

## **İÇİ SIVI DOLU TEK KATMANLI KOMPOZİT TÜPTE KOLAJEN LİFLERİN ETKİSİ**

Selim ŞENGEL

**ÖZET :** *Bu çalışmada “Büyük statik sonlu yer değiştirmeler üzerine küçük dinamik yer değiştirmelerin süperpozisyonu” teorisi kullanılarak, ön gerilme ve içi sıkışmaz ve Newtonian akışkan ile dolu sadece Media tabakasından oluşan ve tek katmanlı içerisinde kolajen liflerin bulunduğu kompozit tüplerde dalga yayılması problemi incelenmiştir. Akışkana ait hareket denklemlerine kapalı çözüm vermek mümkün olduğu halde, katsayıların değişken olması nedeniyle katıya ait hareket denklemlerine kuvvet serisi çözümü verilebilmiştir.*

**ANAHTAR KELİMELELER :** *Lif, Media, Tabakalı, Harmonik.*

## **THE EFFECT OF COLLAGEN FIBERS IN COMPOSITES TUBES WITH CONTAINING A FLUID**

**ABSTRACT:** *In this work, the problem of wave propagation in thin elastic composite tubes of one layer, which has collagen fibers and filled with non-Newtonian incompressible fluid is studied using “the theory of small deformations superimposed on large initial static deformations”. Although a closed form solution is given for fluid equations, a truncated power series solution is presented for the solid Medium because of the variable coefficients of equation of motion*

**KEYWORDS :** *Fiber, Media, Layered, Harmonic.*

## ***I. GİRİŞ***

Günümüzde uçak sanayinde, gemi sanayinde, tıp alanında ve çağdaş tekniğin diğer bir çok alanlarında kompozit malzemeler yaygın şekilde kullanılmaktadır. Kompozit malzemelerin bu şekilde kullanılması, bu malzemelerin geleneksel malzemelerden bir çok yönden üstünlüklere (örneğin, daha düşük ağırlığa, yüksek mukavemete ve rijitliğe vb.) sahip olması ile ilgilidir. Bu ve buna benzer bir çok sebepten dolayı bir çok bilim dalı, örneğin; mekanik, fizik, kimya vb. bu malzemelerin kendi dallarına uygun problemlerini araştırmaktadır.

İçinde viskoz veya viskoz olmayan bir akışkan bulunan, ön gerilmeli veya ön gerilmesiz elastik veya viskoelastik tüplerde harmonik dalga yayılması problemi uygulama açısından çok önemlidir. Bu konudaki çalışmalar basınç aktarma hatları, akustik gecikme hatları, akustik dalga yönlendiricileri, su-çekici ve endüstrinin bir çok dalında kullanılan plastik veya lastik tüpler içerisindeki pulsatif akım probleminin yanında damarlardaki dalga hareketleri üzerine yoğunlaşmıştır. Bu problemin biyomühendislik açısından önemi, dalga hızının ve taşıma katsayılarının damardaki elastik veya viskoelastik özelliklere bağlı olmasıdır. Dalga hızlarını ve taşıma katsayılarını ölçerek malzeme özelliklerinde ne gibi değişimlerin olduğunu gözlemek mümkündür. Bu nedenle daha gerçekçi bir inceleme için problemin matematik modeli kurulurken hem damarın elastik veya viskoelastik, hem de kanın mekanik özellikleri dikkate alınmalıdır.[1]

Lifli kompozit ortamların gerek küçük, gerekse büyük deformasyonları pek çok kişi tarafından incelenmiştir. Hemen görüleceği gibi, büyük deformasyon teorisi bizi oldukça yüksek mertebeden nonlinear diferansiyel denklemlere götürür ve bunların çözümü ancak bazı özel hallerde yapılabilmektedir. Dış yükler altında dengede bulunan ve büyük deformasyonlara maruz sistemin denge konumun tek olup olmadığı gibi bir stabilite sorunu ortaya çıkmaktadır. Yakın zamana kadar yapılan çalışmalarda arteri malzemesinin sıkışmaz, homojen, elastik (veya viskoelastik) ve izotrop (bazı hallerde anizotrop) olarak kabul ediliyor, böyle bir modele dayalı bazı problemler çözülmüyordu. Aslında, morfolojik yapıları dikkate alındığında, arterilerin homojen bir yapıya sahip olmadıkları, mekanik özelliklerinin hem aksenel hem de radyal doğrultularda değiştiği gözlenir. [2]

Tabakaların bu özellikleri dikkate alınarak, bu çalışmada, büyük ön statik deformasyona maruz lifli kompozit ortamlarda küçük genlikli dalga yayılması, dolayısıyla stabilitesi, oldukça genel bir açıdan incelenmeye çalışılacaktır. Burada asıl amaç, pratikte büyük uygulama alanı bulan tek veya çift yönde takviye edilmiş kompozit malzemelerin büyük deformasyonlarının ortaya çıkarabileceği bazı önemli problemlere daha yakından bakabilmektir. Bunu yaparken, önce bağlı sistemlerin kinematığını kısaca özetleyip, sonrada mevcut büyük ön statik deformasyonlar üzerine küçük deformasyonların süperpoze edilmesi halinde denge ve bünye denklemlerinin linearize edilmiş formlarını en genel haliyle elde etmeye çalışacağız. Bunun için, bünye denklemleri iki yönde takviye edilmiş elastik ortamın özelliğine uygun olarak basitleştirilecektir. Sonunda, üniversal büyük deformasyonlara maruz tam uzayda küçük genlikli dalgaların yayılımı incelenip, kritik durumlar araştırılmıştır.

## ***II. ALAN DENKLEMLERİ VE SINIR KOŞULLARI***

Bu çalışmaya esas teşkil edecek olan konu, damar içerisinde dalga yayılımı olduğundan damarın ve kanın davranışını ayrı ayrı incelemek gerekecektir. Gerçekte pulsatif hareket kalp tarafından kana uygulanmakta ise de kanın damara uyguladığı iç basınç ve viskozitenin çeperde oluşturduğu sürtünme nedeniyle kandakine benzer bir hareket de damar içersinde oluşur. Bu hareketlerin incelenmesi için kanın ve damarın hareketini yöneten diferansiyel denklemlerin elde edilmesi gerekmektedir. Bu denklemler aşağıda incelenmiştir.

### ***II.1 AKIŞKANIN HAREKET DENKLEMLERİ***

Kan gerçekte Non-Newtonian bir akışkandır. Bilindiği gibi kan yapı olarak plazma ve hücrelerden oluşmaktadır. Plazmanın %90'ını su, %7'sini protein ve geri kalanını da organik ve inorganik maddeler teşkil etmektedir. Hücresel kısmı ise alyuvarlar, akyuvarlar ve trombositlerden oluşmaktadır. Kanda alyuvarlar  $5 \cdot 10^6$  adet/mm<sup>3</sup>, akyuvarlar 5000-8000 adet/mm<sup>3</sup>, trombositler ise 250000 adet/mm<sup>3</sup> oranında bulunmaktadır. Hücresel kısmın hareketi küçük yarıçaplı damarlarda önem kazandığından, daha büyük yarıçaplı damarların göz önüne alındığı bu çalışmada hücresel hareket dikkate alınmayıp plazma ile birlikte düşünülecektir. Ayrıca damara

üniform bir ön basıncın etkideği, dolayısıyla bir ön hızın bulunmadığı varsayılacaktır. Kalbin periyodik hareketi sırasında kanda oluşacak pulsatif basınç nedeniyle kanda küçük hız değişimleri olacaktır. [1]

Genelde Non-Newtonian akışkan olan kan, bu yaklaşım altında Newtonian viskoz bir akışkan gibi davranacak ve bu tip akışkanlara ait hareket ve bünye denklemleri incelenmekte olan kan için de geçerli olacaktır. Bu çalışmada ayrıca kan sıkışmaz bir akışkan olarak kabul edileceğinden böyle bir akışkana ait hareket denklemleri özet olarak aşağıda sunulmuştur.

