Kâzım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi Yıl: 2005 Sayı: 11

MATEMATİK VE SONSUZLUK

Kürşat AKBULUT*
Levent AKGÜN**

Özet

Bu çalışmada, matematik ile sonsuzluk kavramı arasındaki ilişki araştırılmıştır. Sonsuzluk kavramının insan zihninde nasıl ortaya çıktığı ile ilgili bilgiler verilmiş olup, bu kavramın tarihsel gelişiminden bahsedilmiştir. Ayrıca çalışma, matematik ve sonsuz kavramı arasında ne tür bir ilişki olduğundan ve matematikçilerin bu kavrama olan yaklaşımlarından ve paradokslarından söz eder. Son olarak, felsefenin sonsuzluk kavramıyla ilgili yorumlarına değinilmiştir.

Anahtar kelimeler: *Sonsuzluk, Matematik*

Mathematics and Infinity

Abstract

In this study, the relationship between mathematics and the concept of infinity was explored. Some information is given on how the concept of infinity was born in the mind of human being; and the historical development of this concept is explained. In addition, this study explains how a relationship between mathematics and infinity exists; and it presents the approaches and the paradoxes of the mathematicians towards this concept. Finally, some philosophical interpretations on the concept of infinity are given.

Key words: *Infinity, Mathematics*

* Arş. Gör. , Atatürk Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi Matematik Bölümü. kakbulut@atauni.edu.tr

** Arş. Gör. , Atatürk Üniversitesi K.K.Eğitim Fakültesi OFMAE Matematik Eğitimi. lakgun@atauni.edu.tr

1. GİRİŞ

Sonsuzluk düşünce tarihinin en eski problemlerinden biridir. İnsanlar "var olan" ın ötesine geçip "var olabilecek olan" ı düşünmeye başladıkları andan itibaren sonsuz kavramı insan zihnindeki yerini almıştır. Yüzyıllar boyunca metafizikte özellikle Tanrı'nın, uzayın ve zamanın doğası konu edildiğinde felsefeciler sonsuzluk hakkında giderek derinleşen yorumlar yapma fırsatı bulmuşlardır. Sonsuzluk kavramının bu yorumlar neticesinde olgunlaşarak mantığın ve matematiğin ilgi alanına girmesi ise daha geç olmuştur.

Sonsuzluk, Antik-Çağ matematikçilerinin eksikliğini sezdikleri fakat ussal (zihinsel) bilgiye dönüştüremedikleri önemli bir kavramdır. 17. ve 18. yüzyılda, fiziksel olayların açıklanabilmesi için ortaya atılan "sonsuz küçükler" (infinitesimal) hesabı, bu yöndeki büyük bir adımdır. 20. yüzyıl başlarında ussal ve sistemli bilgiler disiplini olarak ortaya konan sonsuzluk kavramı, 6000 yıllık matematikte gerçekleşen en büyük aşamadır, en büyük devrimdir.

Sonsuzluğun metafizikçilerin gözde konularından olmasının sebeplerinden biri, bu kavramın tanımlanmasında ve anlaşılmasında karşılaşılan güçlüktür. Yine aynı sebepten dolayı, sonsuzluk mantıkçıların ve matematikçilerin yakın zamana kadar kaçındıkları bir konu olmuştur. Hatta 19. yüzyıla kadar matematikçiler ve diğer bilim adamları arasında sonsuzluğun anlamlı bir kavram olup olmadığı konusunda kuşkular vardı. Ancak 19. yüzyıldaki gelişmelerden sonra bu kavram matematiğin uğraş alanına girmiş ve bugün bunu anlamlı bir şekilde kullanmamızı sağlayacak bir temel kazanmıştır (Karaçay, 2004).

