

HANEHALKI ÜRETİM TEORİSİNDE BİLEŞİK ÜRETİM PROBLEMİ İÇİN BİR ÇÖZÜM[†]

Şadiye TÜRKMEN

(Dr., Hacettepe Üniversitesi İktisat Bölümü 06532, ANKARA
e-mail: sadiye@hacettepe.edu.tr)

Özet:

Bu çalışmada Becker (1965) tarafında geliştirilen Hanehalkı Üretim Teorisi (HPT)'nde, bileşik üretime sahip bir teknolojinin varlığı halinde Pollak ve Watcher (1975) tarafından ileri sürülen eleştiriler ele alınmakta ve söz konusu eleştirilerin bileşik üretim durumunda da geçerli olup olmadıkları araştırılmaktadır. Araştırma, Chambers ve Färe (1993) tarafından önerilen yöntemle, çok-ürünlü firma literatüründe bileşik üretimin varlığını açıkça teknoloji üzerine empoze edebilmeyi sağlayan çıktılara göre bölünebilirlik kısıtını içerecek biçimde inşa edilen bir model çerçevesinde yapılmaktadır. Çalışmada oluşturulan model, Pollak ve Watcher (1975) tarafından HPT'ye yöneltilen eleştirilerin geçerli olmayabileceğine dair sonuçlara ulaşmaktadır.

Abstract:

A Solution to The Joint Production Problem of Household Production Theory

Pollak and Watcher (1975) criticized the Household Production Theory (HPT), which was developed by Becker (1965), on the ground that it requires to exclude the presence of the joint production on the structure of the household's technology. This study investigates the validity of these critiques based on a model which is developed here. The model uses Chambers and Färe (1993)'s technique which allows to define

[†] Çalışmanın tüm aşamalarında sağladığı değerli bilgi, katkı ve yorumları nedeniyle Doç. Dr. Erdinç Telatar'a ve Prof. Clive Fraser'a teşekkür ederim.

Anahtar Sözcükler: Hanehalkı üretim teorisi, bileşik üretim, çıktılara göre bölünebilirlik, Frisch talep fonksiyonları.

Keywords: Household production theory, joint production, separability in outputs, Frisch demand functions.

a multi-output firm technology including the joint production explicitly via the restriction of separability in outputs. The model seems to be concluded that even if the household's technology exhibits the joint production, Pollak and Watcher (1975)'s critiques may not be valid any more.

GİRİŞ

Becker (1965) "A Theory of the Allocation of Time" başlıklı ünlü makalesinde 'Hanehalkı Üretim Teorisi' (Household Production Theory- HPT) olarak adlandırılan bir tüketici davranışı teorisi geliştirmiştir. HPT'ye göre hanehalkı, bir üretici-tüketici gibi davranmakta ve bir üretim fonksiyonunun girdileri olarak 'piyasa malları' (market goods) ve/veya kendi zamanını kullanarak tüketmesi sonucunda fayda elde edeceği hanehalkı 'ürünleri'ni (commodities) üretmektedir.

Geleneksel (neoklasik) tüketici davranışı teorisinde ihmal edilen piyasa dışı mallar (hanehalkı ürünleri ya da evde üretilmiş mallar) ve çalışma-dışı zamanın analiz edilebilmesini sağlayan HPT, literatürde gerek teorik gerekse ampirik temelli pek çok çalışmaya konu olan bir tüketici davranışı teorisidir. Söz konusu çalışmalara birkaç örnek olarak Graham ve Green (1984), Stigler ve Becker (1977), Shectman (1984), Gronau (1980), Williams ve Donath (1994), Michael (1973), Rosenweig ve Schultz (1983) verilebilir. Ancak, yaygın kabul görmesine rağmen, HPT'yi temel alan çalışmalarda hanehalkı teknolojisi için ortak kısıtlayıcı bir varsayım açık ya da zımni olarak yer almaktadır: Hanehalkı teknolojisi, aynı piyasa malları ve/veya hanehalkı tüketim zamanı girdileri ile birden fazla hanehalkı ürünü üretilmeyeceği anlamında, bir 'bileşik üretim' (joint production) problemi içermemektedir. Söz konusu varsayımın nedeni, Pollak ve Watcher (1975) tarafından HPT'ye yöneltilen şu güçlü eleştiridir: Hanehalkı teknolojisi yukarıda tanımlanan anlamda bir bileşik üretim içerdiği sürece hanehalkı ürünlerinin fiyatları olarak tanımlanan zımni ürün fiyatları HPT'nin egzogen değişkenleri olarak kabul edilebilme özelliklerini kaybetmekte ve modele endojen ürün fiyatlarının varlığı halinde HPT geleneksel tüketici davranışı teorisine benzer sonuçlar türetememektedir. Oysa, HPT'de hanehalkı teknolojisi yapısı gereği bir bileşik üretimi doğal olarak içermektedir. Zira, hanehalkının aynı zaman dönemini kullanarak hem 'ev temizleme' hem 'çocuğuna bakma' hem de 'yemek pişirme' ya da piyasada çalıştığı işine kendi sahip olduğu özel otomobili ile giderek hem 'ulaşım' hem 'fiziki konfor sağlama' hem de 'müzik dinleme' ürünlerini bileşik olarak üretmesi mümkündür (Kooreman ve Wunderink, 1997). HPT'ye Pollak ve Watcher (1975)'in yönelttikleri eleştiriler Becker (1965) tarafından da farkedilmiş, ancak Becker (1965: 495) sadece talep fonksiyonlarının

türetiminde ortaya çıkan olası problemlerin aslında çok-ürünlü firma analizlerinde ortaya çıkan problemlerden farklı olmayacağını belirtmiştir.

Bu çalışmanın amacı, HPT çerçevesinde hanehalkı teknolojisini bileşik üretimi açıkça içerebilecek biçimde tanımlamaya olanak sağlayan bir model denemesi yaparak Pollak ve Watcher (1975)'in eleştirilerinin haklılığını araştırmaktır. Söz konusu model, bileşik üretime sahip bir teknoloji tanımı için, çok-ürünlü firmayı temel alan çalışmalar tarafından sağlanan 'çıktılara göre bölünebilirlik' (separability in outputs) kısıtını kullanmaktadır. Adıgeçen kısıt üzerine 1970'li yıllardan itibaren literatürde çalışmalar sürdürülmektedir, ancak firma teknolojisi üzerine kolay bir biçimde empoze edilebilmesini sağlayan yöntem Chambers ve Färe 1993 yılında yayımlanan "Input-Output Separability in Production Model and Its Structural Consequences" adlı makalelerinde geliştirilmiştir. Chambers ve Färe (1993) yöntemi, çıktılara göre bölünebilir teknoloji için bir kâr fonksiyonu oluşturduğundan, kurulan modele günümüz literatüründe çok yaygın olarak kullanılan bir başka tüketici davranışı teorisi olan Frisch talep fonksiyonları teorisi de entegre edilmektedir. İlk olarak Gorman (1976) tarafından geliştirilen, ancak Browning, Deaton ve Irish (1985)'in çalışmalarından sonra popüler hale gelen Frisch talep fonksiyonları teorisinde temsili hanehalkının -HPT'ye benzer biçimde- bir firma gibi davrandığı kabul edilmektedir. Adıgeçen firma-tüketicinin talep davranışını neoklasik firma teorisinin analiz araçlarını kullanarak açıklamaya çalışan Frisch talep fonksiyonları teorisinde tüketicinin bir kâr fonksiyonuna sahip olduğu kabul edilmektedir.

Çalışmanın birinci bölümü HPT'de, bileşik üretim içeren bir hanehalkı teknolojisinin varlığı halinde Pollak ve Watcher (1975) tarafından yöneltilen eleştiriler çerçevesinde ortaya çıkabilen problemleri vermektedir. İkinci bölümde çıktılara göre bölünebilir bir teknolojinin özellikleri incelenmektedir. Üçüncü bölüm, hanehalkı teknolojisi üzerine çıktılara göre bölünebilirlik kısıtının empoze edilebilmesi için gerekli olan toplam çıktı tanımı için bir öneri sunmaktadır. Dördüncü bölümde, HPT'de hanehalkı teknolojisini bileşik üretimi içerecek şekilde açıkça tanımlayan bir model denemesi yapılmaktadır. Çalışmanın son bölümü geliştirilen model çerçevesinde Pollak ve Watcher (1975)'in eleştirilerinin haklılığını incelemektedir.

