

Baş-Kıç Vurma ve Dalıp-Çıkma Hareketinin HAD Yöntemi Kullanılarak İncelenmesi

Yavuz Hakan Özdemir ¹, Taner Çoşgun ²

¹ Motorlu Araçlar ve Ulaştırma Teknolojileri Bölümü, Gemi İnşaatı Programı, Deniz Teknolojileri Meslek Yüksekokulu, Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi

² Gemi İnşaatı ve Gemi Makineleri Mühendisliği Bölümü, Gemi İnşaatı ve Denizcilik Fakültesi, Yıldız Teknik Üniversitesi, Türkiye

¹ (sorumlu yazar), yhozdemir@comu.edu.tr, ORCID: 0000-0002-0406-0532

² tanercosgun@gmail.com, 0000-0002-1364-0133

ÖZET

Bu çalışmada bir geminin iki serbestlik dereceli baş-kıç vurma ve dalıp-çıkma hareketleri Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği (HAD) yardımıyla incelenmiştir. Sayısal çözümlerde bir savaş gemisinin farklı Froude sayıları ve dalga genliklerindeki davranışı RANS denklemleri kullanılarak modellenmiştir. HAD analizleri STAR CCM+ ticari kodu ile gerçekleştirilmiş hem modelleme yöntemi hem de elde edilen sayısal sonuçların işleme teknikleri her aşamada ayrıntılı olarak açıklanmıştır. Sonuçlar zamana bağlı yer değiştirmeler, hareketlerin frekans cevapları, baskın genlikler, transfer fonksiyonları ve serbest yüzey deformasyonları yönünden incelenmiş, ayrıca geminin rezonans durumu da tespit edilerek incelemeye dahil edilmiştir. HAD analizlerinden elde transfer fonksiyonları dilim teorisinden elde edilen sonuçlarla karşılaştırılarak kullanılan yöntemlerin uyumu incelenmiştir.

Anahtar kelimeler: Gemi hareketleri, hesaplamalı akışkanlar dinamiği, Fourier analizi, türbülans, sonlu hacimler yöntemi

Makale geçmişi: Geliş 24/06/2023 – Kabul 03/08/2023

<https://doi.org/10.54926/gdt.1319499>

Investigation of Pitch and Heave Motion by Using CFD

Yavuz Hakan Özdemir ¹, Taner Çoşgun ²

¹ Department of Motor Vehicles and Transportation Technologies, Shipbuilding Program, Marine Technology Vocational School, Çanakkale Onsekiz Mart University, Türkiye

² Department of Naval Architecture And Marine Engineering, Naval Architecture And Maritime Faculty, Yıldız Technical University, Türkiye

¹ (corresponding author), yhozdemir@comu.edu.tr, ORCID: 0000-0002-0406-0532

² tanercosgun@gmail.com, 0000-0002-1364-0133

ABSTRACT

This study investigates a ship's two degrees of freedom pitch and heave motion with the aid of Computational Fluid Dynamics (CFD). The behavior of a surface combatant for varying Froude numbers and wave amplitudes modelled using RANS equations. The commercial CFD solver Simcenter Star CCM+ was utilized in computations. The solution methodology and the evaluation process of the numerical results was presented in detail. The results was investigated in terms of time varying displacements, frequency responses of the motions, dominant amplitudes, transfer functions and the free surface deformations. Furthermore, the resonance case of the ship was determined. The transfer functions obtained from CFD analyzes were compared with those of the strip theory, and the compatibility of the methods was examined.

Keywords: Ship motion, computational fluid dynamics, Fourier analysis, turbulence, finite volume method

Article history: Received 24/06/2023 – Accepted 03/08/2023

1.Giriş

Tekne tasarımı gerçekleştirilirken teknenin hidrodinamik özellikleri başka bir ifadeyle denizciliği dikkate alınmalıdır. Teknenin hareket genliklerinin ve ivmelerinin kabul edilebilir sınırlar içerisinde olup olmadığı tespit edilmeli ve gerekiyor ise form da düzenlemeye gidilmelidir. Bir teknenin hareket analizlerinin gerçekleştirilmesi için en güvenli yöntem deneysel çalışma olmakla birlikte günümüzde Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği (HAD) yöntemleri de kabul görmüş analiz yöntemlerindedir Özdemir, (2014). Akış alanının çözümlenmesi ile gemi hareketlerinin modellenmesine dair ilk çalışmalar potansiyel akış denklemlerinin frekans düzleminde çözümü ile başlamıştır Havelock ve T.H., (1928), Lewis and F.M., (1929), Ursell F., (1949), Frank, (1967). Potansiyel teorisinin viskoziteyi kullanmaması ve nonlinear gemi hareketlerini modelleme de zorlanması en önemli eksikliğidir. Bunun yanında potansiyel teoriye dayalı yöntemler hızlı çözüm üretmesi ve uygulamasının kolay olması sebepleri ile günümüzde de kullanılmaktadır. Konuyla ilgili detaylı literatür taraması Özdemir, (2014) tarafından verilmiştir.

Bilgisayar teknolojisinin gelişmesiyle birlikte RANS denklemlerinin çözümü hız kazanmıştır. Viskozitenin ve türbülansın analize dâhil edilmesi ve özellikle nonlinear hareketleri modelleyebilmesi sayesinde günümüzde en çok kullanılan sayısal analiz yöntemleridir. Sato vd., (1999) Seri 60 tipi bir modelin baş-kıç vurma ve dalıp çıkma bileşik hareketini RANS ile modellemişler ve bu alanda ilk çalışmalardan bir tanesini gerçekleştirmişlerdir. Carrica vd, (2011), Ozdemir ve Barlas, (2017) yüzey eğriliği çok fazla olan KVLCC2 teknesinin bileşik hareketlerini RANS ile incelemiş ve sonuçlarını deneysel verilerle karşılaştırarak. RANS çözümlerinin özellikle hareket genliklerine ait harmonikleri tahmin etmede başarılı olduğunu belirtmişlerdir. Castiglione vd., (2011) katamaran tipi bir teknenin düzenli dalgalar içerisindeki hareketini modelleyerek hareketin transfer fonksiyonlarını deneylerle karşılaştırıp çözümlenmenin doğruluğunu göstermişlerdir.

Bu makalede günümüzde çok yaygın bir şekilde kullanılan ticari bir yazılım olan STAR CCM+ RANS çözücü yardımıyla türbülanslı akış ortamında iki serbestlik dereceli gemi hareketi modellenmiştir. Bu çalışmanın amaçlarından biri RANS denklemleri kullanılarak iki serbestlik dereceli baş-kıç vurma ve dalıp-çıkma bileşik gemi hareketinin modelleme yönteminin gösterilmesi bir diğer amacı ise RANS çözümler ile elde edilen nonlinear hareketlere ait verilerin çözümlenme tekniğinin sunulmasıdır. Analizler sonucunda elde edilen transfer fonksiyonları gemi hareketlerini lineer kabul altında çözümlen dilim teorisinin sonuçları ile beraber sunulmuş sonuçlar karşılaştırılmıştır.