Akışkanın sadece  $\hat{u} = \hat{u}(r, z)$  ve  $\hat{w} = \hat{w}(r, z)$  hız bileşenlerinin bulunduğunu teğetsel hız bileşeni  $\hat{v} = 0$  olduğunu kabul ediyoruz. Buna göre hareket denklemleri,

$$\begin{aligned} -\frac{\partial \hat{p}}{\partial r} + \mu \left( \frac{\partial^2 \hat{u}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \hat{u}}{\partial r} + \frac{\partial^2 \hat{u}}{\partial z^2} - \frac{\hat{u}}{r^2} \right) &= \bar{\rho} \frac{\partial \hat{u}}{\partial t} \\ -\frac{\partial \hat{p}}{\partial z} + \mu \left( \frac{\partial^2 \hat{w}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \hat{w}}{\partial r} + \frac{\partial^2 \hat{w}}{\partial z^2} \right) &= \bar{\rho} \frac{\partial \hat{w}}{\partial t} \end{aligned} \quad (2.1.1)$$

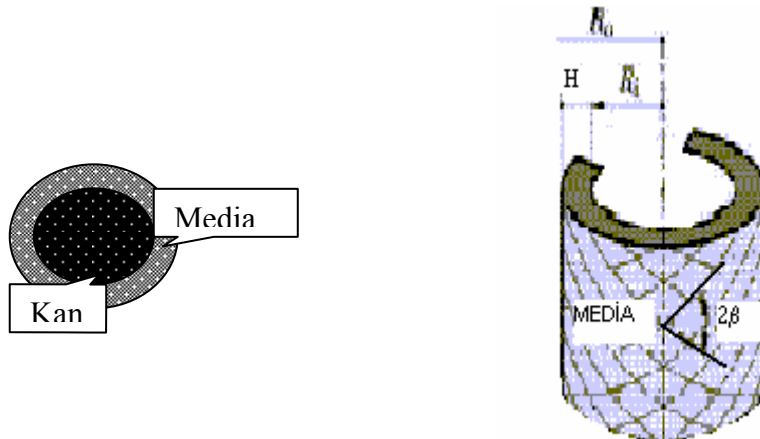
ve sıkışmazlık koşulu

$$\frac{\partial \hat{u}}{\partial r} + \frac{\hat{u}}{r} + \frac{\partial \hat{w}}{\partial z} = 0 \quad (2.1.2)$$

şeklini alır. Bu hız alanı sonucu oluşacak gerilme alanı ise aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\hat{t}_{rr} = -\hat{p} + 2\mu \frac{\partial \hat{u}}{\partial r}, \quad \hat{t}_{rz} = \mu \left( \frac{\partial \hat{u}}{\partial z} + \frac{\partial \hat{w}}{\partial r} \right) \quad (2.1.3)$$

## II.2. ELASTİK TÜPÜN BÜNYE VE HAREKET DENKLEMLERİ



Şekil 2.1. Çalışmada Seçilen Damar Modelin Üstten Ve Önden Görünüşü

Bu çalışmada damar için tek katmanlı bir model oluşturulmuş ve şekil değiştirmeden önce damarın geometrisi Şekil 2.1’de gösterilmiştir.

Burada  $H_M$  Media’nın kalınlığını göstermektedir. Bu yapıdaki damar  $\mathbf{P}_i$  iç basıncına ve  $\mathbf{N}$  aksenal kuvvete maruz kalsın. Bu kuvvetler altında damar aksenal doğrultuda  $\lambda$  sabit uzama oranına maruz kalırken radyal doğrultuda genişleyecektir. Bu şekil değiştirme alanı  $(R, \Theta, Z)$  silindirik maddesel koordinatları,  $(r, \theta, z)$  silindirik uzaysal koordinatları göstermek üzere,

$$r = r(R), \quad \theta = \Theta, \quad z = \lambda Z \quad (2.2.1)$$

biçiminde ifade edilebilir.

Buna göre  $\mathbf{c}^{-1}$  Finger şekil değiştirme tansörü aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\mathbf{c}^{-1} = \begin{bmatrix} (r')^2 & 0 & 0 \\ 0 & r^2/R^2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda^2 \end{bmatrix}, \quad r' \equiv \frac{dr}{dR} \quad (2.2.2)$$

Damar malzemesi sıkışmaz kabul edildiğinden

$$I_3 = \det(\mathbf{c}^{-1}) = \left( r' \frac{r}{R} \lambda \right)^2 = 1 \quad (2.2.3)$$

koşulu sağlanmalıdır. Buradan

$$r = \left( \frac{R^2}{\lambda} + B \right)^{1/2}, \quad B = sbt. \quad (2.2.4)$$

elde edilir. (2.2.4) ifadesi kullanılarak  $\mathbf{c}^{-1}$  aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\mathbf{c}^{-1} = \begin{bmatrix} x^2/\lambda^2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/x^2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda^2 \end{bmatrix}, \quad x \equiv \frac{R}{r} \quad (2.2.5)$$

Bu şekil değiştirme altında oluşacak gerilme alanını belirlemek için gerekli olan  $\mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2, \mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2$  büyüklükleri,

$$\Sigma = \Sigma(I_1, I_4, I_6) \quad (2.2.6)$$

$$\begin{aligned}
I_1 &= \text{trace } \mathbf{C} & \mathbf{A}_1 &= \mathbf{a}_{01} \otimes \mathbf{a}_{01} \\
I_4 &= f(\mathbf{C}, \mathbf{a}_{01}) & \mathbf{A}_2 &= \mathbf{a}_{02} \otimes \mathbf{a}_{02} \\
I_6 &= f(\mathbf{C}, \mathbf{a}_{02})
\end{aligned} \tag{2.2.7}$$

$$d_{1kl} = A_{1KL} x_{k,K} x_{l,L} \quad d_{2kl} = A_{2KL} x_{k,K} x_{l,L} \tag{2.2.8}$$

(2.2.7) ve (2.2.8)'den aşağıdaki gibi elde edilir.

$\mathbf{A}_1$  ve  $\mathbf{A}_2$  elde edilirken [3]'de verildiği gibi  $\mathbf{a}_{01}$  ve  $\mathbf{a}_{02}$  vektörleri,

$$\mathbf{a}_{01} = \begin{bmatrix} 0 \\ \cos \beta \\ \sin \beta \end{bmatrix}, \quad \mathbf{a}_{02} = \begin{bmatrix} 0 \\ \cos \beta \\ -\sin \beta \end{bmatrix} \tag{2.2.9}$$

olarak alınmıştır.

$$\begin{aligned}
\mathbf{A}_1 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos^2 \beta & \cos \beta \sin \beta \\ 0 & \cos \beta \sin \beta & \sin^2 \beta \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos^2 \beta & -\cos \beta \sin \beta \\ 0 & -\cos \beta \sin \beta & \sin^2 \beta \end{bmatrix} \\
\mathbf{d}_1 &= \mathbf{F} \mathbf{A}_1 \mathbf{F}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{x^2} \cos^2 \beta & \frac{\lambda}{x} \cos \beta \sin \beta \\ 0 & \frac{\lambda}{x} \cos \beta \sin \beta & \lambda^2 \sin^2 \beta \end{bmatrix} \\
\mathbf{d}_2 &= \mathbf{F} \mathbf{A}_2 \mathbf{F}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{x^2} \cos^2 \beta & -\frac{\lambda}{x} \cos \beta \sin \beta \\ 0 & -\frac{\lambda}{x} \cos \beta \sin \beta & \lambda^2 \sin^2 \beta \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.2.10}$$

olarak elde edilmiştir. Ön şekil değiştirme sonucu oluşacak  $t_{kl}^0$  gerilme bileşenleri (2.2.5) ve (2.2.10) yardımıyla aşağıdaki gibi verilir.[4]

$$\begin{aligned}
t_{rr}^0 &= P^0 + 2 \frac{\partial \Sigma}{\partial I_1} \frac{x^2}{\lambda^2} \\
t_{\theta\theta}^0 &= P^0 + 2 \left[ \frac{1}{x^2} \frac{\partial \Sigma}{\partial I_1} + \frac{1}{x^2} \cos^2 \beta \left( \frac{\partial \Sigma}{\partial I_4} + \frac{\partial \Sigma}{\partial I_6} \right) \right] \\
t_{zz}^0 &= P^0 + 2 \left[ \lambda^2 \frac{\partial \Sigma}{\partial I_1} + \lambda^2 \sin^2 \beta \left( \frac{\partial \Sigma}{\partial I_4} + \frac{\partial \Sigma}{\partial I_6} \right) \right] \\
t_{\theta z}^0 &= 2 \frac{\lambda}{x} \cos \beta \sin \beta \left( \frac{\partial \Sigma}{\partial I_4} - \frac{\partial \Sigma}{\partial I_6} \right) \\
t_{rz}^0 &= t_{r\theta}^0 = 0
\end{aligned} \tag{2.2.11}$$