I. PROBLEM

HPT'nin basit formunda¹ hanehalkı, veri olan piyasa mal fiyatları vektörü $p \in \mathcal{R}_+^n$ ve kendi parasal geliri I tarafından belirlenen bir bütçe kısıtı

$[I = \sum_{j=1}^n p_j \cdot x_j]$ altında satın aldığı piyasa malları girdi vektörü $x \in \mathcal{R}_+^n$ ile hanehalkı ürünleri vektörü $z \in \mathcal{R}_+^m$ 'yi üretmektedir. Üretim aşamasında teknolojisini tarafından belirlenen bir üretim fonksiyonuna sahip olan hanehalkının kendi ürettiği ürünlerin tüketiminden fayda sağladığı varsayılmaktadır, dolayısıyla hanehalkı fayda fonksiyonu $u = u(z)$ formunda tanımlıdır.²

Hanehalkının nihai amacını faydasını maksimize eden ürün-tüketim vektörünün seçimi olarak kabul eden HPT'de, hanehalkı teknolojisinin dolayısıyla, üretim fonksiyonunun nasıl tanımlandığı büyük önem taşımaktadır. Zira hanehalkı fayda maksimizasyonu probleminin çözümü iki aşamada gerçekleştirilmektedir (Muellbauer, 1974): Birinci aşamada hanehalkı bir üretici gibi davranmakta ve teknolojisinin belirlediği üretim fonksiyonu kısıtı altında maliyetini minimize edecek optimal girdi kombinasyonunu belirlemektedir. İkinci aşamada hanehalkının amacı, bir tüketici olarak minimum maliyet fonksiyonu kısıtı altında faydasını maksimize edecek ürün kombinasyonunu tayin etmektir. Söz konusu fayda maksimizasyonu probleminde kısıt olan minimum maliyet fonksiyonunun belirlenmesinde birinci aşama problemi nedeniyle, hanehalkı teknolojisini rol oynamaktadır. Bir başka ifade ile teknoloji üzerine getirilen kısıtlar doğrudan minimum maliyet fonksiyonunun tanımını belirlemektedir. Minimum maliyet fonksiyonu $C(p, z)$, girdi fiyatları vektörü p veri iken hanehalkının ürün vektörü z 'yi üretebilir olduğu en düşük maliyeti tanımlamaktadır. Üretimde ölçeğe göre sabit getiri varsayımı altında Euler Teoremi, birinci aşama probleminin çözümü olan minimum maliyetin hanehalkı parasal gelirine eşitlenmesini garantilemektedir (Pollak ve Watcher, 1975: 257). Hanehalkı çok ürünlü bir firma gibi davrandığından $I = C(p, z)$ fonksiyonu aynı zamanda hanehalkının üretim olanakları eğrisi olarak tanımlanabilmektedir³ ve neoklasik üretim olanakları eğrisinin tüm özelliklerini taşımaktadır, dolayısıyla orjine göre konkavdır (Becker, 1965: 500; Deaton ve Muellbauer, 1991: 245). Hanehalkının ikinci aşama problemi orjine göre konkav bir üretim olanakları eğrisi kısıtı altına kesin quasi-konkav fayda fonksiyonunun maksimizasyonu problemini içermektedir. Söz konusu durum, HPT'ye Pollak ve Watcher (1975) tarafından yöneltilen temel eleştiriyi oluşturmaktadır. Zira belirtilen türde bir maksimizasyon problemini çözen tek bir optimal ürün tüketim vektörü elde etmek mümkün olamamaktadır. Pollak ve Watcher (1975)'a göre ürün talep fonksiyonlarının türetilmesi için, üretim olanakları eğrisi ile fayda fonksiyonunu birbirinden ayıran -geleneksel tüketici bütçe doğrusuna benzer biçimde-, eğimi 'zımni (implicit ya da shadow) ürün fiyatları oranına eşit olan doğrusal forma sahip bir sınır oluşturmak gerekmektedir ve belirtilen sınırnın

tanımı için ölçüğe göre sabit getirili olan hanehalkı teknolojisini bileşik üretim içermemelidir. Söz konusu varsayımın ispatı kolaydır. Bileşik üretim içermeyen bir teknoloji için her bir hanehalkı ürününe karşılık gelen üretim fonksiyonlarını $z_i = f^i(x)$ formunda ayrı ayrı tanımlayabilmek mümkündür (Lau, 1972).^{4, 5} Üretim fonksiyonlarının ayrı ayrı tanımlanabilirliği, hanehalkı bileşik minimum maliyet fonksiyonunun her bir ürüne ait maliyet fonksiyonlarının bir toplamı olarak yazılabilesine olanak tanımaktadır: $C(p, z) = \sum_{i=1}^m C^i(p, z)$. Ek olarak, ölçüğe göre sabit getiri varsayımı altında her bir ürüne ait maliyet fonksiyonları, üretilen çıktı miktarından bağımsız olarak tanımlıdır⁶ (Cornes, 1992: 156; Hall, 1973: 884):

$$C(p, z) = \sum_{i=1}^m C^i(p) \cdot z_i \quad (1)$$

(1) denklemi ile verilen forma sahip bir teknoloji, çok-ürünlü bir firma teknolojisi üzerine 'girdi miktarlarına göre bileşik olmama' (nonjointness in input quantities) kısıtının empoze edildiğini ifade etmektedir (Kohli, 1983; Chambers, 1989). Belirtilen kısıt, özellikle çok-ürünlü firmayı temel alan ampirik çalışmalarda bileşik üretimi modelden dışlamak amacıyla sıkça başvurulan bir kısıttır.⁷

Euler Teoremi (1) denkleminin,

$$I = C(p, z) = \partial C^i(p) / \partial z_i = \sum_{i=1}^m \pi_i(p) \cdot z_i \quad (2)$$

formunda doğrusal olarak yazılabilir olmasını sağlamaktadır (Pollak ve Watcher, 1975: 259; Muellbauer, 1974: 982). Burada $\pi_i(p) = \partial C^i(p) / \partial z_i$, ($i=1, \dots, m$) i. hanehalkı ürününün zımnî fiyatı olup, i ürününe ait maliyet fonksiyonunun i ürün miktarına göre birinci dereceden kısmi türevi alınarak bulunmaktadır, dolayısıyla bir ürünün zımnî fiyatı, söz konusu ürünün marjinal maliyetine eşittir.⁸

Ölçüğe göre sabit getirili ve bileşik üretim içermeyen hanehalkı teknolojisinin varlığında zımnî ürün fiyatları, veri olan piyasa mal fiyatlarına ve hanehalkı teknolojisine bağlı iken hanehalkı tarafından tüketilen ürün vektöründen, dolayısıyla hanehalkı zevklerinden bağımsızdır (Pollak ve Watcher, 1975: 259). Yukarıda verilen tanımla ile zımnî ürün fiyatları, hanehalkı açısından veri olarak tanımlanabilmektedir. Hanehalkı, eğimi zımnî ürün fiyatları oranını veren (2) denklemi ile belirli bütçe kısıtı altında fayda maksimizasyonu problemi ile karşı karşıya kalmaktadır. Söz konusu problemin

çözümü vardır ve tektir. Denge noktasında, zımni ürün fiyatları oranı, ürünler arasındaki hem marjinal ikame oranına (kayıtsızlık eğrisinin eğimi) hem de marjinal dönüşüm oranına (üretim olanakları eğrisinin eğimi) eşittir (Deaton ve Muellbauer, 1991: 245). Hanehalkı ürün talepleri ise, her ikisi de veri olan zımni ürün fiyatları ve parasal gelirin birer fonksiyonudurlar ve geleneksel talep fonksiyonlarının bütün özelliklerini taşımaktadırlar (Pollak ve Watcher, 1975: 258).

