



The Reflections of Mathematical Modeling in Teaching Tools: Textbook Analysis

Zeynep ÇAVUŞ ERDEM¹, Muhammed Fatih DOĞAN^{2*}, Ramazan GÜRBÜZ³,
Seda ŞAHİN⁴

¹ Ministry of Education, Mehmet Akif Ersoy Secondary School, Adiyaman

^{2,3,4} Adiyaman University Faculty of Education, Adiyaman

ARTICLE INFO

Article History:

Received

30.04.2017

Received in revised

form 29.06.2017

Accepted

29.06.2017

Available online

30.06.2017

ABSTRACT

In this study, we investigate to what extent mathematical modelling, which has been included extensively in many countries' curriculum in recent years, is included in middle school textbooks in Turkey and how the concept of modeling in textbooks reflects mathematical modeling. By conducting the document review, model and modeling concepts in all middle school (5, 6, 7, 8) mathematics textbooks in the 2016-2017 academic year were determined and evaluated, by means of content analysis method, in terms of the learning area, the class level, the section that model used, and the type of model used. The results show that the concept of modeling in middle school mathematics textbooks is used as a "modeling mathematics" rather than as means of mathematical modelling. Also, the concept of modelling is used intensively in some topics, but not mentioned in some topics and class levels at all. The concept of modelling used in the textbooks was limited only to concrete and visual structures. Thus, the purpose of modelling in the textbooks was to model mathematical concepts into the concrete and visual forms rather than mathematizing the problem. Considering the emphasis on mathematical modeling in the current mathematics standards, we suggest that this limited and problematic understanding of modeling should be revised to reflect purpose of mathematical modelling in order to have better learning opportunities for both teachers and students.

© 2017 AUJES. All rights reserved

Keywords:

Mathematical Modeling, Modeling Mathematics, Textbook, Concrete Model

Extended Abstract

Purpose

Mathematical modeling is a versatile cyclic and complex process (Berry & Houston, 1995) where a real-life problem situation is solved by a learner engaging in cognitive activities in order to develop and use a mathematical model. In mathematical modeling, in which conceptual systems and structures are developed more meaningfully and with which new models emerged, mathematics can be seen in the same context as real life by allowing individuals to see what mathematics does in real life (Lesh and Doerr, 2003). For this reason,

*Corresponding author's address: Adiyaman University, Education Faculty, Adiyaman
e-mail: mfdogan02@gmail.com

mathematical modeling has begun to be included in the curriculum of many countries (CCSSM, 2011). In the secondary school mathematics program in Turkey, mathematical modeling is not mentioned explicitly, but there are components that appear to be implicitly related to mathematical modeling. The program highlights "(...) solving a problem by modeling..." which is one of the main objectives of mathematical modeling activities. Thus, the need to investigate how much mathematical modeling is reflected in the textbooks used in Turkey emerges. In this study, it is aimed to determine to what extent mathematical modeling is included in Turkish secondary school mathematics textbooks prepared according to current mathematics program, and how models and modeling concepts are used in the textbooks.

Method

The data source of this study, which is a document review, is the Secondary School Mathematics Textbooks used by all of Turkey. Textbooks were analyzed by content analysis method. The main topics analyzed were the content areas, the class level, the section in which the model is used and the types of models used. The code list of the model types was determined as the concrete model, equality/inequality, graphics and other models. As a result of the initial analysis, it had been determined that all models and modeling concepts in these textbooks can be evaluated within the context of a concrete model. Also, categories of the model are defined as a concrete model as well as visualization model. In addition, when the use of the concept of modeling in the evaluation section were examined, in some questions the type of models used were given while in others it was stated as "(...) solve by modeling" which left the use of models to students. For these cases, a separate code was created as "model used in the evaluation section" and the analysis was carried out based on that.

Results

The results based on grade level showed that the concept of modeling was used 44 times (30.6%) in the fifth-grade, 69 times (47.9%) in the sixth-grade, and 31 times (21.5%) in the seventh-grade textbooks. Interestingly, the concept of modeling was not included in the eighth-grade textbook at all. In terms of the learning content, the concept of the modeling was used primarily in number and operations (72.2%) and geometry and measurement (21.5%) and is used at least in the algebra (6.3%). The results showed that there was no use of modeling in data processing and probability. In addition, the concept of modeling was used intensively in some specific topics, primarily fractions and integers. The intensive use of the model concept in the fractions and integers might be due to the fact that concrete models such as fraction cards and counting scales are often used in teaching related subjects. As a matter of fact, the results showed that fraction cards (23.6%) are among the most used

model types in the textbooks. Counting scales (13.9%), models with real life contexts (13.2%), defining the operations on the number line (11.1%) and visual models (14.6%) were the other most frequently used model types in the textbooks. The concrete model types were used mostly in the sixth-grade textbooks, followed by the fifth-grade and seventh-grade textbooks. The analysis also showed that the concept of modeling is used more in the teaching (instruction) sections (70.8%) than in the evaluation sections (29.2%). In the evaluation sections, most of the time the desired model type was given to the students (67%) while the rest of the time they are asked to form a model (33%). In other words, modeling in textbooks has been used more to teach the content than to have students develop their own models.

Discussion

In the study, none of the sections in the textbooks in which the concepts of model and modeling were included had a structure that conformed to the established definition of mathematical modeling. Modeling in the textbooks was used either as mathematical representations of mathematical concepts and structures or as embodying and visualizing the mathematical concepts. All the structures expressed in the textbooks as models are concrete models used for converting math subjects into a more visual form and for making them understandable, or for visualization purposes. Taking these findings into consideration, it is possible to say that the concept of modeling in the textbooks is used differently than the primary definition of mathematical modeling. Modeling mathematics involves constructing mathematical structures and concepts with mathematical representations such as counting blocks, counting scales, fraction cards, etc. and used to visualize and reduce the complexity of mathematical structures (Cirillo et al., 2016). The results of this study show that the structures used as models represent concrete models such as fraction cards, counting scales, and the rest are models for visualization used for similar purposes. Since the use of modeling in textbooks involves the representation of mathematical structures with concrete and visual models, it can be thought of as modeling mathematics, but not as a mathematical modeling. For this reason, it is necessary to revise the concept of modeling in the curriculum and in the textbooks in order to change the limited understanding of mathematical modeling.

Conclusion

In the recently published draft of the curriculum, mathematical modeling appears to have taken place as a concept and emphasized more (MEB, 2017). This positive development in the program is expected to be reflected in the textbooks in a similar way. It is thus possible to achieve both the goals expressed in the program and the age of education reform.



Matematiksel Modellemenin Öğretim Araçlarına Yansımaları: Ders Kitabı Analizi

Zeynep ÇAVUŞ ERDEM¹, Muhammed Fatih DOĞAN^{2*}, Ramazan GÜRBÜZ³, Seda ŞAHİN⁴

¹Milli Eğitim Bakanlığı, Mehmet Akif Ersoy Ortaokulu, Adıyaman

^{2, 3, 4}Adıyaman Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Adıyaman

MAKALE BİLGİ

Makale Tarihi:
Alındı 30.04.2017
Düzeltilmiş hali
alındı 29.06.2017
Kabul edildi
29.06.2017
Çevrimiçi yayımlandı
30.06.2017

ÖZET

Bu çalışmada son yıllarda birçok ülkenin öğretim programına girmiş olan matematiksel modellemeye Türkiye'deki ders kitaplarında ne kadar yer verildiği ve modelleme kavramının matematiksel modellemeyi ne ölçüde yansıttığı incelenmiştir. Doküman incelemesi yönteminden yararlanılan çalışmada, 2016-2017 eğitim-öğretim yılında uygulamada olan tüm ortaokul (5, 6, 7, 8) matematik ders kitaplarında yer alan model ve modelleme kavramları tespit edilerek öğrenme alanı, sınıf seviyesi, modelin kullanıldığı bölüm ve kullanılan model türü açısından içerik analizi yöntemiyle değerlendirilmiştir. Yapılan değerlendirmeler neticesinde, Türkiye'deki ders kitaplarında modelleme kavramının matematiksel modellemeden ziyade "matematiği modelleme" şeklinde ele alındığı görülmüştür. Ayrıca modelleme kavramı, bazı konularda yoğun bir şekilde kullanılırken bazı konularda hiç kullanılmadığı ve kullanılan modellerin ise sadece somut ve görsel yapılarla sınırlı kaldığı söylenebilir. İncelenen ders kitaplarındaki modelleme kavramından sadece somutlaştırmanın ve görselleştirmenin kastedildiği görülmüştür. Programda matematiksel modellemeye yapılan vurgu dikkate alındığında ise, bu kavrama ilişkin sınırlı algının değişmesi için ders kitaplarında modelleme anlayışının revize edilmesi gerektiği önerilebilir.

© 2017 AUJES. Tüm hakları saklıdır

Anahtar Kelimeler:

Matematiksel Modelleme, Matematiği Modelleme, Ders Kitabı, Somut Model

Giriş

Bilgi ve teknolojinin hızla geliştiği günümüzde, giderek karmaşıklaşan iletişim, ekonomi, dijital dünya ve teknoloji sistemine ayak uydurmak ve değişiklikleri takip etmek, diğer tüm sistemlerde olduğu gibi eğitim sisteminin bu bakımdan sorgulanmasını gerektirmektedir. Gerek çağın gerektirdiği bilgi ve becerilere sahip bireyler yetiştirmek için, gerekse değişimin kaçınılmaz gerçeğinden dolayı farklı öğretim yaklaşımlarına ve modellerine ihtiyaç duyulmaktadır. Bu yaklaşımların en önemlilerinden biri matematiksel modellemedir. Matematiksel modelleme 1970'li yıllardan bu yana uluslararası matematik eğitimi araştırmalarında önemli bir yer tutmaktadır ve son 20 yıldır birçok ülkede olduğu gibi Türkiye'de de önemsenen bir

*Sorumlu Yazarın Adresi: Adıyaman Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Adıyaman.
e-posta: mfdogan02@gmail.com

araştırma konusu olarak göze çarpmaktadır. Bu sebeple matematiksel modelleme, literatürde farklı şekillerde tanımlanmakta ve farklı bakış açılarıyla ele alınmaktadır. En genel ifadeyle matematiksel modelleme, gerçek yaşamda karşılaşılan bir problem durumunun matematiksel olarak formüle edilmesi, geliştirilen matematiksel modeller yardımıyla çözüme ulaştırılması ve elde edilen çözümün gerçek yaşama dönüştürülmesini içeren karmaşık bir süreç olarak tanımlanmaktadır (Berry ve Houston, 1995). Kavramsal sistemlerin ve yapıların daha anlamlı bir şekilde geliştirildiği ve bununla birlikte yeni modellerin ortaya çıktığı döngüsel bir süreç olan matematiksel modelleme, matematiği gerçek hayatla aynı bağlam içinde ele alarak, bireylere gerçek hayatta matematiğin ne işe yaradığını görme imkânı vermektedir (Lesh ve Doerr, 2003). Matematiksel modelleme, bireylerin dünyayı daha iyi anlamalarına yardım eden ve matematiksel düşünme becerilerini geliştiren bir süreçtir. Bu süreç, matematiğin gerçek yaşamla iç içe geçmesine olanak sağladığı için matematiksel öğrenme daha anlamlı olmaktadır ve öğrencilerin matematiğe yönelik tutumlarını olumlu yönde etkilemektedir (Blum ve Borromeo Ferri, 2009; Berry, 2002; English ve Watters, 2004; Kaiser ve Maaß, 2007). Bu nedenle matematiksel modellemenin matematik eğitimindeki önemi ve bu konuya ilişkin araştırmalar gün geçtikçe artmaktadır.

