

ÖZİNİTELİK SEÇİMİNDE DİLSEL KUVVETLİ SINIR BULANIK SINIFLAYICI KULLANIMI

Bayram ÇETİŞLİ

ÖZET: Bu çalışmada, örüntü tanımanın basamaklarından biri olan öznelik seçimi, bulanık kümelere uygulanan ve veriler üzerinden eğitilen dilsel kuvvetlerle yapılmaktadır. Bulanık kurallarda kullanılan “az”, “çok fazla” ve “çok az” gibi sıfatlar özneliklerin sınıf için önemini ortaya koymaktadır. Buna göre ilk evrede her sınıf için en uygun olan ortak ve bireysel öznelikler seçilmektedir. Seçilen öznelikler ikinci evrede Dilsel Kuvvetli Sinir-Bulanık Sınıflayıcı (DKSBS) ile sınıflanarak başarıyı ölçülmektedir. DKSBS ağ tabanlı bir sınıflayıcı olup, öznelik-sınıf ilişkisini bulanık kurallarla çok iyi ortaya koyan bir yapıdır. Böylece ayırtırmayı zorlaştıran gürültü, ölçüm hataları içeren ya da ilgisiz olan öznelikler elenerek, sınıflamada ayırt edici özelliği en iyi olan öznelikler değerlendirilmeye alınmaktadır.

ANAHTAR KELİMELER: Öznelik seçimi, Dilsel kuvvetler, Sinir-bulanık sınıflayıcı.

USING NEURO-FUZZY CLASSIFIER WITH LINGUISTIC HEDGES FOR FEATURE SELECTION

ABSTRACT: In this study, one of the important steps of pattern recognition is feature selection that can be made by linguistic hedges. The linguistic hedges are used in fuzzy rules and trained with supervised learning methods. Some adjectives such as “very”, “little”, “more or less”, and “rather” are used in fuzzy rules to reveal the importance of feature. According to these situations, the suitable discriminative features for every class should be selected in the first step. The selected features are classified using neuro-fuzzy classifier with linguistic hedges in the second step. Then the classification success is evaluated. In this way, noisy or irrelevant features are eliminated and, discriminative features in the classification are taken to evaluation.

KEYWORDS: Feature selection, Linguistic hedges, Neuro-fuzzy classifier.

I. GİRİŞ

Örüntü tanımadaki önemli bir konu öznelik seçimidir. Ayırt edici özneliklerin seçimi, tanıma başarısını arttırabilmektedir. Bunun yanında öznelik seçiminin birçok avantajı bulunmaktadır: Seçilen özneliklerle yapılan sınıflandırmada işlem sayısı daha azdır, gürültülü ve ilgisiz öznelikler özgün veriden çıkarılarak sınıflama başarısı artırılır, öznelikler üzerinden yapılabilen sınıflama yorumları artar veya kolaylaşır. Eğitim zamanı kısalmır, daha az ölçüm yapılır ve daha az bellek kullanılır. Bu yararlar, tanımının anlamlı ve daha kolay olmasını sağlar [1–3].

Öznelik seçimi ve boyut indirgeme için temel bileşen analizi, faktör analizi gibi birçok yöntemler bulunmaktadır. Boyut indirgeme için kullanılan yöntemlerden bazıları özgün öznelikler üzerinden yapılan dönüşümlerle yeni özneliklerin bulunmasıdır ki, özgün verinin kaybolmasına neden olurlar. Örneğin temel bileşen analizi, tekil değer ayrıştırması ve faktör analizleri özgün veriyi yeni bir veri uzayına taşırlar [2]. Bazı durumlarda özgün verinin olduğu gibi korunması, çıkan sınıflama sonuçlarının yorumlanabilmesi için önemlidir. Bu nedenle verinin korunarak içlerinden en iyi özneliklerin seçilmesi üzerine çalışmalar da yapılmaktadır [1–3].

Öznelik seçimi üzerine yapılan çalışmaların arasında farklı yöntemlerle eğitilen ağlar da bulunmaktadır. Bu ağlardan bazıları sinir-bulanık ağ tabanlıdır [4–10].

Sınıflandırmada büyük başarılar sağlayan sinir-bulanık sınıflayıcılar bazı değişiklikler ve sınırlandırmalar ile öznelik seçiminde de kullanılabilir. Dilsel kuvvetlerin öznelikler üzerindeki etkisi ile bazı öznelikleri kuvvetlendirmek, bazılarını zayıflatmak mümkündür. Herhangi bir özneliğin bütün sınıflar için aynı oranda ayırt edici olması beklenemez. Bu nedenle bir öznelik her sınıflandırma kuralında farklı bir kuvvetle ele alınmalıdır. Böylece ayırt edici öznelikleri seçmenin yanı sıra, seçilen özneliklerin bazı sınıflar üzerindeki olumsuz etkisi giderilebilir. Bazı durumlarda ise bir öznelik herhangi bir sınıf için önemi çok fazla olabilir. Bu durumda bu özneliğin bu sınıftaki etkisi pekiştirilmelidir. Bulanık mantığın dilsel zenginliği bu işlemi kolaylaştırmaktadır. Örneğin bir özneliğin herhangi bir sınıftaki değerleri için gerek uzmanlar tarafından gerekse kümeleme yöntemleri ile “iyi”, “kötü” gibi bulanık kümeler tanımlansın. Bu bulanık kümeler kullanılarak yeni bulanık

kümeler oluşturulabilir. Bunlardan bazıları “çok kötü”, “çok iyi”, “çok çok kötü”, “çok çok iyi” olabilir. Bu yeni kümeler özgün kümelere farklı kuvvetler uygulanarak bulunmaktadır. Bu tanımlamalar bulanık kurallar oluştururken de kullanılabilir. Böylece klasik bulanık kurallardan daha ayrıntılı ve anlamlı yeni kurallar elde edilir. Genellikle bulanık kuvvetler, kullanılan dilsel terimlere göre bir değere sabitlenmektedir. Örneğin sırasıyla “çok” ve “az” anlamları taşıyan yoğunlaşma ve genişleme dilsel kuvvetlerinde olduğu gibi, kuvvetler sırasıyla $p = 2$ ve $p = 0.5$ gibi değerlere sabitlenmektedir [11]. Ancak bu çalışmada, dilsel kuvvet değerlerinin belli aralıklarda değişmesine izin verilmektedir. Örneğin öznitelik seçimi sırasında kuvvet değerleri $[0 +1]$ aralığında değişirken sınıflandırma sırasında $[0 +\infty)$ aralığında değişmektedir. Eğer bir özniteliği tanımlayan bulanık kümenin dilsel kuvvet değeri sıfıra yakınsa o öznitelik önemsiz, bire yakınsa o öznitelik önemli anlamına gelir. Bu varsayım ikili cebir ile de gösterebilir.

Shannon 1938’de iki değerli değişkenlerle tanımlanabilecek ikili fonksiyonları tanımlamıştır [12,13]. Bunlardan bazıları VE, VEYA, DEĞİL gibi bilinen mantıksal fonksiyonlardır. Tanımlanan 16 fonksiyondan ikisi ise, A_1 veya A_2 ikili değişkenlerinden birinin her durum için seçilmesidir. Bu durum Çizelge 1’de gösterilmektedir.

