adlandırılan ve bit tahminini aşağıda verilen kurala göre yapan sezici çeşidi kullanılabilir [1],[11].

$$\delta(y) = \begin{cases} 1, & y > \tau \\ 0, & y < \tau \end{cases} \quad (5)$$

Bu sezici kuralı, gürültülü ölçümü (y) önceden belirlenen bir eşik seviyesi (τ) ile karşılaştırmakta ve yukarıda belirtilen şekilde karar vermektedir. Eşitlik durumunda ise, '0' veya '1' bitlerinden biri seçilmektedir. Bu sezici, eşik seviyesinin 0 olduğu ($\tau = 0$) özel durumda işaret sezici olarak adlandırılmaktadır. Tek eşikli sezici için ortalama hata olasılığını minimize eden optimal eşik seviyesi belirlenmekte ve bu değer kullanılmaktadır. Bu durumda elde edilen ortalama hata olasılığı, aşağıdaki gibi elde edilebilir [11].

$$\begin{aligned} P_e^* &= \pi_0 \sum_{i=1}^L \lambda_i \left[Q\left(\frac{\sqrt{A} + \tau^* - m_i}{\sigma_i}\right) + Q\left(\frac{\sqrt{A} + \tau^* + m_i}{\sigma_i}\right) \right] \\ &+ \pi_1 \sum_{i=1}^L \lambda_i \left[Q\left(\frac{\sqrt{A} - \tau^* - m_i}{\sigma_i}\right) + Q\left(\frac{\sqrt{A} - \tau^* + m_i}{\sigma_i}\right) \right] \end{aligned} \quad (6)$$

Burada, τ^* optimal eşik seviyesini göstermekte ve $Q(\cdot)$

fonksiyonu, $Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty e^{-t^2/2} dt$ eşitliği ile verilmektedir [3]. Tek eşikli sezici basit yapısından dolayı tercih edilip yaygın olarak kullanılmakla birlikte optimal değildir [7]. Optimal sezici olarak maksimum sonsal olasılıklı (MAP) sezici kullanılmaktadır. MAP kurallı sezici aşağıda verilen kurala göre sezim işlemini gerçekleştirmektedir [1].

$$\delta(y) = \begin{cases} 1, & L(y) > \frac{\pi_0}{\pi_1} \\ 0, & L(y) < \frac{\pi_0}{\pi_1} \end{cases} \quad (7)$$

Eşitlik durumunda, iki hipotezden herhangi biri seçilebilir. Burada, π_0 ve π_1 sırasıyla '0' ve '1' bitleri için önsel olasılıkları göstermektedir. $L(y)$ olabirlik oran fonksiyonu olarak adlandırılmakta ve aşağıdaki eşitlik ile verilmektedir.

$$L(y) = \frac{p_1(y)}{p_0(y)} \quad (8)$$

MAP kurallı sezici için ortalama hata olasılığı, aşağıda verilmektedir [1]-[2].

$$P_e^\dagger = \int \min[\pi_0 p_0(y), \pi_1 p_1(y)] dy \quad (9)$$

Önsel olasılıkların eşit olduğu ($\pi_0 = \pi_1 = 0.5$) özel durumda MAP kurallı sezici maksimum olabirlik (ML) kurallı sezici olarak adlandırılmaktadır. Bu çalışmada, önsel olasılıkların eşit olduğu kabul edilmekte ve ML kurallı sezici çalışılmaktadır.

Tek Eşikli Sezici ve Optimal Sezici

Çalışmanın bu kısmında ilk olarak tek eşikli sezicinin optimal olması için yeter koşul sunulmaktadır. Aşağıdaki önermede sunulan bu koşul işaret sezici ile tek eşikli sezici karşılaştırmasının yapıldığı bir başka çalışmada daha önce sunulmuştur [11].

