





## Methods of Mathematics Teachers Use in Giving Feedback to Incorrect Solutions Related to Equality Sign

Senanur Ciniviz<sup>1</sup> and Ercan Özdemir<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, Türkiye, [senanur\\_ciniviz19@erdogan.edu.tr](mailto:senanur_ciniviz19@erdogan.edu.tr), ORCID: 0009-0003-8948-782X 

<sup>2</sup> Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, Türkiye, [ercan.ozdemir@erdogan.edu.tr](mailto:ercan.ozdemir@erdogan.edu.tr), ORCID: 0000-0003-4797-9327 

To cite this article: Ciniviz, S. & Özdemir, E. (2023). Methods of mathematics teachers use in giving feedback to incorrect solutions related to equality sign. *Eurasian Journal of Teacher Education*, 4(2), 118-133.

Received: 06.21.2023

Accepted: 08.09.2023

### *Abstract*

This study determined the methods of mathematics teachers use in giving feedback to incorrect solutions related to the equality sign through scenarios created by the researchers. The researchers used five scenarios with incorrect solutions for common errors related to the equality sign were as a data collection tool. The study was conducted with 8 middle school mathematics teachers. The results determined that mathematics teachers used the methods of telling the error, explaining the correct answer, directing to find the mistake, directing to find the correct answer, re-teaching the subject and incorrect intervention methods in giving feedback to the student mistakes about the equality sign. The results indicated that mathematics teachers mostly used the method of explaining the correct answer in giving feedback to student errors about the equality sign. The study further highlighted that mathematics teachers did not include questions examining students' thoughts in depth and requiring them to justify the solutions they used in giving feedback.

*Keywords:* Mathematics teacher, Equality sign, Relational thinking, Giving feedback.

Article Type: Research article

Acknowledge: We thanks to the "TÜBİTAK 2209-A Üniversite Öğrencileri Araştırma Projeleri Destekleme Programı". This study was produced from the project with the application number "1919B012114153" under the executive of the first author and under the supervision of the second author.

Ethics Declaration: This study followed all the rules stated to be followed within the "Higher Education Institutions Scientific Research and Publication Ethics Directive" scope. None of the actions specified under the title of "Actions Contrary to Scientific Research and Publication Ethics," which is the second part of the directive, were not carried out.

Ethics committee permission information

Name of the committee that made the ethical evaluation: Recep Tayyip Erdogan University

Date of ethical review decision: 05.24.2022

Ethics assessment document issue number: 2022/103



# Matematik Öğretmenlerinin Eşitlik İşareti ile İlgili Hatalı Çözümlere Dönüt Verme Yöntemleri

Öz

Bu çalışmada ortaokul matematik öğretmenlerinin eşitlik işareti ile ilgili hatalı çözümlere dönüt verme yöntemleri araştırmacılar tarafından oluşturulan senaryolar aracılığıyla tespit edilmiştir. Veri toplama aracı olarak araştırmacılar tarafından eşitlik işareti ile ilgili yaygın yapılan hatalara yönelik hatalı çözümlerin yer aldığı beş tane senaryo kullanılmıştır. Çalışma 8 ortaokul matematik öğretmeni ile yürütülmüştür. Araştırma sonuçlarına göre matematik öğretmenleri eşitlik işareti ile ilgili öğrenci hatalarına dönüt vermede hatayı söyleme, doğru cevabı açıklama, hatasını bulmaya yönlendirme, doğru cevabı bulmaya yönlendirme, konuyu yeniden öğretme ve yanlış müdahale yöntemlerini kullandıkları tespit edilmiştir. Matematik öğretmenlerinin eşitlik işareti ile ilgili öğrenci hatalarına dönüt vermede en fazla doğru cevabı açıklama yöntemini kullandıkları görülmüştür. Çalışmada matematik öğretmenlerinin dönüt vermede öğrenci düşüncelerini derinlemesine inceleyen ve kullandıkları çözümleri gereçlendirmelerini gerektirecek sorulara yer vermedikleri de ulaşılan sonuçlar arasındadır.

*Anahtar Kelimeler:* Matematik öğretmeni, Eşitlik işareti, İlişkisel düşünme, Dönüt verme.

## Giriş

Bilim ve teknolojide yaşanan hızlı değişim, bireyin ve toplumun değişen ihtiyaçları, öğrenme öğretme teori ve yaklaşımlarındaki yenilik ve gelişmeler bireylerden beklenen rolleri de doğrudan etkilemiştir. Bu değişim bilgiyi üreten, hayatta işlevsel olarak kullanabilen, problem çözebilen, eleştirel düşünen vb. niteliklerdeki bir bireyi tanımlamaktadır (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018). Bu niteliklere sahip bireyleri yetiştirmek için matematik öğretim programının çeşitli amaçları vardır. Bu amaçlardan iki tanesi "Problem çözme sürecinde kendi düşünce ve akıl yürütmelerini rahatlıkla ifade edebilecek, başkalarının matematiksel akıl yürütmelerindeki eksiklikleri veya boşlukları görebilecektir" ve "Matematiksel düşüncelerini mantıklı bir şekilde açıklamak ve paylaşmak için matematiksel terminolojiyi ve dili doğru kullanabilecektir" şeklindedir (MEB, 2018). Bu amaçlara ulaşılmasında şüphesiz öğretmenlere önemli görevler düşmektedir. Öğretmenlerin görevleri arasında "öğrencilerin araştırma ve sorgulama yapabildikleri; matematik öğrenme sürecine aktif olarak katılabilirdikleri öğrenme ortamları oluşturma" yer almaktadır (National Council Teacher of Mathematics [NCTM], 2000). Bu görevlerin yerine getirilmesinde öğretmen bilgisinin önemi ön plana çıkmaktadır. Öğretmen bilgisinin önemi ve kapsamına yönelik literatürde önemli çalışmalar yer almaktadır. (Shulman, 1986, 1987; Fennema & Franke, 1992; Cooney & Shealy, 1997; Hill vd., 2005). Öğretmen bilgisini tanımlayan farklı gruplamalar olmakla birlikte, literatürde yaygın bir şekilde kabul gören sınıflandırma Shulman (1986, 1987) tarafından oluşturulandır. Ball ve diğerleri (2008), Shulman'ın farklı branşlardaki öğretmenleri de içine alan bu sınıflandırmasını matematik öğretmenleri için uyarlamışlardır.

Öğretmenlerin kararları, öğrencilerin öğrenme fırsatlarını etkiler (Herbst vd., 2016). Öğretmenlerin karar verme sürecini anlamak, öğretmen eğitimcilerinin öğretim kalitesini artırmasına yardımcı olabilir (Bishop, 2008). Öğrencilerin sınıftaki öğrenmelerinin bir kısmı, öğretmenin onların hatalarına nasıl tepki verdiğiyle bağlıdır (Ma, 1999). Matematiği iyi öğretmek karmaşık bir çabadır ve "etkili öğretim, matematiği, öğrencileri ve pedagojik stratejileri bilmeyi ve anlamayı gerektirir" (NCTM, 2000). NCTM (2000), öğretmenlerin öğrenci çalışmasının yüzeysel bir "doğru veya yanlış" analizinin ötesine geçmesi ve öğrenci hatalarını öğrencinin öğrenmesi için potansiyel yollar olarak kullanması gerektiğini vurgular. Ball ve diğerleri (2008) bir öğrencinin hatalı cevabının analizinde, öğretmenlerin özel alan bilgilerini veya alan ve öğrenci bilgilerini kullanarak bu hatayı tespit edebileceklerini belirtmişlerdir. Öğretmenlerin öğrenci çalışmalarını analiz etmeleri, öğrencilerin matematiksel kavramları ne kadar iyi anladıklarını, olası kavram yanlışlarını ve bunların kalıplarını ne kadar iyi anladıklarını ölçmelerine olanak sağlayacaktır. Öğretmenlerin öğrencilerin sahip olduğu bu yanlışları

düzeltilmek için anlaşılır stratejiler geliştirmelerine yönelik fikir verecektir (An & Wu, 2008). Öğrenci cevaplarının detaylı analizi için Van es ve Sherin (2002) ile Jacobs ve diğerleri (2010), “fark etme (noticing skill)” çerçevelerini literatüre kazandırmışlardır. Jacobs ve diğerleri (2010) mesleki fark etmenin yapısını “öğrenci stratejilerine katılmak veya dikkat etmek (attending), öğrencilerin anlamalarını yorumlama (interpreting) ve öğrencilerin anlamalarına dayanarak nasıl cevap vereceğine karar verme (deciding how to respond)” olmak üzere üç aşamada tanımlamışlardır. Bu çalışma Jacobs ve diğerleri (2010) tarafından ortaya konulan fark etme çerçevesinin üçüncü bileşeni ile ilgilidir. Matematik öğretmenlerinin eşitlikle ilgili hatalı öğrenci çözümlerine nasıl dönüt verdiklerinin belirlenmesine yöneliktir.