Matematiksel modellemeyle ilgili yapılan çalışmaların tarihsel gelişimine bakıldığında, Pollak'ın (1969) matematiğin gerçek hayattaki uygulamaları olarak ifade ettiği görülmektedir. Pollak'ın bu çalışmasında matematik uygulamaları olarak ele aldığı gerçek hayat problemlerinin, 1980'lerde uygulamalı problem çözme, modelleme ve matematiksel modelleme şeklinde ele alındığını söylemek mümkündür (Lesh, Landau ve Hamilton, 1983, Kapur, 1982; Blum ve Niss, 1989). Bu tarihten itibaren artış gösteren ve gerçek hayattaki matematik uygulamaları ve gerçek yaşam problemlerini çoğunlukla matematiksel modelleme olarak ifade eden modelleme çalışmaları (örn., Blum ve Niss 1991; Blum, 1993; Doerr, 1997, Pollak 1997), 21. yüzyılda farklı boyutlarda ele alınmaya başlanmıştır. Örneğin, bazı çalışmalarda farklı matematiksel modelleme yaklaşımları ve bu yaklaşımların modelleme tanımlamaları epistemolojik olarak ele alınırken (Kaiser ve Sriraman, 2006) bazı çalışmalarda ise, farklı yaklaşımların ortak bir kabulü olan matematiksel modelleme sürecinde ortaya çıkan basamaklara, bileşenlere ve bilişsel özelliklere odaklanılmıştır (örn., Borromeo Ferri, 2006; Blum 2011; Blomhøj ve Jensen, 2006; Şen-Zeytun, 2013; Hıdıroğlu, 2012). Matematiksel modellemeyi öğretilmesi gereken bir beceri olarak gören araştırmacılar matematiksel modelleme yeterliklerini belirlemeye ve geliştirmeye yönelik çalışmalar gerçekleştirmişlerdir (örn., Maaß, 2006, Haines ve Crouch, 2001; Kaiser, 2007; Aydın-Güç, 2015). Matematiksel modelleme etkinliklerinin alışlagelmiş öğretim metotlarından farklı olması (Lesh ve Doerr, 2003) sebebiyle bazı çalışmalar öğrencilerin matematiksel modellemeye ilişkin görüşlerini ve inançlarını incelerken (Kaiser ve Maaß, 2007), bazı çalışmalar ise modellemenin öğretim boyutunda değerlendirerek bireylerin matematiksel modelleme yoluyla matematiksel bilgiyi nasıl inşa ettiklerini incelemiştir (Hitt ve Gonzalez-Martin, 2015; Lesh ve Doerr, 2003; Lesh ve Carmona, 2003; Harel ve Lesh, 2003; Ng, 2011; Park, Park, Park, Cho ve Lee, 2013). İlgili literatürde yapılan bu farklı çalışmalar, matematiksel modellemenin

öğrencilerin matematiksel kavramları ve yapıları daha iyi anlayabilecekleri, kendi düşüncelerini sorgulayabilecekleri ve paylaşabilecekleri, diğer bir deyişle anlamlı ve kalıcı öğrenmeyi sağlayan bir öğrenme ortamı sağladığını savunmakta ve her seviyedeki öğrencinin matematik öğrenimi boyunca bu tür etkinliklerle etkileşimlerinin olması gerektiğini vurgulamışlardır. Bunun bir sonucu olarak da matematiksel modelleme birçok ülkenin öğretim programında yer almaya başlamıştır (Department for Education [DFE], 1997; National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000; Common Core State Standards for Mathematics, 2011; The New German Educational Standards and Curricula akt. Maaß, 2006). NCTM (2000), matematiksel modellemede fiziksel, sosyal ve matematiksel olguları yorumlamak için temsillerin kullanılması gerektiğinin altını çizmekte ve matematiksel modellerin problemleri açıklığa kavuşturup yorumlamak ve çözmek için kullanılabilirliğini belirtmektedir. Benzer olarak CCSSM (2011), hem ortaokul hem de lise seviyesinde matematiksel bir uygulama olarak "Matematikle Modelleme" kavramsal bir kategori olarak da "Matematiksel Modelleme" nin kazanımların içerisinde bulunması gerektiğini vurgulamaktadır. Sonuç olarak, matematiksel modelleme müfredatın önemli bir parçası olmaya başlayarak, öğrencilere anlamlı etkinlikler sunan bir araç olarak görülmüştür. Dünyanın birçok ülkesinde matematiksel modellemenin önemine çeşitli vurgular mevcutken, ülkemizin öğretim programında bu vurguya yeterince rastlanmamaktadır. Ülkemizin ortaokul matematik programı incelendiğinde, modellemeye yer verildiği ancak matematiksel modelleme ifadesinin kullanılmadığı dikkat çekmektedir. Programda, "... matematiksel ilişkileri keşfetmelerine olanak sağlayan bilgi ve iletişim teknolojilerinden faydalanılması..." özellikle vurgulanmaktadır. Ayrıca yine programda '... bu teknolojiler yardımıyla, öğrencilerin modelleme yaparak problem çözme, iletişim kurma, akıl yürütme gibi becerilerinin geliştirilmesine yönelik ortamlar hazırlanmalıdır.' ifadesi yer almakta ve matematiksel iletişimde modellerden yararlanmanın büyük önem taşıdığı belirtilmektedir (Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], 2013). Her ne kadar programda "matematiksel modelleme" değil "modelleme" ifadesi kullanılsa da, programda modellemeye yüklenen anlam matematiksel modellemeyi anımsatmaktadır. Çünkü programda yer alan '...modelleme yaparak problem çözme...' ifadesi matematiksel modelleme etkinliklerinin ana amaçlarından biridir. Bununla birlikte, programda yer alan matematik eğitiminin genel amaçları da matematiksel modellemeyle ilişkilendirilebilir. Bu amaçlar şu şekilde sıralamak mümkündür:

- Matematiksel kavramları anlayabilecek, bunlar arasında ilişkiler kurabilecek, bu kavram ve ilişkileri günlük hayatta ve diğer disiplinlerde kullanabilecektir.
- Problem çözme sürecinde kendi düşünce ve akıl yürütmelerini ifade edebilecektir.
- Matematiksel düşüncelerini mantıklı bir şekilde açıklamak ve paylaşmak için matematiksel terminoloji ve dili doğru kullanabilecektir.
- Problem çözme stratejileri geliştirebilecek ve bunları günlük hayattaki problemlerin çözümünde kullanabilecektir.

- Araştırma yapma, bilgi üretme ve kullanma becerilerini geliştirebilecektir (MEB, 2013).

Programda yer alan bu genel amaçlar, matematiksel modelleme yoluyla öğrencilere kazandırılacak beceriler arasındadır (Blum, 1991; Lesh ve Doerr, 2003; Blum ve Borromeo Ferri, 2009; Hıdıroğlu, 2015; Aydın-Güç, 2015). Programda duyuşsal becerilerle ilgili dikkate alınması gereken göstergelerden biri de 'Gerçek hayatta matematiğin öneminin farkında olma ve sağladığı faydaları takdir etme' şeklinde ifade edilmektedir. Bu gösterge doğrudan matematiksel modellemeye işaret etmektedir. Programda modelleme kavramı matematiksel modelleme şeklinde belirtilmese de ifade edilen açıklamalar dikkate alındığında, matematiksel modellemeye vurgu yapıldığını ve modellemeye bir yönelim olduğunu söylemek mümkündür. Nitekim MEB'in taslak programında 'Matematik Dersi Öğretim Programı ...matematiksel modellemeler yapabilmeye...ve problem çözme becerilerine sahip olmaya vurgu yapmaktadır.' ifadesi yer almakta ve matematiksel modelleme geliştirilmesi planlanan bir matematiksel süreç becerisi olarak belirtilmektedir (MEB, 2017). Program güncellemeleri dikkate alındığında "*matematiksel modelleme*" kavram olarak da programda yerini alacağı söylenebilir. Bunun yanı sıra taslak programda gerçek yaşam vurgusu sıklıkla yapılmakta ve öğretim programının temel felsefesinde "...matematiksel kavramları gerçek yaşamla ilişkilendirebilecekleri öğrenme ortamları esas alınmalı..." ifadesi yer almaktadır. Gerçek yaşam problem durumlarını içeren matematiksel modelleme etkinliklerinin, yukarıda ifade edilen öğrenme ortamını sağlayacağı açıktır. Buradan programda yerini almak üzere olan matematiksel modellemenin öğrenme ortamına taşınması gerektiği söylenebilir. Hiç şüphesiz programın içeriğini öğrenme ortamına taşıyan en etkili araç-gereçlerden birinin programa göre hazırlanmış ders kitabı olduğu düşünülebilir. Ders kitabı, programda yer alan müfredatın öğrencilere sunulması için bir köprüdür (Thompson, 2014) ve öğretmenlere sınıf ortamında bilgiyi sunma konusunda rehberlik edebilir (Stylianides, 2014). Bunun için programa göre hazırlanmış bir ders kitabının, dersin içeriğini düzgün, sıralı ve eksiksiz bir biçimde sunması gerekmektedir (Altun, Arslan ve Yazgan, 2004). Bu bağlamda matematiksel modellemenin öğrenme ortamına taşınabilmesinde modelleme uygulamalarıyla zenginleştirilmiş ders kitabı önemli bir faktördür. Buradan programda matematiksel modellemeye olan söz konusu yönelimin ders kitaplarına ne ölçüde yansıdığı araştırılması gereken önemli bir konu olarak karşımıza çıkmaktadır. Çünkü programlarda matematiksel modellemeye farklı anlamlar yüklenmekte ve "modelleme" kavramı ders kitaplarında farklı şekillerde ele alınabilmektedir (Alacacı, 2015). Matematiksel modellemeye matematik öğretim programlarında yer verildiği ve dikkate alındığı yapılan araştırmalarda belirtilse de (Güç, 2015; Bukova-Güzel, Tekin-Dede, Hıdıroğlu, Kula-Ünver ve Özaltun-Çelik, 2016) ders kitaplarının matematiksel modelleme açısından detaylı bir şekilde incelendiği bir çalışmaya rastlanmamıştır. Bu nedenle güncel matematik programına göre hazırlanmış ortaokul matematik ders kitaplarının matematiksel modellemeye ne derece yer verdiği ve ders kitabında yer alan model ve modelleme kavramlarının hangi anlamda ele alındığını belirlemeyi amaçlayan bu çalışmanın literatüre katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Ayrıca bu çalışmada elde edilen sonuçların, müfredat

geliştiriciler, program tasarılayıcılar, araştırmacılar ve öğretmenler tarafından kullanılabileceği düşünülmektedir. Öyle ki müfredat tasarılayıcılar ve program geliştiriciler programda bahsedilen matematiksel modellemeye ilişkin tespitleri dikkate alarak matematiksel modellemeyle ilgili daha detaylı açıklamalara yer verebilirler. Aynı durum müfredat geliştiriciler için de söz konusu olup, ders içeriğinde ve ders kitaplarında matematiksel modellemeye ilişkin birtakım düzenlemelere gidilebilir ve modelleme anlayışı yeniden gözden geçirilebilir. Bu nedenlerle araştırmanın önemli olduğu düşünülmektedir.