Ancak Pollak ve Watcher (1975)'a göre, eğer hanehalkı teknolojisi bileşik üretim içeriyorsa, toplanabilir forma sahip bir bileşik maliyet fonksiyonu, dolayısıyla (2) denklemi ile tanımlı doğrusal bütçe kısıtı geçerliliğini kaybetmekte ve hanehalkı fayda maksimizasyonu aşamasında doğrudan üretim olanakları eğrisi $I=C(p,z)$ kısıtı ile karşı karşıya kalmaktadır. Eğer maliyet fonksiyonu $C(p,z)$ ise, tanımı gereği zımni ürün fiyatları da $\pi_i(p,z) = \partial C^1(p,z) / \partial z_i$, ($i=1, \dots, m$) formunu almaktadır. Sözel olarak, *zımni ürün fiyatları piyasa mal fiyatları ve hanehalkı teknolojisi yanında tüketilen ürün vektörü, dolayısıyla hanehalkı zevklerine de bağımlı hale gelmektedir*. Bu durumda iki temel problem ortaya çıkmaktadır. Birinci problem, hanehalkı fayda maksimizasyonu problemini çözen ürün vektörü z 'nin değişmesi, zımni ürün fiyatlarının da değişmesine neden olacağından; zımni ürün fiyatları modele endojen değişkenler haline gelmektedir. Endojen zımni ürün fiyatlarının varlığı ise hanehalkının fiyat alıcı konumundan uzaklaşıp bir fiyat belirleyici (örneğin monopson firma) kimliği taşımasına yol açmaktadır (Pollak ve Watcher, 1975: 270). Söz konusu durum, HPT ile geleneksel tüketici davranışı teorisi arasında egzojen zımni ürün fiyatları tarafından oluşturulan bağımlı kaybolmasına sebep vermektedir (Barnett, 1977: 1075). Dolayısıyla eğer hanehalkı teknolojisi ölçeğe göre sabit getirili değilse ve bileşik üretim içeriyorsa HPT ile geleneksel teori arasındaki benzerlik ortadan kalkmakta ve ürün talep fonksiyonlarının zımni ürün fiyatlarına bağlı tanımı geçerliliğini kaybetmektedir (Pollak ve Watcher, 1975: 252; 1977: 1084).

İkinci problem, zımni ürün fiyatlarının hanehalkı teknolojisi yanında hanehalkı zevklerine de bağlı olmasından kaynaklanmaktadır. Zira ürün talepleri, zımni ürün fiyatlarının bir fonksiyonu olarak tanımlandığında, HPT'de ürün talep fonksiyonlarında kaymaya hem hanehalkı zevkleri (amaç fonksiyonu) hem de hanehalkı teknolojisi (kısıt fonksiyonu)'ndeki bir değişme yol açabilir. Bir başka ifade ile HPT'de bir belirlenememe problemi gözlenir (Pollak ve Watcher, 1977). Oysa HPT'de hanehalkı zevkleri, ürün talep fonksiyonlarının bir belirleyicisi olarak kabul edilmemekte, geleneksel yaklaşımdan farklı olarak hanehalkı teknolojisi, hanehalkı zevkleri yerine ikame edilmektedir (Michael ve Becker, 1976).

Yukarıda verilen her iki problemin temel kaynağı, tüketilen ürün vektörüne bağımlı bir bileşik maliyet fonksiyonu, dolayısıyla zımni ürün fiyatlarının varlığıdır. Browning (1997)'e göre, hanehalkı tüketim talebindeki değişimin karşı karşıya kaldığı kısıttaki bir değişmeden mi yoksa, maksimize etmeye çalıştığı fonksiyondaki bir değişmeden mi kaynaklandığının ayrıştırılamaması nedeniyle ortaya çıkan bir belirlenememe problemi bulunuyorsa, söz konusu problemin aşılması için modele ek bilgi ve/veya ek yapı getirilmelidir. Pollak ve Watcher (1975)'in belirlenememe problemini aşmak için kullandıkları ek bilginin, ölçeğe göre sabit getirili olduğu varsayılan bir hanehalkı teknolojisini girdi miktarlarına göre bileşik olmama kısıtı ile tanımlama olduğu açıktır. Söz konusu ek bilgi ile Pollak ve Watcher (1975), bileşik üretimi hanehalkı teknolojisi üzerinden dışlayarak tüketilen ürün vektöründen bağımsız bir bileşik maliyet fonksiyonu, dolayısıyla zımni ürün fiyatlarının elde edilebilmesini sağlamaktadırlar.

O halde Pollak ve Watcher (1975) tarafından HPT'ye yöneltilen ciddi eleştirilerin haklılığının araştırılması için, bileşik üretim halinde bile tüketilen ürün vektöründen bağımsız bir bileşik maliyet fonksiyonu tanımlayabilme olanağı verecek biçimde bir ek bilginin varlığının araştırılması gerekmektedir.

Çok-ürünlü firma literatüründe, bileşik üretimi teknoloji için açıkça tanımlayabilme olanağı veren kısıtlar bulunmaktadır. Tanımlanmış iki tür bölünebilirlik kısıtı vardır (Chambers, 1989: 285-6): 'Girdilere göre bölünebilirlik' (separability in inputs) ve 'çıkılara göre bölünebilirlik' (separability in outputs). Girdilere göre bölünebilirlik kısıtı, aynı girdinin farklı bölümleri ile birden fazla çıktı üretimi anlamına gelen bileşik üretimin varlığı halinde kullanılmakta ve tüm girdileri tek bir toplam girdi endeksi ile tanımlayabilmeye izin vermektedir. Çıkılara göre bölünebilirlik kısıtı ise aynı girdi ile birden fazla çıktı üretiminden kaynaklanan bileşik üretim için geçerlidir ve tüm çıktıların bileşik olarak üretildiğini ifade eden tek bir toplam çıktı endeksi kabulü yapmaktadır. HPT'de gözlenen bileşik üretim tanımının çıkılara göre bölünebilirlik kısıtında yer alan bileşik üretim tanımı ile aynı olduğu açıktır. Dolayısıyla, HPT'ye bir ek bilgi olarak, bileşik üretimi açıkça tanımlayan çıkılara göre bölünebilirlik kısıtının getirilmesi uygun görünmektedir. Ancak, belirtilen amaç için öncelikle, çıkılara göre bölünebilirlik kısıtı ile ilişkili tanım ve fonksiyonların bilinmesi gerekmektedir.

II. ÇIKTILARA GÖRE BÖLÜNEBİLİR BİR TEKNOLOJİ

Çok-ürünlü bir firma için çıkılara göre bölünebilirlik kısıtı, teknoloji üzerine birbirlerinin eş-gösterimleri olan üretim olanakları kümesi ve 'girdi

uzaklık fonksiyonu⁹ (input distance function) aracılığı ile empoze edilmekte ve söz konusu kısıt altında maliyet ve kâr fonksiyonları yeniden tanımlanmaktadır.

Chambers ve Färe (1993: 200), çok-ürünlü bir firma teknolojisi üzerine çıktılara göre bölünebilirlik kısıtının empoze edilmesini sağlayan bir tanım ve Lemma geliştirmektedirler:

Tanım 1: Eğer çok-ürünlü bir firmanın teknolojisi,

$$\hat{T} = \left\{ (x, h) : x \in \mathfrak{R}_+^n, h \in \mathfrak{R}_+ \text{ y} \text{ üretebilir.} \right\} \quad (3)$$

formunda tanımlanabiliyorsa, söz konusu teknoloji çıktılara göre bölünebilirdir.⁹ Burada $x=(x_1, x_2, \dots, x_n)$ girdi vektörünü, $h=h(z): \mathfrak{R}_+^m \rightarrow \mathfrak{R}_+$ bir toplam çıktı endeksini tanımlamaktadır. $z=(z_1, z_2, \dots, z_m)$ ise çıktı vektörüdür.

Teknolojisi (3) fonksiyonu tarafından belirlenen bir firma nihai olarak tüm x girdileri ile ürettiği z çıktıları üzerinden toplulaştırılmış tek bir h çıktısı üretmektedir. Dolayısıyla, çıktılara göre bölünebilirlik kısıtı, tek bir toplam çıktı endeksi h 'nın tüm girdiler tarafından bileşik olarak üretildiğini kabul etmektedir.