Matematik öğretmenlerinin ve matematik öğretmeni adaylarının öğrenci hatalarına verdikleri dönütlere yönelik literatürde çeşitli çalışmalara rastlamak mümkündür. Tulis (2013) öğretmenlerin öğrencilerin hatalarına dönüt vermede farklı yollar izlediklerini belirtmiştir. Bunlar hatayı görmezden gelme, öğretmenin kızma veya olumsuz şekilde öğrenciyi eleştirmesi, bir başka öğrenciye soruyu yöneltme, “öğretmenin gülmesi” gibi öğrenciyi küçük düşürücü davranışlarda bulunma, öğretmenin hayal kırıklığı veya umutsuzluk içinde olduğunu belirten davranışlar sergilemesi, öğretmenin doğru çözümü yapması, hatalı cevabı veya çözümü sınıf tartışmasına taşıması, hatayı yapan öğrenciye soruyu tekrarlama veya doğru cevaba ulaşması için ipuçları verme, öğretmenin herhangi bir ipucu vermeden veya açıklama yapmadan bir süre öğrenciyi beklemesi, öğrencinin çözüm yolunu veya yaklaşımına övgülerde bulunmak suretiyle öğrenme potansiyelini ön plana çıkaracak olumlu davranışlar sergileme, hata yapan öğrenciye sınıftan gelen olumsuz tepkileri engelleme şeklindedir. Sarkar Arani ve diğerleri (2017), öğretmenlerin öğrenci hatalarına karşısında takip ettikleri yöntemler için, literatürde yer alan çalışmalardan hareketle “hata yönetimi davranışları” çerçevesini tanımlamışlardır. Bu çerçeve hatayı görmezden gelme, öğretmen tarafından düzeltme, öğrenci tarafından düzeltme, soruyu başka bir öğrenciye yönlendirme, hatalardan sonra destek olma (doğru cevap için ipucu verme, yeniden düşünmesi için zaman verme veya cevaba nasıl ulaştığını açıklamasını isteme gibi) ve olumsuz davranışlar (küçük düşürücü şekilde gülmek veya hayal kırıklığı şeklinde tavırlar takınmak) sergilemezdir. Türkdoğan ve Baki (2012) öğretmenlerin yanlılara verdikleri dönütleri altı başlıkta toplamışlardır. Bunlar yanlısı görmezden gelme veya doğru olarak kabul etme, cevabı söyleme, yanlış deme, çelişki oluşturma, basitleştirme ve ilişkilendirmedir. Son (2013), matematik öğretmeni adaylarının, öğrenci hatalarına “göster-söyle” ve “ver-sor” şeklinde iki farklı kategoride dönüt verdiklerini tespit etmişlerdir. Didiş ve diğerleri (2016), matematik öğretmeni adaylarının öğrenci hatalarına yönelik müdahale şekillerinin “soru sorma, doğruyu açıklama, doğru yolu hissettirme, hatayı gösterme/söyleme ve müdahale etmeme” olduğunu tespit etmişlerdir. Doğan ve Kılıç (2019) öğretmen adaylarının öğrencilere “bildirim, açıklama, yönlendirme, ortaya çıkarma ve detaylı inceleme” şeklinde dönüt verdiklerini belirtmişler. Özdemir ve Dede (2022) matematik öğretmeni adaylarının öğrenci hatalarına “yanlısı gösterme, doğru çözümü gösterme, doğru cevabı bulmaya yönlendirme, hatayı bulmaya yönlendirme, kavramı yeniden öğretme, derinlemesine araştırma ve yanlısı müdahale” şeklinde dönüt verdiklerini tespit etmişler.

Bu çalışmada “Ortaokul matematik öğretmenleri eşitlik işareti ile ilgili sorulardaki hatalı çözümlere nasıl dönüt vermektedirler?” problemine cevap aranmıştır.

### **Kavramsal Çerçeve**

Cebirsel düşünme, cebirden çok daha kapsamlı bir kavramdır (Çelik, 2007). Cebirsel düşünme ile ilgili literatürde farklı tanımlara rastlamak mümkündür (Driscoll, 1999; NCTM, 2000; Van De Walle vd., 2012). Cebirsel düşünme sayılar ve işlemlerle genellemeler yapmayı, bu düşünceleri anlamlı sembol sistemleri kullanarak formalize etmeyi, örüntü ve fonksiyon kavramlarını incelemeyi içermektedir (Van De Walle vd., 2012). NCTM’ye (2000) göre ise cebirsel düşünme, fonksiyonları anlamayı, matematiksel yapı ve durumları farklı temsillerle göstermeyi ve analiz etmeyi, niceliksel ilişkileri göstermek için matematiksel modelleri kullanmayı, günlük olaylarda karşılaşılan değişimleri analiz etmeyi gerektirir. Cebirsel düşünme üzerine farklı tanımlar yapılmasına benzer olarak, cebirsel düşünmenin bileşenleri üzerine de farklı sınıflandırmalar

yapılmıştır (Blanton vd., 2011; Kaput, 1999; Ontario Ministry Education [OME], 2013). Kaput (1999) cebirsel düşünmenin beş bileşeninden bahsetmiştir. Bunlar matematiğin tümündeki aritmetik ve örüntülerin genelleme, sembollerin anlamlı kullanımı, sayı sistemindeki yapıların çalışması, fonksiyonlar ve örüntülerin çalışılması ve bu dört maddeyi içeren matematiksel modelleme sürecidir. Sembollerin anlamlı kullanımında özellikle eşitlik işareti ve değişken sembolleri ön plana çıkarılmaktadır. Blanton ve diğerleri (2011) 3-5. sınıflarda öğrencilere cebirsel düşünme anlayışını kazandırmak için beş büyük fikir ileri sürmüşlerdir. Bunlar cebirsel düşünme için bir bağlam olarak aritmetik, iki niceliğin denkliğinin ifadesi olarak denklemler, değişkenler, ilişkileri genellemek için nicel muhakemeyi kullanmak ve cebire giden bir yol olarak fonksiyonel düşünmedir. İki niceliğin denkliğinin ifadesi olarak denklemler fikrinin üç bileşeninden bahsetmişlerdir. Bunlar eşitlik işaretinin ilişki olarak anlaşılması, denklemler hakkında akıl yürütme ve problem durumlarını modellemek için denklemleri kullanmadır. OME (2013) cebirsel düşünmenin genelleştirilmiş aritmetik ve fonksiyonel düşünme olmak üzere iki önemli yaklaşımı ön plana çıkarmıştır. Genelleştirilmiş aritmetik yaklaşımının ilişkileri ve özellikleri keşfetme, nicelikler arasında bir ilişki olarak eşitliği keşfetme ve değişken olarak sembolleri kullanma ile geliştirilebileceği ileri sürülmektedir. Fonksiyonel düşünmenin ise örüntüleri genelleme ve ters işlemleri kullanma ile geliştirilebileceği savunulmaktadır. Cebirsel düşünmeye ait farklı sınıflandırmaların örüntülerin genelleme, fonksiyonel düşünme, değişken, denklem gibi ortak kavramları vardır. Cebirsel düşünmeye ait bu farklı sınıflandırmaların istisnasız hepsinde ortak olan kavramlardan biri de eşitlik işaretidir.