Sonsuz fikri kavranması zor bir fikir gibi görünmektedir. Bunun nedeni ilk bakışta bütün insani deneyimlerin ötesinde olmasıdır. İnsan aklı sonlu düşüncelerde dile getirilen sonlu şeyleri ele almaya alışmıştır. Her şeyin bir başlangıcı ve sonu olduğu düşüncesi de bu alışılmışlığın bir ürünüdür. Fakat alışılmış olan mutlaka doğru değildir. Matematiksel düşünce tarihi bu konuda son derece öğretici bazı derslerle doludur. Örneğin, Avrupa'daki matematikçiler, uzun süre sonsuzluk kavramını zihinlerden uzaklaştırmaya çalışmışlardır. Bu uğraşlarının nedenleri yeterince açıktır: Bunlardan ilki: sonsuzluğu kavramsallaştırmanın aşikâr zorluğu diğeri ise saf matematiksel terimlerle sonsuzluk arasındaki çelişkilerdir. Matematik belirli büyüklükleri ele almaktadır. Sonsuzluk ise doğası gereği sayılamaz ya da ölçülemez niteliktedir. Bunun anlamı, ikisi arasında gerçek bir çatışma olduğudur. Bu yüzden, antik Yunanın büyük matematikçileri sonsuzluktan vebadan kaçar gibi kaçmışlar ve buna rağmen insanoğlu, felsefenin başlangıcından beri sonsuzluk hakkında spekülasyonlarda bulunmuş hatta Anaksimandros (İ.Ö. 610–547) ise, sonsuzluğu kendi felsefesinin temeli olarak ele almıştır (Woods and Grant, 2004).

Ayrıca Zenon paradoksları (İ.Ö. 450) hareketin bir yanılgı olduğunu kanıtlamaya çalışarak, sürekli büyüklüklerin bir bileşeni olarak "sonsuz küçük nicelikler" düşüncesinin özündeki zorluğa işaret etmiş ve hareketi çeşitli biçimlerde "çürütmüştür". Hareket halindeki bir kütlenin verili bir noktaya varmadan önce, ilkin mesafenin yarısını kat etmesi gerektiğini ileri sürmüştür. Ama bundan önce, bu yarı mesafenin de yarısını kat etmelidir ve bu böylece sonsuza kadar devam etmektedir. Bu nedenle, iki kütle aynı yönde hareket ediyorsa ve öndekinden belirli bir mesafe arkada olan daha hızlı hareket ediyorsa, arkadakinin öndekine yetişeceğini varsayarız. Böyle değildir der Zenon: "Yavaş olan hiçbir zaman hızlı olan tarafından yetişilip geçilemez." Bu ünlü "Hızlı Akhilleus" paradoksudur. Akhilleus'la bir kaplumbağa arasındaki bir yarışı hayal edin. Akhilleus'un, 1000 metre önde başlayan bir kaplumbağadan on kat daha hızlı koşabileceğini varsayalım. Akhilleus 1000 metre yol kat ettiğinde kaplumbağa 100 metre önde olacaktır; Akhilleus 100 metre kat ettiğinde kaplumbağa 10 metre önde olacaktır. O mesafeyi de kat ettiğinde kaplumbağa bir metrenin onda biri kadar önde olacaktır ve bu böylece sonsuza kadar devam edip gidecektir.

Aslında Zenon paradoksu, hareketin bir yanılgı olduğunu ya da Akhilleus'un pratikte kaplumbağaya yetişemeyeceğini kanıtlamaz, ama gerçekten de bugün, "biçimsel mantık" olarak bilinen şey, düşünme biçiminin sınırlarını parlak bir şekilde açığa çıkarır. Tıpkı Eleacıların yaptığı gibi; gerçeklikten bütün çelişkileri ayıklama girişimi, kaçınılmaz olarak bu türden çözümsüz paradokslara veya daha sonra Kant'ın taktığı isimle mantıksal çatışkılara (çelişkilere) yol açmaktadır. Zenon, bir çizginin sonsuz sayıda noktadan oluşamayacağını kanıtlamak için, durumun gerçekten bu olması halinde Akhilleus'un kaplumbağaya asla yetişip geçemeyeceğini iddia etmiştir. Burada gerçekten mantıksal bir sorun vardır ve Alfred Hooper'ın da ifade ettiği gibi: Bu paradoks, ortak çarpanı 1'den küçük olan ve bu nedenle terimleri gittikçe küçülen ve böylelikle de belli bir limit değerine "yakınsayan" bir geometrik dizi oluşturan sayıların sonsuz seri toplamını bulmanın mümkün olduğunu bilen insanları bile hâlâ şaşırtmaktadır.