Lemma: Ancak ve ancak girdi uzaklık fonksiyonu,

$$D_I(x, z) = \Delta_I(x, h(z))$$

formunda yazılabiliyorsa teknoloji çıktılara göre bölünebilirdir ve burada $\Delta_I(x, h(z)) = \sup \left\{ \lambda : (x/\lambda, h(z)) \in \hat{T} \right\}$ bir girdi uzaklık fonksiyonudur.¹⁰

Çıktılara göre bölünebilir bir teknoloji Lemma yardımıyla girdi uzaklık fonksiyonu cinsinden yeniden tanımlanabilir (Chambers ve Färe, 1993: 199):

$$\hat{T} = \left\{ (x, h(z)) : \Delta_I(x, h(z)) \geq 1 \right\} \quad (4)$$

Diğer taraftan çıktılara göre bölünebilir bir teknolojiye sahip çok-ürünlü firmanın maliyet fonksiyonu için Hall (1973: 882) aşağıdaki kabulü yapmaktadır:^{11, 12}

Kabul: Ancak ve ancak maliyet fonksiyonu,

$$C(p, h(z)) = \min \{ p \cdot x : (x, h(z)) \in \hat{T} \} = c(p) \cdot h(z) = c(p) \cdot h \quad (5)$$

formunda 'çarpım şeklinde bölünebilir' (multiplicatively separable) olarak yazılabiliyorsa teknoloji çıktılarına göre bölünebilirdir.

İspat:¹³ Eğer $(x, h(z)) \in \hat{T}$ ölçeğe göre sabit getirili bir teknolojiyi tanımlıyorsa, maliyet fonksiyonu aşağıda verilen adımları sağlar:

$$\begin{aligned} C(p, h(z)) &= \min \{ p \cdot x : (x, h(z)) \in \hat{T} \} \\ &= \min \{ p \cdot x : (x/h(z), 1) \in \hat{T} \} \\ &= h(z) \cdot \min \{ p \cdot (x/h(z)) : (x/h(z), 1) \in \hat{T} \} \\ &= h(z) \cdot c(p, 1) = h(z) \cdot c(p) \\ &= h \cdot c(p) \end{aligned}$$

Burada $c(p, 1) = c(p) = \min \{ p \cdot x : (x, 1) \in \hat{T} \}$ bir birim hanehalkı ürünü üretmenin maliyeti olup aynı zamanda h 'nin marjinal maliyetini tanımlamaktadır, çünkü, $\partial C(p, h) / \partial h = c(p)$ 'dir. Dolayısıyla çıktılarına göre bölünebilirlik kısıtı altında marjinal maliyet sadece girdi fiyatlarının bir fonksiyonu olup toplam çıktının düzeyinden bağımsızdır (Cornes, 1992: 107).

Çok-ürünlü firmanın kâr fonksiyonu ise çıktılarına göre bölünebilir girdi uzaklık fonksiyonuna dual olarak aşağıdaki gibi tanımlıdır (Chambers ve Färe, 1993):¹⁴

$$\begin{aligned} \Pi(\tau, p) &= \max_{h(z), x} \{ \tau \cdot h(z) - p \cdot x : \Delta_I(x, h(z)) \geq 1 \} \\ \Delta_I(x, h(z)) &= \sup \{ \lambda : \Pi(\tau, p) \geq \tau \cdot h(z) - p \cdot (x/\lambda), \text{ for every } p, \tau \} \end{aligned} \quad (6)$$

Burada $\Pi(\tau, p)$, toplam çıktı $h(z)$ 'nin veri fiyatını temsil eden τ ve veri girdi fiyatları vektörü p 'ye bağlı olarak tanımlı kâr fonksiyonudur.

Yukarıda verilen bilgilerin ışığında artık bileşik üretimi açıkça içerebilecek biçimde tanımlayabilmeye olanak sağlayan çıktılarına göre bölünebilirlik kısıtının çok-ürünlü bir firma analizinde kullanımını sağlayan fonksiyonlar açık hale gelmiş olmaktadır. Firma için Tanım 1 ve Lemma tarafından verilen teknoloji ve girdi uzaklık fonksiyonu kullanıldığı takdirde, teknoloji çıktılarına göre bölünebilirlik bağlamında bir bileşik üretime olanak

sağlamaktadır. HPT, hanehalkının çok-ürünlü bir teknolojiye sahip olduğunu varsayan bir teori olduğundan, çıktılara göre bölünebilirlik kısıtını model içine empoze edebilmeye izin vermektedir. Diğer taraftan, çıktılara göre bölünebilirlik kısıtı altında elde edilen çarpım şeklinde bölünebilir maliyet fonksiyonu, toplam çıktı endeksi düzeyinden bağımsız bir marjinal maliyet fonksiyonu türetebilmeyi mümkün kılmaktadır. HPT içinde bir ürünün marjinal maliyetinin, ilgili ürüne ait zımni fiyata eşit olduğu bilinmektedir. Dolayısıyla, eğer hanehalkı teknolojisi çıktılara göre bölünebilirlik kısıtı ile verilebilirse, toplam çıktının düzeyinden bağımsız bir zımni ürün fiyatı tanımlama olasılığı ortaya çıkmaktadır. Böylece Pollak ve Watcher (1975)'in HPT'ye yönelttikleri eleştirilerin temel kaynağı olan 'bileşik üretim halinde zımni ürün fiyatları tüketilen ürün vektörüne bağımlı hale gelmektedir' görüşü geçerliliğini kaybedebilir görünmektedir. Ancak burada önemli olan, HPT yapısına uygun biçimde, çıktılara göre bölünebilirlik kısıtının geçerli olmasını sağlayan bir toplam çıktı endeksi tanımının geliştirilebilmesidir. Zira eğer HPT'de hanehalkı ürünleri üzerinden toplulaştırılmış bir toplam ürün tanımlanabilirse, çıktılara göre bölünebilirlik kısıtı altında üretilen maliyet fonksiyonunu kullanma olanağı bulunabilir. Takip eden bölümde, HPT temelinde tanımlanabilir bir toplam çıktı endeksi için bu çalışmada geliştirilen öneri sunulmaktadır.

III. TOPLAM ÇIKTI ENDEKSİ İÇİN BİR ÖNERİ

HPT'de hanehalkı teknolojisi üzerine çıktılara göre bölünebilirlik kısıtının empoze edilebilirliği, önceki bölümde verilen Tanım 1'e bağlı olarak bir toplam çıktı endeksinin tanımlanmasını gerektirmektedir. Burada öncelikle düşünülmeli gereken, HPT'de gerçekten tüm piyasa mal girdileri kullanımı ile üretilebilir tek bir toplam hanehalkı ürününün varlığını kabul etmenin olası olup olmadığıdır. Ghez ve Becker (1975) tarafından HPT'nin yaşam-boyu bir davranışa uyarlanması kullanılan yöntemle dayanarak, yukarıdaki soruya olumlu yanıt bulmak mümkündür. Zira söz konusu modelde Ghez ve Becker (1975), her bir döneme ait hanehalkı üretim fonksiyonu çıktısını, hanehalkının ilgili dönemde piyasa malları ve kendi zamanını kullanarak ürettiği tüm hanehalkı ürünleri üzerinden toplulaştırılmış, gözlenebilir ve ölçülebilir olan tek bir toplam çıktı olarak kabul etmektedirler. Belirtilen kabul altında HPT'nin yaşam-boyu modelinde hanehalkı tarafından üretilen her bir ürün ayrı ayrı yer almamakta ve hanehalkının yaşam-boyu fayda fonksiyonunun elemanları her bir dönemde üretilen toplam çıktılar olacak biçimde formüle edilmektedir.¹⁵

Ghez ve Becker (1975) tarafından kullanılan yöntemle dayanarak HPT çerçevesinde hanehalkı için tek bir toplam çıktı tanımı yapılabilir olduğu açık hale gelmektedir. Dolayısıyla artık HPT'nin tek önemli analizi için bir toplam

çıkıtı kabulü araştırılabilir. HPT'de fayda fonksiyonu ürünler üzerinden tanımlı olduğundan, tek bir toplam ürün tanımlandığı takdirde hanehalkı fayda fonksiyonunun elemanı sadece belirtilen tek ürün halini alacak ve hanehalkı için toplam ürünün tüketimi sonucunda elde edilen tek bir fayda değeri tanımlı yapılabilecektir. O halde acaba, hanehalkı için toplam çıkıtı, hanehalkının söz konusu çıkıtıyı tüketmesi sonucunda elde edeceği reel değerli toplam fayda değeri olarak kabul edilebilir mi? Bir başka ifade ile toplam fayda, hanehalkı açısından doğrudan bir üretim süreci çıkıtısı olarak tanımlanabilir mi?