Öğrencilerin eşitlik işaretine yönelik işlemsel ve ilişki olmak üzere iki temel görüşe sahip oldukları görülmüştür (Alibali vd., 2007; Carpenter vd., 2003; Stephans vd., 2013). İşlemsel görüşe sahip öğrencilerin eşitlik işareti ile ilgili yaygın olarak beş hatayı yaptıkları görülmektedir (Alibali vd., 2007; Carpenter vd., 2003; Knuth vd., 2005; Stephans vd., 2013). Eşitlik işaretiyle ilgili işlemsel görüşe sahip öğrenciler eşitlik işaretini “cevabı problemde ayıran işaret”, “işlemlerin sonucunu göstermek için kullanılan sembol” veya “sağ tarafına sonucun yazıldığı sembol” olarak tanımlamaktadırlar (Carpenter vd., 2003). Eşitlik işaretiyle ilgili işlemsel anlayışa sahip öğrencilerin yaptığı ikinci hata,  $8=8$  gibi bir durumu anlamsız veya yanlış kabul etmeleridir (Barody & Ginsburg, 1982). Eşitlik işaretiyle ilgili işlemsel anlayışa sahip öğrencilerin yaptığı üçüncü hata;  $8+4=\square+5$  ise  $\square=?$  sorusunda eşitliğin sağ tarafındaki 5 sayısını görmezden gelerek,  $\square$  yerine 12 yazmalarıdır. Bu görüşe sahip öğrencilerin yaptıkları dördüncü hata;  $8+4=\square+5$  ise  $\square=?$  sorusunu,  $8+4=12+5=17$  şeklinde çözmeleridir. Bu görüşe sahip öğrencilerin yaygın olarak yaptıkları beşinci hata ise  $8+4=\square+5$  ise  $\square=?$  sorusunu  $8+4+5=17$  şeklinde çözmeleridir (Carpenter vd., 2003). Bu çalışmada öğretmenlerin öğrenci hatalarına dönüt verme yöntemlerini belirlemek için beş tane senaryo oluşturulmuştur. Bu senaryolardan dört tanesi, yukarıda belirtilen hatalardan ilk dördü ile ilgilidir (bkz Tablo 1, tablo 2, tablo 3, tablo 4). Beşinci senaryo ise, Matthews ve diğerleri (2012) tarafından “gelişmiş ilişki muhakeme soruları ( $37+54=\square+55$  eşitliğinde,  $37+54$  işlemini yapmaksızın  $\square$  yerine yazılması gereken sayıyı bulunuz.)” olarak adlandırılan soru türüne yönelik bir senaryo oluşturulmuştur (bkz tablo 5).

Öğrencilerin eşitlik işareti ilgili anlayışları, Stephans ve diğerleri (2013) tarafından üç seviyeye ayrılmıştır. Bunlar işlemsel, hesaplamalı ilişki ve yapısal ilişki seviyedir. Matthews ve diğerleri (2012) ise öğrencilerin eşitlik işareti ile ilgili anlayışlarını dört seviyede ele almışlardır. Bunlar sabit işlemsel, esnek işlemsel, temel ilişki ve karşılaştırmalı ilişki seviyedir. Bu iki sınıflandırmanın ayrılan en temel özelliği Matthews ve diğerleri (2012) işlemsel seviyeyi ikiye ayırmalarıdır. Diğer seviyeler ortak olup sadece isimleri farklıdır. Matthews ve diğerleri (2012) temel ilişki ismini verdikleri düzeye, Stephans ve diğerleri (2013) hesaplamalı ilişki; Matthews ve ark. (2012) karşılaştırmalı ilişki ismini verdikleri düzeye, Stephans ve diğerleri (2013) yapısal ilişki ismini vermişlerdir. Hesaplamalı veya temel ilişki seviyedeki öğrenciler  $8+4=\square+5$  ise  $\square=?$  sorusunu, “ $8+4=12$  olduğundan,  $\square+5=12$  olmalıdır. Bu sebeple  $\square=7$  olur” şeklinde bir düşünce ile çözerler. Karşılaştırmalı veya yapısal ilişki seviyedeki öğrenciler “ $8+4=\square+5$  ise  $\square=?$ ” sorusunu, “Eşitliğin her iki tarafında da aynı işlem (yani

toplama) var. 4' den 5'e bir artmış. Eşitliğin korunabilmesi için 8 sayısı, bir azaltılmalıdır. Dolayısıyla  $\square=7$  olur" şeklinde bir düşünce ile çözerler. Bu çalışmada öğretmenlerin oluşturulan senaryolardaki hatalara verdikleri dönütler belirtilen düzeylere göre de değerlendirilmiştir.

### **Araştırmanın Önemi**

Bu çalışmada ortaokul matematik öğretmenlerinin eşitlik işareti ile ilgili sorulardaki hatalı çözümlere dönüt verme yöntemleri araştırılmıştır. Eşitlik işaretinin cebirsel düşünme için önemi göz önüne alındığında matematik öğretmenlerinin bu konuya yönelik öğrenci düşünme şekilleri ve hatalı çözümleri hakkında kendilerini geliştirmeleri gerekmektedir. Öğrencilerin eşitlik işareti ile ilgili hatalarının düzeltilmemesi denklem çözüme, denklemlerde dönüşümleri anlamlandırma ve gerçekleştirme gibi cebir konularında başarı durumlarını olumsuz etkileyeceği açıktır. Öğrencilerin herhangi bir konudaki hatalar yapmalarını engellemede, var olan öğrenme güçlüklerini ve hataları düzeltmede en önemli görev hiç şüphesiz öğretmenlere düşmektedir. Öğretmenlerin sahip olması gereken bilgi türleri arasında öğrencilerin herhangi bir konu ile ilgili olası hatalarını, bu hataların kaynağını/kaynaklarını doğru tespit edebilmeleri ve çeşitli yöntem ve tekniklerle bu hataları veya öğrenme güçlüklerini ortadan kaldırmaları da yer almaktadır (Ball vd., 2008; Jacobs vd., 2010; Shulman, 1986; Van es & Sherin, 2002). NCTM (2000), öğretmenlerin öğrenci çalışmasının yüzeysel bir "doğru veya yanlış" analizinin ötesine geçmesi ve öğrenci hatalarını öğrencinin öğrenmesi için potansiyel yollar olarak kullanması gerektiğini vurgular. Ayrıca NCTM (2000) öğrenci düşüncelerini yorumlamak ve bunlara yanıt vermek, etkili matematik öğretiminin temel görevlerinden biri olduğunu vurgulamaktadır. Özellikle eşitlik işareti ile ilgili ulusal literatür incelendiğinde matematik öğretmenlerinin öğrenci hatalarına dönüt verme yöntemlerine yönelik bir çalışmaya rastlanmamıştır. Dolayısıyla çalışmanın literatürdeki boşluğu doldurmasının yanı sıra matematik öğretmenlerine eşitlik işaretinde yapılan hatalara verilecek dönütlere ve öğrencilerin eşitlik işareti anlayışlarına yönelik önemli fikirler verebilecektir.

### **Yöntem**

Bu çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması kullanılmıştır. Yıldırım ve Şimşek (2008) durum çalışmalarının en önemli özelliğinin bir ya da birkaç durumun derinlemesine araştırılması olduğunu belirtmişlerdir. Bu çalışmada da ortaokul matematik öğretmenlerinin eşitlik işareti ile ilgili hatalı çözümlere dönüt verme yöntemleri beş farklı senaryo aracılığıyla tespit edilmeye çalışılmıştır. Öğretmenlerin dönüt verme yöntemleri hakkında derinlemesine bilgi sahibi olmak için farklı senaryolar oluşturulmuştur. Bu sebeple çalışmada durum çalışması yöntemi benimsenmiştir.