Çizelge 1. Shannon’ın tanımladığı, iki değer alabilen iki değişkenin iki farklı fonksiyonu.

A_1	A_2	F_1	F_2
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	1	0
1	1	1	1

Çizelge 1’de tanımlanan fonksiyon F_1 incelendiğinde A_1 değişkenini takip ettiği görülür ($F_1(A_1, A_2) = A_1$). Bunun anlamı A_2 değişkeninin değeri ne olursa olsun; F_1 fonksiyonu sadece A_1 değişkenine bağlıdır. Benzer durum F_2 fonksiyonu için tanımlanmaktadır. F_2 fonksiyonu ise sadece A_2 değişkenine bağlıdır ($F_2(A_1, A_2) = A_2$). Bu iki fonksiyon aslında bir öznitelik seçim örneğidir. Bu iki fonksiyonu

çarpım ve kuvvet işlemcilerini kullanarak aşağıdaki gibi tanımlamak mümkündür;

$$F_1 = A_1^1 * A_2^0 = A_1, F_2 = A_1^0 * A_2^1 = A_2. \quad (1)$$

Denklem (1)'den görüldüğü gibi; eğer bir değişkenin kuvveti $p = 0$ ise, o değişken değerinin her durumda 1 olması sağlanır. Eğer kuvvet $p = 1$ ise o değişken olduğu gibi kullanılır. Bu durumlar Çizelge 2'de verilmektedir.

Çizelge 2. Kuvvetlerin F_1 ve F_2 fonksiyonları tanımında kullanılması.

A_1	A_2	p_1	p_2	$F_1 = A_1^{p_1} \wedge A_2^{p_2}$	p_1	p_2	$F_2 = A_1^{p_1} \wedge A_2^{p_2}$
0	0	1	0	0	0	1	0
0	1	1	0	0	0	1	1
1	0	1	0	1	0	1	0
1	1	1	0	1	0	1	1

Eğer Çizelge 2'de gösterilen A_1 ve A_2 değişkenleri bulanık kümeler; F_1 ve F_2 fonksiyonları da bulanık kural olarak kabul edilirse, bulanık kümelere uygulanan kuvvetler ile hangi bulanık kümenin kural çıkışında görüleceğine karar verilebilir.

Klasik mantıkta tanımlanan kuvvetlerin etkisini, bulanık mantıkta da tanımlamak mümkündür. Ancak bulanık mantığın klasik mantığa göre daha geniş kapsamlı olması ve $[0, 1]$ aralında değişmesi nedeniyle bulanık kuvvetlerin etkisi daha geniş kapsamlı olacaktır. Bu nedenle ilk önce bulanık mantıkta tanımlı olan dilsel değişkenler ve dilsel kuvvetleri belirtmek gerekir.

Buna göre Bölüm II'de dilsel değişkenler ve dilsel kuvvetlerin bulanık mantıktaki tanımları ve kullanımları, Bölüm III'te dilsel kuvvetli sinir-bulanık sınıflayıcının yapısı ve özellikleri, Bölüm IV'te öznitelik seçimi ve sınıflandırma verilmektedir. Bölüm V'te deneysel çalışmalar, Bölüm VI'da ise elde edilen sonuçlar ve yorumlar bulunmaktadır.

II. DİLSEL DEĞİŞKENLER VE DİLSEL KUVVETLER

Zadeh'in [14,15] belirttiği gibi; günlük hayatta kesin değerlerden daha çok, önemi ortaya koyan ve insan düşünce sistemine çok yakın olan dilsel değişkenler ve dilsel terimler kullanılır. Bu nedenle insan düşünce sistemini modellemek için kelimeler dolayısıyla da dilsel ifadeler kullanılmaktadır.

Tanım 1 (*Dilsel değişken*). Bir değişkenin bütün değerleri dilsel terimlerle ifade edilen bulanık sayılardan oluşuyorsa, bu değişkene dilsel değişken denir [11, 14].

Tanım 2 (*Dilsel değişkenin gösterimi*). Bir dilsel değişken beşli bir fonksiyonla $(x, T(x), X, G, M)$ tanımlanabilir, burada x dilsel değişkenin adını; $T(x)$ ifadesi x değişkeninin terimler kümesini ve X uzayı göstermektedir. G sözdizimsel kuraldır ve $T(x)$ içindeki terimleri üretir. M anlamsal kural ise her A dilsel terimi (bulanık küme) onun $M(A)$ anlamı ile ilişkilendirir. $M(A)$ ise X uzayındaki bir bulanık kümeyi gösterir [11, 14]. Örneğin $x = \text{"yaş"}$ değişkeni olsun. Bu değişkenin $T(x)$ terimler kümesi ise "genç", "orta yaşlı" ve "yaşlı" birincil dilsel terimlerinden oluşabilir.

Tanım 3 (*Dilsel kuvvetler*). Dilsel kuvvetler bazı birincil dilsel terimlerin değiştirilmiş özel dilsel terimleridir. "Oldukça", "aşırı derecede", "az", "çok" gibi dilsel terimler, dilsel kuvvetlere örnek olarak verilebilir [11, 14]. Örneğin $A = \text{"genç"}$ birincil dilsel terimi dilsel kuvvetlerle değiştirilerek $A' = \text{"çok genç"}$ dilsel terimi üretilebilir.

Tanım 4 (*Dilsel kuvvetlerin gösterimi*). Bir dilsel kuvvet veya değiştirici herhangi bir dilsel terimin anlamını değiştiren bir işlemdir [11, 14]. A bir sürekli dilsel terim olsun ve üyelik fonksiyonu $\mu_A(\cdot)$ ile gösterilsin. A^p özgün dilsel terimin değiştirilmiş bir yorumu olarak değerlendirilsin:

$$A^p = \int_X [\mu_A(x)]^p / x. \quad (1)$$

Buna göre; en çok kullanılan değiştiricilerden yoğunlaşma işlemi

$$YOG(A) = A^2, \quad (2)$$

genişleme işlemi ise

$$GEN(A) = A^{0.5} \quad (3)$$

biçiminde tanımlanır.