Frisch talep fonksiyonları teorisinde fayda, hanehalkı açısından bir çıkıtı olarak kabul edilmektedir, çünkü geleneksel talep teorilerinden biri olan Marshallian yaklaşımda hanehalkı fayda maksimizasyonu çözümüne karşılık gelen parasal gelirin marjinal faydası (Lagrange çarpanı)'nın tersinin faydanın fiyatı olarak tanımlanması, faydanın fiyatı olan bir çıkıtı gibi tanımlanabileceği görüşüne yol açmaktadır (Gorman, 1976: 232-3). Söz konusu kabul altında Frisch talep fonksiyonları teorisi hanehalkını, girdi ve çıkıtı fiyatları veri iken, üretim fonksiyonu olarak kabul edilebilir fayda fonksiyonu aracılığı ile piyasa mallarını girdi olarak kullanıp fayda çıkıtısı üreten bir tam rekabet firması gibi düşünmektedir. Firma-tüketicinin amacını tanımlayan kâr maksimizasyonu problemi ise,

$$\Pi(r, p) = \max_{u, x} \left\{ r \cdot u - p \cdot x : u = \sum_{i=1}^n v_i(x_i) \right\} \quad (7)$$

formunda tanımlanmaktadır (Browning, Deaton ve Irish, 1985:507-8). Burada r faydanın fiyatı, u her bir mala ait alt fayda fonksiyonları $v_i(\cdot)$ 'lerden elde edilen faydaların toplamı olan toplam fayda çıkıtısı, $r \cdot u$ hanehalkının toplam faydayı veri olan fiyatından kendine satışı sonucunda elde edeceği toplam hasılat, $p \cdot x$ ise hanehalkının girdilere yaptığı toplam harcamasıdır. Toplam fayda, toplanabilir bir fayda fonksiyonu aracılığı ile üretildiğinden kardinal (ölçülebilir, gözlenebilir, reel değerli) olma özelliği taşımaktadır (Phlips, 1983: 276).

Frisch talep fonksiyonları teorisinde hem faydanın bir hanehalkı çıkıtısı olarak tanımlanmış olması hem de reel-değerli bir sayı olarak temsil edilebileceği kabulü, HPT'de hanehalkı toplam çıkıtısını, hanehalkının tüm ürünleri tüketme sonucunda elde ettiği toplam fayda düzeyi olarak tanımlayabilmeyi mümkün hale getirmektedir. Diğer taraftan toplam fayda HPT'de bileşik üretimin varlığı halinde hanehalkının çıkıtısı olarak kabul edildiğinde, hanehalkı için, Frisch talep fonksiyonları teorisinde olduğu gibi, bir kâr fonksiyonu tanımlanabilir. Zira, (6) ilişkisi, çıkıtılara göre bölünebilirlik kısıtı altında bir kâr fonksiyonu tanımlayabilmeyi olanaklı kılmaktadır.

Böylece, çıktılara göre bölünebilirlik ek bilgisinin HPT çerçevesine ek bilgi olarak empoze edilmesi, Frisch talep fonksiyonları teorisinin analiz aracı olan kâr fonksiyonunu da model içine bir ek yapı olarak getirebilmeye olanak sağlamaktadır.

Takip eden bölümde, HPT'ye çıktılara göre bölünebilirlik kısıtını toplam fayda düzeyi ürünü kabulü altında empoze ederek geliştirilen model sunulmaktadır.

IV. BİR MODEL

Varsayımlar:

1. Hanehalkı piyasa mallarını¹⁶ girdi olarak kullanıp, tüketmesi sonucunda fayda elde edeceği ürünler üretmektedir.

2. Hanehalkı üretim teknolojisi çıktılara göre bölünebilirdir. Bir başka ifade ile hanehalkı üretim sürecinde, aynı piyasa malları ile birden fazla ürün üretilmesi anlamında bir bileşik üretim bulunmaktadır. Çıktılara göre bölünebilirlik kısıtı altında hanehalkı teknolojisini tanımlayan üretim olanakları kümesi,

$$\hat{T} = \{(\mathbf{x}, u) : \mathbf{x} \in \mathfrak{R}_+^n \text{ girdileri ile } u \in \mathfrak{R}_+ \text{ çıktısı üretilebilir.}\}$$

biçiminde tanımlıdır. Burada, $u = u(\mathbf{z}) : \mathfrak{R}_+^m \rightarrow \mathfrak{R}_+$ toplam fayda düzeyidir.¹⁷

Yukarıda tanımlı Lemma hanehalkı teknolojisi, \hat{T} 'nin bir girdi uzaklık fonksiyonu $\Delta_I(\mathbf{x}, u)$ yardımıyla aşağıdaki formda tanımlanabilir olmasını sağlamaktadır:

$$\Delta_I(\mathbf{x}, u) = \sup\{\lambda : (\mathbf{x}/\lambda, u) \in T\} \quad (8)$$

3. Hanehalkı piyasa malları satın alımında veri parasal geliri I ve veri piyasa mal fiyatları vektörü $\mathbf{p} = (p_1, p_2, \dots, p_n)$, tarafından belirlenen bir bütçe kısıtı altındadır:

$$I = \sum_{i=1}^n p_i \cdot x_i$$

4. Hanehalkı teknolojisi ölçeğe göre sabit getirilir ve modelde kullanılan tüm fonksiyonlar türevlenebilirdir.

Bir ara çözüm olarak, hanehalkının amacının fayda maksimizasyonu olduğunu ve söz konusu amaca ulaşmada hanehalkı karar alma sürecinin iki aşamalı olduğunu varsayalım. Birinci aşamada hanehalkı, en düşük maliyetli girdi vektörünü veren minimum maliyet fonksiyonunu belirleme, ikinci aşamada ise minimum maliyet fonksiyonu kısıtı altında toplam fayda düzeyinin maksimum değerini tayin etme amacına sahip olsun.

Birinci Aşama Problemi:

$$\min \sum_{i=1}^n p_i x_i$$
$$\text{s.t. } \hat{T} = \left\{ (x, u) : x \in \mathbb{R}_+^n \text{ girdileri ile } u \in \mathbb{R}_+ \text{ çıktısı üretilebilir.} \right\}$$

Hanehalkının üretim teknolojisi kısıtı altında girdilere yaptığı toplam harcamayı minimize etmesi probleminin çözümü,

$$I = C(p, u) = \min \{ p \cdot x : (x, u) \in \hat{T} \}$$

ile belirli minimum maliyet fonksiyonunu vermektedir.¹⁸ Çıktılara göre bölünebilirlik kısıtı altında maliyet fonksiyonu çarpım şeklinde bölünebilir olmalıdır:

$$I = C(p, u) = c(p) \cdot u$$

Maliyet fonksiyonunun toplam fayda düzeyine göre birinci derece kısmi türevi tanım gereği, zımni toplam fayda düzeyi fiyatı χ 'ya eşittir:

$$\frac{\partial C(p, u)}{\partial u} = \frac{\partial (c(p) \cdot u)}{\partial u} = c(p) = \chi(p) \quad (9)$$

(9) denklemine göre çıktılara göre bölünebilirlik kısıtı altında tanımlı toplam çıktı endeksi olan toplam fayda düzeyinin zımni fiyatı χ , piyasa mallarının veri fiyatlar vektörüne ve minimizasyon probleminde yer alan kısıt nedeniyle hanehalkı teknolojisine bağlı iken hanehalkı tarafından elde edilen toplam fayda düzeyinden, dolayısıyla hanehalkı zevklerinden bağımsızdır. Ulaşılan söz konusu bulgu, bileşik üretimi modelden dışlayacak biçimde girdi miktarlarına göre bileşik olmama kısıtı empoze edilmiş HPT ile, bileşik üretimi açıkça içerecek biçimde çıktılara göre bölünebilirlik kısıtı altında inşa edilen model tarafından temsil edilen HPT'nin, zımni ürün fiyatları fonksiyonu için aynı tanıma ulaştıkları anlamına gelmektedir. İki model arasındaki tek farklılık, HPT'nin orjinal formülasyonunda her bir hanehalkı ürününe karşılık ayrı bir

zımni ürün fiyatı tanımlı iken, oluşturulan model çerçevesinde sadece toplam fayda düzeyi ürünü için tanımlı tek bir zımni fiyatın bulunmasıdır.