Biyolojik malzemelere ait şekil değiştirme enerjisi fonksiyonunun belirlenmesi bu tip problemlerin esasını teşkil etmektedir ve bu konuda yapılan çalışmalarda fonksiyonun çalışma amacı doğrultusunda seçilmesine özen gösterilmiştir. Gerçekte aort damarı üç kısımdan oluşmaktadır. İçten dışa doğru İntima, Media ve Adventitia' dır. İntima kalınlığı çok az olduğu için sadece koruma tabakası niteliğindedir ve yük taşıma özelliği yoktur. Media'nın bünyesinde çok sayıda elastik lif bulundurmaktadır. Adventitia ise bünyesinde bağ dokularıyla sarılı kolajen lifleri bulundurmaktadır. Media ve Adventitia tabakaları bünyelerinde bulundurdukları lifler vasıtası ile yük taşıma özelliği göstermektedirler.[5]

[3]'de arteriler için çeşitli şekil değiştirme enerjisi fonksiyonları önerilmiştir. Biz önerilen çeşitli şekil değiştirme enerji fonksiyonlarından gerçeğe en yakını olan iki katmanlı ve bünyesinde kolajen liflerin bulunduğu malzemeye uygun olan fonksiyonu kullandık. Ayrıca modelimizde hem izotrop, hem de anizotrop kısmın bulunduğunu hesaba katarak aşağıdaki fonksiyonu kullandık

İzotrop kısım için şekil değiştirme enerji fonksiyonu,

$$\Sigma(I_1) = \frac{c}{2} (I_1 - 3) \tag{2.2.12}$$

Anizotrop, yani lifli kısım için şekil değiştirme enerji fonksiyonu,

$$\Sigma(I_4, I_6) = \frac{k_1}{2k_2} \sum_{i=4,6} \left\{ \exp \left[ k_2 (I_i - 1)^2 \right] - 1 \right\} \tag{2.2.13}$$

olarak alınmıştır.

Bu çalışmada tüm damar malzemesi için  $\Sigma$ , şekil değiştirme enerjisi fonksiyonu [3]' de önerildiği gibi

$$\Sigma = \frac{c}{2}(I_1 - 3) + \frac{k_1}{2k_2} \left[ e^{k_2(I_4-1)^2} + e^{k_2(I_6-1)^2} - 2 \right] \quad (2.2.14)$$

alınacaktır. Ancak daha öncede belirtildiği gibi  $c, k_1, k_2$  malzeme sabitleri Media ve Adventitia için farklı olacağı için daha sonra her iki ortam için ayrı ayrı  $\Sigma_A$  ve  $\Sigma_M$  tanımlanacaktır. Ayrıca  $I_4$  ve  $I_6$  invariantları,

$$\begin{aligned} I_4 &= f(\mathbf{C}, \mathbf{a}_{01}) = \frac{1}{x^2} \cos^2 \beta + \lambda^2 \sin^2 \beta \\ I_6 &= f(\mathbf{C}, \mathbf{a}_{02}) = \frac{1}{x^2} \cos^2 \beta + \lambda^2 \sin^2 \beta \end{aligned} \quad (2.2.15)$$

şeklinde verilir. Yukarıdaki ifadelerden  $I_4 = I_6$  olduğu görülmektedir. Bundan böyle  $I_4 = I_6 = \tilde{I}$  alınacaktır. Buna göre (2.2.11)' de

$$\begin{aligned} t_{rr}^0 &= P^0 + c \frac{x^2}{\lambda^2} \\ t_{\theta\theta}^0 &= P^0 + \frac{1}{x^2} \left[ c + 4k_1 \cos^2 \beta (\tilde{I} - 1) e^{k_2(\tilde{I}-1)^2} \right] \\ t_{zz}^0 &= P^0 + \lambda^2 \left[ c + 4k_1 \sin^2 \beta (\tilde{I} - 1) e^{k_2(\tilde{I}-1)^2} \right] \\ t_{\theta z}^0 &= t_{rz}^0 = 0 \end{aligned} \quad (2.2.16)$$

elde edilir. Bu gerilme bileşenleri  $c_M, k_{1M}, k_{2M}, \beta, \tilde{I}_M$  Media ortamına karşı gelen, büyüklükleri göstermek üzere,

$$\begin{aligned} {}_M t_{rr}^0 &= P_M^0 + c_M \frac{x^2}{\lambda^2} \\ {}_M t_{\theta\theta}^0 &= P_M^0 + \frac{1}{x^2} \left[ c_M + 4k_{1M} \cos^2 \beta (\tilde{I}_M - 1) e^{k_{2M}(\tilde{I}_M-1)^2} \right] \\ {}_M t_{zz}^0 &= P_M^0 + \lambda^2 \left[ c_M + 4k_{1M} \sin^2 \beta (\tilde{I}_M - 1) e^{k_{2M}(\tilde{I}_M-1)^2} \right] \\ {}_M t_{\theta z}^0 &= {}_A t_{\theta z}^0 = 0 \end{aligned} \quad (2.2.17)$$

Bu ifadelerde  $P_M^0$  belirlenmesi gereken büyüklüktür.

$$\frac{\partial {}_M t_{rr}^0}{\partial r} + \frac{1}{r} ({}_M t_{rr}^0 - {}_M t_{\theta\theta}^0) = 0 \quad r_i \leq r \leq r_0 \quad (2.2.18)$$



denge denklemini ve

$$\begin{aligned} {}_M t_{rr}^0 \Big|_{r=r_i} &= -P_i \\ {}_M t_{rr}^0 \Big|_{r=r_0} &= 0 \end{aligned} \quad (2.2.19)$$

sınır koşullarını sağlamalıdır. O halde (2.2.18) denklemlerinin (2.2.19) sınır koşulları altında çözümünden  ${}_M t_{rr}^0$  gerilme bileşeni elde edilir ve

$${}_M P^0 = {}_M t_{rr}^0 - \frac{x^2}{\lambda^2} \quad (2.2.20)$$

şeklinde  ${}_M P^0$  belirlenir.

Katıya ait hareket denklemleri silindirik koordinatlarda aşağıdaki biçimde verilebilir.

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial r} + \beta_1(r) \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \beta_2(r) \frac{\partial u}{\partial r} + \beta_3(r) \frac{u}{r^2} + \beta_4(r) \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} &= \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \\ \frac{\partial p}{\partial z} + \beta_1(r) \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \beta_5(r) \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r} \beta_6(r) \frac{\partial u}{\partial z} + \beta_7(r) \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} &= \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (2.2.21)$$

Burada  $\beta_i$  katsayıları aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır.

$$\begin{aligned} \beta_1 &= t_{rr}^0 - P_0 \\ \beta_2 &= r \frac{d}{dr} (t_{rr}^0 - 2P_0) + t_{rr}^0 - P_0 + 2\alpha_2 = \frac{d}{dr} [r(t_{rr}^0 - 2P_0)] + P_0 + 2\alpha_2 \\ \beta_3 &= 2(\alpha_2 - \alpha_1) - P_0 - t_{\theta\theta}^0 \\ \beta_4 &= t_{zz}^0 - P_0 \\ \beta_5 &= -r \frac{dP_0}{dr} + r \frac{dt_{rr}^0}{dr} - P_0 + t_{rr}^0 = \frac{d}{dr} [r(t_{rr}^0 - P_0)] = \frac{d}{dr} (r\beta_1) \\ \beta_6 &= -r \frac{dP_0}{dr} + 2\alpha_3 \\ \beta_7 &= 2\alpha_4 + t_{zz}^0 + P_0 \end{aligned} \quad (2.2.22)$$

Yukarıdaki denklemler elde edilirken sıkışmazlık koşulu kullanılarak bazı bilinmeyenler elimine edilmiştir.