Aslında Zenon, matematiksel düşüncede, iki bin yıl çözüm bekleyecek olan bir çelişkiyi ortaya çıkarmıştı. Bu çelişki sonsuzluğun kullanımıyla ilgilidir. Pythagoras'tan 17. yüzyılda diferansiyel ve integral hesaplarının keşfine kadar, matematikçiler sonsuzluk kavramının kullanımından kaçınmak için mümkün olan her yola başvurmuşlardır. Sadece büyük dahi Arkhimedes konuyu ele almış, ancak yine de dolambaçlı bir yöntem kullanarak ondan kaçınmıştır. Ayrıca Zenon'un öğrencisi olan Leukippus ve eski atomcular, atomların "bölünemez ve sonsuz sayıda olduklarını, sonsuz genişlikteki boş uzayda durmaksızın dolaştıklarını" ifade etmişlerdir.

Modern fizik, iki saniye arasındaki anların sayısının sonsuz olduğunu kabul eder, tıpkı ne bir başlangıcı ne de bir sonu olan bir zaman aralığındaki anların sayısının sonsuz oluşu gibi. Evrenin bizzat kendisi, durmaksızın değişen, hareket eden ve gelişen neden ve sonuçların sonsuz bir zincirinden oluşur. Bu, "sonsuzluğun" her zaman 1 sayısıyla "başladığı" basit aritmetikteki sonsuz sayı serilerini içeren kaba ve tek taraflı sonsuzluk fikrine hiç benzememektedir. İşte Hegel'in "Kötü Sonsuzluk" dediği şey de budur.

Yunan matematikçilerin en büyüğü Arkhimedes (İ.Ö. 287–212) geometrideki bölünemezleri etkin bir biçimde kullanmış fakat sonsuz büyük ve sonsuz küçük fikrini mantıksal bir temel olmaksızın ele almıştır. Aynı şekilde Aristotales, cisimlerin biçimleri olması gerektiği için sınırlanmış olmaları gerektiği ve bu nedenle sonsuz olamayacakları fikrini ileri sürmüştür. Ayrıca Aristotales iki çeşit "potansiyel" sonsuzluğun olduğunu kabul etmesine rağmen(ki bunlar; Aritmetikte birbirini izleyen toplamlar (sonsuz büyük) ve geometride birbirini izleyen bölümlemeler (sonsuz küçük) dir.) yine de bir çizgi parçasının birçok değişmez sonsuz küçükten veya bölünmezden oluştuğunu savunan geometricilerle polemiğe girmiştir.

Sonsuzluğun bu inkârı klasik Yunan matematiğinin gelişimine gerçek bir engel oluşturmuştur. Bu durumun aksine, Hintli matematikçilerin bu gibi kuruntuları yoktu ve daha sonra Araplar yoluyla Avrupa'ya giren büyük ilerlemeler sağladılar (Hooper,1948)

Biçimsel mantığın katı şemaları gereğince, çelişkiyi düşünceden kovma girişimi matematiğin gelişimini duraklatırken, Rönesanssın maceracı ruhu ise insanların aklını yeni olasılıklara, işin doğrusu sonsuzluk fikrine yöneltmiştir. Bunun bir örneği olarak, *Yeni Bilim* (1638) adlı kitabında Galileo, her tam sayının sadece bir tam karesinin olduğuna ve her tam karenin sadece bir pozitif tam sayının karesi olduğuna işaret etti. Böylece bir bakıma ne kadar pozitif tamsayı varsa o kadar da tam kare vardır. Bu bizi derhal mantıksal bir çelişkiye götürür. Bu, bütünün, kendisini oluşturan parçalardan daha büyük olduğu aksiyomuyla çelişmektedir. Çünkü tüm pozitif tamsayılar bir tam kare değildirler ve tüm tam kareler tüm pozitif tamsayıların bir parçasını oluşturmaktadırlar.

Bu paradoks, insanoğlunun düşüncelerini ve kabullerini eleştirel bir analize tâbi tutmaya başladığı Rönesanstan beri matematikçileri meşgul eden sayısız paradokslardan yalnızca biridir. Bunun bir sonucu olarak, muhafazakâr kafaların inatçı direnişlerine rağmen matematiğin sözde itiraz edilemez aksiyomları ve "ebedi doğruları" yavaşça ve birer birer yerle bir edilmiştir. Bugün ise, bütün bu gösterişli yapının çürük olduğunun ve daha sağlam ama yine de daha esnek temeller üzerinde (ki bu temeller, zaten varoluş sürecinde yatan ve kaçınılmaz olarak diyalektik karakterli temellerdir.) tam olarak yeniden inşa gereksiniminin bulunduğunun artık ortaya çıkmış olduğu bir noktaya ulaşıyoruz (Gleick, 1987).