Önerme 1: Aşağıdaki eşitsizliğin sağlanması durumunda, denklem (4)'te verilen problem için optimal sezici, işaret sezici şeklinde elde edilmektedir.

$$m_L \leq \sqrt{A} \quad (10)$$

İspat: İlk olarak, denklem (4)'te verilen ikili hipotez için koşullu OYF'ler,

$$p_1(y) = \sum_{i=1}^L \frac{\lambda_i}{\sqrt{2\pi}\sigma_i} \left[e^{-\frac{(y-\sqrt{A}-m_i)^2}{2\sigma_i^2}} + e^{-\frac{(y-\sqrt{A}+m_i)^2}{2\sigma_i^2}} \right] \quad (11)$$

$$p_0(y) = \sum_{i=1}^L \frac{\lambda_i}{\sqrt{2\pi}\sigma_i} \left[e^{-\frac{(y+\sqrt{A}-m_i)^2}{2\sigma_i^2}} + e^{-\frac{(y+\sqrt{A}+m_i)^2}{2\sigma_i^2}} \right]$$

şeklinde elde edilmektedir. Burada, $m_i + \sqrt{A} > 0 \quad \forall i \in \{1, \dots, L\}$ eşitsizliği geçerli olduğundan, $y > 0$ durumunda,

$$e^{-\frac{(y-\sqrt{A}-m_i)^2}{2\sigma_i^2}} > e^{-\frac{(y+\sqrt{A}+m_i)^2}{2\sigma_i^2}} \quad \forall i \in \{1, \dots, L\} \quad (12)$$

eşitsizliği elde edilmektedir. Öte yandan, $\sqrt{A} - m_i \geq 0 \quad \forall i \in \{1, \dots, L\}$ eşitsizliği de geçerli olduğundan,

$$e^{-\frac{(y-\sqrt{A}-m_i)^2}{2\sigma_i^2}} \geq e^{-\frac{(y+\sqrt{A}-m_i)^2}{2\sigma_i^2}} \quad \forall i \in \{1, \dots, L\} \quad (13)$$

eşitsizliği elde edilmektedir. Dolayısıyla, $y > 0$ durumunda $p_1(y) > p_0(y)$ sonucu elde edilmektedir. Benzer bir şekilde, $y < 0$ durumunda da $p_1(y) < p_0(y)$ sonucu elde edilebilir. $y = 0$ durumunda ise $p_1(y) = p_0(y)$ olduğu görülmektedir. Sonuç olarak, ML sezici ölçümün sadece işaretine bakarak $\text{sgn}(y)$ şeklinde bit tahmininde bulunacağından, işaret sezicinin optimal olduğu sonucuna varılmaktadır.

Önerme 1'de problem, sinyal gücü ve gürültü bileşenlerinin ortalama değerleri açısından ele alınmış ve belirtilen sonuç elde edilmiştir. Öte yandan, gürültü bileşenlerinin varyans değerleri dikkate alınarak, probleme bir diğer açıdan yaklaşılabilir.

Önerme 2: Aşağıdaki koşulların sağlanması durumunda ve $\sigma_i \rightarrow 0 \quad \forall i \in (1, \dots, L)$ durumunda, denklem (9)'da verilen ortalama hata olasılığı, $P_e^\dagger = 0$ elde edilmektedir.

- $m_i \neq \sqrt{A} \quad \forall i \in \{1, \dots, L\}$
- $m_i - m_j \neq 2\sqrt{A} \quad \forall i \neq j$
- $m_i + m_j \neq 2\sqrt{A} \quad \forall i \neq j$

İspat: Gürültü varyans değerinin çok düşük olduğu durumda, $\sigma_i \rightarrow 0 \quad \forall i \in (1, \dots, L)$, denklem (11)'de verilen koşullu OYF'ler

$$p_1(y) = \sum_{i=1}^L \lambda_i \left[\delta(y - \sqrt{A} - m_i) + \delta(y - \sqrt{A} + m_i) \right] \quad (14)$$

$$p_0(y) = \sum_{i=1}^L \lambda_i \left[\delta(y + \sqrt{A} - m_i) + \delta(y + \sqrt{A} + m_i) \right]$$

şeklinde elde edilmektedir. Denklem (14) incelendiğinde, her iki OYF'nin de $2L$ adet dürtünün toplamı şeklinde olduğu görülmektedir. Gürültü bileşenlerinin ortalama değerleri için verilen koşullar sağlandığında, dürtüler arasında örtüşme olmamaktadır. Bu durumda,

$$\min[\pi_0 p_0(y), \pi_1 p_1(y)] = 0 \quad (15)$$

eşitliği geçerli olduğundan, denklem (9)'da verilen ortalama hata olasılığı, $P_e^\dagger = 0$ elde edilmektedir. Dolayısıyla, ML kurallı sezici için ortalama hata olasılığının '0' değerine eşit olduğu görülebilir.