İkinci Aşama Problemi:

$$\begin{aligned} \max u \\ \text{s.t. } I = c(\mathbf{p}).u \end{aligned}$$

Yukarıda verilen maksimizasyon probleminin çözümü amacıyla γ bir Lagrange çarpanı olmak üzere aşağıda verilen Lagrange yöntemi uygulanabilir:

$$L : u + \gamma(I - c(\mathbf{p}).u)$$

Lagrange fonksiyonunun bir reel sayı ile ifade edilen toplam fayda düzeyi u 'ya göre kısmi türevi alınıp sıfıra eşitlendiğinde, (9) denklemi de kullanılarak, aşağıda türetilen önemli bir sonuca ulaşılmaktadır:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial u} = 1 - \gamma.c(\mathbf{p}) = 0 &\Rightarrow \gamma.c(\mathbf{p}) = 1 \\ \Rightarrow c(\mathbf{p}) = \chi(\mathbf{p}) = \frac{1}{\gamma} = r \end{aligned} \quad (10)$$

(10) denkleminde göre, toplam fayda düzeyinin marjinal maliyeti, dolayısıyla zımni fiyatı, parasal gelirin marjinal faydası (g) nın tersine yani faydanın fiyatı r 'ye eşittir. Bir başka ifade ile hanenalkının tek çıktısı olarak varsayılan toplam faydasının zımni fiyatı, Frisch talep fonksiyonları teorisindeki gibi, faydanın fiyatına eşittir. Faydanın fiyatına eşit olan toplam faydanın zımni fiyatı ise veri olan piyasa mal fiyatları vektörüne ve veri olan hanehalkı teknolojiye bağlı olarak belirlendiğinden, faydanın fiyatı veri olarak kabul edilebilir. Söz konusu kabul, hanehalkı zevklerinden bağımsız bir zımni toplam fayda fiyatı tanımlayabilmek açısından da anlamlı görünmektedir.

Dolayısıyla, Pollak ve Watcher (1975) tarafından bileşik üretimin varlığı halinde tüketilen ürün kümesine bağımlı zımni ürün fiyatlarının HPT'de modelin egzojen değişkenleri olarak tanımlanamayacağı eleştirisi, geçerliliğini kaybetmektedir. Zira, kurulan model bileşik üretimi açıkça tanımlamakta ve hala toplam ürün düzeyinden bağımsız ve veri olarak tanımlanabilir bir zımni ürün fiyatının geçerli olabileceği bulgusuna ulaşmaktadır. Diğer taraftan kurulan model, zımni ürün fiyatlarını, toplam fayda düzeyi dolayısıyla, hanehalkı zevklerinden bağımsız olarak tanımlayabildiği için, bileşik üretim varlığı halinde bile HPT'de bir belirlenememe problemi ortaya çıkmayacağı ifade etmektedir. Bir başka ifade ile Pollak ve Watcher (1975) tarafından

HPT'ye bileşik üretimin varlığı halinde yönlendirilen ikinci eleştiri de geçersiz hale gelmiş görünmektedir.

Yukarıda uygulanan ara çözüm sonucu elde edilen önemli bulgulardan sonra tekrar modelin varsayımlarına dönülebilir.

(10) denklemine göre dengede hanehalkı, toplam faydayı üretmenin marjinal maliyetini toplam faydanın veri fiyatına eşitlemekte, bir başka ifade ile tek çıktı üreten bir tam rekabet firması gibi davranmaktadır. O halde hanehalkına Frisch talep fonksiyonları teorisinde kabul edildiği gibi kâr maksimizasyonu amacı taşıyan bir firma gözü ile bakılabilir.

5. Hanehalkı bir kâr fonksiyonuna sahiptir. Hanehalkı kâr fonksiyonu çıktılarına göre bölünebilir bir teknoloji için (6) dual ilişkisi, (8) denklemi ile tanımlı girdi uzaklık fonksiyonu cinsinden düzenlenerek aşağıdaki formda tanımlanabilir:

$$\begin{aligned}\Pi(r, p) &= \max_{u, x} \{r \cdot u - p \cdot x : \Delta_I(x, u) \geq 1\} \\ \Delta_I(x, u) &= \sup \{ \lambda : \Pi(r, p) \geq r \cdot u - p \cdot (x / \lambda), \text{ her } r, p \text{ için.} \}\end{aligned}\quad (11)$$

Burada $r \cdot u$ ve $p \cdot x$ sırasıyla hanehalkının toplam hasılası ve toplam harcamasını temsil etmektedir.

(11) dual ilişkisi ile tanımlanan hanehalkı kâr fonksiyonu ile Frisch talep fonksiyonları teorisinde tanımlı kâr fonksiyonu (7) arasında önemli bir farklılık bulunduğu belirtilmelidir. Frisch talep fonksiyonları teorisinde hanehalkının kâr fonksiyonu, toplanabilir fayda fonksiyonu cinsinden tanımlıdır. Oysa (11) ile belirli kâr fonksiyonu, hanehalkı teknolojisini temsil eden girdi uzaklık fonksiyonuna bağlıdır. Böylece çıktılarına göre bölünebilirlik kısıtı altında toplam faydanın zımni fiyatının, toplam fayda düzeyinden, dolayısıyla hanehalkı zevklerinden bağımsız bulunması sonucu, hanehalkı kâr fonksiyonunun da hanehalkı zevklerinden bağımsız bir biçimde tanımlanabilir olması ile kuvvetlenmiş görünmektedir. Model çerçevesinde hanehalkı, kâr fonksiyonuna sahip bir firma gibi davranmaktadır, dolayısıyla HPT'de kabul edildiği gibi, hanehalkı teknolojisinin hanehalkı zevkleri yerine ikame edilmesi sağlanmış olmaktadır.

6. Hanehalkının amacı kâr maksimizasyonudur.

Yukarıdaki varsayımlar altında hanehalkı için kârı maksimize eden piyasa mal girdilerine ait talep fonksiyonları ve hanehalkının toplam ürünü olan toplam fayda düzeyine ait arz fonksiyonu (11) denklemi ile verilen kâr fonksiyonuna –Frisch arz ve talep fonksiyonlarının üretiminde kullanılan metoda- Hotelling Lemma'nın uygulanması sonucunda aşağıdaki gibi türetilir:

$$\frac{\partial \pi(r, p)}{\partial r} = u = f_0(r, p), \quad (12)$$

$$-\frac{\partial \pi(r, p)}{\partial p_i} = x_i = f_i(r, p_i), \quad i=1, \dots, n \quad (13)$$

Burada $f_0(\cdot)$ ve $f_i(\cdot)$ sırasıyla hanehalkı kârını maksimize eden toplam fayda arz fonksiyonunu ve piyasa malları girdilerine ait talep fonksiyonlarını temsil etmektedirler. (12) ve (13) denklemlerine göre gerek toplam faydanın arzı gerekse piyasa malı girdi talepleri veri olan piyasa mal fiyatlarının, veri olan faydanın fiyatının (zımni ürün fiyatı) ve kâr fonksiyonu tanımını nedeniyle hanehalkı teknolojisinin bir fonksiyonu olup, hanehalkı tarafından elde edilen toplam faydanın düzeyinden, dolayısıyla hanehalkı zevklerinden bağımsızdırlar. Söz konusu denklemleri gerek türetilmelerinde kullanılan kâr fonksiyonu gerekse bağlı oldukları değişkenlerin aynı tanımlanmış olması nedeniyle *Frisch-benzeri arz ve talep fonksiyonları* olarak adlandırmak mümkündür.

Frisch-benzeri arz ve talep fonksiyonları kâr fonksiyonundan hareketle aşağıdaki özelliklere sahip olmalıdırlar (Jehle, 1991: 244-6; Browning, Deaton ve Irish, 1985: 509):

1. Çok-ürünlü bir firma kâr fonksiyonu girdi ve çıktı fiyatlarına göre birinci dereceden homojen olduğundan Frisch-benzeri arz ve talep fonksiyonları faydanın fiyatı ve piyasa malları fiyatlarına göre sıfırıncı dereceden homojen olmalıdırlar.

2. Kâr fonksiyonu çıktı fiyatı ve girdi fiyatlarına göre konveks olduğundan kâr fonksiyonunun Hessian matrisi pozitif-yarı belirlidir, dolayısıyla Frisch-benzeri arz fonksiyonu pozitif, Frisch-benzeri talep fonksiyonları da negatif eğimli olmalıdır.