2. SONSUZLA İLGİLİ PARADOKSLAR

2.1. Galileo Paradoksu

Bir en büyük sayı olmadığını herkes bilir. Yani sayıların sonu yoktur. Diğer bir değişle sonsuz tanedirler. Bu durumda sonsuz kavramını ilk benimsemesi gerekenler matematikçiler olmalıyken neden uzun süre buna soğuk bakmışlardır? Bunun cevabını Galileo paradoksunda görebiliriz. Galileo her sayı ile onun iki katı arasında aşağıdaki gibi bire-bir eşleme yapılabileceğini göstermiştir.

$$\begin{matrix} 1,2,3, \ldots, n, \ldots \\ 2,4,6, \ldots, 2n, \ldots \end{matrix}$$

Diğer bir değişle, iki sırada da aynı sayıda sayı var gibi görünüyor. Oysa biliyoruz ki çift sayılar bütün sayıların sadece yarısı olduğundan ortada bir çelişki var. O halde bu dizilerde "sonsuz" tane sayı olduğunu söylemekten kaçınmak gerekmektedir.

2.2. Bolzano ve Dedekind'in Tanımları

Sonsuzluğu sağlam bir temele oturtabilmek ve bu kavramı daha anlaşılır kılmak için işe küme kavramıyla başlamak gerekir. İlk tanımımız şu: "Eğer iki kümenin elemanları arasında bire-bir eşleme yapılabiliyorsa, bu kümelere "eş kümelerdir." denir. Buna göre "birbirine eş kümelerin oluşturduğu kümelerin her birine bir kardinal sayı karşılık gelir". ;{1,3,5}, {h,g,b}, {küme, sayı, sonsuz}, vb. kümeleri eş kümeler olarak bir üst küme meydana getirirler ve bu üst kümeye 3 kardinal sayısı karşılık gelir.

Kardinal sayıları bu şekilde tanımlamanın avantajı, bizi sonsuz sayı diye bir şey olup olmadığı konusunda önceden bir hüküm vermek zorunda bırakmamasıdır. Sonsuz kümeler varsa sonsuz diye bir sayı da olacaktır. Yani problem sonsuz küme diye bir şey olup olamayacağına indirgenmiştir.

Bolzano "sonsuz küme" için görünüşte basit olan şu tanımı yapar: "Boş olmayan *A* kümesini ele alalım ve bu kümenin altkümelerinin bir dizisini oluşturalım. Öyle ki dizideki her bir altküme kendisinden önce gelenin içindeki bütün elemanlardan, artı bir yeni elemandan oluşsun. Bolzano'ya göre: altkümelerini bu şekilde dizdiğimizde bir son altkümeye, yani içine artık yeni bir eleman koyamayacağımız bir altkümeye, ulaşıyorsak *A* kümesi sonludur. Eğer her bir altkümeden sonra bir diğerini oluşturmak mümkünse *A* kümesi sonsuzdur.

Bu çarpıcı fakat pekte bilinmeyen tanımın özelliği, sonsuzluğu sayı kavramını kullanmadan tanımlamayı başarmasıdır. Dedekind de benzer bir tanım yapar: "Eğer bir kümenin öz altkümelerinden biri kendine eşit ise bu sonsuz bir kümedir". Hiçbir altkümesi kendine eş olmayan kümeler ise sonludurlar."

Bu tanımla Galileo paradoksundan da kurtulmuş oluyoruz. Hâlbuki bu paradoks şu dört önermenin hepsinin birden kabul edilmesine dayanıyordu:

1. Bir küme bütün öz altkümelerinden daha çok sayıda elemana sahiptir.
2. Doğal sayılar kümesinden çift sayılar kümesine bire-bir eşleme yapmak mümkündür.
3. Bire-bir eşleme yapılabilen kümeler eşit sayıda elemana sahiptir.
4. Her kümeye sadece bir kardinal sayı karşılık gelir.