Sunulan bu makale çalışması kapsamında 2. bölümde kullanılan tekne geometrisi ve sayısal deneyin koşulları tanıtılmış, 3. bölümde matematiksel model anlatılmış, 4. bölümde analiz sonuçlarının sunumu ve 5. bölümde genel değerlendirme yapılmıştır.

2. Geometri ve Koşullar

Bu çalışmada Fırkateyn tipi bir savaş gemisinin hareket analizleri gerçekleştirilmiştir. HAD analizleri gerçekleştirilecek olan FFG gemisinin tasarımı Y.T.Ü Gemi İnşaatı ve Gemi Makineleri Mühendisliği Bölümü'nde Şener, (2012) tarafından doktora tez çalışması kapsamında tasarlanmıştır. Bu formun direnç tespiti için model deneyleri ve HAD analizleri takıntılı ve takıntısız durum için Özdemir, (2014) tarafından doktora tezi çalışmasında gerçekleştirilmiş olup sonuçlar Özdemir vd., (2013), Özdemir ve Barlas, (2018) makale çalışmalarında ayrıntılı olarak yayınlanmıştır. İlgili referanslarda form ve model ile ilgili ayrıntılı bilgi mevcuttur.

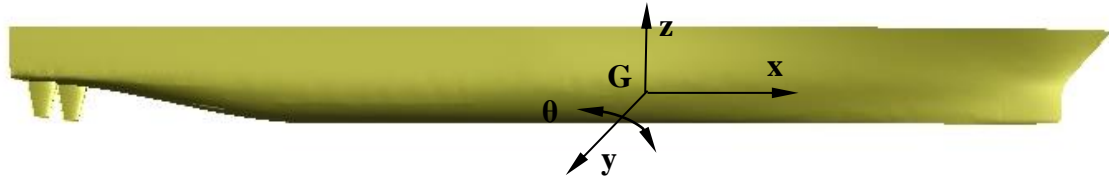
Geliştirilen tekne formunun modeli İ.T.Ü Ata Nutku Gemi Model Deney Laboratuvarı'nın model imalat

atölyesinde 1/36 ölçekli M 367 kod numarası ile imal edilmiş ve direnç deneyleri gerçekleştirilmiştir.

Tablo 1. FFG gemisine ait ana boyutlar ve model boyutları

	Sembol	FFG Gemi	M 367 Model
Ölçek	λ	1	36
Dikeyler arası boy	$L_{BP}(m)$	139	3.861
Su hattı boyu	$L_{WL}(m)$	139.07	3.863
Genişlik (maks)	$B (m)$	18.20	0.506
Draft	$T (m)$	5.050	0.140
Derinlik	$D(m)$	11.20	0.311
Deplasman hacmi	$\nabla(m^3)$	5768.24	0.124
Islak yüzey alanı	$A_{WS}(m^2)$	2442.56	1.884
Blok katsayısı	C_B	0.489	0.489
Prizmatik katsayı	C_P	0.605	0.605
Orta kesit alan katsayısı	C_M	0.810	0.810
Su hattı alan katsayısı	C_{WP}	0.793	0.793
Hacim merkezinin boyuna yeri	$LCB (m) (+baş)$	-7.013	-0.195
Yüzme merkezinin boyuna yeri	$LCF (m) (+baş)$	-11.817	-0.328
Baş-kıç vurma jirasyon yarıçapı	K_{yy}/L_{PP}	0.25	0.25
Yan öteleme jirasyon yarıçapı	K_{zz}/L_{PP}	0.25	0.25
Yalpa jirasyon yarıçapı	K_{xx}/B	0.37	0.37
Servis hızı	$V_S(knot)$	18	3.0

Bu çalışmada direnç deneyleri ve HAD analizleri yapılan bu tekne formunun hareket analizleri takıntısı olarak model ölçeğinde gerçekleştirilmiştir. Geminin ana boyutları ve model boyutları Tablo 1’de analiz için hazırlanan takıntısız tekne formunun 3B CAD modeli Şekil 1’de verilmiştir.



Şekil 1. FFG takıntısız CAD modeli

Burada G geminin ağırlık merkezini, z dikey yönü, pozitif x gemi başını, y yatay eksenini göstermektedir. Dalıp çıkma hareketi z eksenini boyunca, baş-kıç vurma hareketine sebep olan dönme ise y eksenini etrafında meydana gelmektedir. Hareket analizleri gerçekleştirilirken dalıp-çıkma ve baş-kıç vurma hareketinin dışında diğer tüm hareketler kısıtlanmıştır. Tekne formunu harekete zorlamak için tekne üzerine baştan düzenli sinüzoidal dalgalar gönderilmiştir ve analizler farklı Froude (Fr) sayılarında gerçekleştirilmiştir. Baş-Kıç vurma ve dalıp-çıkma bileşik hareketine ait test şartları Tablo 2’de verilmiştir. Analizler model ölçeğinde yapılmış olup burada U_c modelin hızını, ζ dalga genliğini, f dalga frekansını, f_e karşılaşma frekansını ve λ dalga boyunu göstermektedir. Baştan gelen düzenli dalgalarda f_e aşağıdaki formülle verilmektedir LLOYD, (1989):

$$f_e = \sqrt{\frac{g}{2\pi\lambda} + \frac{U_c}{\lambda}} \quad (1)$$

Tablo 2. Baştan gelen düzenli dalgalarda farklı Fr sayılarında dalıp-çıkma ve baş-kıç vurma hareketi için test şartları

NO	Fr	U _c (m/s)	ζ (mm)	L _{BP} /λ	f (Hz)	f _e (Hz)
1	0.264	1.625	55	0.125	0.225	0.277
2	0.264	1.625	55	0.25	0.318	0.423
3	0.264	1.625	55	0.50	0.449	0.660
4	0.264	1.625	55	0.75	0.550	0.866
5	0.264	1.625	55	1.00	0.636	1.056
6	0.322	1.982	55	0.125	0.225	0.289
7	0.322	1.982	55	0.25	0.318	0.446
8	0.322	1.982	55	0.50	0.449	0.706
9	0.322	1.982	55	0.75	0.550	0.935
10	0.322	1.982	55	1.00	0.636	1.149
11	0.418	2.050	55	0.125	0.225	0.308
12	0.418	2.050	55	0.25	0.318	0.484
13	0.418	2.050	55	0.50	0.449	0.782
14	0.418	2.050	55	0.75	0.550	1.050
15	0.418	2.050	55	1.00	0.636	1.301
16	0.543	3.343	55	0.125	0.225	0.333
17	0.543	3.343	55	0.25	0.318	0.534
18	0.543	3.343	55	0.50	0.449	0.882
19	0.543	3.343	55	0.75	0.550	1.199
20	0.543	3.343	55	1.00	0.636	1.501

3. Matematik Formülasyon

3.1. Temel Denklemler

Bir geminin kütle merkezinin öteleme hareketine ait denklem;

$$m \frac{dV}{dt} = f, \quad (2)$$

ile verilmektedir. Burada m geminin kütleliğini, f gemi üzerine etki eden toplam kuvveti, V kütle merkezinin hızını göstermektedir. Gövdeyle ilişkilendirilmiş koordinat eksenine göre teknenin açıl momentum denklemi ise aşağıdaki verilmektedir Fossen, (1996);

$$M \frac{d\omega}{dt} + \omega \times M\omega = n, \quad (3)$$

burada M atalet tensörünü, ω teknenin açıl hızını, n tekne üzerine gelen toplam momenti göstermektedir. HAD yardımıyla gemi etrafındaki akış alanı problemi çözüldükten sonra gemiyi harekete zorlayan kuvvet ve momentler elde edilir. Geminin dönme ve öteleme hareketi elde edilen bu kuvvet ve moment değerleri kullanılarak hesaplanır Panahi vd., (2009), Ozdemir and Barlas, (2017).