### III. ALAN DENKLEMLERİNİN ÇÖZÜMÜ

Çalışmanın bu bölümünde fizyolojik olayla uyumlu olduğu da dikkate alarak alan denklemlerine harmonik dalga tipinde çözümler aranacaktır. Bu amaçla alan büyüklükleri,

$$\begin{aligned}\hat{u} &= \hat{U}(r)\exp[i(\omega t - kz)] \\ \hat{w} &= \hat{W}(r)\exp[i(\omega t - kz)] \\ \hat{p} &= \hat{P}(r)\exp[i(\omega t - kz)]\end{aligned}$$

(3.1)

şeklinde ifade edilecektir. Burada  $\omega$  açısal frekansı,  $k$  dalga sayısını ve  $\hat{U}(r)$ ,  $\hat{W}(r)$  ve  $\hat{P}(r)$  ise kompleks genlik fonksiyonları olup diferansiyel denklemlerin çözümünden elde edilmesi gereken büyüklüklerdir. Bu alan büyüklükleri hareket denklemlerinde yerine konacak olursa akışkana ait büyüklükler

$$\begin{aligned}\hat{U}(r) &= -k[I_1(kr)A + J_1(sr)B] & s^2 &= -\left(\frac{i\bar{\rho}\omega}{\mu} + k^2\right) \\ \hat{W}(r) &= i[kI_0(kr)A + sJ_0(sr)B] & \hat{P}(r) &= i\bar{\rho}\omega I_0(kr)A\end{aligned}$$

(3.2)

şeklinde ifade edilebilir. Burada  $I_0(kr)$  ve  $J_0(sr)$  sıfırıncı mertebede Bessel fonksiyonu,  $A$  ve  $B$  integrasyon sabitleridir.

Elastik tüpe ait alan denklemlerinin çözümünü bulabilmek için (3.1) ifadesi (2.2.21)' de yerine yazılacak olursa aşağıdaki adi türevli diferansiyel denklem takımı elde edilir.

$$\begin{aligned}\frac{d\bar{P}^M}{dr} + \beta_1^M \frac{d^2 U^M}{dr^2} + \frac{1}{r}\beta_2^M \frac{dU^M}{dr} + (\beta_3^M \frac{1}{r^2} - \beta_4^M k^2 + \rho^M \omega^2)U^M &= 0 \\ -ik\bar{P}^M + \beta_1^M \frac{d^2 W^M}{dr^2} + \frac{1}{r}\beta_5^M \frac{dW^M}{dr} - \frac{ik}{r}\beta_6^M U^M + (\rho^M \omega^2 - \beta_7^M k^2)W^M &= 0 \\ \frac{dU^M}{dr} + \frac{U^M}{r} - ikW^M &= 0\end{aligned}$$

(3.3)

(3.2.3) denklem sistemi değişken katsayılı olup analitik çözümler oluşturmak mümkün gözükmemektedir. Bu nedenle kuvvet serisi çözümleri aranacaktır. Ortam için şekil değişiminden sonraki yarıçapın kalınlığa oranı küçük kabul edilecektir.

Media için,

$$r = \bar{r}(1 + \xi_M) \quad , \quad \frac{-h_M}{\bar{r}} \leq \xi_M \leq 0$$

(3.4)

Bu durumda (3.3) denklemleri,

$$\begin{aligned} & \bar{r} \frac{d\bar{P}^M}{d\xi_M} + \bar{\beta}_1^M \frac{d^2 U^M}{d\xi_M^2} + \frac{1}{(1 + \xi_M)} \bar{\beta}_2^M \frac{dU^M}{d\xi_M} \\ & + (\bar{\beta}_3^M \frac{1}{(1 + \xi_M)^2} - \bar{\beta}_4^M \bar{r}^{-2} k^2 + \bar{r}^{-2} \rho^M \omega^2) U^M = 0 \\ & - ik\bar{r}^2 \bar{P}^M + \bar{\beta}_1^M \frac{d^2 W^M}{d\xi_M^2} + \frac{1}{(1 + \xi_M)} \bar{\beta}_5^M \frac{dW^M}{d\xi_M} \\ & - \left( \frac{ik\bar{r}}{(1 + \xi_M)} \right) \bar{\beta}_6^M U^M + (\rho^M \bar{r}^2 \omega^2 - \bar{\beta}_7^M k^2 \bar{r}^2) W^M = 0 \\ & \frac{dU^M}{d\xi_M} + \frac{U^M}{(1 + \xi_M)} - ik\bar{r} W^M = 0 \end{aligned}$$

(3.5)

Büyük damarlar göz önüne alındığında  $|\xi_M| \ll 1$  olacaktır. Bu nedenle katsayılar  $\xi_M$  cinsinden kuvvet serisine açılarak çözümler aranacaktır. Bu durumda aşağıdaki seri açılımları yapılabilir.

$$\begin{aligned} \bar{P}^M &= \bar{C}_M (\bar{P}_0^M + \bar{P}_1^M \xi_M + \bar{P}_2^M \xi_M^2 + \dots) \\ U^M &= \bar{r} (U_0^M + U_1^M \xi_M + U_2^M \xi_M^2 + \dots) \\ W^M &= \bar{r} (W_0^M + W_1^M \xi_M + W_2^M \xi_M^2 + \dots) \\ \bar{\beta}_i^M &= \bar{C}_M (\bar{\beta}_{i0}^M + \bar{\beta}_{i1}^M \xi_M + \bar{\beta}_{i2}^M \xi_M^2 + \dots) \quad (i = 1, 2, \dots, 7) \end{aligned}$$

(3.6)

şeklinde seri olarak ifade etmek mümkündür.

$$\begin{aligned}
\bar{P}_1^M + 2\bar{\beta}_{10}^M U_2^M + \bar{\beta}_{20}^M U_1^M + \left( \bar{\beta}_{30}^M - \bar{\beta}_{40}^M \eta^2 + \gamma^2 \Omega^2 \right) U_0^M &= 0 \\
-i\eta \bar{P}_0^M + 2\bar{\beta}_{10}^M W_2^M + \bar{\beta}_{50}^M W_1^M - i\eta \bar{\beta}_{60}^M U_0^M + \left( \Omega^2 - \eta^2 \bar{\beta}_{70}^M \right) W_0^M &= 0 \\
U_1^M + U_0^M - i\eta W_0^M &= 0 \\
2U_2^M + U_1^M - U_0^M - i\eta W_1^M &= 0
\end{aligned}$$

(3.7)

denklem takımı bilinmeyenler cinsinden yazılabilir.

Burada,

$$\begin{aligned}
\bar{\beta}_{10}^M &= \frac{\bar{x}^2}{\lambda^2} = {}_M t_{rr0}^0 - {}_M P_0^0 \\
\bar{\beta}_{20}^M &= \left( -{}_M P_0^0 - 2 {}_M P_1^0 + 2 {}_M \alpha_{20} + {}_M t_{rr1}^0 - {}_M t_{rr0}^0 \right) \\
\bar{\beta}_{30}^M &= \left[ 2 \left( {}_M \alpha_{20} - {}_M \alpha_{10} \right) - {}_M P_0^0 - {}_M t_{\theta\theta 0}^0 \right] \\
\bar{\beta}_{40}^M &= \left( {}_M t_{zz0}^0 - {}_M P_0^0 \right) \\
\bar{\beta}_{50}^M &= \left( {}_M t_{rr0}^0 + {}_M t_{rr1}^0 - {}_M P_0^0 - {}_M P_1^0 \right) \\
\bar{\beta}_{60}^M &= \left( -{}_M P_0^0 + 2 {}_M \alpha_{30} \right) \\
\bar{\beta}_{70}^M &= \left( 2 {}_M \alpha_{40} + {}_M t_{zz0}^0 + {}_M P_0^0 \right)
\end{aligned}$$