Gürültü gücü açısından yukarıda belirtilen senaryo tek eşikli sezici için düşünüldüğünde oldukça farklı sonuçlar

elde edilmektedir. Alıcı yapısında tek eşikli sezici kuralı uygulandığında ve sinyal gücü için

$$m_i < \sqrt{A} < m_{i+1}, i \in \{1, \dots, L-1\} \quad (16)$$

koşulu sağlandığında, ortalama hata olasılığı için alt sınır olarak,

$$0.5 \sum_{k=i+1}^L \lambda_k \quad (17)$$

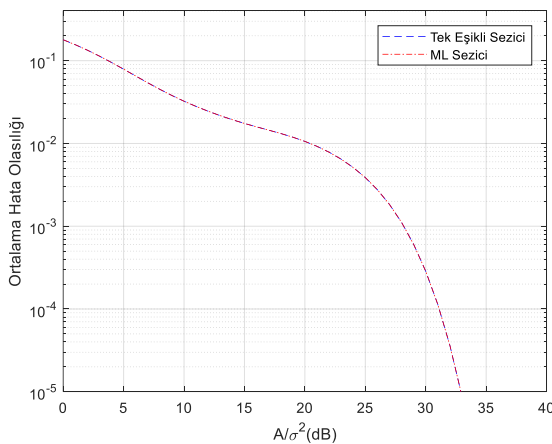
değeri elde edilmektedir [11]. Dolayısıyla, λ_k değerlerine bağlı olarak ortalama hata olasılığı oldukça yüksek sonuçlar verebilmektedir.

Teorik sonuçlar incelendiğinde, her iki sezici için de gürültü bileşenlerinin ortalama değerleri ve ağırlık katsayılarının performansı doğrudan etkilediği anlaşılmaktadır. Öte yandan, gürültü bileşen sayısının doğrudan bir etkisi bulunmamaktadır.

Sayısal Sonuçlar

Bu bölümde, tek eşikli sezici ve ML kurallı sezici ortalama hata olasılığı açısından farklı senaryolar için karşılaştırılmaktadır. Bütün senaryolarda, gürültü bileşenlerinin eşit varyans değerine sahip oldukları kabul edilmektedir ($\sigma_i = \sigma \forall i \in (1, \dots, L)$). Denklem (1)'de verilen sinyal gücü, $A = 1$ olarak belirlenmiştir. A/σ^2 oranı kullanılarak farklı σ değerleri elde edilmiştir. Bütün senaryolarda, gürültü parametreleri belirlenirken önerme 1 ve önerme 2'de belirtilen koşullar dikkate alınmıştır.

İlk olarak, önerme 1'de verilen koşulun sağlandığı durum çalışılmıştır. Gürültü bileşenleri için ortalama değerler $\mathbf{m} = [0.15 \ 0.42 \ 0.60 \ 0.92]$ ve ağırlık katsayıları $\lambda = [0.30 \ 0.06 \ 0.09 \ 0.05]$ olarak seçilmiştir. Bu senaryoda, ortalama hata olasılığı her iki sezici için şekil 1'de sunulmuştur.

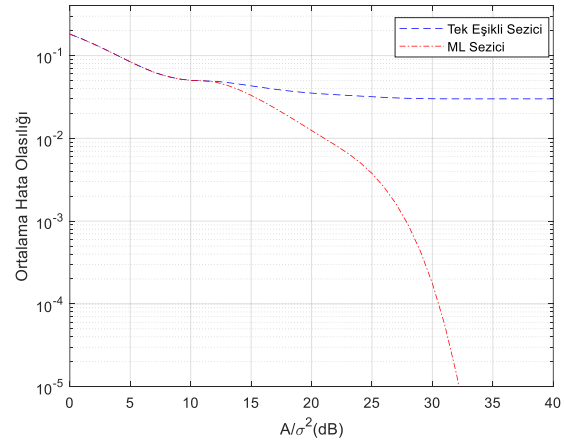


Şekil 1. Tek eşikli sezici ve ML kurallı sezici için ortalama hata olasılıkları, $\mathbf{m} = [0.15 \ 0.42 \ 0.60 \ 0.92]$ ve $\lambda = [0.30 \ 0.06 \ 0.09 \ 0.05]$

Grafik incelendiğinde, her iki sezicinin bütün σ değerleri için aynı performansı gösterdiği gözlemlenmektedir. Bu

senaryo için önerme 1'de verilen koşul sağlandığından ML kurallı sezicinin işaret sezici şeklinde olduğu görülmektedir.