Akış alanının modellenmesi için Zaman Ortalamalı Navier-Stokes (RANS) denklemleri kullanılmıştır. Akış zamana bağlı, üç boyutlu ve sıkışamaz kabul edilmiştir. Bu durumda süreklilik denklemi ve momentum denklemleri Kartezyen koordinatlarda aşağıdaki gibi verilmektedir:

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_j} = 0, \quad (4)$$

ile süreklilik denklemleri,

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + \frac{\partial (U_i U_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \right] - \frac{\partial (\overline{u'_i u'_j})}{\partial x_j}, \quad (5)$$

ile momentum denklemleri verilir. Burada U_i ortalama hızı, u'_i çalkantı bileşenini, P basıncı, ρ akışkanın yoğunluğunu ve ν kinematik viskoziteyi göstermektedir. Reynolds gerilmeleri Boussinesq yaklaşımı kullanılarak hesaplanmıştır Wilcox, (1998):

$$\overline{u'_i u'_j} = \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) + \frac{2}{3} \delta_{ij} k, \quad (6)$$

burada ν_t eddy viskozitesini, k türbülans kinetik enerjisini göstermektedir ve:

$$\nu_t = C_\mu k^2 / \varepsilon, \quad (7)$$

denklemini sağlar. $C_\mu = 0.09$ olup kapama katsayısı, ε viskoz sönüm katsayısıdır. Türbülans özellikleri olan k ve ε iki denklem modeli olan $k - \varepsilon$ türbülans modeli kullanılarak elde edilmiştir. Mühendislik uygulamalarında iki denklem modelleri içerisinde en popüler olan türbülans modelidir. Launder ve Spalding, (1974) tarafından önerilen bu model iki tane transport denklemi içermektedir:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial (k U_j)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \varepsilon, \quad (8)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial (k U_j)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{\varepsilon 1} P_k \frac{\varepsilon}{k} - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k}, \quad (9)$$

$$P_k = -\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}. \quad (10)$$

Transport denklemlerine kullanılan kapama katsayıları:

$$C_{\varepsilon 1} = 1.44, C_{\varepsilon 2} = 1.92, \sigma_k = 1.0, \sigma_\varepsilon = 1.3, \quad (11)$$

ile verilir. Duvar fonksiyonu olarak yüksek ve düşük y^+ değerleri için aşağıda verilen formül kullanılmıştır:

$$u^* = \sqrt{g \nu u / y + (1 - g) C_\mu^{1/2} k}. \quad (12)$$

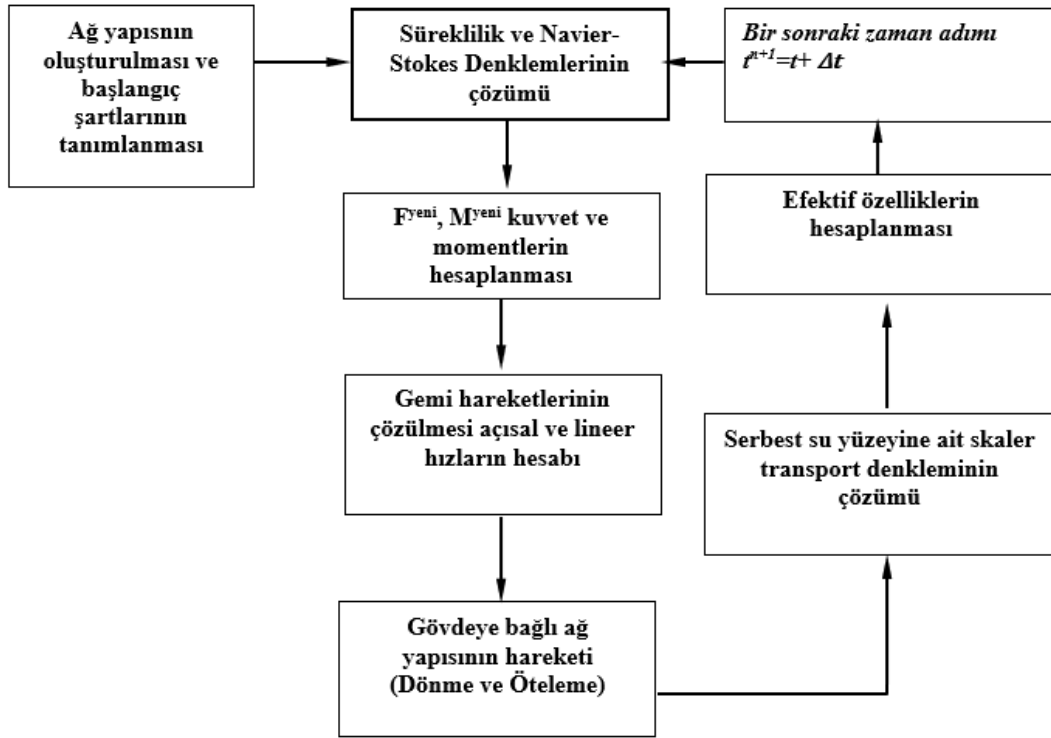
Verilen bu denklemde k türbülans kinetik enerjisini göstermektedir. Burada g fonksiyonu ise aşağıdaki formüllerle ifade edilmiştir:

$$g = \exp\left(-\frac{\text{Re}_y}{11}\right), \text{Re}_y = \sqrt{k} y / \nu \quad (13)$$

Bu çalışmada ticari bir yazılım olan STAR CCM+ kullanılarak sayısal modelleme yapılmıştır. RANS denklemleri sonlu hacimler yöntemine göre ayrılaştırılmış ikinci dereceden ileri fark yöntemi kullanılmıştır. Serbest su yüzeyinin modellenmesi volume of fluid (VoF) Hirt and Nichols, (1981) metodu ile gerçekleştirilmiştir.