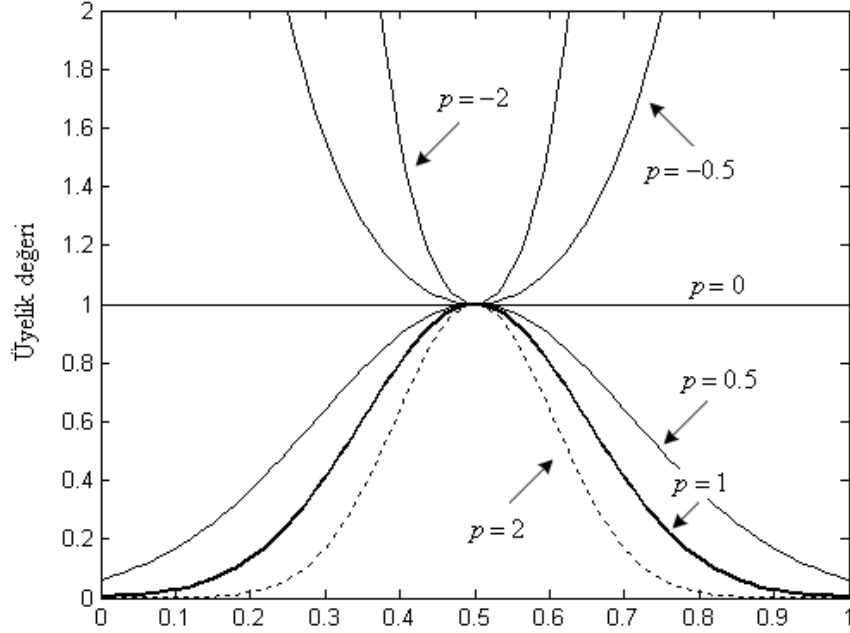
Bu iki işlem $YOG(A)$ ve $GEN(A)$, A dilsel terimine sırasıyla “çok” ve “az” kuvvetlerinin uygulanmasının sonuçlarını göstermektedir. Ancak bunun dışında da tanımlı bazı dilsel kuvvetler bulunmaktadır: “çok çok” ($p=4$), “biraz” ($p=1.25$), “biraz az” ($p=0.75$) v.b.

A dilsel terimine uygulanan dilsel kuvvetlerin farklı p değerleri

$\{-2, -0.5, 0, 0.5, 1, 2\}$ için elde edilen kuvvetlendirilmiş A dilsel terimleri Şekil 1’de gösterilmektedir.

Şekil 1’den görüldüğü gibi, $p < 0$ durumunda üyelik fonksiyonunun yönü değişmekte ve bunun sonucu olarak da elde edilen üyelik değerleri 1’den büyük olmaktadır. Üyelik değerinin $[0, +1]$ aralığının dışında olması pek istenen bir durum değildir. Çünkü bu durumda, elde edilen kümeler bulanık değildir. Bu nedenle $p \geq 0$ olmalıdır.

Tanım 5 (Dilsel kuvvetlerin klasik değerlere zorlanması). Dilsel kuvvetler eğer $p=0$ ve $p=1$ olacak şekilde ikili değerlere zorlanırsa X uzayında tanımlanan A teriminin değiştirilen yeni ifadesi ya kendisi ya da X uzayı olmaktadır.



Şekil 1. A dilsel terimine uygulanan dilsel kuvvetlerin farklı p değerleri için yorumları.

Buna göre geleneksel bulanık mantıkta, iki-girişli ve bir-çıkışlı bir bulanık kural;

“EĞER $x_1 A_1$ VE $x_2 A_2$ İSE, $y B$ kümesindedir”,

biçimindedir. Eğer dilsel kuvvetler kullanılarak bu kural yeniden yazılırsa;

“EĞER $x_1 A_1^{p_1}$ VE $x_2 A_2^{p_2}$ İSE, $y B$ kümesindedir”,

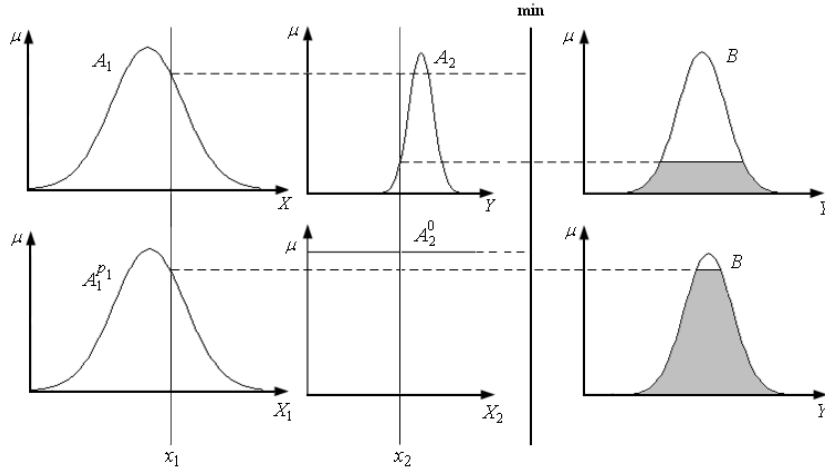
biçiminde yazılabilir.

Eğer bu kural yapısında $p_2 = 0$ olursa, kural;

“EĞER $x_1 A_1^{p_1}$ İSE, $y B$ kümesindedir”,

durumuna indirgenecektir. Bu örnekten de görüldüğü üzere; bir dilsel terime ait dilsel kuvvetin sıfır olması, o dilsel terimin kuraldan çıkarılmasına neden olmaktadır. Bu özel durum, çok değişkenli veri sınıflandırma problemlerinde öznitelik seçiminin yapılabilmesini sağlar. Verilen herhangi bir kuralda, bazı bulanık değerler sonucu olumsuz yönde etkiliyor ya da sınıflandırma başarısını düşürüyorlarsa onlara ait dilsel kuvvetler sıfır değerine çekilerek sınıflamadaki olumsuz etkileri ortadan kaldırılabilir.

Şekil 2, bu iki farklı kural yapısının Mamdani bulanık çıkarsama sistemindeki sonuçlarını göstermektedir.



Şekil 2. İki-girişli ve bir-çıkışlı bir bulanık kuralın normal ve dilsel kuvvetli halinin Mamdani çıkarım sistemindeki sonuçları.

Şekil 2’de, eğer verilen x_1 ve x_2 giriş değişkenleri için B kümesinin yüksek bir dereceyle seçilmesi gerekiyorsa, A_2 bulanık kümesi buna engel olmaktadır. Doğru bir seçim için A_1 kullanılmalı, A_2 ise kullanılmamalıdır. A_2 bulanık

kümesini ve dolayısıyla X_2 uzayını verilen kuraldan çıkarmak için 0 dilsel kuvvet değeri kullanılmalıdır. Şekil 2'nin altında verilen çıkarsamada, X_2 uzayı çıkarsama için kullanılmamakta ve bunun sonucu olarak B kümesinin seçilme derecesi artmaktadır.

III. DİLSEL KUVVETLİ SINIR-BULANIK SINIFLAYICI

Bulanık sınıflama, giriş uzayını sınıflara ayırma işlemidir. Giriş uzayını bulanık bölgelerle tanımlamak; bu bölgeleri bulanık kurallarla kontrol etmek mümkündür [6, 10, 16]. Bölgeleri en iyi şekilde belirlemek için bölgeleri tanımlayan üyelik fonksiyonların en iyilenmesi gerekmektedir [11]. Bu nedenle sınır-bulanık sınıflayıcı da sınır ağırları gibi uyarlamalı bir ağıdır [16]. Bu ağın parametreleri öğreticili öğrenme yöntemleriyle uyarlanabilir.