(3.8)

şeklinde verilir. Burada,

$$\bar{x} = \left( \lambda \left( 1 - \frac{r_i^2}{\bar{r}^2} \right) + \frac{R_i^2}{\bar{r}^2} \right)^{1/2}$$

(3.9)

$$\begin{aligned}
{}_M P_0^0 &= {}_M t_{rr0}^0 - \frac{\bar{x}^2}{\lambda^2} \\
{}_M t_{\theta\theta 0}^0 &= {}_M P_0^0 + \frac{1}{\bar{x}^2} \left[ c_M + \frac{1}{c_M} 4k_{1M} \cos^2 \beta \left( \tilde{I}_M(\bar{x}) - 1 \right) F_M(\bar{x}) \right] \\
{}_M t_{zz0}^0 &= {}_M P_0^0 + \lambda^2 \left[ c_M + \frac{1}{c_M} 4k_{1M} \sin^2 \beta \left( \tilde{I}_M(\bar{x}) - 1 \right) F_M(\bar{x}) \right] \\
{}_M P_1^0 &= {}_M t_{rr1}^0 - \frac{2}{\lambda^2} \left( \lambda - \bar{x}^2 \right)
\end{aligned}$$

(3.10)

$$\tilde{I}_M(\bar{x}) = \frac{1}{\bar{x}^2} \cos^2 \beta + \lambda^2 \sin^2 \beta, \quad F_M(\bar{x}) = \exp[k_{2M}(\tilde{I}_M(\bar{x}) - 1)^2]$$

(3.11)

ve burada,

$$\begin{aligned} {}_M \alpha_{10} &= -{}_M P_0^0 + \frac{8 \cos^4 \beta}{\bar{x}^4 c_M} k_{1M} k_{2M} (\tilde{I}_M(\bar{x}) - 1)^2 F_M(\bar{x}) \\ {}_M \alpha_{20} &= \frac{8 \lambda^2}{\bar{x}^2 c_M} \sin^2 \beta \cos^2 \beta k_{1M} k_{2M} (\tilde{I}_M(\bar{x}) - 1)^2 F_M(\bar{x}) \\ {}_M \alpha_{30} &= \frac{8 \lambda^2}{\bar{x}^2 c_M} \sin^2 \beta \cos^2 \beta (\tilde{I}_M(\bar{x}) - 1)^2 F_M(\bar{x}) \\ {}_M \alpha_{40} &= -{}_M P_0^0 + \frac{1}{c_M} 8 \lambda^4 \sin^4 \beta k_{1M} k_{2M} (\tilde{I}_M(\bar{x}) - 1)^2 F_M(\bar{x}) \end{aligned}$$

(3.12)

olarak tanımlanmıştır.

Problemin çözümünü tamamlayabilmek için (3.7) denklemlerine ek olarak sınır koşullarını da seri açılımı ile ifade ederek ve  $T$  Piola-Kirchhoff tansörünün bileşenleri kullanılarak modele ait gerilme ve sınır şartlarımıza bağlı ifadeler aşağıda verilmiştir.

$$\begin{aligned} \bar{P}_1 + 2\beta_{10} U_2 + 2\beta_{20} U_1 + (\beta_{30} - \beta_{40} \eta^2 + \Omega^2) U_0 &= 0 \\ -i\eta \bar{P}_0 + 2\beta_{10} W_2 + \beta_{50} W_1 - i\eta \beta_{60} U_0 + (\Omega^2 - \beta_{70} \eta^2) W_0 &= 0 \\ U_1 + U_0 - i\eta W_0 &= 0 \\ 2U_2 + U_1 - U_0 - i\eta W_1 &= 0 \\ \bar{P}_0 + \bar{\Gamma}_1 U_1 = 0 \quad (\bar{T}_{rr0} = 0) \\ i\eta \bar{\Gamma}_4 U_0 + (\bar{\Gamma}_1 + \bar{\Gamma}_4) W_1 = 0 \quad (\bar{T}_{rz0} = 0) \\ \xi_i \bar{P}_1 + 2\xi_i \bar{\Gamma}_1 U_2 + \xi_i \bar{\Gamma}_2 U_1 + [\alpha(1 + \xi_i)^2 - 2i(\eta^2 - f)] \bar{A} + 2i\eta(g - 1) \bar{B} &= 0 \\ \xi_i \bar{\Gamma}_3 i\eta U_0 + \xi_i \bar{\Gamma}_4 i\eta U_1 + \xi_i (\bar{\Gamma}_2 + \bar{\Gamma}_3) W_1 + 2\xi_i (\bar{\Gamma}_1 + \bar{\Gamma}_4) W_2 \end{aligned}$$

(3.13)

$$2\eta f \bar{A} + (\bar{\gamma}^2 g - \eta^2) \bar{B} = 0$$

$$\frac{\Omega^2}{\alpha} q_1 \frac{1}{(1 + \xi_i)} (U_0^M + U_1^M \xi_i + U_2^M \xi_i^2) = f \bar{A} + \bar{\eta} \bar{B}$$

$$i \frac{\Omega^2}{\alpha} q_1 \frac{1}{(1 + \xi_i)} (W_0^M + W_1^M \xi_i + W_2^M \xi_i^2) = \bar{\eta} \bar{A} + g \bar{B}$$

bilinmeyenlere bağılı olarak katsayılar matrisi oluşturulur, başlangıç gerilmeleri 0 alınır ve uzun dalga yaklaşımı gerçekleştirilerek dispersiyon bağıntısı elde edildi. Ve büyük damarlarda bile  $\bar{r}$  ortalama yarıçap çok küçük olduğundan dalga boyunun uzun olması halinde  $\eta = k\bar{r} \ll 1$  kabul edilebilir. Bu özel halde  $f = \eta^2/2$  şeklinde verilerek uzun dalga yaklaşımı gerçekleştirilir.

Bu modelimiz  $-\frac{h}{r} \leq \xi_i \leq 0$  bölgesinde geçerli olacaktır. Burada,

$$\begin{aligned} \left(\frac{c}{c_0}\right)^2 &= \frac{\Omega^2}{\eta^2}, & c_0 &= \frac{c_M}{\rho_M} \\ \xi_i &= -\frac{h_M}{\bar{r}}, & q_1 &= \frac{\bar{\rho}}{\rho_A}, & \alpha &= \left[\frac{\bar{\rho}\bar{r}^2\omega}{\mu}\right]^{1/2}, \\ \bar{\eta} &= \eta(1 + \xi_i), & \hat{\gamma} &= s\bar{r}, & \bar{\gamma} &= \hat{\gamma}(1 + \xi_i), & f &= \frac{\bar{\eta}I_1(\bar{\eta})}{I_0(\bar{\eta})}, \\ g &= \frac{\bar{\gamma}J_0(\bar{\gamma})}{J_1(\bar{\gamma})}, & \bar{A} &= \frac{i\mu I_0(\bar{\eta})}{\bar{r}^2(1 + \xi_i^2)C}A, & \bar{B} &= \frac{i\mu J_1(\bar{\gamma})}{\bar{r}^2(1 + \xi_i^2)C}B \\ \eta &= k\bar{r}, & \Omega^2 &= \frac{\bar{r}^2\omega^2\rho_A}{C}, & \gamma &= \frac{\rho_M}{\rho_A} \end{aligned} \quad (3.14)$$

başlangıç gerilmesi değerleri ile (3.14) ifadeleri genel dispersiyon ifadesinde yerlerine yazılacak olursa dispersiyon bağıntısı aşağıdaki şekli alır. Burada tanımlanan  $\alpha$  parametresi Womersley parametresi olarak bilinir ve nümerik incelemeler Womersley parametresine bağılı olarak inncelenmektedir.

$$q_1 \left(\frac{c}{c_0}\right)^4 - 4q_1 \left(\frac{c}{c_0}\right)^2 - 6\xi_i = 0 \quad (3.15)$$

$\xi_i$  'yi küçük kabul edersek ince kabuklar için kökler,

$$\left(\frac{c}{c_0}\right)_1^2 = 4 + O\left(\frac{\rho}{q_1}\right), \quad \left(\frac{c}{c_0}\right)_2^2 = -\frac{3}{2} \frac{\xi_i}{q_1} \quad (3.16)$$

bulunur. Bu ifadelerde  $c_0 = \frac{c_M}{\rho_M}$ ,  $\xi_i = -\frac{h}{r}$  olduğuna göre ve E malzemeye ait Elastisite modülünü göstermek üzere,  $q_1 = \frac{\bar{\rho}}{\rho_M}$ ,  $c_M = \frac{E}{3}$  olduğu hatırlanırsa gerçek fiziksel büyüklükler cinsinden dalga hızları,

$$c_1^2 = \frac{4E}{3\rho} + O\left(\frac{\rho}{q_1}\right), \quad c_2^2 = \frac{Eh}{2r\bar{\rho}} \quad (3.17)$$

şeklini alır. Bunlar daha öncede söylendiği gibi Lamb ve Young (Moens-Korteweg) modlarına karşı gelmektedir.