### **Çalışmanın Katılımcıları**

Bu çalışma 8 ortaokul matematik öğretmeni ile yürütülmüştür. Çalışmaya katılan ortaokul matematik öğretmenlerinin belirlenmesinde amaçlı örnekleme yöntemlerinde ölçüt örnekleme yöntemi benimsenmiştir. 2018 ortaokul matematik dersi programına göre öğretmenlerin 7. sınıfların matematik derslerine girmiş veya giriyor olmaları ölçüt olarak belirlenmiştir. Bu ölçütün belirlenme sebebi ise doğrudan eşitlik işareti ile ilgili "M.7.2.2.1. Eşitliğin korunumu ilkesini anlar" kazanımının 7. sınıfta yer almasıdır (MEB, 2018). Bu ölçütü karşılayan matematik öğretmenlerine araştırmanın içeriği hakkında bilgi verilmiş olup, gönüllü olarak katılmayı kabul eden 8 ortaokul matematik öğretmeni ile çalışma yürütülmüştür. Matematik öğretmenlerinin 2'si kadın ve 6'sı erkektir. Çalışmaya katılan matematik öğretmenleri Türkiye'nin kuzey doğusunda yer alan bir ilde 4 farklı ortaokulda görev yapmaktadırlar. Çalışmada matematik öğretmenlerinin gerçek isimleri yerine MÖ1, MÖ2, ... MÖ8 şeklinde kod isimler verilmiştir.

### **Veri Toplama Aracı**

Bu çalışmada ortaokul matematik öğretmenlerinin eşitlik işareti ile ilgili araştırmalarda yaygın olarak karşılaşılan hatalarla ilgili oluşturulan senaryolar aracılığıyla tespit edilmeye çalışılmıştır. Bunu için eşitlik işareti ile ilgili çalışmalar incelenerek öğrenciler tarafından yaygın olarak



**Tablo 4.**

*“Problemi genişletme veya satır boyunca işlem yapma” hatasına yönelik oluşturulan senaryo*

“ $12+15=\square+19$  ise  $\square=?$ ” sorusunu, Sena isimli 7. sınıf öğrencisi aşağıdaki gibi çözmüştür.

Sena'nın çözümü: “ $12+15=27+19=46$ 'dır.”

Sena'nın yaptığı çözümü inceleyerek aşağıda verilen soruyu cevaplayınız.

Sena'ya nasıl dönüt verirsiniz? Sena'yı doğru cevaba ulaştırmak için, nasıl bir rehberlik yapacağınızı detaylı olarak açıklayınız.

Tablo 4'teki senaryo, Carpenter ve diğerleri (2003) tarafından “problemi genişletme” veya “satır boyunca işlem yapma” olarak adlandırılan hata türüne yönelik oluşturulan senaryo yer almaktadır. Bu hata türünün Tablo 3'te verilen hatadan ayrılan yönü, eşitliğin sağ tarafında bilinmeyen niceliğin yanında yer alan sayının da işleme dâhil edilmesidir. Öğrencilerin Tablo 4'te verilen hatayı yapmalarının sebebi de eşitlik işaretiyle ilgili işlemsel anlayışa sahip olmalarıdır.

**Tablo 5.**

*“Karşılaştırmalı ilişkisel stratejisini kullanamama” hatasına yönelik oluşturulan senaryo*

“ $67+86=68+85$  ifadesinin doğru olup-olmadığını toplama işlemlerini yapmadan açıklayınız.” sorusunu, Kerem isimli 7. sınıf öğrencisi aşağıdaki gibi çözmüştür.

Kerem'in çözümü: “Toplama işlemleri yapılmadan bu soru çözülemez. Toplama işlemleri ile yapılan çözüm ise aşağıdaki gibidir.

$$67+86=153,$$

$$68+85=153 \text{ ve}$$

$153=153$  olduğundan verilen ifade doğrudur.”

Kerem'in yaptığı çözümü inceleyerek aşağıda verilen soruyu cevaplayınız.

Kerem'e nasıl dönüt verirsiniz? Kerem'i doğru cevaba ulaştırmak için, nasıl bir rehberlik yapacağınızı detaylı olarak açıklayınız.

Tablo 5'teki senaryo Matthews ve diğerleri (2012) tarafından “karşılaştırmalı ilişkisel stratejisini kullanama” olarak adlandırılan hataya yöneliktir. Bu hata türü, diğerlerinden farklıdır. Diğer hata türleri eşitlik işaretiyle ilgili işlemsel anlayışa sahip öğrencilerde görülmektedir. Bu hata türü ise eşitlik işaretiyle ilgili hesaplamalı ilişkisel stratejisine sahip olup karşılaştırmalı ilişkisel stratejisine sahip olmayan öğrencilerde görülmektedir. Karşılaştırmalı ilişkisel stratejisine sahip öğrenciler, eşitlik işaretiyle ilgili en yüksek seviyededir (Matthews vd., 2012).

Veri toplama aracı geliştirildikten sonra iki matematik eğitimcisinden uzman görüşü alınmıştır. Uzman görüşü alındıktan sonra bir matematik öğretmeni ile pilot çalışma yapılmıştır. Alınan uzman görüşleri ve pilot çalışma ile veri toplama aracının son hali oluşturulmuştur. Veri toplama aracına son hali verildikten sonra veri toplama sürecine geçilmiştir.

**Verilerin Toplanması ve Analizi**

Çalışmanın verileri yarı yapılandırılmış mülakatlarla toplanmıştır. Mülakatlar uygun bir ortamda ve birebir yapılmıştır. Her bir katılımcı ile bir mülakat yapılmış olup mülakat süreleri 12 ile 27 dakika arasında değişiklikler göstermiştir. Mülakatlar ses kaydedici cihazlarla kayıt altına alınmıştır. Mülakat esnasında senaryolar teker teker katılımcılara sunulmuştur. Bir senaryo ile ilgili katılımcının görüşleri alındıktan sonra diğer senaryoya geçilmiştir. Her bir senaryo bir A4 kâğıdında katılımcıya verilmiştir. Mülakat sırasında ilgili senaryo sesli bir şekilde okunduktan sonra, senaryonun bulunduğu A4 kâğıdı katılımcıya verilmiştir. Katılımcının ihtiyaç duyması



halinde A4 kâğıdının boş kısımlarını kullanmasına müsaade edilmiştir. Mülakat sonunda senaryoların yazılı olduğu A4 kâğıtları katılımcılardan alınmıştır.

Verilerin toplanması tamamlandıktan sonra kayıt altına alınan mülakat verileri yazıya geçirilmiştir. Bu aşamadan itibaren veri analizine başlanmıştır. Çalışmada betimsel analizi tekniği kullanılmıştır. Bu analiz yönteminde elde edilen veriler, daha önceden belirlenen temalara göre özetlenir ve yorumlanır (Yıldırım & Şimşek, 2008). Öğrenci hatalarına dönüt vermede kullanılan temaları tespit etmek için ilgili çalışmalar incelenmiştir (Didiş vd., 2016; Doğan & Kılıç, 2019; Özdemir & Dede, 2022; Sarkar Arani vd., 2017; Son, 2013; Tulis, 2013; Türkdoğan & Baki, 2012). Bu çalışmalardan hareketle Tablo 7’de açıklanan “hatayı söyleme, doğru cevabı açıklama, hatasını bulmaya yönlendirme, doğru cevabı bulmaya yönlendirme, konuyu yeniden öğretme, derinlemesine ve yanlış müdahale” şeklinde kategoriler belirlenmiştir. Matematik öğretmenlerinin verdikleri cevaplar bu kategorilere göre analiz edilmiştir. Çalışmada “derinlemesine araştırma” dönüt verme yöntemini kullanan matematik öğretmenine rastlanmadığı için, bu kategori analiz çerçevesinden çıkarılmıştır. Analizler iki araştırmacı tarafından ayrı ayrı yapılmıştır. Daha sonra yapılan analizler karşılaştırılmış. Herhangi bir dönüt için farklı kategoriler verilmiş ise bu kategoriler üzerinde fikir birliği sağlanana kadar tartışılmıştır. İki araştırmacı arasında veri analizine yönelik fikir birliği sağlandıktan sonra verilerin raporlaştırılmasına geçilmiştir. Çalışmanın katılımcıları bazı senaryolarda birden farklı kategoriye karşılık gelecek şekilde dönütler vermişlerdir. Bu durumlarda bir matematik öğretmeni, aynı senaryo içerisinde farklı kategorilere yerleştirilmiştir. Matematik öğretmenlerinin eşitlik işareti ile ilgili sorulardaki hatalı çözümlere verdikleri dönütleri analiz etmek için oluşturulan kategoriler ve bu kategorilere ait açıklamalar Tablo 7’de verilmiştir.