Dedekind yaptığı bu tanımla, birinci önermenin sadece sonlu kümeler için doğru olduğunu kabul etmektedir. Sonsuz kümeler söz konusu olduğunda ise bir küme diğerini öz altkümesi olarak kapsadığı halde (doğal sayılar ve çift sayılar kümeleri gibi) onla aynı sayıda elemana sahip kabul edilmesinde bir sakıncanın olmadığını ileri sürmektedir.

2.3. Cantor'un Sonlu Ötesi Sayılar Teorisi

Yukarıdaki tanımlara göre doğal sayılar kümesi sonsuz bir kümedir. Her kümeye ait bir kardinal sayının var olduğunu da kabul edersek doğal sayıların (ve ona eş her kümenin elemanlarının) sonsuz tane olduğunu söyleyebiliriz. Cantor bu sayıyı, "en küçük sonlu ötesi sayı" kabul ederek

$\aleph_0$(alef sıfır) adını verdi ve sonlu sayılar üzerinde kullanılan birçok aritmetik işleminin bu sayıya da uygulanabileceğini gösterdi. Mesela, Cantor'a göre aşağıdaki eşitlikler doğruydu:

$\aleph_0$+k= $\aleph_0$ (k sonlu bir sayı olmak üzere)

$\aleph_0$.k= $\aleph_0$

$\aleph_0^k = \aleph_0$ dır.

Fakat,

$2^{\aleph_0} > \aleph_0$

Cantor bu ilginç sonucun ispatını da şöyle yaptı: 2^n sayısının n elemanlı bir kümenin altkümelerinin sayısı olduğunu biliyoruz. Şu halde $2^{\aleph_0}$ da $\aleph_0$ elemanlı herhangi bir kümenin, mesela doğal sayılar kümesinin, altkümelerinin sayısını verir. İspatlayacağımız şeyin yanlış olduğunu, yani $2^{\aleph_0} = \aleph_0$ olduğunu varsayalım. Bu eşitlik, doğal sayılar kümesiyle onun altkümelerinin kümesi arasında bire-bir eşleme yapılabileceği anlamına gelir. Yani her altküme bir doğal sayıyla eşleştirilebilir. Bu doğal sayıların bazıları içlerinde bulundukları bir altkümeyle eşleştirilirken bazıları da kendilerini kapsamayan altkümelerle eşleştirilecektir. Eşleştirildikleri altkümenin içinde bulunmayan doğal sayıların kümesine X diyelim. X elbette ki gene doğal sayıların bir altkümesi olacaktır ve baştaki varsayımımıza göre bir doğal sayıyla eşleşmiş olacaktır. Bu doğal sayıya da a diyelim. a, X'in içinde midir değil midir? İçinde olduğunu farzedelim. O zaman X'in içine, eşleştirildiği altkümenin içinde bulunan bir sayı koymuş oluruz ki bu X'in tanımına aykırıdır. İçinde olmadığını farz edelim. O zaman a kendisini kapsamayan bir altkümeyle eşleştirilmiş olur ki bu durumda tanım gereği X'in içine alınması gerekir. Yani bir çelişkiyle karşılaşmış olduk. Demek ki başta yaptığımız varsayım yanlıştı: $\aleph_0$ ve $2^{\aleph_0}$ birbirine eşit değildir. $\aleph_0$ en küçük sonlu ötesi sayı olduğuna göre $2^{\aleph_0}$ daha büyüktür.

Aynı ispatı kullanarak $2^{2^{\aleph_0}}$ ın da $2^{\aleph_0}$ 'dan daha büyük olduğunu gösterebiliriz. Bu da $\aleph_0$ dan daha büyük sonsuz sayıda sonlu ötesi sayı olduğu anlamına gelir.