Kuramsal Çerçeve

Matematiksel modelleme, gerçek yaşamda var olan bir problem durumuna çözüm olabilecek matematiksel kavram ve yapıları içeren matematiksel modellerin geliştirildiği bilişsel özelliklerin yoğun bir şekilde işe koşulduğu bir süreci barındırır. Geleneksel problem çözme anlayışından çok daha ötede bir anlayış olan matematiksel modelleme (Lesh ve Doerr, 2003), problem çözmeye oldukça farklı ve çarpıcı bir bakış açısı kazandırmıştır. Geleneksel problemler idealleştirilmiş verilerin hazır olarak sunulduğu genellikle tek çözüm yoluyla cevaba ulaşılan yapıları içermektedir. Gerçek hayat bağlamı olan sözel problemlerde bile gerçek hayat durumu pek söz konusu değildir (Niss, Blum ve Galbraith, 2007). Modelleme etkinliklerinde ise, öğrencilerin problem durumunu kendilerince anlamlandırması (Lesh ve Harel, 2003) ve problem durumunda yer alan matematiksel kavramlarla işlemler arasındaki bağlantıyı kurması gerekmektedir (Mousoulides, Christou ve Sriraman, 2008). Öğrencilerin problemlere çözüm olarak geliştirdikleri modellerin, paylaşılabilir, tartışılabilir, yeniden değerlendirilebilir yapıda olduğu ve öğrencilere farklı bakış açıları kazandırdığı söylenebilir. Bu özellikler matematiksel modellemeyi geleneksel problem çözme anlayışından ayıran en belirgin özelliklerdir. Bunun yanı sıra matematiksel modelleme, matematiğin karmaşıklığı ve soyut yapısını görselleştirmek, somutlaştırmak ve daha anlaşılabilir kılmak adına yapılan “modelleme” anlayışından da farklılık göstermektedir. Onluk sayma blokları, cebir karoları, kesir kartları gibi somut materyaller matematiksel kavramları, yapıları ve işlemleri modelleyerek daha anlaşılabilir kılmak adına kullanılan yapılardır. Bu tarz kullanımlardan dolayı matematiksel modelleme özellikle ilkökul düzeyinde somut materyal kullanımı olarak algılanmaktadır (Lesh, Cramer, Doerr, Post ve Zawojewski, 2003). Cirillo, Pelesko, Felton-Kosetler ve Rubel (2016) matematiksel kavram ve yapıların bu şekilde matematiksel temsillerle gösterilmesini “matematiği modelleme” olarak tanımlamış, matematiksel modellemeden farklı bir kavram olarak yorumlamışlardır. Cirillo vd. (2016), model ve modelleme kelimelerinin müfredatta matematiği modelleme ve matematiksel modelleme kavramlarının her ikisi için de kullanıldığını, ama bu kavramların birbirinden farklı olduğunu belirtmektedir. Matematiği modellemede matematikten gerçek yaşama, somutlaşmaya doğru bir yönelim söz konusu iken, matematiksel modellemede gerçek yaşamdan matematiğe doğru bir yönelim söz konusudur. Matematiği modellemede amaç matematiksel kavramları daha görsel bir forma sokarak anlaşılır kılmak iken, matematiksel

modellemede amaç gerçek yaşamda var olan bir problem durumuna çözüm olabilecek kavramsal araçlar geliştirmektir. Matematiği modellemede daha çok görsel ve somut model anlayışı söz konusu iken, matematiksel modellemede somut modelin yanı sıra eşitlik, eşitsizlik, grafik, tablo gibi her türlü yapının model olabileceği, hatta problem çözümünde yapılan varsayımları zihinsel bir model olarak kabul eden (Lesh ve Doerr, 2003) bir anlayış söz konusudur. Ortaokul matematik programına göre hazırlanmış ders kitaplarında modellemenin nasıl ele alındığının incelendiği bu çalışmada, ortaokul matematik ders kitapları modellemeye ilişkin bu iki farklı bakış açısı ekseninde incelenecektir.

Yöntem

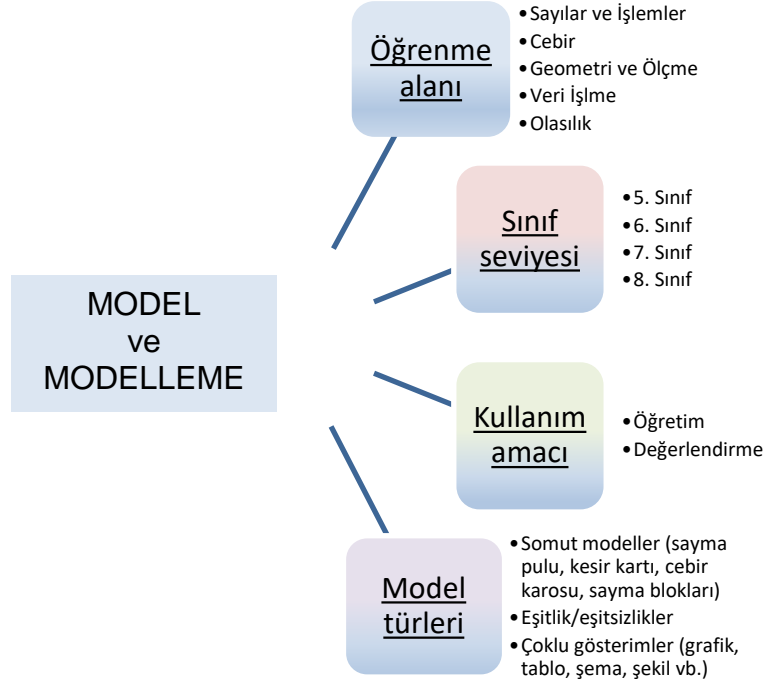
Bu çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden doküman analizi yöntemi kullanılmıştır. Doküman analizi hem basılı hem elektronik materyallerin incelenmesi veya değerlendirilmesini içeren sistemli bir süreçtir (Bowen, 2009). Tüm nitel çalışmalarda olduğu gibi doküman analizinde de verilerin anlamlandırılması için incelenmesi ve yorumlanması gerekmektedir (Corbin & Strauss, 2008). Bilimsel araştırmaların büyük bir çoğunluğunda konu alanıyla ilgili yapılan çalışmalar incelenir ve sentezlenerek sunulur. Yapılan bu literatür taraması, üzerine çalışılan konunun verilerini oluşturmaktan ziyade verilerin analizine katkıda bulunması ve elde edilen sonuçların desteklenmesi amacıyla yapılır. Oysa doküman analizinde incelenen dokümanlar verinin kaynağını oluşturmaktadır. Verilerin bulunması, incelenmesi, belirli kriterlere göre değerlendirilmesi ve sentezlenmesi doküman analizinin analitik basamaklarıdır (Bowen, 2009). Doküman incelemesi yapılırken veriler içerik analizi yoluyla temalar, kategoriler ve vaka örnekleri şeklinde organize edilir. Elde edilen nitel değerlendirme verileri tek başına olabileceği gibi nicel verilerle birlikte de sunulabilir (Labuschagne, 2003).

Bu çalışmada matematik ders kitaplarında modelleme ve matematiksel modelleme kavramlarının nasıl ele alındığı çeşitli kategoriler altında incelenmiştir. Çalışmanın veri kaynağını Ortaokul Matematik Ders Kitapları (5., 6., 7. ve 8. Sınıf) oluşturmaktadır. Kitaplar belirlenirken öncelikle Milli Eğitim Bakanlığı'nın resmi kaynak sitesi olan Eğitim Bilişim Ağı (EBA)'nda 2016-2017 eğitim öğretim yılında okutulan ders kitapları incelenmiştir. 5. ve 6. sınıf seviyesinde biri MEB (Milli Eğitim Bakanlığı), diğeri özel yayınevi olmak üzere iki farklı ders kitabı olduğu, 7. ve 8. sınıf seviyesinde ise tüm bölgelerde okutulan özel yayınevine ait tek ders kitabı olduğu belirlenmiştir. Daha sonra 5. ve 6. sınıflarda MEB yayınevine ait ders kitabının, diğeri sınıf seviyelerinde de özel yayınevine ait ders kitaplarının incelenmesi uygun görülmüştür.

Verilerin Toplanması ve Analizi

Araştırmanın örneklemi 2016-2017 eğitim öğretim yılında ders kitabı olarak okutulan tüm ortaokul (5., 6., 7. ve 8. Sınıf) matematik ders kitaplarıdır. Ders kitapları içerik analizi yöntemiyle analiz edilmiştir. Bu bağlamda çalışmada öncelikle analizin

yapılacağı ana başlıklar, alt başlıklar ve model türüne ait kod listeleri belirlenerek analiz çerçevesi oluşturulmuştur (Şema 1.)