**Tablo 7.**

*Hatalı çözümlere yönelik dönütlere yönelik kategoriler ve açıklamaları*

Kategori	Açıklama
Hatayı Söyleme	Verilen çözümdeki yapılan yanlış gösterme veya söyleme
Doğru Cevabı Açıklama	Sorunun çözümüne ait doğru cevabı açıklama
Hatasını Bulmaya Yönlendirme	Hatanın keşfedilmesini ortaya çıkararak şekilde materyal kullandırma, örnek verme, model çizme veya sorular sorma
Doğru Cevabı Bulmaya Yönlendirme	Doğru çözümü ortaya çıkararak şekilde materyal kullandırma, örnek verme, model çizme veya sorular sorma
Konuyu Yeniden Öğretme	Konunun tamamının veya konuya ait hata yapılan kısmın yeniden anlatılması veya öğretilmesi
Derinlemesine Araştırma	Öğrencilerin eşitlik işaretine yönelik anlayışını ortaya çıkaracak şekilde sorular sorma
Yanlış Müdahale	Hatalı çözümü destekleyecek şekilde müdahalelerde bulunma

### **Etik Beyan**

Bu çalışmada “Yükseköğretim Kurumları Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesi” kapsamında uyulması belirtilen tüm kurallara uyulmuştur. Yönergenin ikinci bölümü olan “Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiğine Aykırı Eylemler” başlığı altında belirtilen eylemlerden hiçbiri gerçekleştirilmemiştir.

Etik kurul izin bilgileri

Etik değerlendirmeyi yapan kurul adı: Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi

Etik değerlendirme kararının tarihi: 25.05.2022

Etik değerlendirme belgesi sayı numarası: 2022/103

### Bulgular

Bu bölümde matematik öğretmenleri ile yapılan mülakatlardan elde edilen veriler sunulmuştur. Matematik öğretmenlerinin hatalı çözümlere yönelik verdikleri dönütlere ait bilgiler tablo 8'de verilmiştir.

**Tablo 8.**

*Matematik öğretmenlerinin hatalı çözümlere dönüt verme yöntemleri*

	1.Senaryo	2.Senaryo	3.Senaryo	4.Senaryo	5.Senaryo
Hatayı Söyleme	MÖ1	-	-	MÖ1	-
Doğru Cevabı Açıklama	MÖ2, MÖ3	MÖ3, MÖ5	MÖ4, MÖ1, MÖ2, MÖ3, MÖ4, MÖ5, MÖ6 MÖ8	MÖ1, MÖ3, MÖ5, MÖ6, MÖ8	MÖ3, MÖ4, MÖ6, MÖ8
Hatasını Bulmaya Yönlendirme	MÖ4, MÖ5	MÖ2	-	MÖ2, MÖ4	MÖ6
Doğru Cevabı Bulmaya Yönlendirme	MÖ6	-	-	-	MÖ1
Konuyu Yeniden Öğretme	MÖ1, MÖ2, MÖ4, MÖ7, MÖ8	MÖ1, MÖ7, MÖ8	MÖ7, MÖ1, MÖ7	-	MÖ2, MÖ5, MÖ7
Yanlış Müdahale	-	MÖ6	-	MÖ7	MÖ4

Tablo 8'e göre matematik öğretmenlerinin "doğru cevabı açıklama" kategorisini tüm senaryolarda kullandıkları görülmektedir. Öğretmenlerin en az kullandıkları dönüt verme yöntemlerinin ise "hatayı söyleme" ve "doğru cevabı bulmaya yönlendirme" kategorileri olduğu anlaşılmaktadır. Tablo 8'den matematik öğretmenlerinin "hatayı söyleme" dönüt verme yöntemini ikinci, üçüncü ve beşinci senaryolarda; "hatasını bulmaya yönlendirme" dönüt verme yöntemini üçüncü senaryoda; "doğru cevabı bulmaya yönlendirme" dönüt verme yöntemini ikinci, üçüncü ve dördüncü senaryolarda; "konuyu yeniden öğretme" dönüt verme yöntemini dördüncü senaryoda kullanmadıkları görülmektedir. Tablo 8'de en çok dikkat çeken bulgulardan biri ikinci, dördüncü ve beşinci senaryolarda "yanlış müdahale" dönüt verme yönteminin kullanılmasıdır.

Tablo 8'den MÖ1'in birinci senaryoda dönüt vermek için "hatayı söyleme" ve "konuyu yeniden öğretme" yöntemlerini kullandığı görülmektedir.

Araştırmacı: ... Melih'e nasıl dönüt verirsiniz? Melih'i doğru cevabı ulaştırmak için, nasıl bir rehberlik yapacağınızı detaylı olarak açıklayınız.

MÖ1: Melih eşitliğin bir tarafında işlem ve diğer tarafında sonuç olması gerektiğini söylemiş fakat karşı taraf her zaman sonuç olmak zorunda değildir. Bunun yanlış olduğunu belirttikten sonra aksi bir örnek vererek bunun yanlışlığını ona açıklamaya çalışırım. Her iki tarafta da işlem olan bir örnek veririm. Hatta birebir aynısı da olabilir yani  $8+4=8+4$  örneğini veririm. Her iki tarafın da birbirine eşit olması gerektiğini gösterirdim. Başka bir örnek olarak " $8+4=7+5$ " eşit olabileceğini gösterirdim. Yani buradaki illa bir tarafın sonuç olmaması gerektiğini belirtirdim. Eğer öğrencinin akademik seviyesi düşükse bunu somut materyallerle göstermeye çalışırım. Örneğin 8 tane nesne ile 4 tane nesneyi bir araya getirip

12 tane nesne olur. Diğer tarafta ise 7 tane nesne ile 5 tane nesneyi bir araya getirirsem 12 tane nesne olur. Yani eşitliğin sağ tarafında 12 yazmayı 7+5 yazılırsa da doğru olur. Daha farklı etkinlikler yaptırabilirim. Teknolojiden yararlanabilirim. Mesela bunla kısıtlı kalmayıp bu örneğin çıkarma, çarpma, bölme gibi farklı işlemlerle de ifade edilebileceğini ve burada eşitliğin asıl çerçevesini çizmeye çalışırım. Terazi modeliyle de eşitliği gösterebilirim. Mathigon uygulamasındaki terazi modeli var. Ondan da etkileşimli olarak kullanılabilir, faydalanabiliriz.

MÖ1 ile yapılan mülakat incelendiğinde, “*Bunun yanlış olduğunu belirttiikten sonra...*” ifadesiyle “hatayı söyleme” kategorisine yönelik dönüt verdiği görülmektedir. Bu cümlenin devamında ise farklı uygulamalarla eşitlik işaretinin ilişki anlamını öğretmeye yönelik bir yol izlediği görülmektedir. Bu sebeple ilgili açıklamaları “kavramı yeniden öğretme” kategorisine dâhil edilmiştir.