Bir diğer senaryo olarak önerme 1'de belirtilen şartın sağlanmadığı parametre değerleri için çalışılmıştır. Bu senaryo için gürültü bileşen sayısının 10 olduğu durum düşünülmüştür. Bu senaryoda gürültü bileşenleri için ortalama değerler $\mathbf{m} = [0.10 \ 0.32 \ 1.15 \ 1.30 \ 1.50]$ ve ağırlık katsayıları $\lambda = [0.24 \ 0.20 \ 0.03 \ 0.02 \ 0.01]$ olarak seçilmiştir. Bu senaryoda ortalama hata olasılıkları farklı A/σ^2 değerleri için şekil 2'de gösterilmiştir.



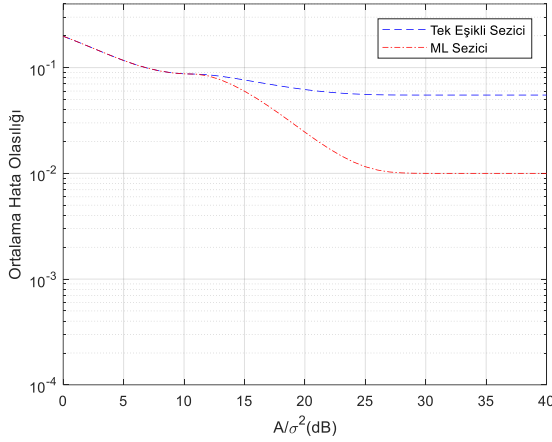
Şekil 2. Tek eşikli sezici ve ML kurallı sezici için ortalama hata olasılıkları, $\mathbf{m} = [0.10 \ 0.32 \ 1.15 \ 1.30 \ 1.50]$ ve $\lambda = [0.24 \ 0.20 \ 0.03 \ 0.02 \ 0.01]$

Grafik incelendiğinde, ML kurallı sezicinin yüksek σ değerleri için tek eşikli sezici ile aynı performansı gösterdiği görülmektedir. Tek eşikli sezici için ortalama hata olasılığının σ değeri azaldıkça monoton olarak azaldığı, bir noktadan sonra ise sabit kaldığı görülmektedir. Tek eşikli sezicinin ulaşabildiği minimum hata olasılığının denklem (17)'de verilen alt sınıra ulaştığı görülmektedir. Ayrıca, tek eşikli sezici için optimal eşik seviyeleri incelendiğinde yüksek σ değerlerinde işaret sezicinin optimal olduğu gözlemlenirken, düşük σ değerlerinde optimal eşik seviyelerinin sıfırdan farklı olduğu gözlemlenmiştir. Ayrıca, bu senaryoda Önerme 2'de belirtilen şartların sağlandığı dolayısıyla ortalama hata olasılığının ML kurallı sezici için '0' değerine ulaştığı görülmektedir.

Son olarak, Önerme 2'de belirtilen şartların sağlanmadığı bir senaryo çalışılmıştır. Bu senaryoda gürültü bileşenleri için ortalama değerler $\mathbf{m} = [0.20 \ 0.38 \ 0.50 \ 1.25 \ 1.50]$ ve ağırlık katsayıları $\lambda = [0.23 \ 0.12 \ 0.05 \ 0.09 \ 0.01]$ olarak seçilmiştir. Bu senaryoda ortalama hata olasılıkları farklı A/σ^2 değerleri için şekil 3'de gösterilmiştir.

Önceki grafikler ile karşılaştırıldığında, bu grafikte farklı bir gözlemlenmektedir. ML kurallı sezici için grafik incelendiğinde, ortalama hata olasılığının monoton olarak azaldığı, ancak '0' değerine ulaşmadığı görülmektedir. Gürültü bileşenleri için ortalama değerler incelendiğinde, $m_3 + m_5 = 2\sqrt{A}$ eşitliğinin geçerli olduğu, dolayısıyla Önerme 2'de belirtilen son koşulun sağlanmadığı görülmektedir. Bu durumda, ML kurallı

sezici için ortalama hata olasılığının '0' değerine ulaşamayacağı Önerme 2'de belirtilmiştir.