Şema 1. Ön Analiz Çerçevesi

Analiz için belirlenen ana başlıklar öğrenme alanı, sınıf seviyesi, modelin kullanıldığı bölüm ve model türleri olarak belirlenmiştir. Model ve modelleme kavramlarının konulara göre dağılımını tespit edebilmek için öğrenme alanı bir başlık olarak belirlenmiştir. Bu başlığa ilişkin kodlar programda da yer alan öğrenme alanları olan, sayılar ve işlemler, cebir, geometri ve ölçme, veri işleme ve olasılık şeklindedir. Sınıf seviyesine göre dağılımın nasıl olduğunu tespit edebilmek adına bir diğer başlık sınıf seviyesi olarak belirlenmiştir. Matematiksel modellemenin konuya giriş veya konuyu değerlendirme amaçlı olmaktan ziyade, öğretilen konuyu pekiştirme amaçlı olarak kullanımına dair bir anlayışın hakim olduğunu gösteren çalışmalar bulunmaktadır (Şahin, Doğan, Gürbüz ve Çavuş-Erdem, 2017). Yapılan çalışmaların sonuçları dikkate alınarak, bir diğer başlık modellemenin kullanıldığı bölüm olarak belirlenmiş, bu başlığa ait konuyu öğretim ve değerlendirme olacak şekilde iki alt başlık belirlenmiştir. Son olarak modellemenin nasıl ele alındığı matematiksel modellemeye ne şekilde yer verildiğini belirlemek adına model türleri başlığı belirlenmiştir. Bu başlığa ait kodlar oluşturulurken literatürden yararlanılmıştır. Literatürde matematiksel model, somut model, eşitlik, eşitsizlik, grafik, tablo, şekil gibi her türlü matematiksel yapının kullanıldığı bir çözüm yolu olarak ifade edilmektedir (Lesh ve Doerr, 2003). Araştırmada bu kapsamda analiz öncesi model türüne ilişkin kod listesi somut model, eşit-lik/-sizlik, grafik ve diğer modeller şeklinde belirlenmiştir. Hem yürürlükte olan programda (MEB, 2013) hem de taslak program metninde (MEB, 2017) somut model sayı kartları, onluk bloklar, kesir kartları ve cebir karoları şeklinde örneklendirildiğinden somut modele ait sayma pulu, kesir kartı, cebir karosu,

sayma blokları olmak üzere dört alt kod oluşturulmuştur. Diğer modeller ise tablo, grafik, şekil gibi herhangi bir model olarak ifade edilebilecek her türlü tanımlamayı içermektedir. Kod listesi bu şekilde oluşturulduktan sonra ortaokul matematik ders kitaplarında yer alan model ve modelleme kelimeleri taranmıştır ve analiz yapılmıştır. Belirlenen kod listesine göre gerçekleştirilen ilk analiz neticesinde ders kitaplarında yer alan model ve modelleme kavramlarının tamamının somut model kapsamında değerlendirilebileceği belirlenmiş ve model türüne ait kod listesi bu analize göre revize edilmiştir. Ders kitaplarında kullanılan model türüne göre oluşturulan kod listesi şu şekilde belirlenmiştir.

❖ Somut modeller:

➤ Sayma Blokları: Genel olarak doğal ve ondalık sayıların basamak değerleri gösterimi ve işlem tanımlamalarını göstermek amacıyla kullanılan model.

➤ Sayma Pulları: Genel olarak tamsayılar konusunda kullanılan negatif ve pozitif sayıları temsil etmek, tamsayılarla işlem yapmayı görsel bir forma dönüştürmek amacıyla kullanılan model.

➤ Kesir Kartları: Genel olarak kesirler ve rasyonel sayılar konusunda parça-bütün ilişkisini daha anlaşılır kılmak ve bu konularda işlem tanımlamalarını göstermek amacıyla kullanılan model.

➤ Cebir Karoları: Genel olarak cebirsel ifadeler ve denklem konusunun öğretiminde bilinmeyen, değişken ve sayıları temsil etmek ve işlem tanımlamalarını göstermek amacıyla kullanılan model.

➤ Geometri Çubukları: Genel olarak geometri konularının öğretiminde kenar-açı ilişkilerini görsel bir forma dönüştürmek amacıyla kullanılan model.

➤ Gerçek Yaşam Bağlamı Olan Model: Gerçek yaşamda var olan bir durumla ilişkilendirilerek oluşturulan model. Bu model türünde gerçek yaşam senaryosu barındıran tüm modeller (Sayma blokları, sayma pulu, kesir kartları vs.) yer almaktadır. Aslında bu model türünde kullanılan modellerin tamamı somut model kapsamında değerlendirilecek yapıdadır. Fakat matematiksel modellemede gerçek yaşam en önemli unsurlardan biri olduğundan, gerçek hayatta karşılaşılabilecek bir hikayeyi barındıran bu model kullanımının ayrı bir kod olarak değerlendirilmesi araştırmacılar tarafında uygun görülmüştür.

❖ Görselleştirme Amaçlı Modeller

➤ Sayı Doğrusunda İşlem Tanımlamaları: Genel olarak tamsayılar, rasyonel sayılar ve kesirlerde dört işlem tanımlamalarını sayı doğrusu üzerinde görsel bir forma dönüştürmek ve anlaşılabilir kılmak adına kullanılan model türüdür.










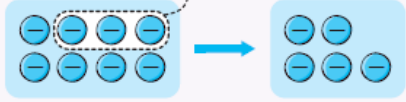



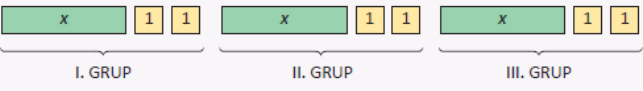
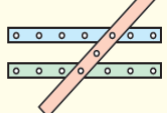
➤ Görsel (Şekil) Model: Ders kitabında model kelimesiyle ifade edilen ve diğer iki türde tanımlanmayan ilgili kavramı görselleştirme amaçlı kullanılan her türlü gösterim ve ya şekil.

➤ Analogik Model: Fen eğitiminde bireyler tarafından doğrudan gözlenemeyen atom ve molekül gibi yapıları öğrenciler için ulaşılabilir kılmak adına kullanılan bir model türüdür (Harrison ve Treagust, 2001). Bu çalışmada da benzer bir şekilde gerçek yaşamda gözlenmesi mümkün olmayan doğru,


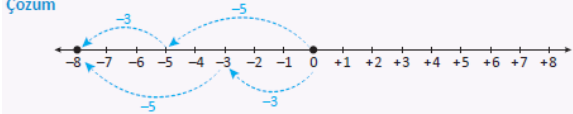
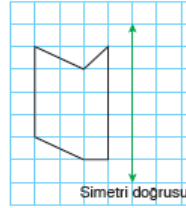
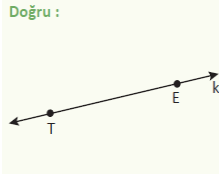
doğru parçası ve ışın gibi matematiksel kavramları görselleştirmek amacıyla kullanılan model türü olarak kabul edilmiştir.

Çalışmada belirlenen model türlerine ilişkin örnekler Tablo 1.'de verilmiştir.

Tablo 1. Model Türü Kodlarına İlişkin Örnekler

TEMA	Kod Türü	Kod Türüne Örnek	Sınıf Düzeyi ve Sayfa No									
SOMUT MODEL	Sayma Blokları	<p>2,37 sayısının basamaklarını model ile gösterelim.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Birler Basamağı</th> <th>Onda Birler Basamağı</th> <th>Yüze Birler Basamağı</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>2 tam 2</td> <td>$\frac{3}{10}$ 0,3</td> <td>$\frac{7}{100}$ 0,07</td> </tr> </tbody> </table>	Birler Basamağı	Onda Birler Basamağı	Yüze Birler Basamağı				2 tam 2	$\frac{3}{10}$ 0,3	$\frac{7}{100}$ 0,07	5. sınıf- 2. Kitap, syf. 105
	Birler Basamağı	Onda Birler Basamağı	Yüze Birler Basamağı									
												
	2 tam 2	$\frac{3}{10}$ 0,3	$\frac{7}{100}$ 0,07									
	Sayma Pulları	<p>Matematiksel cümlesi $(-8) - (-3) = (-5)$ olan bu problem sayma pullarıyla,  şeklinde modellenebilir.</p>	6.sınıf, syf 384									
Kesir Kartları	<p>Her bir öğrencinin boyadığı alanı modelle gösterelim.</p> <p>Enes'in boyadığı alan $\frac{3}{5}$ → </p> <p>Emir'in boyadığı alan $\frac{2}{4}$ → </p> <p>Sude'nin boyadığı alan $\frac{9}{10}$ → </p>	6.sınıf, syf. 139										
Cebir Karoları	<p>$3(x + 2)$ ifadesini modelleyelim.</p> <p>Aşağıda verilen şekillerde 3 grup oluşturduk ve her grup $x + 2$'den oluşuyor</p> <p></p> <p>I. GRUP II. GRUP III. GRUP</p>	6.sınıf, syf. 427										
Geometri Çubukları	<p>▶ Geometri şeritlerinden ikisini birbirine paralel tutup üçüncü şeridi bu iki şeridin her birine birer pim yardımıyla tutturunuz (2. şekil).</p> <p>▶ Geometri şeritlerinin oluşturduğu doğru modellerinin birbirine göre durumunu açıklayınız.</p> <p></p> <p>2. şekil</p>	7.sınıf, syf. 161										

Tablo 1. Model Türü Kodlarına İlişkin Örnekler (Devamı)

		Aynı düzlemde bulunan iki doğrunun birbirine göre durumlarını modelleyen örnekler verelim.		
GÖRSELLEŞTİRME AMAÇLI MODEL	Gerçek Yaşam Bağlamı Olan Model	<p>ÇÖZÜM</p> <p>1. Doğrular birbirlerini hiç kesmeyebilir. Böyle doğrular, paralel doğrulardır.</p> <p>Aralarındaki mesafe eşit olan elektrik kabloları paralel doğru modelidir.</p>		7.sınıf, syf. 162
	Sayı Doğrusunda İşlem Tanımlamaları	<p>$(-5) + (-3)$ ve $(-3) + (-5)$ işlemlerini aşağıdaki sayı doğrusunda modelleyerek aralarındaki ilişkiyi belirleyelim.</p> <p>Çözüm</p> 		6.Sınıf, syf. 392
	Görsel Model (Şekil)	<p>2. Yandaki kareli kâğıt üzerinde görülen modeli kullanarak önce simetri doğrusuna göre yansıma sonra da 1 br sağa öteleme sonucu oluşan görüntüyü çizerek yorumlayınız.</p>		7.sınıf, syf. 281
	Analojik Model	<p>Doğru :</p>  <p>İki yönden sonsuza uzanan düz bir çizgi düşünelim. Bunu bir doğru modeli olarak kabul edebiliriz. Doğrunun iki taraftan sonsuza uzadığını göstermek için uçlarına ok işareti koyunuz. Doğruyu isimlendirirken küçük harf veya doğrunun üzerindeki herhangi iki noktayı kullanırız.</p>		5. sınıf- 1.Kitap, syf.170

Ders kitapları model türü açısından yukarıda verilen kodlara göre analiz edilmiştir. Ders kitapları modelleme kavramının yer aldığı bölüme göre değerlendirilmiş ve bu başlık için konu öğretimi ve değerlendirme olmak üzere iki alt başlık oluşturulmuştur. Değerlendirme bölümünde modelleme kavramının kullanıldığı sorular incelendiğinde, bazı sorularda kullanılan model türü belirli iken bazı değerlendirme bölümlerinde modelleme kavramından ‘...modelleyerek çözüünüz.’ şeklinde bahsedilmiş ve model kullanımı öğrenciye bırakılmıştır. Modelleme kavramının bu şekilde kullanıldığı değerlendirme sorularının, açık uçlu bir yapıda olması sebebiyle yukarıda belirlenen model türlerine göre değerlendirilmesinin doğru olamayacağı düşünülmüş, bu nedenle model kullanımının öğrenciye bırakıldığı durumlar için, ‘Değerlendirme bölümünde kullanılan model’ şeklinde ayrı bir kod oluşturulmuştur. Örneğin, “Aşağıdaki işlemleri sayı doğrusu veya sayma pullarıyla modelleyiniz.” sorusu model türünün belirli olduğu soru tipine, “ Hasan’ın, arkadaşı Mehmet’e 10 TL borcu vardır. Mehmet’ten 15 TL daha borç alan Hasan’ın toplam borcu ne olur? Sorusunu modelleyerek çözüünüz.” şeklindeki soru ise model türünün öğrenciye bırakıldığı soru tipi olarak değerlendirilmiştir.