Sayısal inceleme için [6] ve [7] tarafından önerilen boyutsuz kompleks faz hızı ,

$$\frac{c}{c_0} = X + iY \quad (3.18)$$

olarak tanımlanırsa, dalga hızları ( $V$ ) ve taşıma katsayıları ( $\chi$ )

$$V = \frac{X^2 + Y^2}{X}, \quad \chi = \exp(-2\pi Y / X) \quad (3.19)$$

şeklinde yazılabilir. Bu çalışmada sayısal inceleme de kullanılmak üzere [3]'de verilen aşağıdaki değerler kullanılmıştır.

$$\begin{aligned} c_M &= 3.0 \text{ kPa} & k_{1M} &= 2.3632 \text{ kPa} & k_{2M} &= 0.8393 \\ \beta &= 29.0^\circ & H_M &= 0.26 \text{ mm} & R_i &= 0.71 \text{ mm} \end{aligned}$$

Problemimize ait dispersiyon bağıntılarını analitik olarak incelemek mümkün olmadığından uzun dalga yaklaşımında denklemler bilgisayarda sayısal olarak incelenmiş, sonuçlar ve grafikler aşağıda verilmiştir. [4]

#### ***IV. MODELE AİT GRAFİKLERİN İRDELENMESİ***

Bizim modelimizde damar malzemesinin lifli bir yapıya sahip olması nedeniyle, liflerin ( $\beta$  her bir lifin yatayla yaptığı açı) oryantasyonunun, dalga hızları, taşıma katsayıları ve basınç üzerine etkisini gösteren grafikler Şekil 3.1., Şekil 3.2., Şekil 3.3., Şekil 3.4., Şekil 3.5.'de verilmiştir.  $\beta$  açısının dalga hızları, taşıma katsayıları ve iç basınca etkisinin görülebilmesi için  $\beta$  ile bu büyüklüklerin farklı uzama oranı değerleri için değişimleri Şekil 3.1., Şekil 3.2., Şekil 3.3., Şekil 3.4., Şekil 3.5.'de verilmiştir.

Şekil 3.1.'de  $\alpha=5$  için birincil dalga hızının  $\beta$  ile değişimi gösterilmiştir.  $\beta$ 'nin yaklaşık  $20^\circ$ 'den küçük değerleri için dalga hızı uzama oranı büyüdükçe azalmaktadır. Ancak  $20^\circ$ 'den büyük değerlerde dalga hızı yaklaşık  $62^\circ$  civarına kadar eksenel uzama oranının artmasıyla artmaktadır.  $62^\circ$  ile  $90^\circ$  arasındaki bölgede azalmakta ve  $90^\circ$ 'de bir minimuma sahip olmaktadır. Bu minimum değer tüm uzama oranı değerleri için eşittir.

Şekil 3.2.'de  $\alpha=5$  için ikincil dalga hızının  $\beta$  ile değişimi farklı uzama oranı değerleri için gösterilmiştir. Şekilden görülebileceği gibi dalga hızı  $\beta$ 'nin yaklaşık  $30^\circ$ 'den küçük değerlerinde küçük uzama oranlarında büyük değerler olarak artmaktadır. Her uzama oranı için farklı olan bir  $\beta$  değerinde maksimuma ulaşmakta ve  $\beta=90^\circ$ 'de tüm uzama oranı değerleri için minimuma sahip olmaktadır.

Şekil 3.3.'de ise birincil dalgaya ait taşıma katsayısının farklı uzama oranı değerleri için  $\beta$  ile değişimi verilmiştir.  $\beta$ 'nin  $30^\circ$  civarındaki değerlerinde tüm uzama oranı değerleri için katsayı değerleri maksimuma sahip olmaktadır. Bu değerlerden sonra hızlı bir azalma ile  $\beta=90^\circ$ 'de minimum değere ulaşmaktadırlar. Tüm  $\beta$  değerleri için küçük uzama oranı değerlerinde katsayı değerleri büyük olmaktadır.

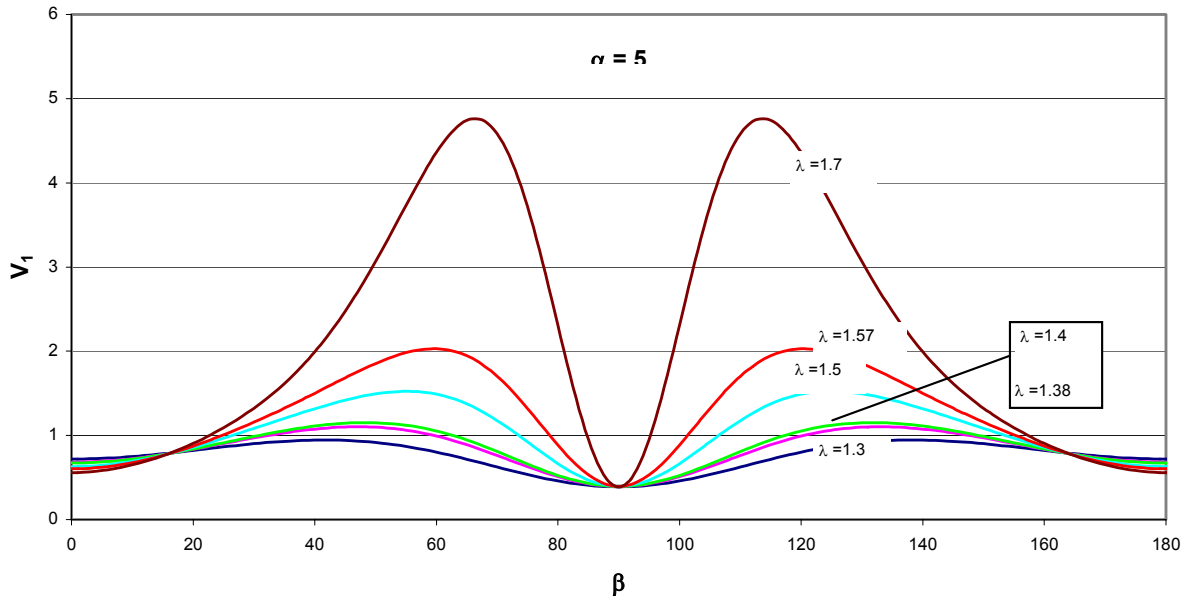
Şekil 3.4.'de ikincil dalgaya ait taşıma katsayılarının farklı uzama oranı değerleri için  $\beta$  ile değişimi gösterilmiştir.  $\beta$ 'nin küçük değerleri için katsayı değerleri küçük uzama oranları için küçük değerler olarak azalmaktadır ve  $\beta$ 'nin  $30^\circ$  civarındaki değerlerinde minimum değerlere ulaşmaktadırlar. Katsayı değerleri minimum değerlerden itibaren hızlı bir artış göstererek  $\beta=90^\circ$ 'de maksimum değerlere ulaşmaktadır.  $\beta$ 'nin büyük değerlerinde katsayıların değeri küçük uzama oranı değerlerinde daha büyük olmaktadır.