Momentum denklemlerinin ve süreklilik denkleminin çözümü sırayla gerçekleştirilir. Momentum

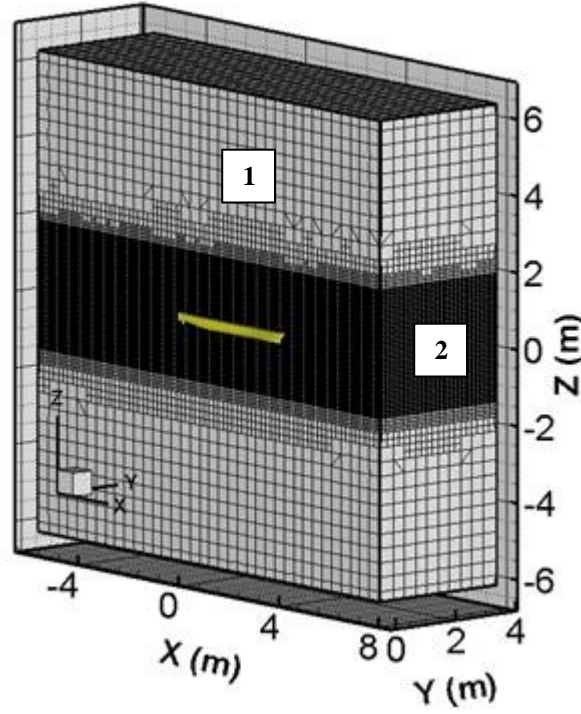
denklemlerinin ayrıklaştırılarak hız ve basınç alanlarının elde edilmesinden sonra süreklilik denklemleri çözülür ve elde edilen çözümlerin süreklilik denklemini sağlayıp sağlamadığı kontrol edilerek değerler güncellenir. Bu çalışma için çözüm hem zamana ve hem de konuma bağlıdır dolayısıyla analizler zamana ve konuma bağlı olarak gerçekleştirilmiştir. Analizler gerçekleştirilirken temel diferansiyel denklemler basınç alanından dolayı her bir zaman adımında Patankar ve Spalding, (1972) tarafından önerilmiş olan SIMPLE (Semi Implicit Method for Pressure Linked Equations) algoritması kullanılarak çözümlenmiştir. Diferansiyel denklemler sırayla çözülerek ayrılmış çözümler kullanılmıştır. Konuyla ilgili ayrıntılı bilgi W. Versteeg ve Malalasekera, (1996)'da bulunmaktadır. Akış alanının elde edilmesinden sonra hareketin modellenmesi gövdeye bağlı ağ yapısı algoritmasına göre yapılmıştır Özdemir, (2014). Gövdeye bağlı ağ yapısı algoritmasına göre yapılan çözümün aşamaları Şekil 2'de gösterilmiştir.



Şekil 2. Gemi hareketlerinin HAD ile çözümü için kullanılan yöntem

3.2. Hesaplama Hacmi ve Ağ Yapısı

Hesaplama hacminin oluşturulmasının büyük ölçüde kullanıcıya bağlı olup, oluşturulacak hesaplama hacmi boyutları ağ sayısını ve yapısını etkileyecektir Özdemir, (2014). Şekil 3'te hareket analizleri için oluşturulan hesaplama hacmi gösterilmiştir. Dalıp-çıkma, baş-kıç vurma bileşik hareketi incelenirken hesaplama hacmi tekne geometrisi ile beraber Z yönünde ilerleme ve Y ekseninde etrafında dönme hareketi yapacaktır. Bu durum göz önüne alındığında analiz bölgesi Z ekseninde boyunca uzatılmış ve dönme etkilerinin daha kolay görülebilmesi için Y ekseninde boyunca kısaltılmıştır. Formun simetrik olması sebebiyle teknenin yarısı modellenmiş ve etrafındaki akış incelenmiştir. Bu sayede ağ sayısından ve hesaplama süresinden tasarruf edilmiştir. Hesaplama hacminin yüksekliği $3.0xL_{BP}$, genişliği $1xL_{BP}$, hacmin teknenin başına olan uzaklığı $1.0xL_{BP}$ ve teknenin kıçına olan uzaklığı $1.0xL_{BP}$ olarak tasarlanmıştır. Analizlerde düzgün olmayan altı yüzlü (hexahedral) ağ yapısı kullanılmıştır. Tekne geometrisinin etrafında ve serbest su yüzeyinin meydana geleceği su hattı düzleminde hacmin geneline oranla daha sık ağ yapısı kullanılmıştır.



Şekil 3. HAD analizi için oluşturulan hesaplama hacmi ve ağ yapısı

Özellikle su hattı düzleminde dalga deformasyonlarının meydana gelmesi kullanılan hacim elemanı sayısının artmasına sebep olmuş olup toplamda 7462161 hacim elemanı kullanılmıştır. Oluşturulan her bir blok elemanına ait ağ yapısının boyutları Tablo 3'te verilmiştir.

3.3. Sınır Şartları ve Zaman Adımı

Şekil 4'te hareket analizlerinde kullanılan sınır şartları gösterilmiştir. Şekil 4 incelendiğinde giriş sınır şartı için sinüzoidal dalga formu çıkış sınır şartı hidrostatik basınç tanımlanmıştır.

Şekil 4'te verilen ayrıntı resminde başlangıç sınır şartı için tanımlanmış olan sinüzoidal dalga formu görülmektedir. Analizlerde tekne formu aksenal simetriktir ve sadece yarısı modellenmiştir. Giriş, çıkış ve simetri sınır şartlarının dışında kalan sınırlar kaygan duvar olarak tanımlanmıştır. Zaman adımı ITTC ITTC, (2011) ve Kahramanoğlu vd., (2020) tarafından tavsiye edilen yöntem kullanılarak $T_s = 0.01$ s seçilmiştir.