Ders kitapları model türü ve modellemenin kullanıldığı bölümün dışında, öğrenme alanına ve sınıf seviyesine göre daha önceden belirlenen alt başlıklara göre incelenerek analiz edilmiştir.

Bulgular

Bu çalışmada, ders kitaplarında matematiksel modellemeye ne derece yer verildiği ve kitaplarda yer alan modelleme kavramının matematiksel modellemeyi ne ölçüde yansıttığı incelenmiştir. İnceleme sınıf seviyesi, öğrenme alanı, kavramın kullanıldığı bölüme göre model türü açısından ayrı ayrı değerlendirilmiştir. Bu bağlamda sınıf seviyesi ve öğrenme alanlarına göre modelleme kavramlarının kullanımına ilişkin bilgiler Tablo 2.'de verilmiştir.

Tablo 2. Modelleme Kavramının Sınıf Seviyesi ve Öğrenme Alanına Göre Kullanımı

	Öğrenme Alanları ve Konular																						Toplam															
	Sayılar ve İşlemler						Cebir						Geometri ve Ölçme								Veri İşleme			Olasılık														
	Doğal Sayılar	Kesirler	Ondalık Sayılar	Yüzdeler	Çarpınlar ve Katlar	Tam Sayılar	Oran	Oranlı	Rasyonel Sayılar	Usütlü İfadeler	Kareköklü İfadeler	Cebirsel İfadeler	Eşitlik ve Denklemler	Doğrusal Denklemler	Özdeşlikler	Eşitsizlikler	Denklemler Sistemleri	Geometrik Kavramlar ve Geometrik Cisimler	Üçgen ve Dörtgenler	Eşlik ve Benzerlik	Çokgenler	Zaman Ölçme		Uzunluk Ölçme	Alan Ölçme	Hacim Ölçme	Sıvılar Ölçme	Doğrular ve Açılar	Çember ve Daire	Cisimlerin Farklı Yönlerden Görünümleri	Dönüşüm Geometrisi	Araştırma Soruları Üretme, Veri Toplama ve Veri Analizi Ve Yorumlama	Veri Düzeltme, Değerlendirme Ve Yorumlama	Basit Olayların Olma Olasılığı				
Sınıf Düzeyi																																						
5. Sınıf	2	24	8															3	4		2	1															44(%30,6)	
6. Sınıf	1	20	3			31						5																										69(%47,9)
7. Sınıf						9		6				4							1		1						5	1		4								31(%21,5)
8. Sınıf																																						
Toplam	104 (%72,2)						9 (%6,3)						31 (%21,5)																									

*Tabloda yer alan renkli kutular ilgili sınıf düzeyinin müfredatında yer alan konuları kapsamaktadır.

Sınıf seviyesine göre yapılan değerlendirmede, modelleme kavramının beşinci sınıf ders kitabında 44 (%30,6), altıncı sınıf ders kitabında 69 (%47,9), yedinci sınıf ders kitabında ise 31 (%21,5) defa kullanıldığı belirlenmiştir. Sınıf seviyesine göre yapılan değerlendirmede dikkat çeken detay, sekizinci sınıf ders kitabında modelleme kavramının yer almamasıdır. Öğrenme alanına göre yapılan değerlendirmede ise modelleme kavramına en çok sayılar ve işlemler (%72,2) öğrenme alanında yer verildiği, geometri ve ölçme (%21,5) ile cebir öğrenme alanında (%6,3) ise modellemeye daha az düzeyde yer verildiğini söylemek mümkündür. Tablo 3 incelendiğinde, veri işleme ve olasılık öğrenme alanlarında modellemeye yer verilmediği görülmektedir. Modellemenin kullanıldığı üç öğrenme alanında da modellemeye yer verilmesi açısından ciddi anlamda bir farklılık söz konusu olup, sayılar ve işlemler öğrenme alanında diğer alanlara nazaran yoğun bir şekilde kullanıldığını söylemek mümkündür. Sayılar ve işlemler öğrenme alanındaki bu yoğunluğun, ders kitaplarında modelleme kavramının, genel olarak sayı blokları, sayma pulları, kesir kartları gibi sayıları ve sayılarla işlem özelliklerini görsel bir forma dönüştürmeye çalışan somut modeller için kullanımından kaynaklandığı söylenebilir. Zira sayılar ve işlemler alanında yer alan konuların modelleme kullanım oranına

bakıldığında, modellemenin doğal sayılar, kesirler, ondalık sayılar, tam sayılar ve rasyonel sayılar konusunda kullanıldığı görülmektedir. Ders kitaplarında model kullanımına ilişkin birkaç örnek tabloda verilmiştir.

Tablo 3. Ders Kitaplarında Modelleme Kullanımına İlişkin Örnekler

Mustafa, bulunduğu başlangıç noktasından 5 adım geriye doğru gidiyor. Daha sonra yönünü değiştirip 2 adım ilerleyerek Mustafanın son konumunu sayı doğrusu ile **modelleyerek** belirleyelim.

Çözüm
Matematiksel cümlesi $(-5) - (+2) = (-7)$ olan işlemin sayı doğrusu ile modellenmesi;

Örnek 1 (6. Sınıf, s. 385)

Birlikte Yapalım – 3
 $3(x + 2)$ ifadesinin $3x + 6$ 'ya eşit olduğunu gösterelim.

Çözüm
 $3(x + 2)$ ifadesini **modelleyelim**.

Aşağıda verilen şekillerde 3 grup oluşturduk ve her grup $x + 2$ 'den oluşuyor

Örnek 2 (6. Sınıf, s. 427)

Daire, çemberin kendisi ve iç bölgesinden oluşur.

Yukarıdaki şekillerde madeni para ve salata tahtası daire, oyun halkaları ise çember modelleridir.

Örnek 3 (6. Sınıf, s. 559)

Birlikte Yapalım – 2
 $\frac{1}{4}$ kesrine denk kesirler elde ediniz.

Çözüm
 $\frac{1}{4}$ kesrini **model** üzerinde gösterelim.

$\frac{1}{4}$ ve $\frac{2}{8}$ kesirleri, bütünü aynı miktarı gösterdiklerinden denk kesirlerdir.

Örnek 4 (5. Sınıf, 2. Kitap, s. 39)

Dikdörtgenler prizmasının temel özelliklerini aşağıdaki **modeller** üzerinden inceleyebiliriz.

Toplam köşe sayısı: 8 Toplam ayrıt sayısı: 12 Toplam yüz sayısı: 6

Örnek 5 (5. Sınıf, 2. Kitap, s. 232)

4. ÖRNEK
 $3x + 4 = 16$ denklemindeki x bilinmeyenini sayma pulları ile **modelleyerek** bulalım.

ÇÖZÜM
1. adım: Denklemi modelleyelim.

Küp şeklindeki kutu, bilinmeyi temsil etsin.

$3x + 4 = 16$

Örnek 6 (7. Sınıf, s. 71)

Tablo 3'te verilen örnekler incelendiğinde, model olarak ifade edilen yapıların somutlaştırma ve görselleştirme amaçlı olarak kullanıldığı net bir şekilde görülmektedir. Örneklerdeki modellemenin, matematiksel modelleme olmadığını söylemek mümkündür. Çünkü matematiksel modellemede gerçek hayat bağlamı içeren problem durumlarının yer aldığı modelleme etkinlikleri bulunmaktadır. Tablo 3'te verilen örneklerde bu tür bir kullanım söz konusu değildir.

Araştırma kapsamında öğrenme alanlarına göre model türleri incelenmiş ve elde edilen bulgular Tablo 4' te sunulmuştur.

Tablo 4. Matematik Konularına Göre Model Türlerinin Kullanımı

		Öğrenme Alanları ve Konular																Toplam																			
		Sayılar ve İşlemler						Cebir				Geometri ve Ölçme							Veri İşleme		Olasılık																
		Doğal Sayılar	Kesirler	Ondalık Sayılar	Yüzdeler	Çarpınlar ve Katlar	Tam Sayılar	Oran	Oranıtı	Rasyonel Sayılar	Üslü İfadeler	Kareköklü İfadeler	Cebirsel İfadeler	Eşitlik ve Denklemler	Doğrusal Denklemler	Özdeşlikler	Eşitsizlikler		Denklemler Sistemleri	Geometrik Kavramlar ve Çizimler	Geometrik Cisimler	Üçgen ve Dörtgenler	Eşlik ve Benzerlik	Çokgenler	Zaman Ölçme	Uzunluk Ölçme	Alan Ölçme	Hacim Ölçme	Swıları Ölçme	Doğrular ve Açılar	Çember ve Daire	Cisimlerin Farklı Yönlerden Görünümleri	Dönüşüm Geometrisi	Araştırma Soruları Üretme, Veri Toplama ve Veri Analizi Ve Yorumlama	Veri Düzenleme, Değerlendirme Ve Yorumlama	Basit Olayların Olma Olasılığı	
Somut model	Sayma Blokları			4																															4	%2,8	
	Sayma Pulları					20																													20	%13,9	
	Kesir Kartları	26	6					2																											34	%23,6	
	Cebir Karoları										6																								6	%4,2	
	Geometri Çubukları																										1								1	0,7	
	Ger.Yaş. Bağ. Ol.Mod.	7	1																3									5	3						19	%13,2	
Görselleştirme Amaçlı Model	Sayı Doğ. İşl. Tan.					12		4																												16	%11,1
	Görsel Mod.(Şek.)	2	4			1					4								1	1	1	1					2		4						21	%14,6	
	Analojik Model					3												3	1		2														9	%6,2	
Değerlendirme bölümünde kullanılan model																																				14	%9,7
		1	7			3																			1		2										
Toplam		3	44	11		39		6		6	4							3	4	1	3		1	2		6	7		4						144		
		103 (%71,5)						10 (%7)				31 (%21,5)																									