Şekil 3.5.  $\beta$  ile  $P_i$  basıncın değişimlerini farklı uzama oranı değerlerinde göstermektedir. Şekilden de görülebileceği gibi  $\beta$ 'nin  $29^\circ$ 'den küçük değerlerinde



basınç değişimi tüm uzama oranı değerlerinde oldukça küçük kalmaktadır. Ancak  $\beta$ 'nin  $29^0$ 'den büyük değerlerinde iç basınç hızla büyümekte ve  $\beta=90^0$ 'de maksimum değere ulaşmaktadır. Ayrıca  $\beta$ 'nin  $29^0$ 'den büyük değerlerinde büyük uzama oranı değerleri için büyük  $P_i$  değerleri elde edilmektedir. Bu sonuç kolajen liflerin eksenel doğrultuda olması ( $\beta=90^0$ ) durumunda damarın en büyük basınç değerini taşıyabildiğini göstermektedir. Tersine liflerin teğetsel doğrultuda ( $\beta=0^0$ ) olması durumunda ise en düşük basınç değerlerinin oluşacağı anlaşılmaktadır.

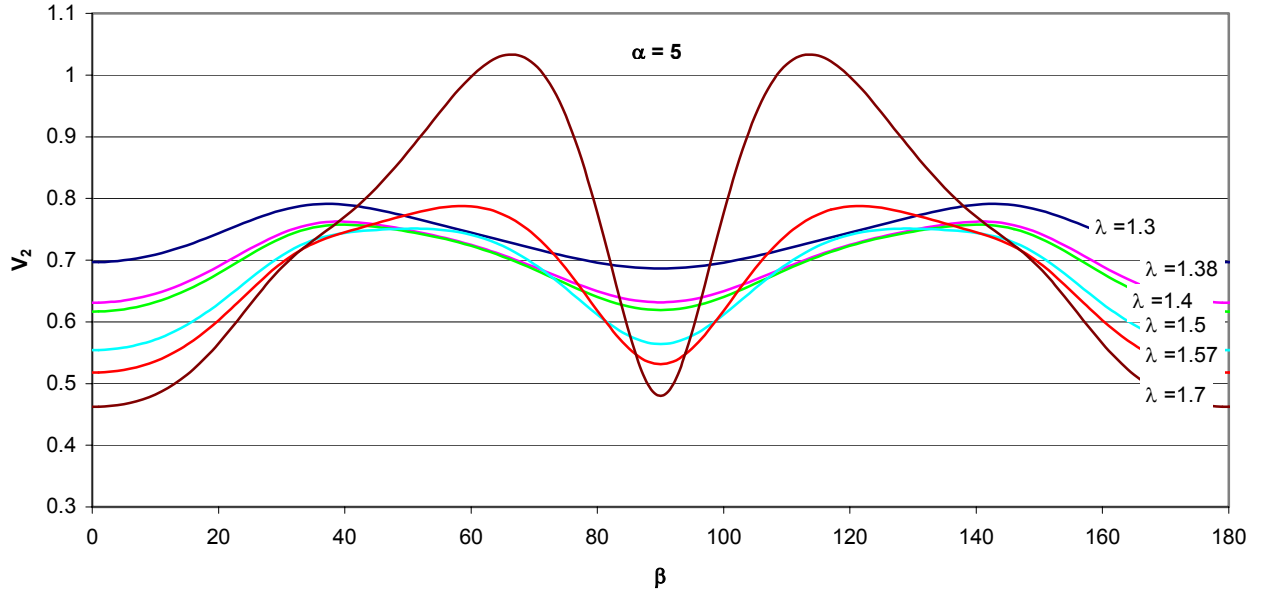
Yukarıda sözü edilen  $\beta$  ile değişimler, damarda dalga yayılımının incelenmesinde kolajen liflerin, doğrultularının oldukça etkili olduğu görülmektedir. Ancak literatürde lifli yapıyı göz önüne alan çalışmalar bulunmadığından başka sonuçlar ile karşılaştırma yapılamamıştır.



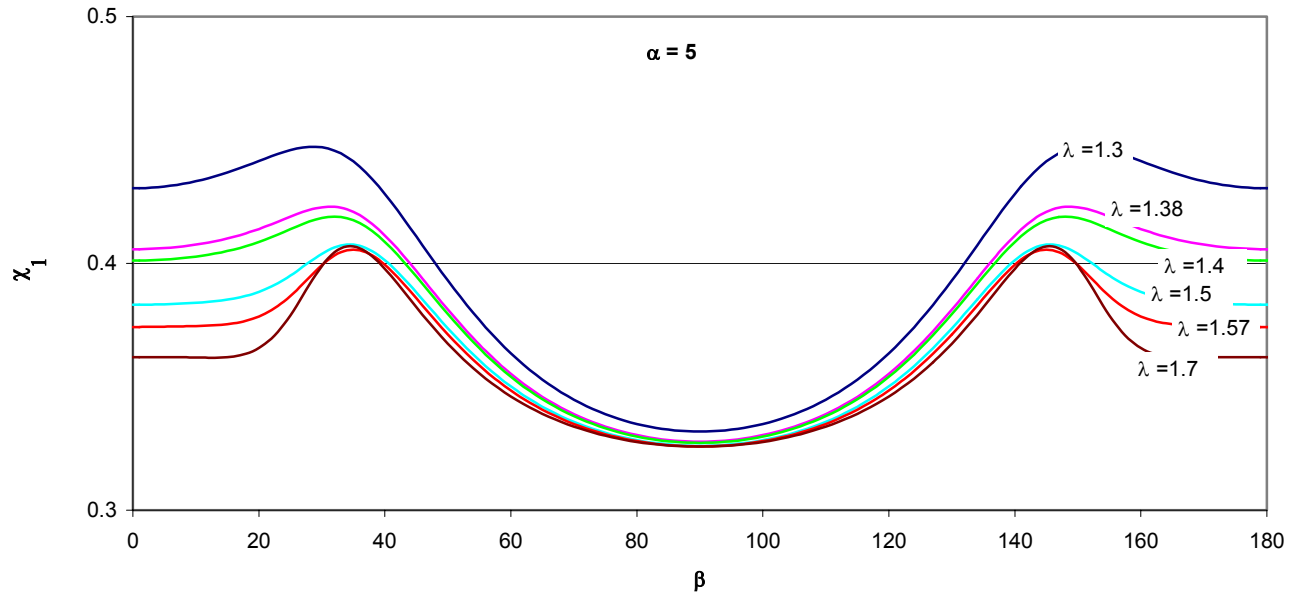
**Şekil 3.1.  $\alpha = 5$  İçin Tabakasız Sadece İçerisinde Kolajen Liflerden Oluşan Media'nın**