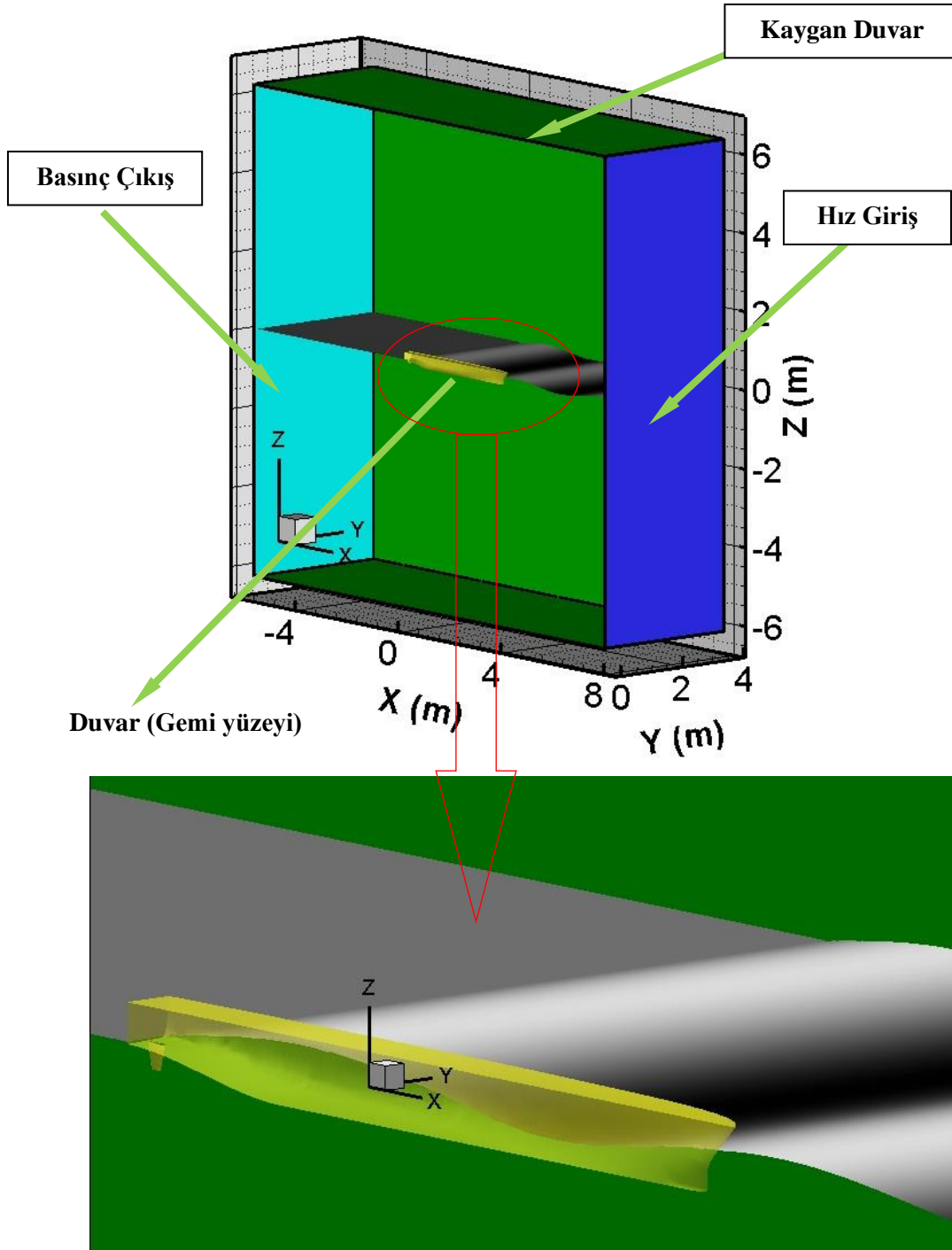
Tablo 3. Hareket analizi için oluşturulan ağ yapıları

Blok No	Blok Adı	Ağ Boyutu
1	Kontrol hacminin geneli	0.06 L_{BP}
2	Serbest su yüzeyi düzeltmesi	0.007 L_{BP}
3	Gemi etrafı için düzeltme	0.007 L_{BP}
TOPLAM		7462161

4. Sayısal Sonuçlar ve Tartışma

Bölüm 2'de belirtildiği gibi tekne formunu hareket analizleri baştan gelen düzenli sinüzoidal dalgalarda farklı Fr sayıları için gerçekleştirilmiş olup bu bölümde analiz sonunda elde edilen sonuçlar

sunulmuştur.



Şekil 4. Sınır şartları

4.1. Sayısal doğrulama

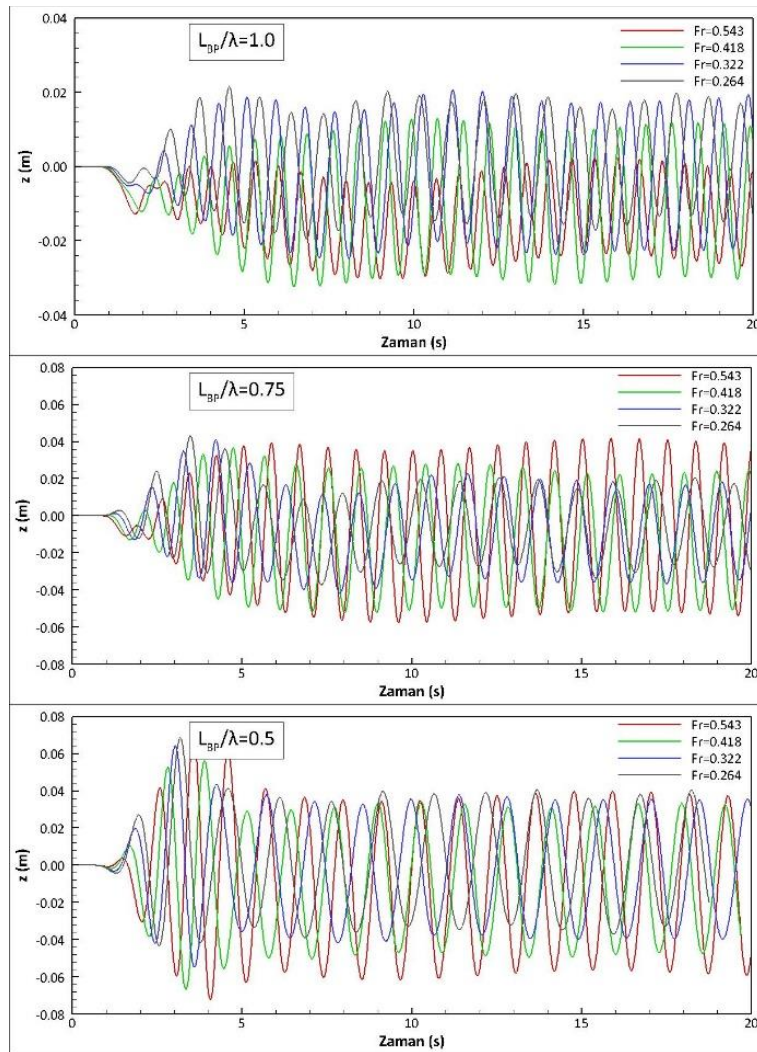
Mevcut literatürde baş-kıç vurma ve dalıp-çıkma hareketlerini konu alan deneysel veri kısıtlıdır. Çalışmada kullanılan gemi geometrisi için de bu tarz bir deneysel çalışma bulunmamaktadır. Mevcut çalışmada kullanılan sayısal yaklaşım, söz konusu deneysel verilerin bulunduğu KVLCC2 teknesi için daha önce uygulanmış ve ayrıntılı olarak doğrulaması gerçekleştirilmiştir (Özdemir ve Barlas, (2017)). Özdemir ve Barlas, (2017) çalışmalarında HAD yöntemi ile KVLCC2 teknesinin baş-kıç vurma ve dalıp-