Tablo 4 incelendiğinde, model kavramının bazı konularda yoğun bir şekilde kullanıldığını ve yoğunluğun en çok kesirler ve tamsayılar konusunda olduğunu söylemek mümkündür. Model kavramının kullanımındaki söz konusu yoğunluk, kesir kartları ve sayma pulu gibi somut modellerin ilgili konuların öğretiminde sıklıkla kullanılıyor olmasından kaynaklanmaktadır. Nitekim Tablo 4'teki veriler incelendiğinde, ders kitabında kullanılan model türleri arasında en çok kesir kartları (%23,6) olduğu görülmektedir. Sayma pulları (%13,9), gerçek yaşam bağlamı olan model (%13,2), sayı doğrusunda işlem tanımlamaları (%11,1) ve görsel model de (%14,6) ders kitabında en çok kullanılan model türleri arasındadır. Tamsayıların öğretiminde kullanılan bir model türü olan sayı doğrusunda işlem tanımlamaları, tamsayılar konusundaki model ifadesinin kullanım yoğunluğunun oluşmasındaki bir diğer etkidir. Cebir karoları diğer model türlerine nazaran daha az kullanılmış ve cebir karolarına sadece cebirsel ifadelerin öğretiminde yer verilmiştir. Daha ilginç olan bir detay ise cebir öğrenme alanında, cebirsel ifadeler ve denklemler konularının dışındaki diğer konuların öğretiminde modelleme kavramına yer verilmemiş olmasıdır. Özdeşlikler, doğrusal denklemler ve eşitsizlikler gibi aritmetikten cebire geçişte önemli kazanımları hedefleyen konularda modellemeye yer verilmemesi oldukça önemli bir ayrıntıdır. Aynı durum sayılar ve işlemler öğrenme alanında yer alan konular için de geçerlidir. Modelleme kullanımının konulara göre dağılımına bakıldığında, kareköklü ifadeler, üslü sayılar, oran-oranıtı gibi konularda

modellemenin hiç kullanılmadığı, rasyonel sayılar konusunda ise kesirler ve tamsayılar gibi konulara nazaran çok az düzeyde modellemeye yer verildiği görülmektedir. Ders kitabında modellemenin sadece somutlaştırmak ve görselleştirmek amaçlı olarak kullanılması bu farklılaşmanın temel nedenlerinden biri olarak ifade edilebilir. Geometri ve ölçme öğrenme alanında, diğer alanlara nazaran modelleme kullanımında daha orantılı bir dağılım söz konusudur. Bunun yanı sıra bu öğrenme alanındaki konularda daha çok görselleştirme amaçlı model kullanılmıştır. Ders kitaplarının model türüne göre incelenmesinde modellemenin öğrencilere bırakıldığı bazı sorular model türü açısından değerlendirilememiştir. Bu tarz sorulara ders kitaplarında çok az yer verilmesinin en önemli sebebi, bu soruların yer aldığı konu sayısının sınırlı olmasıdır. Bunun yanı sıra, bu sorularda öğrenciden istenen modelin, konu öğretiminde yer alan modeller kapsamında olup olmadığı yapılan incelemeler sonucunda anlaşılabilir. Bu duruma Şekil 1.'de verilen iki soru tipi örnek olarak gösterilebilir.

Yukarıda verilen modellemeye göre,

a) Her bir gruptaki işleme ait cebirsel ifadeyi yazınız.

b) Grupları birleştirdiğimizde $4(3x + 5) = []x + []$ eşitliğindeki boşlukları doldurunuz.

Aşağıdaki problemlerin matematik cümlelerini yazıp işlemleri modelleyerek çözünüz.

a) Hasan'ın, arkadaşı Mehmet'e 10 TL borcu vardır. Bugün Mehmet'ten 15 TL daha borç alırsa Hasan'ın toplam borcu ne olur?

b) Deniz seviyesinden 10 metre aşağıya inen dalgıç daha sonra 3 metre yukarıya doğru hareket ediyor. Son durumda deniz seviyesine göre konumu nedir?

c) 2013 – 2014 sezonunda Sivasspor 60 gol atmış, 55 gol yemiştir. Eskişehirspor ise 33 gol atmış, 35 gol yemiştir. Sivasspor ve Eskişehirspor futbol takımlarının toplam gol averajlarını bulunuz.

Şekil1. Değerlendirmede Model Türünün Verildiği ve Öğrenciye Bırakıldığı Durumlara Örnek Soru Tipleri

Şekil 1'deki soru tiplerine bakıldığında, ilk soruda model türünün (Cebir karosu) belirli olduğu, ikinci soruda ise modelleyerek öğrenci tercihinin bırakıldığı görülmektedir. İkinci örnekte öğrencinin ders kitabında yer alan model türüne göre modelleme yapacağı, model olarak tamsayılar ünitesinde yer alan bu soru için sayma pulları veya sayı doğrusunda işlem tanımlamaları ile modelleme yapacağı söylenebilir. Diğer bir deyişle, ders kitapları hem değerlendirme, hem de konu öğretim bölümünde modellemeyi sadece somutlaştırmak ve görselleştirmek şeklinde ele almıştır. Modellemenin somutlaştırma veya görselleştirme amaçlı kullanıldığına dair bir diğer bulgu ise ders kitaplarında model türü kullanımının sınıf seviyelerine göre farklılaşmasıdır. Zira 7. sınıf ders kitabında modellemenin öğrenciye bırakıldığı değerlendirme sorularına hiç yer verilmediği görülürken, diğer sınıf seviyelerinde yer verildiği görülmektedir. Buradan da kitaplarda kullanılan model türlerinin sınıf seviyelerine göre farklılık gösterdiği ifade edilebilir. Elde edilen bulgular Tablo 5'te sunulmuştur.

Tablo 5. Model Türlerinin Sınıf Seviyelerine Göre Kullanım Yüzdeleri

		Matematiksel Model Türü									Değerlendirme Bölümünde Kullanılan Model	Toplam
		Somut Model					Görselleştirme Amaçlı Model					
		Sayma Blokları	Sayma Pulları	Kesir Kartları	Cebir Karoları	Geometri Çubukları	Gerçek yaşam bağlamı olan model	Sayı Doğrusunda İşlem Tanımlamaları	Görselleştirme Amaçlı Şekil	Analojik Model		
Sınıf Düzeyi	5. Sınıf	4		22			3		5	4	6	44(%30,6)
	6. Sınıf		12	10	6		12	11	5	5	8	69(%47,9)
	7. Sınıf		8	2		1	4	5	11			31(%21,5)
	8. Sınıf											
	Toplam	4 %2,8	20 %13,9	34 %23,6	6 %4,2	1 0,7	19 %13,2	16 %11,1	21 %14,6	9 %6,2	14 %9,7	144 (%100)

Tablo 5 somut model türlerinin en çok kullanıldığı kitabın altıncı sınıf ders kitabı olduğunu, daha sonra bunu sırasıyla beşinci ve yedinci sınıf ders kitaplarının takip ettiği söylenebilir. Öyle ki beşinci sınıf seviyesinde somut model kullanımı % 65,9 (69 kullanımdan 29'u), altıncı sınıf seviyesinde % 57,9 (69 kullanımdan 40'ı) ve yedinci sınıf seviyesinde %48,3 (31 kullanımdan 15'i) şeklindedir. Tablo 5 görselleştirme amaçlı kullanılan model türlerine göre incelendiğinde ise, yine altıncı sınıf ders kitabının birinci sırada yer aldığı yedinci ve beşinci sınıflarda ise kullanım sayısının daha az olduğu görülmektedir. Görselleştirme amaçlı model, somut modele göre görsel bir forma dönüşmesi açısından daha soyut olarak ifade edilebilir.

Somut model daha fazla duyuya (görme, dokunma) hitap ettiğinden öğrencinin soyut düşünmekte zorlandığı beşinci ve altıncı seviyelerinde daha fazla kullanılmıştır. Yedinci sınıf verilerinde dikkat çeken bir başka detay modelleme kullanımının diğer sınıf seviyelerine nazaran daha az olmasıdır. Sekizinci sınıfta modelleme kavramına hiç yer verilmemiştir. Beşinci sınıf seviyesinde altıncı sınıf seviyesine göre kullanımın daha az olması, tamsayılar ve cebirsel ifadeler gibi ders kitabında modellemenin en çok kullanıldığı konuların bu sınıf seviyesinde olmaması şeklinde açıklanabilir (Tablo 3). Bu bulgular dikkate alındığında, ders kitabında, modellemenin bilişsel olarak somut işlemler döneminde yer alan ve yakın olan öğrenciler için daha uygun olduğu yönünde bir anlayışın olduğu söylenebilir. Bu durum da ders kitabında modellemenin somutlaştırmak veya görselleştirmek şeklinde algılanmasının bir diğer göstergesidir.

Ders kitapları son olarak modellemenin kullanıldığı bölüme göre değerlendirilmiş ve modellemenin daha çok konu öğretiminde kullanıldığı tespit edilmiştir. Beşinci sınıf seviyesinde modelleme kavramı konu öğretiminde % 68,2 (44 kullanımdan 30'u), altıncı sınıf seviyesinde % 71 (69 kullanımdan 49'u), yedinci sınıf seviyesinde ise % 74,2 (31 kullanımdan 23'ü) oranında kullanılmıştır. Ders kitaplarında toplamda, modelleme kavramı %70,8 (144 kullanımdan 102'si) oranında

konu öğretiminde, % 29,2 (42 kullanım) oranında değerlendirme bölümünde kullanılmıştır. Modellemenin değerlendirme bölümünde konu öğretimine nazaran çok daha az kullanılmasının yanı sıra bu bölümde yer alan soruların % 33,3'ünde (42 kullanımdan 14'ü) öğrencilerin model oluşturması istenmiş, diğer sorularda modeli belirtecekleri model türü verilmiştir. Özetle ders kitaplarında modelleme, öğrencilerin model oluşturmasından ziyade konuları anlaşılır kılmak için kullanılmıştır.