3. Young teoremi gereği kâr fonksiyonunun Frisch-benzeri talep fonksiyonlarının mal fiyatlarına göre ikinci sıra kısmi türevlerinden oluşan

Hessian matrisi simetrik olmalıdır, dolayısıyla Frisch-benzeri talep fonksiyonları simetrik türevlere sahiptirler.

SONUÇ

Bu çalışmada, Pollak ve Watcher (1975) tarafından bileşik üretim içeren bir teknolojinin varlığı halinde HPT'ye yönetilen eleştiriler, bileşik üretimi açıkça içerecek biçimde geliştirilen bir model temelinde sorgulanmaktadır. Adıgeçen modelde iki temel varsayım yapılmaktadır: Birinci varsayım, hanehalkının tüm girdiler ile tek bir toplam ürünü bileşik olarak ürettiğidir. Söz konusu varsayım modele, hanehalkı teknolojsi üzerine çıktılara göre bölünebilirlik kısıtı empoze edilerek getirilmektedir. İkinci temel varsayım, çıktılara göre bölünebilirlik kısıtının uygulanması için gerekli bir toplam ürün tanımı ile ilgilidir. Çalışmada hanehalkı toplam ürünü, hanehalkının tüm ürünleri üretmesi sonucunda elde ettiği toplam fayda düzeyi olarak kabul etmektedir.

Kurulan model HPT'ye bileşik üretime sahip bir teknolojinin varlığında Pollak ve Watcher (1975) tarafından yönetilen eleştirilerin geçerli olmayabileceğine dair bulgulara ulaşmaktadır. Pollak ve Watcher (1975), temel olarak HPT'ye bileşik üretim halinde zımni ürün fiyatlarının, tüketilen ürün vektöründen, dolayısıyla hanehalkı zevklerinden bağımsız tanımlanamayacağı, böylece modelin egzojen değişkenleri olarak kabul edilemeyecekleri eleştirisini yöneltmişlerdir. Oysa çıktılara göre bölünebilirlik kısıtı altında bileşik üretime sahip bir hanehalkı teknolojsi tanımlayacak biçimde geliştirilen modelde zımni ürün fiyatı (toplam faydanın fiyatı), toplam ürün düzeyinden, dolayısıyla hanehalkı zevklerinden bağımsız olarak türetilmektedir. Bir başka ifade ile bileşik üretim içeren bir teknoloji tanımı ile bile HPT'de zımni ürün fiyatının egzojen olarak tanımlanabileceği bulgusuna ulaşmaktadır.

Ancak, kurulan model ile HPT arasında temel bir farklılık bulunmaktadır: Hanehalkının amacı HPT'de fayda maksimizasyonu iken kurulan modelde kâr maksimizasyonudur. Belirtilen farklılığın kaynağı hanehalkı toplam ürününün toplam fayda düzeyi olarak varsayılmış olmasıdır. Zira, söz konusu varsayım ile hanehalkını Frisch talep fonksiyonları teorisinde kabul edildiği gibi, piyasa mal girdilerini kullanıp fayda çıktısı üreten bir ajan olarak tanımlayabilmek olanaklı hale gelmektedir. Belirtilen düşünce ise hanehalkı toplam ürünü için HPT'den farklı olarak bir talep değil arz fonksiyonu türetilmesi sonucuna neden olmaktadır. Hanehalkının toplam ürünü yerine toplam fayda düzeyinin tanımlanmış olması her ne kadar hanehalkı talebinin asıl olarak fayda sağlayacağı ürünlere yönelik olduğunu ima etse de,

kurulan model açıkça tanımlı bir toplam ürün talep fonksiyonu türetme olanağını sağlamamaktadır. Belirtilen durum oluşturulan model açısından bir eksik olarak düşünülebilir. Geline aşamada bileşik üretimin varlığını HPT yapısına açıkça getirmeyi deneyen bir çalışmaya literatürde henüz rastlanılmadığı belirtilmelidir. Bu bağlamda çalışmada sunulan modelin, bileşik üretimi çıktılara göre bölünebilirlik kısıtı altında HPT'nin formal yapısına empoze edebilmeyi sağlayan bir ilk deneme niteliği taşıdığı ve bileşik üretim halinde Pollak ve Watcher (1975) tarafından HPT'ye yöneltilen eleştirilerin geçersiz olabileceğine dair kanıtlara ulaştığı ifade edilmelidir. Model, doğal olarak geliştirilmeye açıktır. Zira hanehalkı toplam ürünü yerine toplam fayda düzeyinden farklı bir tanım geliştirilebilirse, belki açıkça tanımlanmış bir toplam ürün fonksiyonunu türetebilmek de olası hale gelebilir.

KAYNAKÇA

- Barnett, W.A. (1977) "Pollak and Watcher on the Household Production Approach", *Journal of Political Economy*, 85 (5), 1073-1082.
- Becker, G.S. (1965) "A Theory of the Allocation of Time", *Economic Journal*, 75, 493-517.
- Browning, M. (1997) "Interpreting the Results of Empirical Analyses of Intertemporal Allocation: An Identification Problem", *Economics Letters*, 56, 41-44.
- Browning, M., A. Deaton ve M. Irish (1985) "A Profitable Approach to Labor Supply and Commodity Demands over the Life-Cycle", *Econometrica*, 53 (3), 503-543.
- Chambers, R.G. (1989) *Applied Production Analysis*, Cambridge: Cambridge University Press.
- Chambers, R.G., ve R. Färe (1993) "Input-Output Separability in Production Models and Its Structural Consequences", *Journal of Economics*, 57 (2), 197-202.
- Cornes, R. (1992) *Duality and Modern Economics*, Cambridge: Cambridge University Press.
- Deaton, A. ve J. Muellbauer (1991) *Economics and Consumer Behavior*, Cambridge: Cambridge University Press.
- Ghez, R.G. ve G.S. Becker (1975) *The Allocation of Time and Goods over the Life Cycle*, New York: *National Bureau of Economic Research*.
- Gorman, W.M. (1976) "Tricks with Utility Functions", M. Artis ve R. Nobay, (der.), *Essays in Economic Analysis*, Cambridge: Cambridge University Press, 211-243.

- Graham, J.W. ve C.A. Green (1984) "Establishing the Parameters of a Household Production Function with Joint Products", *The Review of Economics and Statistics*, 64, 277-282.
- Gronau, R. (1980) "Home Production: A Forgotten Industry", *Review of Economics and Statistics*, 62, 408-16.
- Hall, R.E. (1973) "The Specification of Technology with Several Kinds of Output", *Journal of Political Economy*, 81, 878-892.
- Jehle, G. (1997) *Advanced Microeconomic Theory*, London: Practice-Hall International, Inc.
- Kohli, U. (1983) "Non-joint Technologies", *Review of Economic Studies*, 50, 209-19.
- Kooreman, P. ve S. Wunderink (1997) "The Economics of Household Behavior", New York: St. Martin's Press.
- Lau, L.J., (1972) "Profit Functions of Technologies with Multiple Inputs and Outputs.", *The Review of Economics and Statistics*, 54, 281-9.
- Michael, R.T. (1973) "Education in Nonmarket Production", *Journal of Political Economy*, 81, 306-327.
- Michael, R.T. ve G.S. Becker (1976) "On the New Theory of Consumer Behavior", G. S. Becker (der.), *The Economic Approach to Human Behavior içinde*, Chicago: Chicago University Press, 131-149.
- Muellbauer, J. (1974) "Household Production Theory, Quality and the Hedonic Technique", *American Economic Review*, 64, 977-994.
- Phlips, L. (1983) *Applied Consumption Analysis: Revised and Enlarged Edition*, New-York: North-Holland Publishing Company.
- Pollak W.M., and Watcher L. M. (1975) "The Implications of the Household Production Theory with the Joint Production", *Journal of Political Economy*, 76, pp. 271-302.
- (1977) "Reply: Pollak and Watcher on the Household Production Approach", *Journal of Political Economy*, 85 (5), 1083-1086.
- Rosenzweig, M.R. ve T.P. Schultz (1983) "Estimating A Household Production Function: Heterogeneity, the Demand for Health Inputs, and Their Effects on Birth Weight", *Journal of Political Economy*, 91 (5): 723-746.
- Shetchman. A.G. (1984) "A Theory of Allocation of Time in Markets for Labour and Marriage", *The Economic Journal*, 94, 863-882.
- Shephard, R. W. (1953) *Cost and Production Functions*, Princenton: Princenton University Press.