**Bulunduğu Durumda, Lifler Arasındaki Açılarının Birincil Dalga Hızının Ve Uzama**

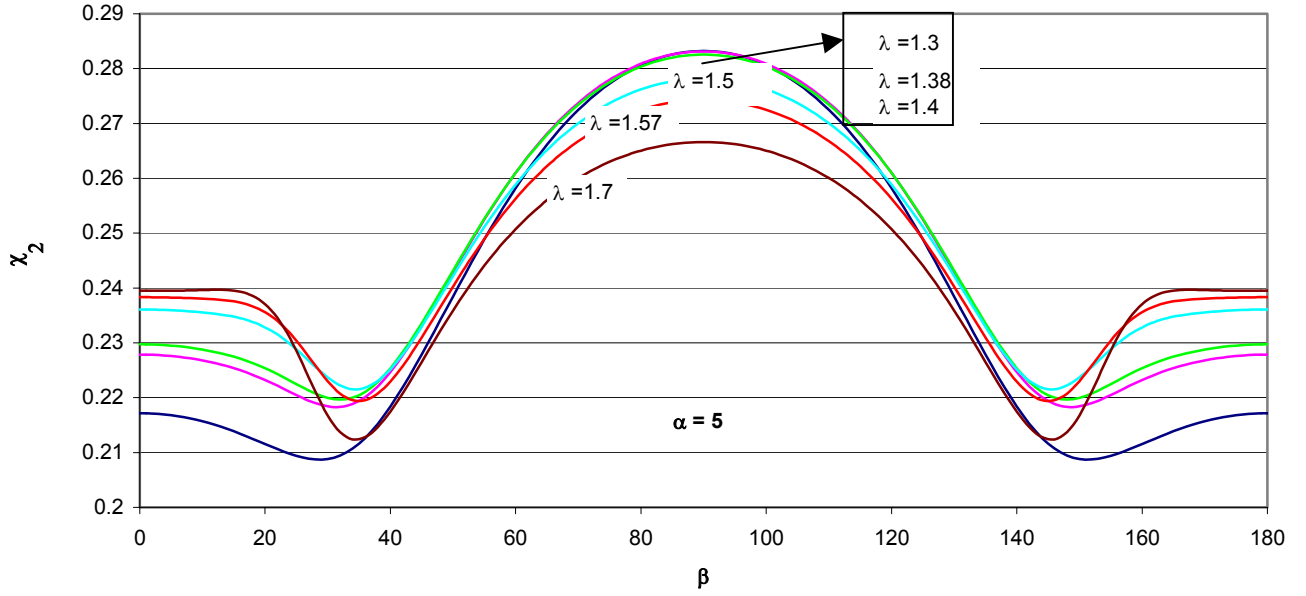
**Oranları İle Değişimi**



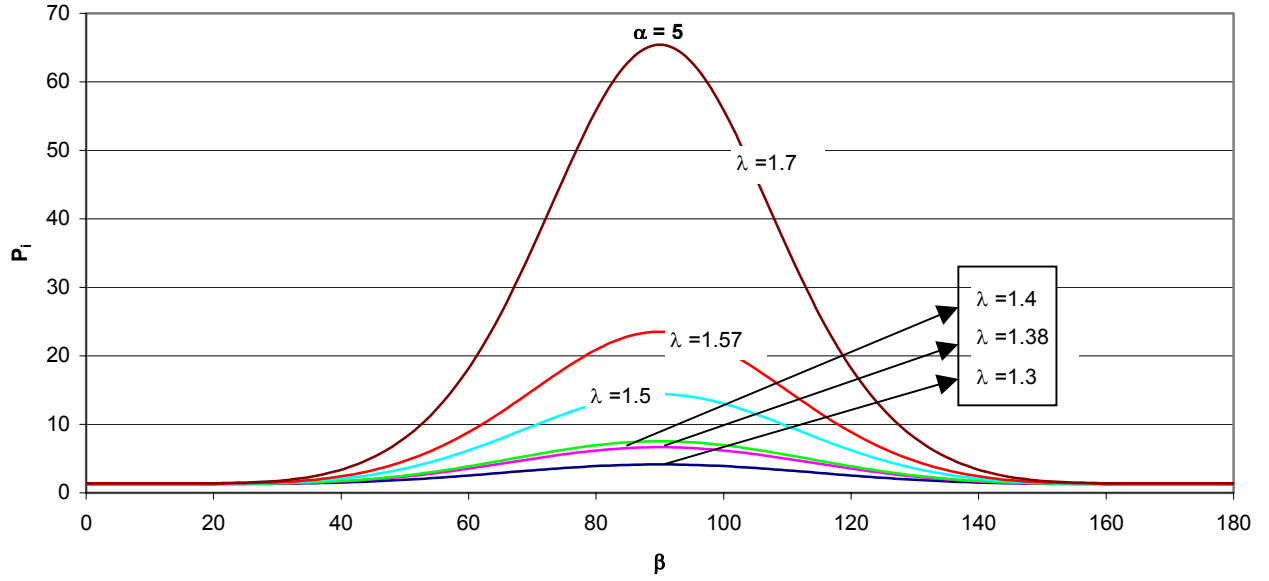
Şekil 3.2.  $\alpha = 5$  İçin Tabakasız Sadece İçerisinde Kolajen Liflerden Oluşan Media'nın Bulunduğu Durumda, Lifler Arasındaki Açılarının İkincil Dalga Hızının Ve Uzama Oranları İle Değişimi



Şekil 3.3.  $\alpha = 5$  İçin Tabakasız Sadece İçerisinde Kolajen Liflerden Oluşan Media'nın Bulunduğu Durumda, Lifler Arasındaki Açıların Birincil Dalgaya Ait Taşıma Katsayılarının Ve Uzama Oranları İle Değişimi



Şekil 3.4.  $\alpha = 5$  İçin Tabakasız Sadece İçerisinde Kolajen Liflerden Oluşan Media'nın Bulunduğu Durumda, Lifler Arasındaki Açıların İkincil Dalgaya Ait Taşıma Katsayılarının Ve Uzama Oranları İle Değişimi



Şekil 3.5.  $\alpha = 5$  İçin Tabakasız Sadece İçerisinde Kolajen Liflerden Oluşan Media'nın Bulunduğu Durumda, Lifler Arasındaki Açıların İç Basınç Ve Uzama Oranları

## V. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada Newton akışkanı ile dolu ince cidarlı silindirik kompozit tüplerde dalga yayılması problemi incelenmiştir. İnce cidarlı elastik tüp, içerisinde sürekli lifler bulunan kompozit malzeme olarak ele alınırken, içindeki akışkan matematik analizde kolaylık olması için vizkoz olmayan sıkışmaz bir akışkan olarak ele alınmıştır. Biz bu modelin arteriler de kan akışı probleminin çözümünde de kullanılabileceği düşünülmektedir. Ancak kan gerçekte Newtonian olmayan bir akışkan olduğu halde matematik kolaylık açısından böyle kabul edilmiştir. Kompozit malzeme ve akışkan için alan denklemleri iç basınç sabit kabul edilerek (başlangıç konumunun dengede olduğu varsayılarak) elde edilmiştir. Kompozit elastik ortama ait yönetici diferansiyel denklemleri “Büyük başlangıç şekil değiştirmelerinin üzerine küçük şekil değiştirmelerin süperpozisyonu” teorisi kullanılarak silindirik koordinatlarda elde edilmişlerdir.

Bu çalışmada ele alınan problemin pratikte özellikle tıp alanında bir uygulama alanı bulabileceği beklenilmektedir. Damar gerçekte kolajen liflerden oluştuğundan bizim seçtiğimiz modelin bu damar yapısını temsil edeceği düşünülmektedir. Yapılan çalışmanın sonunda ortamda bulunan liflerin performansının liflerin birbirleriyle yapmış oldukları açığa bağlı değişmekte olduğu görülmüştür. Böylece, damarın lifsiz bir mühendislik malzemesi olarak modellemenin yetersizliği ortaya çıkmaktadır.

## **KAYNAKLAR**

- [1] Ercengiz, A., “İçerisinde Akışkan Bulunan Öngerilmeli Elastik Tüplerde Harmonik Dalga Yayılımı”, Doktora Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi, F.B.E. Mühendislik Bilimleri Anabilim Dalı, 1992, İstanbul.
- [2] Christensen, R.M. , “Mechanics Of Composites Materials”, A Wiley Interscience Publication, University of California, 1979, Livermore.
- [3] Holzapfel, G.A., Gasser, T.C., “A New Constitutive Framework for Arterial Wall Mechanics and a Comparative Study of Material Models”, Journal of Elasticity, Vol. 61, pp. 1-48, 2000.
- [4] Şengel, H.S., “İçi Sıvı Dolu İnce Cidarlı Kompozit Tüplerde Dalga Yayılması”, Doktora Tezi, Osmangazi Üniversitesi, F.B.E. İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı, Mekanik Bilim Dalı, 2003, Eskişehir.
- [5] Demiray, H., Ercengiz, A., “Non-Symmtrical Waves in a Prestressed Elastic Tube Filled With an Inviscid Fluid”, International Journal of Engineering Science, Vol. 32, No. 4, pp. 605-616, 1994.
- [6] Atabek, H.B., and Lew, H.S., “Wave Propagation Through a Viscous Incompressible Fluid Contained in an Initially Stressed Elastic Tube”, Biophysics. J., Vol. 6, pp. 481- 503, 1966.
- [7] Atabek, H.B., “Wave Propagation Through a Viscous Fluid Contained in a Tethered, Initially Stressed Orthotropic Elastic Tube”, Biophysics. J., Vol. 8, pp. 626-649, 1968.