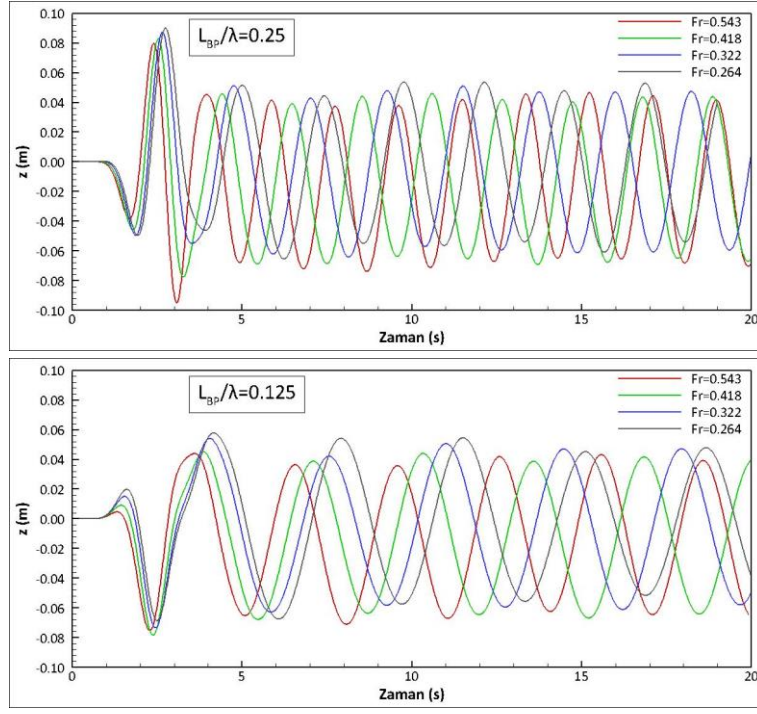
çıkma hareketini modellemişler ve elde ettikleri sonuçları deneysel veriler ile karşılaştırarak yöntemin geçerliliğini göstermişlerdir. Çalışmada uygulanan çözüm yöntemi (örn. sınır şartları, ağ yapısı ve çözüm algoritmaları vb.) bu çalışmada kullanılmıştır. Ayrıca, sayısal sonuçların doğrulamasını genişletmek amacıyla, elde edilen sonuçlar dilim teorisi kullanılarak da hesaplanmış ve kıyaslamalı olarak ilerleyen bölümlerde sunulmuştur.

4.2. Sayısal sonuçlar

HAD analizlerinin gerçekleştirilmesi sonucunda elde edilen dalıp-çıkma çıkma hareketinin zamanla değişim genlikleri Şekil 5'te ve baş-kıç vurma hareketinin zamanla değişimi Şekil 6'da gösterilmiştir.

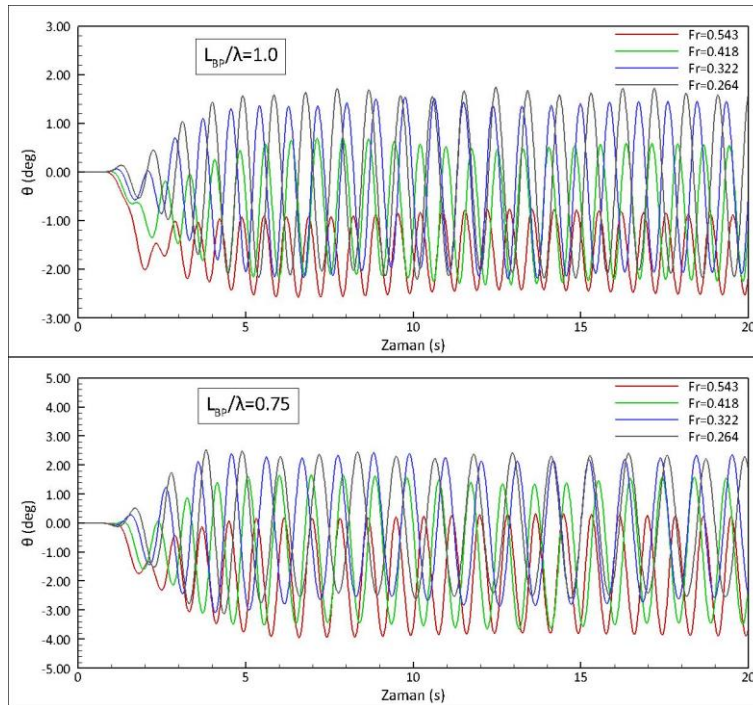
Şekil 5 incelendiğinde düşük dalga frekansının olduğu yüksek dalga boylarında dalıp-çıkma hareket genliğinin neredeyse dalga genliğine eşit olduğu görülebilir. Yüksek dalga frekansının olduğu düşük dalga boylarında ise dalıp-çıkma genliğinin ve baş-kıç vurma açısının azaldığı görülebilir. Ayrıca yüksek dalga boylarında hareketin lineer düşük dalga boylarında ise nonlineer olduğu görülmektedir. Gemi boyunun dalga boyuna oranı $L_{BP}/\lambda=0.5$ den itibaren Fr sayısının artmasıyla birlikte dalıp-çıkma hareketinin genliğinin arttığı ve $L_{BP}/\lambda=0.75$ den itibaren genliklerin $Fr=0.543$ ile birlikte tekrar azaldığı görülmektedir ve bu durum ileride detaylı bir şekilde irdelenecektir.

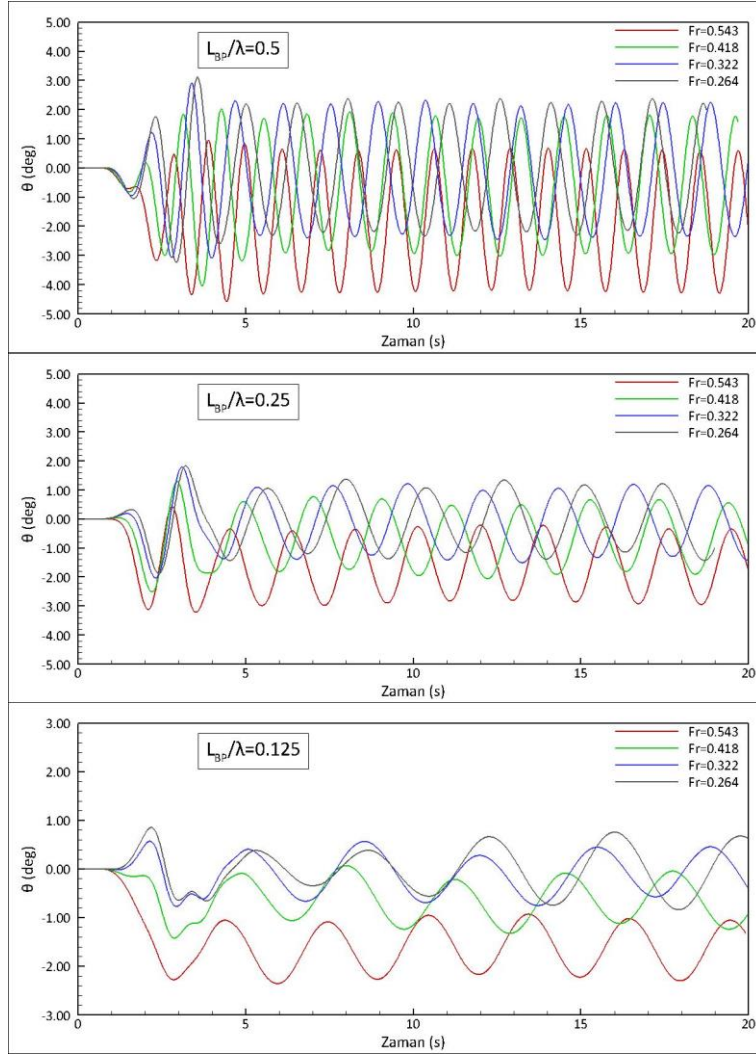




Şekil 5. Farklı Fr sayılarında HAD analizlerinden elde edilen dalıp-çıkma hareketine ait zamana bağlı yer değiştirmeler

Tekne modelinin hareketi 0-1 s arasında sabit tutulmuştur. Akış simülasyonu başladığında akış özelliklerinin tam olarak yerleşebilmesi için dinamik analize geçilmemiş ilk 1 s hareket kısıtlanmıştır. HAD analizlerinin hemen hemen tamamında ilk 2-3 periyot boyunca dalıp-çıkma, baş-kıç vurma hareketlerine ait geçici cevabın devam ettiği ve hareket genliklerinin arttığı görülmektedir. Harekete ait daimi cevap 2-3 periyot sonunda elde edilmektedir ve frekans analizleri gemi hareketinin daimi duruma geçtiği ilk 3 periyodun dışında kalan değerler kullanılarak gerçekleştirilmiştir.