Dilsel kuvvetli sınır-bulanık sınıflayıcının (DKSBS) temeli bulanık kurallara dayanmaktadır. Buna göre bir dilsel kuvvetli bulanık sınıflama kuralı;

“EĞER $x_1 A_1^{p_1}$ ve $x_2 A_2^{p_2}$ İSE nesne C_1 sınıfındadır”,

biçimindedir. Burada x_1 ve x_2 girişleri ya da öznitelikleri; A_1 ve A_2 sırasıyla X_1 ve X_2 uzaylarında tanımlı ve $\mu(x)$ üyelik fonksiyonları ile karakterize edilen dilsel terimleri; p_1 ve p_2 dilsel kuvvetleri; C_1 ise nesnenin ait olduğu sınıfı göstermektedir. Görüldüğü gibi, bulanık kurallar insana ait tanımanın anlamlı bir ifadesini vermektedir. Kurallar, sınıfların nasıl dağıldığı, sınıfların öznitelik uzayının nerelerinde yığıldığı hakkında görsel bilgiler de vermektedirler. Kısaca bulanık kurallar giriş-çıkış ilişkisini anlamlı hale getirebilmektedirler. Bulanık kurallara göre tasarlanan dilsel kuvvetli sınır-bulanık sınıflayıcı Şekil 3'te verilmektedir. Bu şekilde iki öznitelik değişkenine $\{x_1, x_2\}$ sahip eğitim uzayı üç sınıfa $\{C_1, C_2, C_3\}$ ayrılmaktadır. Eğer $X_1 \times X_2$ çarpım uzayı ızgara bölümlenme ile bulanık bölgelere ayrıştırılırsa; her öznitelik üç bulanık terim ile ifade edildiğinden 2^3 olası bölge ve dolayısıyla dokuz bulanık kural bulunmaktadır.

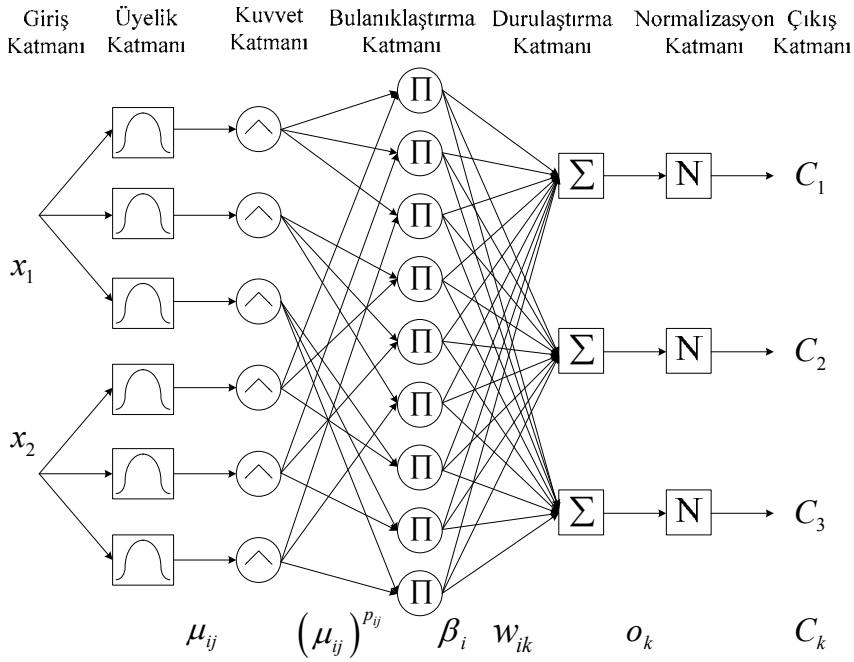
Bu sınıflayıcıda, her katmandaki her sınır aynı tipte olup aynı fonksiyonları kullanmaktadırlar. Buna göre katmanlar ve özellikleri aşağıda verilmektedir.

Katman 1: Bu katmanda girişteki her verinin belirlenen her bulanık bölgeye olan üyeliği ölçülmektedir. Üyelik fonksiyonu olarak genelleştirilmiş çan eğrisi, Gauss, yamuk ve üçgen gibi fonksiyonlar kullanılabilir. Ancak türevlenebilir,

sürekli, yumuşak olması ve parametrelerine göre kısmi türevlerinin az terim içermesi Gauss fonksiyonunu öne çıkarmaktadır. Üyelik fonksiyonuna uygulanacak olan dilsel kuvvetin türev esnasında fazladan işlem gerektirdiği de unutulmamalıdır. Buna göre Gauss üyelik fonksiyonu;

$$\mu_{ij}(x_{sj}) = \exp\left(-0.5 \frac{(x_{sj} - \chi_{ij})^2}{\sigma_{ij}^2}\right). \quad (4)$$

Burada $\mu_{ij}(x_{sj})$ i . kuralın j . öznelikteki üyelik fonksiyonunu; x_{sj} giriş değişkeni N örnekli ve $s2$ öznelikli \mathbf{X} eğitim veri kümesinden herhangi bir s . örneğin j . özneliğini; χ_{ij} ve σ_{ij} ise sırasıyla Gauss fonksiyonun merkezini ve genişliğini göstermektedir.



Şekil 3. Dilsel kuvvetli sinir-bulanık sınıflayıcı.

Katman 2: Bu katmanda önceki katmanda hesaplanan üyelik değerlerinin dilsel kuvvetlerle değiştirilen yeni değerleri üretilmektedir.

$$\alpha_{ij} = (\mu_{ij})^{p_{ij}}, \quad (5)$$

burada α_{ij} i . kuralın j . öznelikteki x_{sj} değişkeni için kuvvetlendirilmiş üyelik değerini, p_{ij} ise i . kuralın j . üyelik değerine uygulanan dilsel kuvveti göstermektedir.

Katman 3: Bu katmanda verilen x_s örneğinin her kurala olan aitliği belirlenmektedir. Bu kural aitliğine kuralı ateşleme gücü denilmektedir. Buna göre i . kuralın ateşleme gücü β_i ;

$$\beta_i = \prod_{j=1}^{s2} \alpha_{ij}, \quad (6)$$

ile hesaplanır. Burada $s2$ öznelilik sayısını göstermektedir.

Katman 4: Ağırlıklı çıkışların hesaplandığı bu katmanda, bütün kurallar belirlenen ağırlıklar oranında her sınıfı etkilemektedir. Ancak bu noktada kendi sınıfına ait kurallar büyük ağırlıklara sahipken, bu sınıfa ait olmayan kurallar küçük ağırlıklara sahiptir:

$$o_{sk} = \sum_{i=1}^{s1} \beta_i w_{ik}, \quad (7)$$

burada w_{ik} i . kuralın kontrol ettiği bölgenin k . sınıfa olan aitlik derecesini belirleyen ağırlık değerini; o_{sk} sonucu s . örneğin k . sınıfa olan aitliğinin normalleştirilmemiş değerini; $s1$ ise kural sayısını göstermektedir.