Tartışma

Bu çalışmada mevcut ortaokul matematik öğretim programına göre hazırlanmış olan matematik ders kitaplarında model ve modelleme kavramlarının ne şekilde ele alındığını belirlemek amaçlanmıştır. Mevcut programda, modelleme kavramı matematiksel modelleme olarak belirtilmese de programın genel amaçları incelendiğinde matematiksel modelleme yoluyla sağlanabilecek amaçların yer aldığı ve programda gerçek yaşam vurgusunun sıklıkla yapıldığı görülmektedir (MEB, 2013). Programda matematiksel modellemenin önemine vurgu yapıldığını belirten çalışmalar dikkate alındığında (Hıdıroğlu, 2015; Güç, 2015) söz konusu modelleme ifadesiyle matematiksel modellemenin kastedildiği düşünülmektedir. Bu varsayımdan hareketle, programa göre hazırlanmış olan ders kitaplarında modellemenin ne boyutta ele alındığı incelenmiştir. Yapılan inceleme sonucunda, ders kitaplarında model ve modelleme kavramlarının yer aldığı bölümlerin hiçbirinde matematiksel modelleme tanımına uyan bir yapıya rastlanmamıştır. Ders kitaplarında modelleme, matematiksel kavram ve yapıları matematiksel gösterimlerle temsil etme, somutlaştırma ve görselleştirme şeklinde ele alınmaktadır. Çünkü ders kitaplarında model olarak ifade edilen bütün yapıların, matematik konuları daha görsel bir forma dönüştürmek ve konuları anlaşılır kılmak adına kullanılan somut model veya görselleştirme amaçlı model olduğu tespit edilmiştir. Bu bulgular dikkate alınarak ders kitaplarında modellemenin matematiksel modellemeden farklı bir anlamda kullanıldığını söylemek mümkündür. Bu bulgular yapılan araştırmaları desteklemektedir (Cirillo vd., 2016; Lesh vd., 2003; Alacacı, 2015). Ders kitaplarında yer alan modellemenin Cirillo vd. (2016) tarafından ortaya atılan ve matematiksel modellemeden farklı bir şekilde yorumlanan matematiği modelleme olduğu ifade edilebilir. Matematiği modelleme, matematiksel yapılar ve kavramların matematiksel gösterimlerle temsil edilmesini içeren bir yapıyı barındırır ve matematiksel yapıların karmaşıklığını görselleştirerek azaltmaya yönelik olarak kullanılan sayma blokları, sayma pulları, kesir kartları gibi somut gösterimler, matematiği modellemede sıklıkla kullanılan yapılardır (Cirillo vd., 2016). Ders kitaplarında da benzer bir anlayış söz konusudur. Öyle ki, bu çalışmanın sonuçları model olarak kullanılan yapıların büyük bir yüzdesinin kesir kartı, sayma pulu gibi somut modelleri temsil ettiğini, geriye kalan kısmı da benzer amaçla kullanılan görselleştirme amaçlı modelden oluştuğunu göstermektedir. Ders kitaplarındaki modelleme kullanımı, matematiksel yapıların somut ve görsel modelle temsilini içerdiğinden, matematiği modelleme olarak düşünülse de matematiksel modelleme olarak görülmesi mümkün değildir. Çünkü matematiksel modellemede gerçek hayat problem durumlarının yer aldığı modelleme

etkinlikleri kullanılır (English, 2003; English ve Watters, 2004; Blum, 2015). Ders kitaplarında model ve modelleme kavramlarının geçtiği bölümlerin hiçbirinde bu tarz bir etkinlik örneğine rastlanmamıştır. Matematiksel modellemede öğrencilerin etkinlikte yer alan problem durumunu matematiksel yollarla geliştirdikleri bir matematiksel model yardımıyla çözmeleri beklenir (Berry ve Houston, 1995). Söz konusu matematiksel model, eşitlik, eşitsizlik, grafik, tablo gibi her türlü matematiksel kavram ve yapıyı içerebilir. Çözüm sırasında güçlü, paylaşılabilir, değiştirilebilir veya yeniden düzenlenebilir kavramsal araçlar geliştiren öğrencilerin çözüm için yapmış olduğu varsayımlar bile bir zihinsel model olarak kabul edilir (Lesh ve Doerr, 2003). Ders kitaplarındaki modelleme kullanımında ise, matematiksel yapı daha anlaşılır bir forma dönüştürülmek için somut bir modelle temsil edilmektedir. Ayrıca matematiksel modellemede matematiksel yapı veya kavramlar bir model olarak kabul edilirken, ders kitabında matematiksel yapıları görselleştiren temsiller model olarak kabul edilmekte ve modelleme anlayışı bununla sınırlı kalmaktadır. Ders kitaplarında kullanılan somut ve görsel modeller de modelleme etkinliğinde çözüm olarak sunulduğu müddetçe bir matematiksel model olarak kabul edilebilir. Fakat model kavramını sadece somut ve görsel model olarak düşünmek ve yorumlamak, modellemeyi sınırlandırdığı gibi matematiksel modellemeyle ilgili yanlış anlayışları da beraberinde getirir. Zira matematiksel modellemenin özellikle ilkökul döneminde somut materyal kullanımı şeklinde algılandığını gösteren çalışmalar (Lesh vd., 2003) bu düşünceyi desteklemektedir. Ders kitabı için de benzer bir durum söz konusudur. Modelleme kavramıyla, somutlaştırma ve görselleştirme ifade edilmektedir. Özetle matematiksel modellemenin ders kitaplarına yansımaları matematiği modelleme şeklindedir.

Ders kitaplarında modellemenin somutlaştırma ve görselleştirme amaçlı olduğunu gösteren başka bulgular da mevcuttur. Model kullanımının alt sınıf seviyelerinde daha yoğun bir şekilde kullanıldığı tespit edilmiştir. Öyle ki yapılan incelemelerde yedinci sınıf ders kitabında modelleme kavramına altıncı sınıf ve beşinci sınıfa nazaran daha az yer verildiği, sekizinci sınıf ders kitabında ise modelleme kavramının hiç kullanılmadığı belirlenmiştir. Öğrencilerin yaşı ilerledikçe bilişsel olarak somut dönemden soyut döneme bir geçiş yaşarlar. Bu dönem genel olarak altıncı sınıfla yedinci sınıf düzeyinde gerçekleşir. Bu geçişin gerçekleşmesiyle birlikte soyut olan matematik kavramları önceki dönemlere nazaran daha iyi algılanmaktadır. Matematiksel modellemenin somut materyal olarak algılanması, soyut işlemler dönemine geçmiş bireyler için yanlış bir algıyı yol açabilir. Sekizinci sınıf ders kitabında modellemeye yer verilmemesi, böyle bir yanlışlığın sonucu olarak düşünülebilir. Oysa matematiksel modelleme her yaş grubu için uygulanabilir bir yapıda olup, öğrencilerin matematiksel gelişimlerini güçlü bir şekilde destekleyen bir öğrenme ortamı sunmaktadır (Harel ve Lesh, 2003). Anlamlı ve kalıcı öğrenmenin gerçekleşmesine katkı sağlayan matematiksel modellemenin, ders kitaplarında ve programda yer alması ve modellemenin sadece somutlaştırma ve görselleştirme olarak algılanmasının önüne geçilmesi için önem arz etmektedir. Modellemeyle ilgili bu kısıtlı algının, ders kitaplarının modelleme uygulamalarında net bir şekilde görülmektedir. Bu araştırma kapsamında model ve modelleme kavramlarının en çok

sayılar ve işlemler öğrenme alanında kullanıldığı, veri işleme ve olasılık öğrenme alanlarında yer alan konularda ise modellemeye hiç yer verilmediği görülmüştür. Ders kitabında kesir kartı, cebir karosu, sayma pulu gibi somut gösterimlerin model ve modelleme olarak ifade edilmesi elde edilen bu sonucun en önemli nedenidir. Olasılık ve veri işleme alanlarında bu tarz somut gösterimlerin pek kullanılmaması, ders kitaplarında bu konularda modelleme kavramlarının kullanılmaması şeklinde bir sonuç doğurmuştur. Aynı durum somut gösterimlerin çok kullanılmadığı diğer öğrenme alanlarında yer alan konular için de geçerlidir. Yapılan incelemelerde sayma pulu, kesir kartı, cebir karosu gibi somut modellerin kullanılmadığı üslü sayılar, kareköklü sayılar, doğrusal denklemler, eşitsizlikler gibi konularda modelleme kavramına yer verilmediği görülmüştür. Bu tür somut modellerin sıklıkla kullanıldığı, kesirler, tamsayılar gibi konular ise modelleme kullanımıyla ilgili en büyük yüzdeye sahiptir. Bu durum ders kitaplarındaki modelleme anlayışın getirdiği bir diğer sonuçtur.

Yapılan incelemelerde ulaşılan bir diğer sonuç, model ve modelleme kavramlarının konunun öğretim kısmında daha çok kullanılması şeklindedir. Bunun yanı sıra değerlendirme kısmında yer alan modelleme uygulamalarının küçük bir yüzdesinde öğrencilerin modelleme yapmaları istenmiştir. Modelleme yapmak hangi tür modelleme anlayışıyla olursa olsun, öğrenciyi düşünmeye sevk eder. Bu nedenle öğrenciye kendi modelini oluşturabileceği fırsatlar sunulmalıdır (Maaß, 2005). Bu yönüyle ders kitabının yetersiz olduğunu söylemek mümkündür. Bunun yanı sıra, bu bölümlerde öğrencinin oluşturacağı modelin konu öğretiminde yer alan somut ve görsel modeller şeklinde olacağı kuvvetli bir varsayımdır. Bu tarz bir modelleme her ne kadar düşünmeye sevk etse de, öğrenciyi belirli gösterimler çerçevesinde sınırlamaktadır. Matematiksel modellemede öğrenci, gerçek hayat problem durumuna çözüm olabilecek bir model geliştirir ve bu model matematiksel her türlü yapıyı içerebilir. Ayrıca öğrenci matematiksel modellemede çözüm üretmede aktif bir rol alır ve yoğun bir bilişsel süreçten geçer (Lesh ve Zawojewski, 2007; Blum ve Borromeo Ferri, 2009). Yani matematiksel modelleme, öğrencinin muhakeme etme, yordama, tahmin etme, değerlendirme gibi matematiksel ve analitik düşünme becerilerini artırmaya yönelik bir ortam sağlar (Erbaş, Kertil, Çetinkaya, Çakıroğlu, Alacacı ve Baş, 2014). Bu bakımdan matematiği modelleme anlayışına göre çok daha etkilidir. Ders kitabındaki modelleme ise daha çok öğretim kısmında kullanılmış ve matematiksel yapının modellenmesi öğrenciye hazır bir şekilde sunulmuştur. Öğrencinin modelleme yapması gereken durumlar çok az sayıdadır. Bunun yanı sıra matematiksel modelleme, öğrencilerin dünyayı daha iyi anlamalarına ve matematiğe yönelik olumlu tutumlar geliştirmelerine yardımcı olur (Blum ve Borromeo Ferri, 2009). Matematiksel okur-yazarlığı arttırmaya, sosyal ve üst biliş becerilerinin gelişimine katkı sağlar (Mousoulides, Christou ve Sriraman, 2006). Bu nedenle ders kitaplarının matematiksel modellemeyi dikkate alarak tasarlanması gerektiği söylenebilir.

Sonuç ve Öneriler

Bu çalışmada programda matematiksel modellemeye olan vurguya karşın, ders kitaplarındaki modelleme anlayışının matematiği modelleme şeklinde olduğu ve model olarak da somut veya görsel modellerin kullanıldığı tespit edilmiştir. Ders kitaplarında matematiksel modelleme, somutlaştırma ve görselleştirme olarak düşünülmektedir. Oysa matematiksel modelleme somutlaştırma ve görselleştirmenin ötesinde, duruma göre bu kavramları da içine alan çok daha kapsamlı bir yapıdadır. Matematiksel modellemede her konuya ilişkin öğrenme ortamı tasarlanabilir ve her türlü matematik kavramlarını ya da yapılarını daha anlamlı öğretecek etkinlikler tasarlanabilir ve uygulanabilir. Öğrencinin matematiksel kavramları ve yapıları sorgulayarak, tartışarak, değerlendirerek anlamlı bir şekilde öğrenmesine katkı sağlayan bir ortam sunan matematiksel modellemeye ilişkin söz konusu sınırlı algının değiştirilmesi için gerek programda gerek ders kitaplarında modelleme anlayışının revize edilmesi gerekmektedir. Programın kısa bir süre önce yayınlanan taslak metninde, matematiksel modelleme kavramı olarak yerini almış ve daha çok vurgulanmıştır. Programda yaşanan bu olumlu gelişmenin ders kitaplarına benzer şekilde yansımaları beklenmektedir. Hem programda ifade edilen amaçlara ulaşabilmek, hem de eğitim reformunda çağı yakalayabilmek mümkün olabilir.