Tablo 8’den MÖ4’ün senaryo 5’te hem “yanlış müdahale” hem de “doğru cevabı açıklama” yöntemlerini kullanarak dönüt verdiği görülmektedir. MÖ4 ile yapılan mülakat aşağıdaki gibidir.

Araştırmacı: ... Kerem’e nasıl dönüt verirsiniz? Kerem’i doğru cevabı ulaştırmak için, nasıl bir rehberlik yapacağınızı detaylı olarak açıklayınız.

MÖ4: Denklemsel halinde yazabiliriz yedinci sınıfta. Anlamlandırma sağlaması için x li bir şekilde yapılabilir. 67’e x diyerek 86’nın onun 19 fazlası olduğunu, x+19 şeklinde ifade edilebileceğini yine karşıda da bunun aynı şekilde x in x+1 e çıktığını bir arttığını diğerinin ise x+19 iken x+18’e dönüştüğünü bir azaldığını belirterek sonuç olarak 2x+19 olduğunu ve eşitliğin bozulmadığını ispat edebiliriz. İşlemsiz denildiği için “67 sayısı bir artıp 68, 86 sayısı da 1 azalarak 85 olmuş. Dolayısıyla ifade doğrudur” şeklinde de açıklama yapılabilir.

MÖ4 ile yapılan mülakat incelendiğinde 67 sayısına değişken atayıp diğer sayıları da bu değişkene bağlı olarak oluşturduğu görülmektedir. Sonrasında ise toplama işlemi yaparak eşitliğin sağlandığını göstermiş. Burada soruda belirtilen “toplama işlemlerini yapmadan ...” ifadesini dikkate almadan, toplama işlemi kullanarak açıklama yapmıştır. Bu sebeple kullanılan dönüt verme yöntemi “yanlış müdahale” kategorisine dâhil edilmiştir. MÖ4 “*İşlemsiz denildiği için “67 sayısı...”*” cümlesi ile doğru cevaba giden çözüm yolunu ve cevabı açıkladığı için, verdiği dönüt “doğru cevabı açıklama” kategorisine dâhil edilmiştir.

Tablo 8’den MÖ6’nın birinci senaryo için “doğru cevabı bulmaya yönlendirme” yöntemini kullanarak dönüt verdiği görülmektedir. MÖ6 ile yapılan mülakat aşağıdaki gibidir.

Araştırmacı: ... Melih’e nasıl dönüt verirsiniz? Melih’i doğru cevabı ulaştırmak için nasıl bir rehberlik yapacağınızı detaylı olarak açıklayınız.

MÖ6: Terazi kefeleri ile açıklama yaparım. İki kefeye de eşit ağırlıklar konulduktan sonra “Sol taraftaki ağırlıklar ile sağ taraftaki ağırlıklar eşit değil mi?” şeklinde sorarım. “Sonuç” kelimesini “iki tarafın eşitliği” ifadesine dönüştürmeye çalışırım.

MÖ6’nın mülakatı incelendiğinde terazi vasıtasıyla öğrenciyi doğru cevaba ulaştırmaya çalışıyor. Bu sebeple bu dönüt verme yöntemi “doğru cevabı bulmaya yönlendirme” kategorisi içinde değerlendirilmiştir.

Tablo 8’den MÖ2’nin dördüncü senaryoda “hatasını bulmaya yönlendirme” yöntemini kullanarak dönüt verdiği anlaşılmaktadır. MÖ2 ile yapılan mülakat aşağıdaki gibidir.

Araştırmacı: ... Sena’ya nasıl dönüt verirsiniz? Sena’yı doğru cevabı ulaştırmak için, nasıl bir rehberlik yapacağınızı detaylı olarak açıklayınız.

MÖ2: Burada direkt yanlış yaptığını söylemem. Bunun yerine “bir tahterevallinin (bu sırada kâğıda tahterevalli çiziyor) bir tarafında 12 ve 15 kilogram ağırlıklarında iki çocuk olsun. Tahterevallinin diğer tarafında ise 46 kilogram ağırlığında bir çocuk olsun. Sence bu tahterevalli dengede olur mu?” şeklinde sorarım. Bu şekilde hatasını tespit etmesini beklerdim.

MÖ2'nin mülakatı incelendiğinde tahterevallı vasıtasıyla öğrencinin hatasını keşfettirmeye çalışıyor. Bu sebeple bu dönüt verme yöntemi "hatasını bulmaya yönlendirme" kategorisi içinde ele alınmıştır.

### Sonuç ve Tartışma

Bu çalışmada ortaokul matematik öğretmenlerinin eşitlik işaretiyle ilgili hatalı çözümlere nasıl dönüt verdikleri araştırılmıştır. Bu kısımda çalışmada elde edilen sonuçlar tartışılacaktır.

Bu çalışmada ortaokul matematik öğretmenlerinin eşitlik işareti ile ilgili hatalı çözümlere hatayı söyleme, doğru cevabı açıklama, hatasını bulmaya yönlendirme, doğru cevabı bulmaya yönlendirme, konuyu yeniden öğretme ve yanlış müdahale yöntemleri ile dönüt verdikleri tespit edilmiştir. Bu sonuç literatürdeki benzer çalışmaların sonuçları ile paralellik göstermektedir (Didiş vd., 2016; Doğan & Kılıç, 2019; Özdemir & Dede, 2022; Son, 2013; Türkdoğan & Baki, 2012). Bu durum yukarıda belirtilen dönüt verme yöntemlerinin literatürde en sık karşılaşılanlar olması ile açıklanabilir.

Araştırmada matematik öğretmenlerinin hatalı çözümlere yanıt vermede en çok kullandıkları yöntem "doğru cevabı açıklama" olmuştur. "Doğru cevabı açıklama" Son (2013) çalışmasındaki öğretmen merkezli yaklaşım olarak kabul edilen "göster-söyle" dönüt verme yöntemine karşılık gelmektedir. Didiş ve diğerleri (2016) çalışmasında da bazı öğretmen adaylarının dönüt vermek için "doğruyu gösterme veya yanlış söyleme" eğiliminde olduklarını belirtmiştir. Bu durumun sebebi olarak öğrenci hatalarının nasıl sorgulanacağına bilinmemesi ve öğrencileri hataları üzerinde düşündürecek soruları üretmedeki yetersizlikleri göstermişlerdir.

Araştırmada bazı öğretmenlerin senaryolardaki hatalı çözümlere dönüt verirken "doğru cevabı bulmaya yönlendirme" ve "hatasını bulmaya yönlendirme" yöntemlerini kullandıkları tespit edilmiştir. Bu yaklaşımlar Son (2013) çalışmasındaki öğrenci merkezli yaklaşım olarak kabul edilen "ver-sor" dönüt verme yaklaşımlarını kullandıkları görülmüştür. Boaler ve Staples (2008) öğrenci merkezli yaklaşımların öğretmen merkezli yaklaşımlara göre daha faydalı olduğunu belirtmişler. Çünkü öğrenci merkezli yaklaşımlarda öğrenciler bir prosedürü açıklayarak ne öğrendikleri ve nasıl öğrendikleri üzerine düşünmeleri istenmektedir. Didiş ve diğerleri (2016) ile Özdemir ve Dede (2022) çalışmalarında da benzer sonuçlarla karşılaşmıştır. Ancak bu çalışmada öğretmen adayları ve öğretmenlerin "doğru cevabı bulmaya yönlendirme" veya "hatasını bulmaya yönlendirme" için kullandıkları soruların öğrenci düşüncelerini irdelemekten ziyade öğrencileri belli bir çözüm yoluna yönlendirme amaçlı olduğu görülmüştür. Didiş ve diğerleri (2016) bu durumun yeterli pedagojik donanıma sahip olmaktan kaynaklandığını belirtmişlerdir.