Katman 5: Ağırlıklı toplamlar sonucu bir sınıfa aitlik değeri 1'den büyük olabilmektedir. Bu nedenle çıkışlar normalleştirilmelidir:

$$h_{sk} = \frac{o_{sk}}{\sum_{l=1}^c o_{sl}} = \frac{o_{sk}}{T}, \quad T = \sum_{l=1}^c o_{sl}, \quad (8)$$

burada h_{sk} sonucu s . örneğin k . sınıfa olan aitliğinin normalleştirilmiş değerini; c sınıf sayısını göstermektedir.

Sınıflayıcıya ait dört parametreden üçü $\{\chi, \sigma, p\}$ herhangi bir eniyileme yöntemiyle uyarlanabilir. Bu çalışmada bu parametreler Ölçeklenmiş Eşlenik Eğitim Yöntemi (ÖEEY) ile uyarlanmaktadır. ÖEEY ikinci dereceden bir öğreticili öğrenmedir ve türev tabanlıdır. Son parametre w_{ik} ise i . kuralın kontrol ettiği bölgeye düşen ve k . sınıfta yer alan örnek sayısının k . sınıfta bulunan toplam örnek sayısına oranıyla bulunabilmektedir. Her özyinelemede değişen parametrelere göre w_{ik} da her özyinelemede ayarlanmalıdır. Parametre w_{ik} bir sınıf içinde yer alan kuralların hepsinin aynı değerde olmadığını, kontrol ettikleri bölgedeki örnek sayısı ile orantılı olduğunu gösterir. Buna göre k . sınıfa ait i . kuralın ağırlığı;

$$w_{ik} = \frac{S_i}{S_k}, \quad (9)$$

ile belirlenmektedir. Burada S_i değeri k . sınıfa ait örneklerin içinde en büyük ateşleme gücü β_i olan örneklerin sayısını, S_k değeri ise k . sınıfta yer alan bütün örneklerin sayısını göstermektedir.

ÖEEYinde kullanılan amaç fonksiyonu ise Dilsel Kuvvetli Sinir-Bulanık Sınıflayıcı (DKSBS) çıkışı ile bu çıkışa karşılık gelen hedeflenen değer arasındaki farkın kareleri toplamı biçiminde tanımlanmaktadır [11, 16]. Buna göre amaç fonksiyonu E ;

$$E = \frac{1}{N} \sum_{s=1}^N E_s, \quad E_s = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^c (t_{sk} - h_{sk})^2 \quad (10)$$

olur. Burada N örnek sayısını; c sınıf sayısını; t_{sk} ve h_{sk} ise sırasıyla s . örneğe ait k . sınıfın hedeflenen çıkış değerini ve hesaplanan çıkış değerini göstermektedirler. Hedef değeri olan t_{sk} , eğer s . örnek k . sınıfa aitse 1 değilse 0'dır. Buna göre k . sınıfta yer alan s . örneğe ait hedeflenen değer

$$\mathbf{t}_s = [\mathbf{0}_{k-1} \quad 1 \quad \mathbf{0}_{c-k}]_c \text{ şeklindedir. Burada } \mathbf{0}_{k-1} = [0 \quad \dots \quad 0]_{1 \times (k-1)}.$$

Eğer E 'nin χ_{ij} 'ye göre kısmi türevi hesaplanacak olursa, zincir kuralı ile bunu hesaplamak mümkündür:

$$\frac{\partial E}{\partial \chi_{ij}} = \sum_{s=1}^N \frac{\partial E}{\partial E_s} \left(\sum_{k=1}^c \frac{\partial E_s}{\partial h_{sk}} \cdot \frac{\partial h_{sk}}{\partial o_{sk}} \cdot \frac{\partial o_{sk}}{\partial \beta_i} \cdot \frac{\partial \beta_i}{\partial \alpha_{ij}} \cdot \frac{\partial \alpha_i}{\partial \mu_{ij}} \cdot \frac{\partial \mu_{ij}}{\partial \chi_{ij}} \right). \quad (11)$$

Denklem (11)'de verilen zincirdeki kısmi türevler ise;

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial E_s} &= \frac{1}{N}, & \frac{\partial E_s}{\partial out_{sk}} &= h_{sk} - t_{sk}, \\ \frac{\partial out_{sk}}{\partial o_{sk}} &= \frac{1 - h_{sk}}{T}, & \frac{\partial o_{sk}}{\partial \beta_i} &= w_{ik}, \\ \frac{\partial \beta_i}{\partial \alpha_{ij}} &= \frac{\beta_i}{\alpha_{ij}}, & \frac{\partial \alpha_{ij}}{\partial \mu_{ij}} &= \frac{p_{ij}}{\mu_{ij}} \cdot \alpha_{ij} \\ \frac{\partial \mu_{ij}}{\partial \chi_{ij}} &= \mu_{ij} \cdot \frac{x_{sj} - \chi_{ij}}{\sigma_{ij}^2} \end{aligned} \quad (12)$$

biçimindedir.

Buna göre Denklem (11) aşağıdaki gibi yeniden düzenlenebilir:

$$\frac{\partial E}{\partial \chi_{ij}} = \frac{1}{N} \sum_{s=1}^N \sum_{k=1}^c \left((h_{sk} - t_{sk}) \cdot \left(\frac{1-h_{sk}}{T} \right) \cdot w_{ik} \cdot \beta_i \cdot p_{ij} \cdot \frac{x_{sk} - \chi_{ij}}{\sigma_{ij}^2} \right). \quad (13)$$

Benzer şekilde σ_{ij} ve p_{ij} için de kısmi türevler yazılabilir:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial \sigma_{ij}} &= \frac{1}{N} \sum_{s=1}^N \sum_{k=1}^c \left((h_{sk} - t_{sk}) \cdot \left(\frac{1-h_{sk}}{T} \right) \cdot w_{ik} \cdot \beta_i \cdot p_{ij} \cdot \frac{(x_{sk} - \chi_{ij})^2}{\sigma_{ij}^3} \right), \\ \frac{\partial E}{\partial p_{ij}} &= \frac{1}{N} \sum_{s=1}^N \sum_{k=1}^c \left((h_{sk} - t_{sk}) \cdot \left(\frac{1-h_{sk}}{T} \right) \cdot w_{ik} \cdot \beta_i \cdot \ln(\mu_{ij}) \right). \end{aligned} \quad (14)$$

Yukarıda verilen ifadelerdeki E amaç fonksiyonunun en küçüklenmesi için herhangi bir eniyileme yöntemi kullanarak sınıflayıcı parametrelerini uyarlamak mümkündür. Bu çalışmada ise, Moller'in ortaya koyduğu ölçeklenmiş eşlenik eğim yöntemi parametrelerin uyarlanması için kullanılmaktadır [17].