Şekil 6. Farklı Fr sayılarında HAD analizlerinden elde edilen baş-kıç vurma hareketine ait zamana bağlı yer değiştirmeler

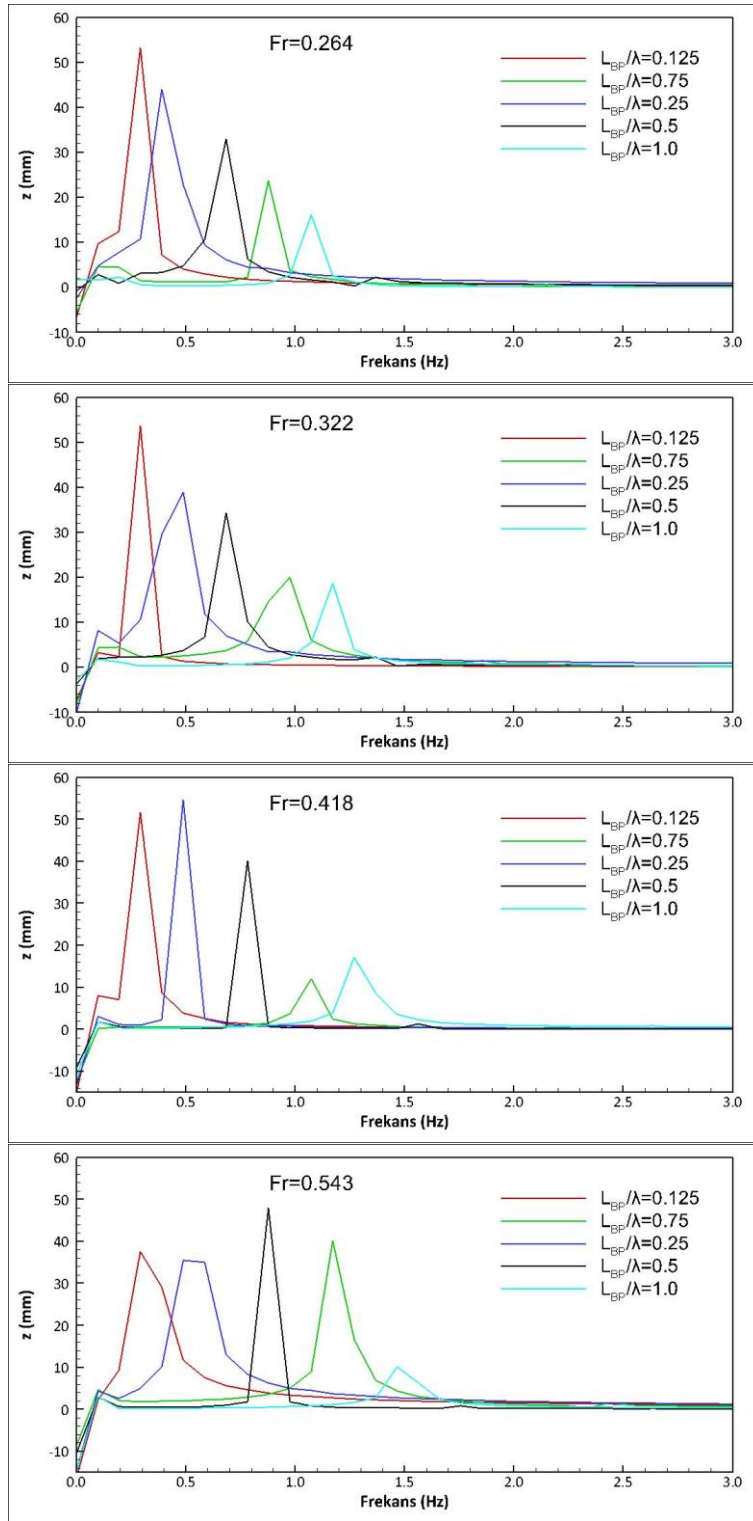
Zamanla değişen periyodik sinyaller Fourier serisi yaklaşımı kullanılarak sinüzoidal fonksiyonların toplamı olarak ifade edilebilir. Zaman düzleminde periyodik olarak değişen sinyalin Fourier analizinin gerçekleştirilmesi sonucunda elde edilen frekans cevabı ile bu sinyali oluşturan sinüzoidal sinyallerin frekans ve genlik değerleri elde edilebilir. Analiz sonucunda elde edilen en büyük genlikli sinüzoidal sinyal baskın sinyal ve bu sinyalin frekansı ise baskın frekans gösterir. Frekans düzleminde meydana gelen her bir bileşen harmonik olarak isimlendirilir ve Fourier analizinde sıfırıncı harmonik sinyalin ortalama değeridir.

Nonlinear gemi hareketlerinde baskın olan frekansın ve bu frekanstaki genliğin elde edilebilmesi için zamana bağlı bu yer değiştirmelerin ayrık zamanlı Fourier serisine (DTFT) açılması gerekmektedir Irvine vd., (2008). Baş-kıç vurma ve dalıp-çıkma hareketine ait yer değiştirmelerin Fourier serisi açılımı Irvine vd., (2008):

$$z_I(t) = z_{I0} + z_{I1} \cos(2\pi f_e t + \gamma_{z1}) + z_{I2} \cos(4\pi f_e t + \gamma_{z2}) + z_{I3} \cos(6\pi f_e t + \gamma_{z3}), \quad (14)$$

$$\theta_I(t) = \theta_{I0} + \theta_{I1} \cos(2\pi f_e t + \gamma_{\theta1}) + \theta_{I2} \cos(4\pi f_e t + \gamma_{\theta2}) + \theta_{I3} \cos(6\pi f_e t + \gamma_{\theta3}), \quad (15)$$

denklemleri ile ifade edilir. Burada z_{In} ve θ_{In} hareketlerin genliğini γ_{zn} ve $\gamma_{\theta n}$ ise hareketlerin faz farkını göstermektedir ($n = 1, 2, 3$).