Çalışmada dikkat çeken bulgularda biri de öğrencilerin yanlış cevaba ulaşmasını destekleyecek düşünme biçimini destekleyen "yanlış müdahale" yönteminin kullanılmış olmasıdır. Özdemir ve Dede (2022) çalışmasında da benzer sonuca ulaşılmıştır. Bu dönüt verme yöntemi sadece üç katılımcı da gözlenmiştir. Katılımcılardan MÖ4 sadece beşinci senaryoda, MÖ6 ikinci senaryoda ve MÖ7 dördüncü senaryoda "yanlış müdahale" yöntemini kullanmışlardır. Bu katılımcıları her biri diğer dört senaryoda farklı dönüt verme yöntemlerini kullanmışlardır. Bu üç katılımcının sadece birer senaryoda "yanlış müdahale" yöntemini kullanmaları alan ve pedagoji bilgilerindeki eksiklikten veya konu ile ilgili yüzeysel bilgi sahibi olmalarından kaynaklanabileceği düşünülmektedir. Çünkü bu katılımcılar ilgili sorularda yapılan hataları tespit edebilmişlerdir. Hatanın doğru bir şekilde tespit edilmesi, alan ve pedagoji bilgisindeki bir yeterliliği göstermektedir. Ancak hatanın doğru tespit edildikten sonra, yanlış müdahalede bulunulması alan ve pedagoji bilgisinin yeterli düzeyde olmadığını bir göstergesi olarak düşünülebilir.

Çalışmada ulaşılan sonuçlardan biri de ortaokul matematik öğretmenlerinin öğrenci hatalarına dönüt vermek için özellikle ilk dört senaryoda eşitlik işaretinin sağ tarafındaki sayıların toplamını yaptırma ile sol tarafındaki sayıların toplamını yaptırarak eşitliğin iki

tarafının birbirine eşit olmasına odaklandıkları görülmüştür. Beşinci senaryoda ise, sorunun da içeriği gereği eşitlik işaretinin her iki tarafındaki sayılarını birbiri ile karşılaştırarak dönüt vermişlerdir. Beşinci senaryoda öğretmenlerin dönüt verirken sayıları karşılaştırırken eşitliğin her iki tarafındaki sayılar arasındaki artış ve azalışı dikkate almışlardır. Matthews ve diğerleri (2012) çalışmasına göre eşitliğin her iki tarafındaki sayıları toplayarak sonuçlarının birbirine eşit olup olmadığını gösterme, eşitlik işareti ile ilgili anlayışlarda temel ilişki düzeyine (3. Seviye) karşılık gelmektedir. Eşitlik işaretinin her iki tarafındaki sayıları karşılaştırarak dönüt verme ise, karşılaştırmalı ilişki düzeyine (4. Seviye) karşılık gelmektedir (Matthews vd., 2012). Öğretmenlerin ilk dört senaryoda temel ilişki düzeyinde ve son senaryoda ise karşılaştırmalı ilişki düzeyinde dönüt vermeleri, öğretmenlerin öğrencilere daha basit gelebilecek veya kolay kabul edilebilecek yöntemi tercih etmelerinden kaynaklanıyor olabilir. Ancak öğrencilerin eşitlik işareti ile ilgili üst düzey düşünme becerilerini geliştirmek için, karşılaştırmalı ilişki düzeyine yönelik dönüt vermeleri de gerekir.

### Öneriler

Bu çalışmada ulaşılan sonuçlar doğrultusunda aşağıdaki önerilerde bulunulmuştur.

Ortaokul matematik öğretmenlerinin öğrencilerin eşitlik işareti anlayışı ile ilgili alan ve pedagoji bilgilerinde eksiklikler olduğu tespit edilmiştir. Ortaokul matematik öğretmenlerinin öğrenci hatalarına dönüt vermedeki eksikliklerinin veya yeterliliklerinin daha da artırılması için hizmet içi eğitim kurslarında öğrenci hataları üzerine çalışmalar yaptırılabilir. Ayrıca öğretmenlerin sınıf ortamında ders anlatımları kayıt altına alınıp, konunun uzmanları ile öğrenci hatalarına dönüt verme şekilleri üzerinde çalışmalar da yapılabilir.

Bu çalışmada matematik öğretmenlerinin öğrenci hatalarına dönüt verme şekilleri senaryolar aracılığıyla tespit edilmeye çalışılmıştır. İleride yapılacak araştırmalar gerçek öğrenci çözümleri üzerinde yapılabilir. Ders anlatımı esnasında gerçekleşen öğrenci hataları üzerinden, öğretmenlerin dönüt vermek için nasıl bir pedagojik yaklaşım sergiledikleri araştırılabilir.

### Kaynakça

- Alibali, M. W., Knuth, E. J., Hattikudur, S., McNeil, N. M., & Stephens, A. C. (2007). A longitudinal examination of middle school students' understanding of the equal sign and equivalent equations. *Mathematical Thinking and Learning*, 9, 221-247. doi:10.1080/10986060701360902
- An, S. & Wu, Z. (2008). Approaches to assessing students' thinking from analyzing errors in homework. In C. E. Malloy (Ed.), *Mathematics for every student: Responding to diversity, grades 6-8*. NCTM.
- Ball, D. B., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Baroody, A. J., & Ginsburg, H. P. (1982). The effects of instruction on children's understanding of the "equals" sign. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association (ERIC Document Reproduction Service No. ED214765)
- Bishop, A. J. (2008). Decision-making, the intervening variable. In P. Clarkson & N. Presmeg (Eds.), *Critical issues in mathematics education* (pp. 29-35). Springer. [https://doi.org/https://doi.org/10.1007/978-0-387-09673-5\\_3](https://doi.org/https://doi.org/10.1007/978-0-387-09673-5_3)
- Blanton, M., Levi, L., Crites, T., Dougherty, B. & Zbiek, RM. (2011). *Developing Essential Understanding of Algebraic Thinking for Teaching Mathematics in Grades 3-5*. Series in Essential Understandings. NCTM.
- Boaler, J., & Staples, M. (2008). Creating mathematical futures through an equitable teaching approach: The case of railside school. *Teachers College Record*, 110(3), 608-645.
- Carpenter, T. P., Franke, M. L., & Levi, L. (2003). *Thinking mathematically: integrating arithmetic and algebra in elementary school*. Heinemann.

- Cooney, T. J. & Shealy, B. E. (1997). On understanding the structure of teachers' beliefs and their relationship to change. In E. Fennema & B. S. Nelson (Eds.), *Mathematics teachers in transition* (pp. 87–109). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Çelik, D. (2007). Öğretmen adaylarının cebirsel düşünme becerilerinin analitik incelenmesi (Tez No. 212041) [Doktora tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi-Trabzon]. Yükseköğretim Kurulu Başkanlığı Tez Merkezi.
- Didiş, M.G., Erbaş, A.K. & Çetinkaya, B. (2016). Investigating prospective mathematics teachers' pedagogical approaches in response to students' errors in the context of mathematical modeling activities. *Elementary Education Online*, 15(4), 1367-1384.
- Doğan, O., & Kılıç, H. (2019). Mathematical opportunities: Noticing and acting. *Education and Science*, 44 (199), 1-19, Doi: 10.15390/EB.2019.7593
- Driscoll, M. (1999). *Fostering algebraic thinking: A guide for teachers, grades 6-10*. Heinemann.
- Fennema, E. & Franke, M. L. (1992). Teachers knowledge and its impact. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of mathematics teaching and learning* (pp. 147–164). Macmillan.
- Herbst, P., Chazan, D., Kosko, K. W., Dimmel, J., & Erickson, A. (2016). Using multimedia questionnaires to study influences on the decisions mathematics teachers make in instructional situations. *ZDM*, 48(1), 167-183. <https://doi.org/10.1007/s11858-015-0727-y>
- Hill, H. C., Rowan, B. & Ball, D. L. (2005). Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement. *American Educational Research Journal*, 42(2), 388.
- Jacobs, V. R., Lamb, L. L., & Philipp, R. A. (2010). Professional noticing of children's mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 41(2), 169-202.
- Kaput, J.J. (1999). Teaching and learning a new algebra. In E. Fennema & T.A. Romberg (Eds.), *Mathematics classrooms that promote understanding* (pp.133-135). Erlbaum.
- Knuth, E., Alibali, M., McNeil, N., Weinberg, A., & Stephens, A. (2005). Middle school students' understanding of core algebraic concepts: Equivalence and variable. *ZDM*, 37(1), 68–76.
- Ma, L. (1999). *Knowing and teaching mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Lawrence Erlbaum Associates. <https://doi.org/https://doi.org/10.4324/9781410602589>
- Matthews, P., Rittle-Johnson, B., McEldoon, K., & Roger, T. (2012). Measure for measure: What combining diverse measures reveals about children's understanding of the equal sign as an indicator of mathematical equality, *Journal for Research in Mathematics Education*, 43 (3), 316- 350
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB), (2018). *Matematik Dersi Öğretim Programı (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 Ve 8. Sınıflar)*. MEB Basımevi.
- National Research Council (2001). Adding it up: Helping children learn mathematics. In J. Kilpatrick, J. Swafford & B. Findell (Eds.), *Mathematics learning study committee, center for education, division of behavioral and social sciences and education*. National Academy Press.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles And Standards For School Mathematics*. NCTM.
- Ontario Ministry of Education (2013). *Paying attention to algebraic reasoning: K-12*. Support Document For Paying Attention To Mathematics Education. <http://www.edugains.ca/resourcesLNS/MathematicsFoundationalPrinciples/PayingAttentiontoAlgebraicReasoning.pdf>