Şekil 3. Tek eşikli sezici ve ML kurallı sezici için ortalama hata olasılıkları, $\mathbf{m} = [0.20 \ 0.38 \ 0.50 \ 1.25 \ 1.50]$ ve $\boldsymbol{\lambda} = [0.23 \ 0.12 \ 0.05 \ 0.09 \ 0.01]$

ML kurallı sezici ile kıyaslandığında, gürültü parametrelerine bağlı olarak, tek eşikli sezicinin performansının kabul edilemez seviyelerde olabildiği gözlemlenmektedir.

Sonuçlar

Bu çalışmada, ikili haberleşme sistemi, kanal gürültüsünün simetrik Gauss karışım modeline sahip olduğu durum için çalışılmıştır. Tek eşikli sezici ile optimal olan ML kurallı sezici karşılaştırılmış ve tek eşikli sezicinin optimal olduğu yeter koşul sunulmuştur. Bu şartın sağlanmadığı ve gürültü bileşenlerinin düşük güce sahip olduğu durumda ise tek eşikli sezici oldukça yüksek ortalama hata olasılığına sahip olabilirken, ML kurallı sezici için bu değer '0' olduğu şartlar sunulmuştur. Sonuçları, doğrulamak amacıyla sayısal sonuçlar farklı senaryolar için sunulmuştur.

Kaynaklar

- [1] H. V. Poor, An Introduction to Signal Detection and Estimation. New York: Springer-Verlag, 1994.
- [2] M. Azizoglu, "Convexity properties in binary detection problems," IEEE Trans. Info. Theory, vol. 42, no. 4, pp. 1316-1321, July 1996.
- [3] J. G. Proakis and M. Salehi, Communication Systems Engineering, NJ, Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1994.
- [4] V. Bhatia and B. Mulgrew, "Non-parametric likelihood based channel estimator for Gaussian mixture noise," Signal Processing, vol. 87, no. 11, pp. 2569-2586, Nov. 2007.

- [5] E. Kuruoglu, C. Molina, W. Fitzgerald, Approximation of alpha-stable probability densities using finite Gaussian mixtures, in: Proceedings of EUSIPCO 98, Signal Processing IX: Theories and Applications, vol. 2, pp. 989-992, September 1998.
- [6] R.S. Blum, R.J. Kozick, B.M. Sadler, An adaptive spatial diversity receiver for non-Gaussian interference and noise, IEEE Trans. Signal Process. 47 (August 1999) 2100-2111.
- [7] S. Verdú, Multiuser Detection. 1st ed. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1998.
- [8] A. Das, N. G. Stocks and A. Nikitin, "Quantifying stochastic resonance in a single threshold detector for random aperiodic signals", Fluctuation and Noise Letters, vol. 2, pp. L247-L265, 2004.
- [9] P. R. Prucnal, "Single-threshold processing for orthogonal likelihood-ratio detection with application to FSK fiber-optic communications", IEEE Trans. Commun., vol. COM-29, pp. 743-749, May 1981.
- [10] P. R. Prucnal and M. C. Teich, "Single-threshold detection of a random signal in noise with multiple independent observations. 1: Discrete case with applications to optical communications", Appl. Opt., vol. 17, no. 22, pp. 3576-3583, Nov. 1978.
- [11] S. Bayram and S. Gezici, "On the performance of single-threshold detectors for binary communications in the presence of Gaussian mixture noise", IEEE Trans. Commun., vol. 58, no. 11, pp. 3047-3053, Nov. 2010.
- [12] C. Goken, S. Gezici and O. Arikan, "Optimal signaling and detector design for power-constrained binary communications systems over non-Gaussian channels", IEEE Commun. Lett., vol. 14, no. 2, pp. 100-102, Feb. 2010.
- [13] M. E. Tutay, S. Gezici and O. Arikan, "Optimal randomization of signal constellations on the downlink of a multiuser DS-CDMA system", IEEE Trans. Wireless Commun., vol. 12, no. 10, pp. 4878-4891, Oct. 2013.
- [14] B. Hu and N. C. Beaulieu, "On characterizing multiple access interference in TH-UWB systems with impulsive noise models", Proc. IEEE Radio Wireless Symp., pp. 879-882, 2008-Jan.
- [15] V. Cellini and G. Dona, "A novel joint channel and multi-user interference statistics estimator for UWB-IR based on Gaussian mixture model", Proc IEEE Int. Conf. Ultra-Wideband (ICUWB), pp. 655-660, 2005-Sep.