2.4. Hilbert'in Sonsuzluk Oteli

Şimdi, Cantor'un "sonlu ötesi sayılar" teorisinde vardığımız bu sonuçların bildiğimiz dünyaya nasıl uygulanabileceğini görmek için Hilbert'in Sonsuzluk Oteli adlı örneğine bakalım. Her katında bir oda olmak üzere sonsuz sayıda kattan oluşan bir otel vardır ve bu otelde sonsuz sayıda müşteri kalmaktadır. Yani otel tamamen doludur. Otele yeni bir müşteri geldiğini farz edelim. Sizce, bu müşteriye yer bulunabilir mi? Cantor'a göre bulunabilmesi gerekir, çünkü $\aleph_0+1=\aleph_0$'dır. Bunun nasıl mümkün olduğu da kolayca görülebilir. Otelde kalan her müşteri bir üst kata aktarılır. Bir en üst kat olmadığı için bunda bir sorun çıkmaz. Yeni müşteri de boşalan ilk kata yerleşir. Sonlu sayıda her müşteri için aynı işlem tekrar tekrar yapılabileceğinden $\aleph_0$+k= $\aleph_0$ eşitliğinin de nasıl mümkün olduğu kolayca görülebilir. O halde şimdi de aklımıza şu soru gelmektedir: Peki yeni gelenlerin sayısı sonsuz olursa ne olur? Cantor'a göre bu durumda da yer bulunabilmesi gerekir. İlk akla gelebilecek yollardan biri şudur: "Oteldeki her müşteri çift sayılı katlara kaydırılır, yeni gelenler de tek sayılı katlara yerleştirilir. Bu işlem her yeni gelen sonsuz müşteri kafilesi için tekrarlanabilir. Diğer bir değişle, $\aleph_0$.k= $\aleph_0$dır." Şimdi de farz edelim ki otele sonsuz kere sonsuz yeni müşteri geldi. Yani sonsuz müşteri içeren sonsuz sayıda kafile. Bunlara nasıl yer bulunabileceğini görebilmek için önce asal sayılarla ilgili iki özelliği göz önüne alalım:

1. Asal sayılar kümesi sonsuz eleman ihtiva eder.

2. p ve q birbirinden farklı iki asal sayı ise her n ve m doğal sayısı için p^n ve q^m farklı sayılardır.

Bu durumda şöyle bir yöntem izleriz. "İlk gelen sonsuz kafiledeki müşteriler ilk asal sayı olan 2' nin üssü olan katlara yerleştirilir. Üs olarak doğal sayıları kullandığımızdan hiçbir müşteri açıkta kalmaz. İkinci kafiledeki müşteriler ikinci asal sayı olan 3' ün üssü olan katlara yerleştirilir. İkinci kurala göre bu katlarla ilk kafilenin yerleştirildiği katlar arasında bir çakışma olmayacaktır. Bu şekilde her yeni kafile bir sonraki asal sayının üssü olan katlara yerleştirilebilir. Sonuçta sonsuz kere sonsuz sayıda müşteri sadece sonsuz odaya sahip otele yerleşmiş olur. Bu işlemi tekrar tekrar yapmak mümkün olduğuna göre $N_0^k = N_0$ eşitliğinin nasıl mümkün olabileceğini de görmüş oluruz."

2.5. Fiili Sonsuz ve Potansiyel Sonsuz

Cantor, "sonlu ötesi sayılar" teorisiyle sonsuzluğun çelişkilere yol açmadan matematiğin içine alınabileceğini gösterdi. Ama bu, sonsuzluğa felsefi açıdan yapılan karşı çıkışların önünü kesmedi. Bunların en temellerinden biri, ilk olarak Aristoteles tarafından ortaya atılan ve sonradan Kant tarafından geliştirilen fiili sonsuz / potansiyel sonsuz ayrımıdır. Buna göre sonsuzluğun "fiilen" var olduğunu söylemek çelişkilidir; sonsuzluktan ancak potansiyel anlamda bahsedilebilir. Mesela gece-gündüz dizisini düşünelim. Her geceden sonra bir gündüz gelir, her gündüzden sonra da bir gece. Bu sürecin ötesine geçemeyeceği bir sınır noktası yoktur, yani potansiyel olarak sonsuzdur. Ama bu sonsuz dizi hiçbir zaman "gerçekten" var olamaz: Geriye baktığımızda "Sonsuz sayıda gece geçti" diyebileceğimiz bir zaman asla olmayacaktır.

Bu ayrım sonsuzluğun sadece fiziksel dünyada var olamayacağını iddia etmekle de kalmaz ayrıca, sayıların da sonsuz olduğunu söylemek doğru değildir, çünkü ne kadar sayarsak sayalım hiçbir zaman sonlu sayıların ötesine geçemeyiz. Sayılar da ancak potansiyel anlamda sonsuzdur. Cantor da, aslında potansiyel sonsuzlukla uğraştığı halde teorisini fiili sonsuzlukla ilgiliymiş gibi göstermeye çalışmakla suçlanmıştır.