IV. ÖZNETELİK SEÇİMİ VE SINIFLANDIRMA

DKSBSda kuralların oluşturulması ve parametrelerin başlangıç değerlerinin belirlenmesi için bulanık C-ortalamar kümeleme yöntemi kullanılmaktadır. Bunun dışında K-ortalamar, çıkarsamalı kümeleme gibi yöntemler de kullanılabilir [11]. Kullanıcı her sınıftaki küme (kural) sayısını belirterek bulanık C-ortalamar ile kuralları oluşturmaktadır. DKSBS, öznitelik seçimi ve sınıflandırma adımlarında farklı sınırlandırma ve kural yapılarıyla çalıştırılır. Birinci adımda bütün dilsel kuvvetler 0.5 değerine kurular ve her sınıf için sadece bir küme (kural) seçilir. Bu yapıdaki DKSBS belirlenen adım sayısında öznitelik seçimi için çalıştırılır. Eğitim süresince $0 \leq p_{ij} \leq 1$ olmasına dikkat edilir. Elde edilen ayarlanmış dilsel kuvvetlerle j . özniteliğin seçim değeri bulunur:

$$P_j = \prod_{i=1}^c p_{ij} \quad (15)$$

Öznitelik seçiminde iki ölçüt bulunmaktadır. Bunlardan birincisi her sınıf için en büyük p_{ij} değerini veren özniteliklerin seçilmesidir. Bu ölçütün kullanılmasının nedeni bir öznitelik bütün sınıflar için aynı derecede ayırt edici olmayabilir.

Herhangi bir öznitelik, kimi sınıfları çok iyi ayırırken kimini ise ayırt edemeyebilir. Bu nedenle her i . sınıf kendi başına değerlendirilerek en yüksek p_{ij} değerini veren j . öznitelik de seçilen öznitelikler arasına katılmalıdır.

İkinci ölçüt ise her sınıf için ortak ayırt edici özniteliklerin belirlenmesidir. Bu ölçüt için Denklem (15) kullanılır ve en büyük P_j değerlerini veren öznitelikler sırasıyla istenen sayıda seçilirler.

Bu iki ölçüte göre seçilen özniteliklerle yeni veri oluşturulur ve bu seçilmiş veri kullanılarak belirlenen kural sayısı ile DKSBS yeniden eğitilir ve sınıflandırma sonuçları elde edilir. İkinci adım olan sınıflamada ise dilsel kuvvetler 1 değerine kurulur ve sadece $p_{ij} \geq 0$ sınırlandırılması dikkate alınır.

Aşağıda öznitelik seçimi ve sınıflandırma algoritması verilmektedir.

A. Öznitelik Seçimi

1. Her sınıf için ortak küme sayısını 1 olarak belirle. Bütün kuvvetleri $p_{ij} = 0.5$ olarak ata. Seçilecek öznitelik sayısı n 'yi belirle.
2. Verideki her sınıfın ortalaması ve standart sapmasını kullanarak DKSBS parametrelerinin $\{\chi, \sigma\}$ başlangıç değerlerini belirle ve bulanık EĞER-İSE kurallarını oluştur.
3. Denklemler (9)-(14) kullanılarak DKSBS'yı ÖEEY ile eğit.

$$\min_{0 \leq p_{ij} \leq 1} E(\mathbf{X}, \chi, \sigma, \mathbf{p}) \quad i = 1, \dots, s1 \text{ ve } j = 1, \dots, s2.$$

4. $i = 1 : c$ 'ye kadar

i . sınıfa ait en büyük p değerini veren j . özniteliği bul.

j . özniteliği bireysel en iyi öznitelikler kümesine al.

işlemlerini yap.

5. Denklem (15) ile P_j değerleri en büyük olan ortak ayırt edici en iyi $n-c$ adet özniteliği ve bireysel ayırt edici olan en iyi c özniteliği seçerek \mathbf{X}_{yeni} yeni verisini oluştur.

B. Sınıflandırma

6. Her sınıf için küme (kural) sayısını g olarak belirle. Buna göre toplam kural sayısı $s1 = g \cdot c$ olur. Bütün kuvvetleri $p_{ij} = 1$ olarak ata.
7. Bulanık C-ortalama kümeleme yöntemini kullanarak DKSBS parametrelerinin $\{\chi, \sigma\}$ başlangıç değerlerini belirle ve bulanık EĞER-İSE kurallarını oluştur.

8. Denklemler (9)-(14) kullanılarak DKSBSy1 ÖEEY ile eğit.

$$\min_{0 \leq p_{ij}} E(\mathbf{X}_{yeni}, \boldsymbol{\chi}, \boldsymbol{\sigma}, \mathbf{p}) \quad i = 1, \dots, s1 \text{ ve } j = 1, \dots, s2.$$

9. Eğitim ve test verilerinin sınıflandırma sonuçlarını elde et.

V. DENEYSEL ÇALIŞMALAR

Öznitelik seçimi ve sınıflandırma için bilimsel çalışmalarda kıstas olarak kullanılan İris, Pima Amerikan Yerlisi Diyabetleri, Wisconsin Göğüs Kanseri, İyonosfer verileri önerilen yöntemin başarısını ortaya koymak için seçilmiştir.

V.1. İRİS VERİSİNİN SINIFLANDIRILMASI

Bu veri çiçeklerin yapı ve renklerine göre elde edilen bir sınıflandırma verisidir. İris verisi her sınıfta 50şer olmak üzere toplamda 150 örnekli, dört öznitelikli (sepal uzunluğu, sepal genişliği, petal uzunluğu, petal genişliği) ve üç sınıflı (Setosa, Versi color, Virginica) bir veridir [18]. İris verisinde, sınıflardan biri diğerlerinden çok kolay ayrışırken diğer ikisi iç içe girmektedir. Burada her sınıfın yarısı eğitim diğer yarısı test veri kümelerine konulmuştur. İris verisine uygulanan öznitelik seçimi sonucunda elde edilen p dilsel kuvvet değerleri Çizelge 3'te göstermektedir. Çizelge 3'ün son satırında ise her öznitelik için bütün sınıfların dilsel kuvvetlerinden elde edilen P ortak seçim değeri verilmektedir.

Çizelge 3. İris verisinin öznitelik basamağında elde edilen her sınıf ve öznitelikteki p dilsel kuvvet değerleri.

Sınıf/Öznitelik	1. Ö. Sepal U.	2. Ö. Sepal G.	3. Ö. Petal U.	4. Ö. Petal G.
Setosa	0.5	0.5	0.5	0.5
Versi color	0.0	0.0	1.0	1.0
Virginica	0.0	0.0	1.0	1.0
P değeri	0.0	0.0	0.5	0.5

Çizelge 3'e dikkat edildiğinde, ikinci ve üçüncü sınıf için birinci ve ikinci öznitelik dilsel kuvvetlerin sıfır olduğu görülür. Bu sonuç, bu iki özniteliğin bu

sınıfların ayırt edilmesinde önemli olmadığını gösterir. Elde edilen p ve P değerlerine göre üçüncü ve dördüncü öznitelikler hem ortak hem de bireysel en iyi ayırt edici özniteliklerdir.

Buna göre özniteliklerin tamamı ve sadece üçüncüsü (petal uzunluğu) ve dördüncüsü (petal genişliği) seçilerek yapılan sınıflandırma sonuçları Çizelge 4'te verilmektedir.

Çizelge 4. İris verisinin DKSBS ile sınıflandırılması.