Shephard, R. W. (1970) *Theory of Cost and Production Functions*, Princeton: Princeton University Press.

Stigler, G.J ve G.S. Becker (1977) "De Gustibus Non Est Disputandum", *The American Economic Review*, 67 (2), 76-90.

Williams, R. ve S. Donath (1994) "Simultaneous Uses of Time in Household Production", *Review of Income and Wealth*, 40 (4), 433-440.

NOTLAR

¹Becker (1965) tarafından geliştirilen orjinal formülasyonunda hanehalkı üretim sürecinin diğer girdisi, hanehalkının toplam kullanılabilir zamanı ile piyasada çalışmaya harcadığı zamanı arasında kalan fark olarak tanımlanan hanehalkı tüketim zamanıdır. Pollak ve Watcher (1975) HPT'nin tek girdi piyasa malları varsayımı altında basit formda da üretilebilir olduğunu göstermektedirler. Bileşik üretim içeren bir hanehalkı teknolojisinin varlığı halinde her iki tür girdi tanımı altında modellenen HPT aynı sonuçları ortaya koyduğundan bu çalışmada HPT'nin basit formu üzerine odaklanma tercih edilmektedir.

²Fayda fonksiyonu hanehalkı ürünlerine göre sürekli, iki kere türevlenebilir ve quasi-konkavdır (Pollak ve Watcher, 1975).

³Çünkü bir üretim olanakları eğrisi, veri girdi fiyatlarında en ucuz maliyetli girdi kombinasyonu ile üretilebilir çıktı kombinasyonlarının geometrik yerini tanımlamaktadır.

⁴Hanehalkı üretim fonksiyonu, neoklasik üretim fonksiyonunun bütün özelliklerini taşımaktadır (Muellbauer, 1974: 981): Piyasa malları vektörü x veri iken üretim olanakları eğrisi hanehalkı ürünlerine göre konkavdır ve hanehalkı ürün vektörü z veri iken eş-ürün eğrileri piyasa mal miktarlarına göre kesin-konvektir.

⁵Burada x_j ($j=1, \dots, n$) dayanıklı tüketim malları için ait hizmet akımını temsil etmektedir (Michael ve Becker, 1976:131).

⁶Çünkü, k . dereceden homojen bir üretim fonksiyonuna karşılık gelen maliyet fonksiyonu $C(p,z) = C(p) \cdot z^{1/k}$ formunda tanımlıdır (Chambers, 1989: 76).

⁷Girdi miktarlarına göre bileşik olmama kısıtı ancak aynı girdinin birden fazla çıktının üretiminde kullanılmasından kaynaklanan bir bileşik üretim probleminin varlığı halinde uygulanabilir. Ancak örneğin petrol endüstrisinde olduğu gibi eğer bileşik üretim aynı girdinin farklı bölümleri ile birden fazla çıktı üretilmesinden kaynaklanıyorsa, belirtilen bileşik üretimin modelden dışlanması için çıktı miktarlarına göre bileşik olmama kısıtının teknoloji üzerine empoze edilmesi uygundur (Kohli, 1983).

⁸HPT çerçevesinde hanehalkı ürünleri piyasaya arz edilmeyip sadece hanehalkı tarafından tüketilmektedir. Dolayısıyla, hanehalkı ürünleri için bir piyasa fiyatı değil, ancak bir zımnî (implicit) ya da gölge (shadow) fiyat tanımı yapabilmek mümkündür.

⁹Herhangi bir kısıtın empoze edilmediği çok-ürünlü firma teknolojisini temsil eden üretim olanakları kümesi aşağıda verilen formda tanımlıdır.

$T = \left\{ (x, z) : x \in \mathcal{R}_+^n \text{ girdileri ile, } z \in \mathcal{R}_+^m \text{ çıktıları üretilebilir.} \right\}$ (Ayrıntılı bilgi için Chambers (1989: 252)'ye bakılabilir.)

¹⁰ Girdi uzaklık fonksiyonu, çok-ürünlü firma analizlerinde birden fazla üretim olanakları kümesinin aynı teknolojiye karşılık gelebilir olmasından kaynaklanan güçlüğü aşmak amacıyla teknolojiyi tanımlamada sıkça başvurulan bir fonksiyondur (Hall, 1973: 882). Tanım olarak, veri bir hedef çıktı düzeyi ile uyumlu girdi düzeyinin bir yeniden ölçümü olup, aşağıdaki formda tanımlanmaktadır: $\Delta_I(\mathbf{x}, \mathbf{z}) = \sup \{ \lambda : (\mathbf{x} / \lambda, \mathbf{z}) \in T \}$ (Chambers ve Färe, 1993: 198). Burada T, teknolojiyi temsil etmektedir. Verilen fonksiyonel formu ile girdi uzaklık fonksiyonu çıktı vektörü z veri iken z'ye ulaşmayı sağlayacak biçimde girdi vektörü x'in azaltılması gerekli olan λ 'nın yaklaşılabileceği maksimum değerleri vermektedir (Cornes, 1992: 127). (Girdi uzaklık fonksiyonunun özellikleri hakkında ayrıntılı bilgi Shephard (1970: 207; 1953: 6)'da bulunabilir.)

¹¹ Çok-ürünlü bir firma için üretim faktörü satın almada karşı karşıya kaldığı maliyet fonksiyonu genel olarak, $C(\mathbf{p}, \mathbf{z}) = \min \{ \mathbf{p} \cdot \mathbf{x} : (\mathbf{x}, \mathbf{z}) \in T \}$ formunda tanımlıdır (Chambers, 1989: 262). Maliyet fonksiyonu ve özellikleri hakkında ayrıntılı bilgi Jehle (1991: 231) ve Cornes (1992: 106)'de bulunabilir.

¹² Çıktılara göre bölünebilir bir teknoloji için bir maliyet fonksiyonu tanımı yapabilme olanağı, Shephard (1970:265) tarafından ispatı yapılan maliyet fonksiyonu ile girdi uzaklık fonksiyonu arasındaki dual ilişkidir.

¹³ İspat için Hall (1973: 883); Chambers (1989: 286) ve Jehle (1991: 233-4)'den yararlanılmaktadır.

¹⁴ Çok-ürünlü bir firmanın kâr fonksiyonu hakkında ayrıntılı bilgi Cornes (1992: 117) ve Chambers (1989: 269-71)'de bulunabilir.

¹⁵ Ghez ve Becker (1975), tek bir toplam çıktı kabulünden sonra kurdukları model çerçevesinde gözlenebilir olan herhangi bir bileşik üretim probleminden bahsetmemektedirler. Ancak, teknoloji üzerine çıktılara göre bölünebilirlik kısıtını empoze ettiklerine dair bir ifadede de bulunmamaktadırlar.

¹⁶ Piyasa malları vektörüne hanehalkı zamanları da veri piyasa ücreti ile fiyatlandırılan (Becker, 1965; Michael ve Becker, 1976) bir mal gibi dahil edilebilir. Ancak burada, zaman hanehalkı açısından negatif ya da pozitif faydanın bir kaynağı olabileceğinden Pollak ve Watcher (1975) tarafından geliştirilen 'hanehalkı, üretimde kullanabileceği alternatif zaman dönemleri arasında kayıtsızdır' varsayımı yapılmalıdır.

¹⁷ Söz konusu varsayım ile hanehalkının elemanları hanehalkı ürünleri olan bir fayda fonksiyonuna sahip olması zımnî olarak garantilenmektedir. Hanehalkı fayda fonksiyonunun ise HPT'de varsayılan $u=u(\mathbf{z})$ ya da Frisch talep fonksiyonları teorisinde kabul edilen toplanabilir formlardan hangisi ile tanımlandığı modelin sonuçları açısından bir fark yaratmıyor görünmektedir. Zira model açısından sadece hanehalkı tarafından ulaşılan toplam fayda düzeyi önem taşımaktadır.

¹⁸ Hanehalkı parasal gelirinin, minimum maliyet fonksiyonuna eşit olmasını sağlayan, ölçeğe göre sabit getiri varsayımı altında Euler Teoremidir.