Yapılan ayrımın geçerli olduğu ve fiziksel dünyadaki hiçbir şeyin sonsuz olamayacağı kabul edilebilir. Ama bu Cantor'un teorisini ve fiili sonsuzun var olduğunu reddetmek için bir sebep değildir. Mesela hiçbir zaman sonsuz sayıda gece geçmeyecek olsa bile bahsi geçen gece-gündüz dizisinin "gerçekten" sonsuz olduğunu söylemenin bir sakıncası yoktur. Ortada bir çelişki olmadığı sürece sonsuzluğun gerçek olduğunu reddetmek kişisel felsefi tercihlerle ilgili bir sorundur.

Cantor' un teorisindeki tek güçlük, sonsuzluğu çelişkilerden arındırılmış olarak kullandığının gösterilmesinin önündeki tek engel, teorinin dayandığı kümeler teorisinin karşılaştığı güçlüklerdir. Gödel 1930' da yaptığı ispatla kümeler teorisinin çelişkisiz olduğunu ve "sonlu" zamanda ispatlanamayacağını göstermiştir. Ama bu sadece sonlu ötesi sayılar teorisiyle değil, matematiğin kendisiyle ilgili çok daha temel bir sorundur. Sonlu ötesi sayılar teorisinin "ancak" kümeler teorisi kadar sağlam olduğunu söyleyebilmek hiç de küçük bir başarı değildir.

2.6. Mutlak Sonsuz

Birbirinden farklı sonsuzlar düşünüldüğüne göre mutlak sonsuz da bunların en büyüğü olmalıdır. Veya sonsuzluğu kümelere uygularsak, kendisinden daha büyüğü düşünülemeyecek bir küme var olmalıdır. Ama bu kavrama biraz daha yakından bakarsak pek tutarlı olmadığını görüyoruz. Nasıl ki, doğal sayıların sonsuz sayıda olması bir en büyük doğal sayı olmadığı anlamına geliyorsa, sonsuzların da sonsuz olması bir en büyük sonsuz olmadığı anlamına gelir. Bütün kümelerin kümesi de ilk bakışta göründüğü kadar basit bir kavram değildir. Tanımı gereği bu kümenin diğer daha küçük kümeler yanında kendisini de kapsaması gerekir. Ama bunu söylediğimiz zaman bu kümenin dışında başka kümeler de olduğunu kabul ediyoruz ki bu bir çelişki. Bundan kurtulmanın tek yolu bu kümenin içinde kendisinden başka hiçbir kümenin olmadığını varsaymaktır (Klıne, 1980).

Buradan felsefedeki Birlik / Çokluk tartışmasına geçilebilir. Dünyadaki her şeyi birleştirecek tek bir prensip bulmak mümkün müdür, yoksa "her şey" dediğimiz şeyler hiçbir zaman bir araya getirilemeyecek birçokluk mudur? Yukarıda vardığımız sonuç bu soruya kesin bir cevap vermese de mümkün olan cevapları oldukça kısıtlıyor: Eğer başlangıçta birden çok şey olduğunu kabul edersek bunların hepsini bir araya getirmek mümkün değil: Çokluktan birliğe ulaşamayız. Diğer taraftan "her şey" in zaten bir tek şey olduğundan yola çıkarsak ortada bir araya getirme problemi kalmıyor: Var olan her şey zaten o şeydir. Bu ikinci varsayım aslında matematiğin ve hatta neredeyse bildiğimiz her şeyin reddi anlamına geliyor. Ama "gerçek" gerçekten buysa bunu neden yapmayalım ki? (Yıldırım, 1996).

KAYNAKÇA

Gleıck, James (1987). Chaos; Making a new science. Viking, NewYork.
Hooper, Alfred (1948). Makers of Mathematics. s. 4–5.
Woods, Alan and Grant, Ted (2001). "Aklın İsyanı, Marksist Felsefe ve Modern Bilim", (Çev. Ö. Gemici-U. Demirsoy), Tarih Bilinci Yayınları, İstanbul.
Klıne, Morris (1980). Mathematics, the Loss of Certainty, London.
Karaçay, Timur (2004). "Matematik, Mantık ve Felsefe", Matematik Bülteni.
Yıldırım, Cemal (1996). Matematiksel Düşünme, Büyük Fikir Kitapları Dizisi, 2. Basım, İstanbul.