Öznitelikler	Her Sınıf için Küme Sayısı	Eğitim Verisi Tanıma Oranı (%)	Test Verisi Tanıma Oranı (%)
1, 2, 3, 4	1	98.66	94.66
3, 4	1	98.66	94.66
1, 2, 3, 4	2	100	94.66
3, 4	2	98.66	97.33

Çizelge 4'e göre özniteliklerin yarısı ile çalışılmasına rağmen özniteliklerin tamamının kullanıldığı durumlara yakın hatta daha iyi sonuçlar elde edilmektedir.

V.2. PIMA YERLİLERİ DİYABET VERİSİNİN SINIFLANDIRILMASI

Bu veri kümesinde 768 örnek olup bunlardan ilk 576'sı eğitimde kalan 192'si ise test kümesinde kullanılmaktadır [18]. Sekiz özniteliği (geçirdiği hamilelik sayısı, oral glikoz tolerans testinde iki saatlik plazma glikoz yoğunluğu, diyastolik kan basıncı, deri altı yağ dokusu, iki saatlik serum insülini, vücut ağırlık indeksi, diyabet soy ağacı fonksiyonu, yaş) olan veri diyabet olan ve olmayan şeklinde iki sınıfa ayrılmaktadır. Sınıflandırma başarısı genelde %76 dolaylarındadır [UCI]. Çizelge 5'te Pima Amerikan yerlileri diyabet verisinin öznitelik seçim sonuçları verilmektedir.

Çizelge 5. Pima Amerikan yerlileri diyabet verisinin öznitelik seçim sonuçları.

Sınıf/Öznitelik	1. Ö.	2. Ö.	3. Ö.	4. Ö.	5. Ö.	6. Ö.	7. Ö.	8. Ö.
1. S. (diyabet değil)	0.40	0.96	0.49	0.21	0.20	0.88	0.48	0.62
2. S. (diyabet)	0.58	0.86	0.43	0.41	0.68	0.89	0.65	1.00
P değeri	0.240	0.839	0.215	0.088	0.137	0.785	0.320	0.625

Çizelge 5’teki *P* değerleri sıralanır ve en büyük değerli olanları seçilirse sırasıyla ikinci (oral glikoz tolerans testinde iki saatlik plazma glikoz yoğunluğu), altıncı (vücut ağırlık indeksi), sekizinci (yaş) ve yedinci (diyabet soy ağacı fonksiyonu) öznitelikler ortak en iyi ayırt edici özniteliklerdir. Bu ortak özniteliklerin arasında ikinci ve sekizinci öznitelikler aynı zamanda en iyi bireysel ayırt edici özniteliklerdir. Çizelge 6’da tüm özniteliklerin ve seçilen dört öznitelğin kullanıldığı sınıflandırma sonuçları verilmektedir.

Çizelge 6 göstermektedir ki, sadece seçilen ortak iki öznitelik (oral glikoz tolerans testinde iki saatlik plazma glikoz yoğunluğu, vücut ağırlık indeksi) ya da en iyi bireysel öznitelikler olan ikinci ve sekizinci öznitelikler bile tamamının kullanıldığı sınıflandırma sonuçlarına yakın sonuçlar vermektedir.

Çizelge 6. Pima Amerikan yerlileri diyabet verisinin DKSBS ile sınıflandırılması.

Öznitelikler	Her Sınıf için Küme Sayısı	Eğitim Verisi Tanıma Oranı (%)	Test Verisi Tanıma Oranı (%)
Tüm 8 öznitelik	1	79.16	77.08
2, 6, 7, 8	1	77.25	78.12
Tüm 8 öznitelik	2	80.03	80.20
2, 6, 7, 8	2	78.99	77.08
2, 6	1	75.00	78.12
2, 6	2	74.30	72.39
2, 8	1	75.34	79.16
2, 8	2	75.86	78.12

V.3. WISCONSIN GÖĞÜS KANSER VERİSİNİN SINIFLANDIRILMASI

Bu veride 683 örnek olup bunlardan ilk 478'i eğitim veri kümesinde kalan 205'i ise test veri kümesinde kullanılmaktadır [18]. Veri iki sınıftan oluşmakta ve her verinin on özneliği (kütle kalınlığı, hücre büyüklüğünün benzerliği, hücre şeklinin benzerliği, marjinal yapışma, tek epithelial hücre büyüklüğü, yalın çekirdek, hafif kromotin, normal nükleoli, mitozlar) bulunmaktadır. Elde edilen sınıflandırma sonuçları Çizelge 7'de verilmektedir.

Çizelge 7. Wisconsin göğüs kanseri verisinin öznelik seçim sonuçları.

Sınıf/Öznitelik	1. Ö.	2. Ö.	3. Ö.	4. Ö.	5. Ö.	6. Ö.	7. Ö.	8. Ö.	9. Ö.
1. S. (İyi huylu)	0.20	0.51	0.00	0.50	0.15	0.94	0.21	0.42	0.66
2. S. (Kötü huylu)	1.00	0.66	0.71	0.27	0.27	0.80	0.82	0.77	0.71
<i>P</i> değeri	0.20	0.342	0.00	0.136	0.042	0.756	0.175	0.331	0.474

Çizelge 7'den elde edilen sonuçlara bakıldığında, en iyi *P* değerlerini veren ortak ayırt edici öznelikler sırasıyla altıncı (yalın çekirdek), dokuzuncu (mitozlar), ikinci (hücre büyüklüğünün benzerliği) öznelikleridir. Bunların yanı sıra bireysel ayırt edici öznelikler birinci (kütle kalınlığı) ve altıncı özneliklerdir. Çizelge 8 göstermektedir ki seçilen dört öznelikle tamamının seçilmesi ile elde edilen sonuçlara yakın sonuçlar elde edilmektedir. Hatta sadece altı ve dokuz ortak ayırt edici özneliği ya da bir ve altı bireysel ayırt edici öznelikleriyle dahi %90'ın üzerinde bir tanıma sağlanmaktadır.

Çizelge 8. Wisconsin göğüs kanseri verisinin DKSBS ile sınıflandırılması.

Öznitelikler	Her Sınıf için Küme Sayısı	Eğitim Verisi Tanıma Oranı (%)	Test Verisi Tanıma Oranı (%)
Tüm 9 öznitelik	1	97.48	98.53
6, 9, 2, 1	1	96.65	98.53
Tüm 9 öznitelik	2	98.95	98.04
6, 9, 2, 1	2	97.07	98.04
6, 9	1	92.25	94.63
6, 9	2	92.88	93.65
1, 6	1	94.97	95.60
1, 6	2	96.02	95.60

V.4. İYONOSFER VERİSİNİN SINIFLANDIRILMASI

İyonosfer radar yansımaları verisi Goose Bay, Labrador anten sistemi ile elde edilmiştir [18]. Sistem toplam gücü 6.4 KW olan 16 adet yüksek frekans antenden oluşmaktadır. Anten dizisinin hedefi iyonosferdeki serbest elektronlardır. “İyi” radar dönüşleri, bu elektronların iyonosferdeki varlığını göstermektedir. “Kötü” dönüşler ise elektronların yokluğunu göstermektedir. Bu veride 34 sürekli öznitelik ve 351 örnek bulunmaktadır. Bu örneklerden ilk 200’ü eğitimde kalan 151 tanesi de testte kullanılmaktadır. Özniteliklerden ikincisinin standart değişimi sıfır olduğundan, bu çalışmada geriye kalan 33 öznitelik kullanılmıştır. Öznitelik sayısı, çizelgede gösterilemeyecek kadar çok olduğundan, özniteliklerin seçimi ile ilgili ayrıntılı sonuçlar verilmemektedir. 33 öznitelikten en iyi on tanesi seçildiğinde elde edilen öznitelikler sırasıyla 2, 4, 26, 6, 28, 9, 5, 7, 33, 27 numaralı özniteliklerdir. Çizelge 9’da bu veriye ait DKSBS sonuçları verilmektedir.