- Özdemir, E. & Dede, E. (2022). Investigation of the ways prospective mathematics teachers respond to students' errors: an example of the equal sign. *International Online Journal of Education and Teaching (IOJET)*, 9(2), 723-739.
- Sarkar Arani, M. R., Shibata, Y., Sakamoto, M., Iksan, Z., Amirullah, A. H., & Lander, B. (2017). How teachers respond to students' mistakes in lessons. *International Journal for Lesson and Learning Studies*, 6(3), 249-267. <https://doi.org/10.1108/IJLLS-12-2016-0058>
- Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-21.
- Son, J. W. (2013). How preservice teachers interpret and respond to student errors: ratio and proportion in similar rectangles. *Educational Studies in Mathematics*, 84(1), 49-70.
- Stephens, A.C., Knuth, E. J., Blanton, M.L., Isler I, Gardiner, A.M., & Marum, T (2013). Equation structure and the meaning of the equal sign: the impact of task selection in eliciting elementary students' understandings. *Journal of Mathematical Behavior*, 32, 173- 182.
- Tulis, M. (2013). Error management behavior in classrooms: teachers' responses to student mistakes. *Teaching and Teacher Education*, 33, 56-68. <https://doi.org/http://dx.doi.org/10.1016/j.tate.2013.02.003>
- Türkdoğan, A., & Baki, A. (2012). İlköğretim ikinci kademe matematik öğretmenlerinin yanıtlara dönüt vermede kullandıkları dönüt teknikleri. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi*, 45(2), 157-182.
- Van Es, E. A., & Sherin, M. G. (2002). Learning to notice: Scaffolding new teachers' interpretations of classroom interactions. *Journal of Technology and Teacher Education*, 10, 571-576.
- Van de Walle, J., Karp, K., & Bay-Williams, J. (2012). *İlkokul ve ortaokul matematiği gelişimsel yaklaşımla öğretim*. S. Durmuş (Çev. Ed.), Nobel Yayıncılık.
- Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2008). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*, Seçkin Yayıncılık, Ankara.

### Extended Abstract

#### Introduction

Rapid changes in science and technology, the changing needs of the individual and society, and innovations and developments in learning and teaching theories and approaches have directly affected the roles expected of individuals. These changes define an individual who can produce knowledge, use it functionally in life, solve problems, think critically, etc. (Ministry of National Education [MoNE], 2018). To raise individuals with these qualities, the mathematics curriculum has various objectives. Two of these objectives are "One will be able to express their own thoughts and reasoning easily in the problem-solving process and see the deficiencies or gaps in the mathematical reasoning of others" and "One will be able to use mathematical terminology and language correctly to explain and share their mathematical thoughts logically" (MoNE, 2018). Teachers undoubtedly play an important role in achieving these goals. Teachers' tasks include "creating learning environments in which students can conduct research and inquiry and actively participate in the mathematics learning process" (National Council Teacher of Mathematics [NCTM], 2000).

Part of students' learning in the classroom depends on how the teacher reacts to their mistakes (Ma, 1999). The NCTM (2000) emphasizes that teachers should go beyond a superficial "right or wrong" analysis of student work and use student errors as potential avenues for student learning. Analyzing students' work will allow teachers to measure how well students understand mathematical concepts, possible misconceptions, and their patterns. Moreover, it

will give teachers ideas for developing comprehensible strategies to correct these misconceptions that students have (An & Wu, 2008). This study sought an answer to the following question: "How do middle school mathematics teachers give feedback in response to incorrect solutions for questions related to the equal sign?"

## Method

This study was conducted using a case and employed qualitative research methods. This study tried to determine middle school mathematics teachers' methods of giving feedback in response to incorrect solutions related to the equal sign through five different scenarios. Different scenarios were created to obtain in-depth information about teachers' feedback methods. For this reason, the case study approach was adopted in this study. The study was conducted with eight middle school mathematics teachers. Middle school mathematics teachers' common mistakes in research on the equal sign were determined through the scenarios created. For this purpose, five types of errors commonly made by students were identified by examining studies on the equal sign. Subsequently, five scenarios with fictitious student solutions were created for each type of error.

The data for the study were collected through semi-structured interviews. One-on-one interviews were conducted in a suitable environment. A single interview was conducted with each participant, and the duration of the interviews varied between 12 and 27 minutes. Interviews were recorded with voice recorders. The descriptive analysis technique was used in the study.

## Findings

This study determined that middle school mathematics teachers gave feedback to the incorrect solutions related to the equal sign by telling the mistake, explaining the correct answer, directing the student to find the error, directing the student to find the correct answer, re-teaching the subject, or intervening incorrectly. Observations indicated that mathematics teachers used the category of "explaining the correct answer" in all scenarios. The study found that the feedback methods that were the least frequently used by the teachers were the "telling the mistake" and "directing the student to find the correct answer" techniques.

## Discussion and Results

In the study, the most common method used by mathematics teachers in responding to incorrect solutions was "explaining the correct answer." "Explaining the correct answer" corresponds to the "show-tell" feedback method, which is accepted as the teacher-centered approach in Son's (2013) study. Didiş et al. (2016) also stated that some pre-service teachers tended to "show the right answer or telling the mistake" to give feedback. It was stated that the reason for this approach was a lack of knowledge on how to question student errors and an inability to generate questions that would make students think about their mistakes.

The study determined that some teachers used the methods of "directing the student to find the correct answer" and "directing the student to find the mistake" while giving feedback on the incorrect solutions in the scenarios. These approaches were seen to use the "give-ask" feedback approaches, which are accepted as student-centered approaches in Son's (2013) study. Boaler and Staples (2008) noted that student-centered approaches are more beneficial than teacher-centered approaches. This is because in student-centered approaches, students are asked to explain a procedure and reflect on what they have learned and how they have learned it. Didiş et al. (2016) and Özdemir and Dede (2022) also found similar results in their studies. However, this study observed that the questions used by pre-service teachers and teachers for "directing the student to find the correct answer" or "directing the student to find the mistake" were aimed at directing students to a certain solution rather than at examining students' thoughts. Didiş et al. (2016) observed that such situations can be caused by not having sufficient pedagogical knowledge.



This study attempted to determine how mathematics teachers provide feedback to student mistakes using potential scenarios. Future research can be conducted on real-time student solutions. The pedagogical approach that teachers employ to give feedback can be investigated using student errors during lessons.