Bu araştırmada, ders kitaplarındaki model ve modelleme kavramlarının ne şekilde kullanıldığı ve kitaplardaki modelleme anlayışı incelenerek okuyucuya önemli bilgiler sunulmuştur. Ortaokul seviyesinde seçmeli ders olarak okutulan “Matematik Uygulamaları” ders kitabının matematiksel modelleme bağlamında değerlendirilmesi, ayrıca ders kitaplarının öğretim ve değerlendirme bölümünde yer alan etkinliklerin matematiksel modelleme etkinlikleri kapsamında değerlendirilmesi öneri olarak sunulabilir.

Kaynaklar

- Alacacı, C. (2015). Matematik Ders Kitabı Tasarımında Temel Unsurlar ve Matematiksel Modelleme. Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Sempozyumu-2 (s. 124). Adıyaman: Adıyaman Üniversitesi. <http://www.bilmat.org/> adresinden alınmıştır.
- Altun, M., Arslan, Ç., & Yazgan, Y. (2004). Lise matematik ders kitaplarının kullanım şekli ve sıklığı üzerine bir çalışma. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17(2), 131-147.
- Berry, J. (2002). Developing mathematical modelling skills: The role of CAS. *The International Journal on Mathematics Education*, 34(5), 212-220.
- Berry, J., & Houston, K. (1995). *Mathematical modelling*. Butterworth-Heinemann.
- Blomhøj, M. Jensen T.H. (2006). What's all the fuss about competencies? Experiences with using a competence perspective on mathematics education to develop the teaching of mathematical modelling. In W. Blum, P.L. Galbraith and M. Niss: Modelling and applications in mathematics education

- Blum, W. (1993). Mathematical modelling in mathematics education and instruction. *Teaching and learning mathematics in context*, 3-14.
- Blum, W. (2011). Can modelling be taught and learnt? Some answers from empirical research. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri & G. Stillman (Eds.), *Trends in the teaching and learning of mathematical modelling - Proceedings of ICTMA14*. (pp. 15-30). New York: Springer.
- Blum, W. (2015). Quality Teaching of Mathematical Modelling: What Do We Know, What Can We Do?. In *The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education* (pp. 73-96). Springer International Publishing.
- Blum, W., & Ferri, R. B. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt?. *Journal of mathematical modelling and application*, 1(1), 45-58.
- Blum, W., & Niss, M. (1989). *Mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects-state, trends and issues in mathematics instruction*. Roskilde universitetscenter.
- Blum, W., & Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects—State, trends and issues in mathematics instruction. *Educational studies in mathematics*, 22(1), 37-68.
- Bowen, G. A. (2009). Document analysis as a qualitative research method. *Qualitative research journal*, 9(2), 27-40.
- Cirillo, M., Pelesko, J. A., Felton-Koestler, M. D., & Rubel, L. (2016). Perspectives on modeling in school mathematics. In C. R. Hirsch & A. R. McDuffie (Eds.), *Mathematical modeling and modeling mathematics* (pp. 3–16). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Common Core State Standards Initiative. (2011). *Common core state standards for mathematics*.
- Corbin, J., & Strauss, A. (2008). Basics of qualitative research: Techniques and procedures for developing grounded theory.
- Doerr, H. M. (1997). Experiment, Simulation And Analysis: An Integrated Instructional Approach To The Concept Of Force. *International Journal Of Science Education*. 19, 265-282.
- English, L. D. (2003). Reconciling theory, research, and practice: A models and modelling perspective. *Educational Studies in Mathematics*, 54(2-3), 225-248.
- English, L. D., & Watters, J. J. (2004). Mathematical modelling with young children. In *Proceedings of the 28th International PME Conference* (pp. 335-342).
- Erbaş, A. K., Kertil, M., Çetinkaya, B., Çakıroğlu, E., Alacacı, C., & Baş, S. (2014). Matematik eğitiminde matematiksel modelleme: Temel kavramlar ve farklı yaklaşımlar. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 14(4), 1-21.

- Ferri, R. B. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *ZDM*, 38(2), 86-95.
- Güç, F.A. (2015). Matematiksel Modelleme Yeterliklerinin Geliştirilmesine Yönelik Tasarlanan Öğrenme Ortamlarında Öğretmen Adaylarının Matematiksel Modelleme Yeterliklerinin Değerlendirilmesi (Doktora tezi). *Karadeniz Teknik Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Trabzon*.
- Güzel, E. B., Dede, A. T., Hıdıroğlu, Ç. N., Ünver, S. K., & Çelik, A. Ö. (2016). Matematik eğitiminde matematiksel modelleme: araştırmacılar, eğitimciler ve öğrenciler için. *Pegem Atıf İndeksi*, 001-146.
- Haines, C., & Crouch, R. (2001). Recognizing constructs within mathematical modelling. *Teaching Mathematics and its Applications*, 20(3), 129-138.
- Harel, G., & Lesh, R. (2003). Local conceptual development of proof schemes in a cooperative learning setting. In R. Lesh & H. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, teaching, and learning* (pp.359-382). New York: Routledge.
- Hıdıroğlu, Ç. N. (2012). *Teknoloji destekli ortamda matematiksel modelleme problemlerinin çözüm süreçlerinin analiz edilmesi: Yaklaşım ve düşünme süreçleri üzerine bir açıklama* (Doctoral dissertation, DEÜ Eğitim Bilimleri Enstitüsü).
- Hıdıroğlu, Ç. N. (2015). Teknoloji destekli ortamda matematiksel modelleme problemlerinin çözüm süreçlerinin analizi: Bilişsel ve üst bilişsel yapılar üzerine bir açıklama. *Doktora Tezi. Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir*.
- Hitt, F., & González-Martín, A. S. (2015). Covariation between variables in a modelling process: The ACODESA (collaborative learning, scientific debate and self-reflection) method. *Educational studies in mathematics*, 88(2), 201-219.
- Kaiser, G. (2007). Modelling and modelling competencies in school. *Mathematical modelling (ICTMA 12): Education, engineering and economics*, 110-119.
- Kaiser, G., & Maaß, K. (2007). Modelling in lower secondary mathematics classroom-problems and opportunities. *NEW ICMI STUDIES SERIES*, 10, 99.
- Kaiser, G., & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *ZDM*, 38(3), 302-310.
- Kapur, J. N. (1982). The art of teaching the art of mathematical modelling. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 13(2), 185-192.
- Labuschagne, A. (2003). Qualitative research-airy fairy or fundamental?. *The qualitative report*, 8(1), 100-103.
- Lesh, R., Doerr, H. (2003). Foundation of a models and modeling perspective on mathematics teaching and learning. *Beyond constructivism: A models and*

- modeling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving*, 9-34.
- Lesh, R., & Zawojewski, J. (2007). Problem solving and modeling. *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*, 2, 763-804.
- Lesh, R., & Harel, G. (2003). Problem solving, modeling, and local conceptual development. *Mathematical Thinking and Learning*, 5(2&3), 157-189. <http://dx.doi.org/10.1080/10986065.2003.9679998>
- Lesh, R., Cramer, K., Doerr, H., Post, T., & Zawojewski, J. (2003). Model development sequences.
- Lesh, R., Landau, M., & Hamilton, E. (1983). Conceptual models and applied mathematical problem-solving research. *Acquisition of mathematics concepts and processes*, 263-343.
- Lesh, R., & Carmona, G. (2003). Piagetian conceptual systems and models for mathematizing everyday experiences. In R. Lesh & H. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, teaching, and learning* (pp.71-96). New York: Routledge.
- MaaB, K. (2006). Modelling in classrooms: What do we want the students to learn. *Mathematical Modelling (ICTMA 12): Engineering and Economy*. Chichester: Ellis Horwood.
- MEB. (2017). İlköğretim ve Ortaöğretim Öğretim Programlarının Güncellenmesi. Erişim adresi: <https://ttkb.meb.gov.tr/www/ilkogretim-ve-ortaogretim-ogretim-programlarinin-guncellenmesi/icerik/289#>
- Milli Eğitim Bakanlığı, (2013). Ortaokul matematik dersi 5-8. sınıflar öğretim programı. Ankara: MEB.
- Mousoulides, N. G., Christou, C., & Sriraman, B. (2008). A modeling perspective on the teaching and learning of mathematical problem solving. *Mathematical Thinking and Learning*, 10(3), 293-304.
- Mousoulides, N., Christou, C., & Sriraman, B. (2006). From problem solving to modelling-A meta-analysis.
- National Council of Teachers of Mathematics (Ed.). (2000). *Principles and standards for school mathematics* (Vol. 1). National Council of Teachers of.
- Ng, K.E.D. (2011). Mathematical knowledge application and student difficulties in a design-based interdisciplinary project. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, & G. Stillman (Eds.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling*. (pp.107-116). New York: Springer. http://dx.doi.org/10.1007/978-94-007-0910-2_12
- Niss, M., Blum, W., and Galbraith, P. L. (2007). Introduction. In M. Niss, W. Blum, H. Henn, and P. L. Galbraith (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education* (pp. 3-32). New York: Springer.

- Park, J., Park, M.S., Park, M., Cho, J., & Lee, K.H. (2013). Mathematical modelling as a facilitator to conceptualization of the derivative and the integral in a spreadsheet environment. *Teaching Mathematics and Its Applications*, 32, 123-139. <http://dx.doi.org/10.1093/teamat/hrt012>
- Pollak, H. O. (1969). How can we teach applications of mathematics?. *Educational studies in mathematics*, 2(2), 393-404.
- Pollak, H. O. (1997). *Solving problems in the real world* (pp. 91-105). Why Nymbers Count: Quantitative Literacy for Tomorrow's America, New York: The College Board.
- Stylianides, G. J. (2014). Textbook analyses on reasoning-and-proving: Significance and methodological challenges.
- Şahin, S., Doğan, M. F., Gürbüz, R. & Çavuş-Erdem, Z. (2017). Öğretmen Adaylarının Matematiksel Modelleme Problemi Hazırlama Becerileri. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Sempozyumu Bildiri Kitabı*. ss. 582-584. 17-19 Mayıs, Afyon.
- Şen-Zeytun, A. (2013). *An investigation of prospective teachers' mathematical modeling processes and their views about factors affecting these processes*. Unpublished Doctoral Dissertation. Middle East Technical University, Ankara.
- Thompson, D. R. (2014). Reasoning-and-proving in the written curriculum: Lessons and implications for teachers, curriculum designers, and researchers. *International Journal of Educational Research*, 64, 141-148.