Çizelge 9 da göstermektedir ki seçilmiş ayırt edici öznitelikler, tüm özniteliklerin kullanıldığı durumlardan daha iyi sonuçlar vermektedir.

Çizelge 9. İyonosfer verisinin DKSBS ile sınıflandırılması.

Öznitelikler	Her Sınıf için Küme Sayısı	Eğitim Verisi Tanıma Oranı (%)	Test Verisi Tanıma Oranı (%)
Tüm 33 öznitelik	1	98.00	95.36
2, 4, 26, 6, 28, 9, 5, 7, 33, 27	1	96.00	92.71
Tüm 33 öznitelik	2	98.00	93.37
2, 4, 26, 6, 28, 9, 5, 7, 33, 27	2	98.50	96.02
2, 4, 26, 6	1	88.00	88.07
2, 4, 26, 6	2	87.50	90.72
4, 26	1	87.00	90.06
4, 26	2	87.50	90.72

VI. SONUÇLAR

Bu çalışma ile dilsel kuvvetlerin sinir-bulanık sistemler üzerindeki olumlu etkileri gösterilmiştir. Uygulanan dilsel kuvvetler, veri üzerinden elde edilen dilsel terimlerin dolayısıyla da kuralların daha esnek olmasını sağlamaktadır. Ancak bu çalışmada daha çok dilsel kuvvetlerin aldıkları değerler sayesinde bir özneliliğin sınıflandırmadaki ayırt ediciliği ortaya konmuş ve seçilen özniteliklerin sınıflandırmadaki başarısı deneysel çalışmalarla gösterilmiştir. Seçilen özniteliklerin belli bir sayıya indirgenmesi sınıflandırma hakkında daha anlamlı yorumlar yapılmasını sağlamaktadır. Özellikle sağlık ile ilgili örnekler göstermektedir ki; ayırt edici özniteliklerin bir elin parmakları kadar azaltılması, doğru teşhisin kolaylaşmasını sağlamaktadır. Benzer uygulamalar diğer alanlardaki veri sınıflandırmaları için de geçerlidir.

VII. KAYNAKLAR

- [1] D. Huang and T. W. S. Chow, "Efficiently searching the important input variables using Bayesian discriminant" IEEE Trans. on Circuits and Systems-I: Regular Papers, Vol. 52, No. 4, pp. 785–793, 2005.
- [2] H.Liu, E.R. Dougherty, J.G. Dy, K. Torkkola, E. Tuv, H. Peng, C. Ding, F. Long, M. Berens, L. Parsons, Z. Zhao, L. Yu, G. Forman, "Evolving

- feature selection”, IEEE Intelligent Systems, Vol 20, Is. 6, pp. 64–76, 2005.
- [3] S. Abe, R. Thawonmas, and Y. Kobayashi, “Feature selection by analyzing class regions approximated by ellipsoids”, IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics-Part C: Applications and Reviews, Vol. 28, No. 2, pp. 282–287, 1998.
- [4] S. Sural, P.K.Das, “A Genetic Algorithm for Feature Selection in a Neuro-Fuzzy OCR System”, Document Analysis and Recognition, 2001. Proceedings. Sixth International Conference on 10–13 Sept. 2001, pp. 987 – 991.
- [5] J.M. Benitez, J.L. Castro, C.J. Mantas, and F. Rojas, “A Neuro-Fuzzy Approach for Feature Selection”, IFSA World Congress and 20th NAFIPS International Conference, 2001. Joint 9th, Vol. 2, 25–28 July 2001, pp. 1003 – 1008.
- [6] D. Chakraborty and N. R. Pal, “A Neuro-Fuzzy Scheme for Simultaneous Feature Selection and Fuzzy Rule-Based Classification”, IEEE Trans. on Neural Networks, Vol. 15, No. 1, pp. 110–123, 2004.
- [7] C. Emmanouilidis, A. Hunter, J. MacIntyre, C. Cox, “Multiple-criteria genetic algorithms for feature selection in neuro-fuzzy modelling”, Neural Networks, 1999. IJCNN '99. International Joint Conference on Vol. 6, 10–16 July 1999, pp. 4387–4392.
- [8] J.G. Marin-Blazquez, Q. Shen, “Linguistic hedges on trapezoidal fuzzy sets: a revisit”, Fuzzy Systems, 2001. The 10th IEEE International Conference on Vol. 1, 2–5 Dec. 2001, pp. 412 – 415.
- [9] J. Casillas, O. Cordón, M. J. del Jesus, and F. Herrera, “Genetic Tuning of Fuzzy Rule Deep Structures Preserving Interpretability and Its Interaction With Fuzzy Rule Set Reduction”, IEEE Trans. on Fuzzy Systems, Vol. 13, No. 1, pp. 13–29, 2005.
- [10] J. G. Marín-Blázquez, and Q. Shen, “From Approximative to Descriptive Fuzzy Classifiers”, IEEE Trans. on Fuzzy Systems, Vol.10, No. 4, pp. 484–497, 2002.
- [11] J.-S. R. Jang, C. T. Sun, E. Mizutani, Neuro-Fuzzy and Soft Computing, Prentice Hall, Upper Saddle River, 1997.

- [12] C.E. Shannon, “A symbolic analysis of relay and switching circuits”, Trans. American Institute of Electrical Engineers, Vol. 57, pp. 713–723, 1938.
- [13] L. Comtet, “Boolean Algebra Generated by a System of Subsets” in Advanced Combinatorics: The Art of Finite and Infinite Expansions, rev. enl. ed. Dordrecht, Netherlands: Reidel, pp. 185-189, 1974.
- [14] L. A. Zadeh, “The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning” Parts 1,2 and 3, Information Sciences, 8:199–249,8:301–357,9:43–80, 1975.
- [15] L. A. Zadeh, “Quantitative fuzzy semantics”, Information Sciences, 3:159-176, 1971.
- [16] C.-T. Sun and J.-S. R. Jang, “A neuro-fuzzy classifier and its applications”, Proceedings of IEEE International Conference on Fuzzy Systems, San Francisco, Vol. 1, 1993, pp. 94–98.
- [17] M. Møller, “A scaled conjugate gradient algorithm for fast supervised learning”, Neural Networks, Vol. 6, No. 4, pp.525–533, 1993.
- [18] UCI Machine Learning Group, www.ics.uci.edu/~mllearn.