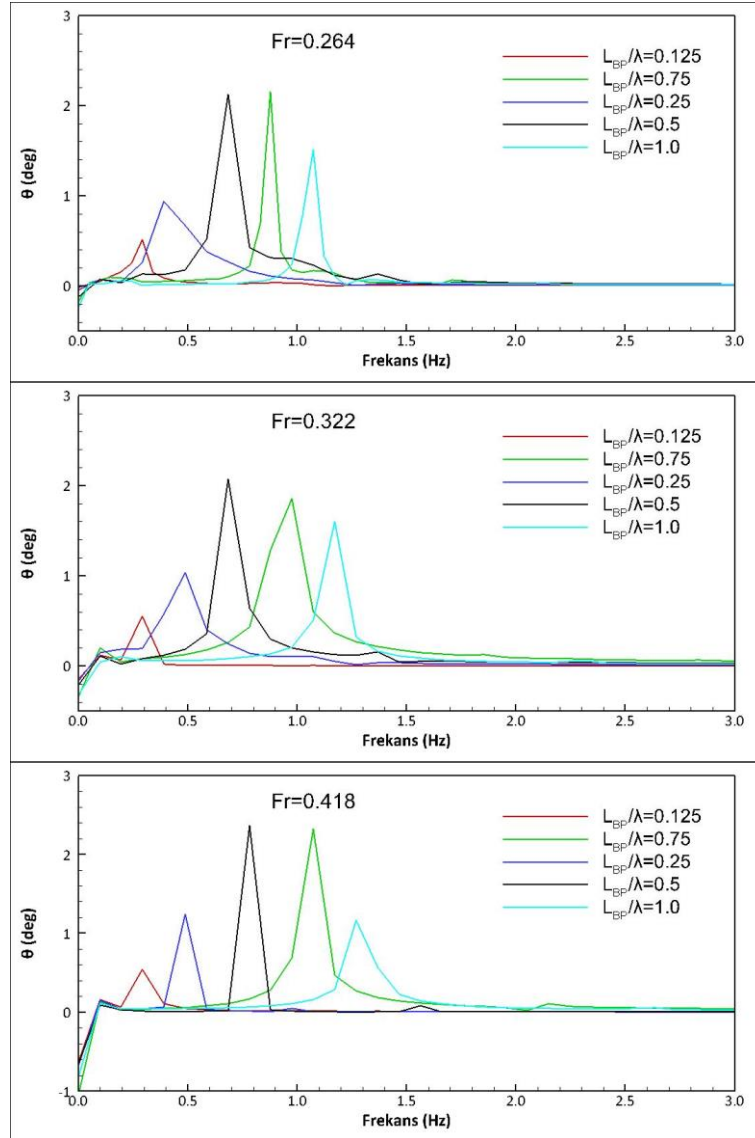
Şekil 7. Farklı Fr sayıları için HAD analizlerinden elde edilen dalıp-çıkma hareketinin frekans cevabı

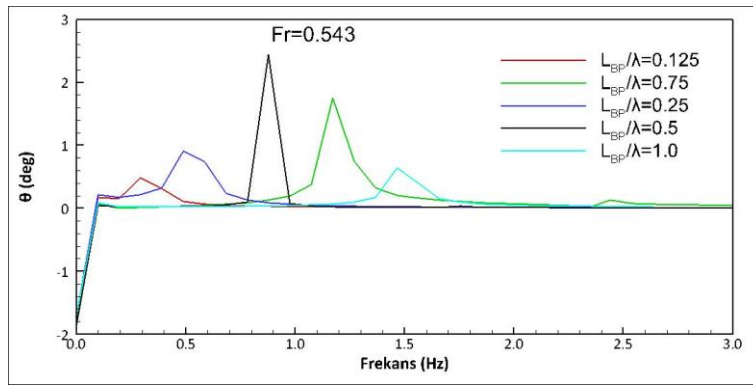
Herhangi ayrık zamanlı bir sinyalin Fourier ve ters Fourier dönüşümü aşağıdaki gibi verilir Özdemir, (2014):

$$x(n) = \sum_{k=0}^{N-1} X_k e^{j(2\pi/N)kn}, \quad (16)$$

$$X_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j(2\pi/N)kn}, \quad (17)$$

burada $x(n)$ ayrık zamanlı sinyali, X_k ayrık zamanlı sinyalin Fourier dönüşümünü, N örnek sayısını göstermektedir. Frekans analizlerinde kullanılan örnekleme periyodu hareket analizlerinde tanımlanan zaman adımındır ($T_S = 0.01$ s). Analizlerden elde edilen frekans cevaplarına genlikler dalıp-çıkma hareketi için Şekil 7'de ve baş-kıç vurma hareketi için ise Şekil 8'de gösterilmiştir. Gerçekleştirilen frekans analizleri sonucunda elde edilen karşılaşma frekansı değerleri ve bu frekans da meydana gelen 0. harmoniğe ve 1. harmoniğe ait genlik değerleri dalıp -çıkma hareketi için Tablo 5 ve baş-kıç vurma hareketi için Tablo 6'da verilmiştir.





Şekil 8. Farklı Fr sayıları için HAD analizlerinden elde edilen baş-kıç vurma hareketinin frekans cevabı

Şekil 7 ve Şekil 8 incelendiğinde frekansın artmasıyla dönme açısı artmakla birlikte dalıp-çıkma hareketinin genliğinin azaldığı görülebilir. Harmoniklerin verildiği Tablo 5 ve Tablo 6'da sıfırıncı harmonik değerleri dalıp-çıkma hareketi için geminin suya batma miktarını baş-kıç vurma hareketi için kalıcı trim miktarını vermektedir Wackers et al., (2011).

Tablo 5. Farklı Fr sayılarında dalıp-çıkma hareketi için frekans analizleri sonucunda elde edilen harmonikler

TEST ŞARTLARI					HAD			
NO	Fr	ζ (mm)	L_{BP}/λ	f_e (Hz)	f_e (Hz)	z_{10} (mm)	z_{11} (mm)	z_{11}/ζ
1	0.264	55	0.125	0.277	0.292	-6.576	53.186	0.967
2	0.264	55	0.25	0.423	0.390	-2.414	43.928	0.799
3	0.264	55	0.50	0.660	0.683	-0.684	32.939	0.599
4	0.264	55	0.75	0.866	0.878	-5.491	23.652	0.430
5	0.264	55	1.00	1.056	1.074	1.608	16.118	0.293
6	0.322	55	0.125	0.289	0.292	-7.129	53.630	0.975
7	0.322	55	0.25	0.446	0.488	-9.979	38.988	0.709
8	0.322	55	0.50	0.706	0.683	-3.782	34.370	0.625
9	0.322	55	0.75	0.935	0.976	-8.055	19.914	0.362
10	0.322	55	1.00	1.149	1.172	-2.900	18.666	0.339
11	0.418	55	0.125	0.291	0.292	-15.047	51.640	0.939
12	0.418	55	0.25	0.450	0.488	-13.276	54.719	0.995
13	0.418	55	0.50	0.715	0.781	-9.011	40.064	0.728
14	0.418	55	0.75	0.948	1.074	-11.440	27.425	0.499
15	0.418	55	1.00	1.166	1.270	-10.820	17.071	0.310
16	0.543	55	0.125	0.333	0.292	-16.409	37.582	0.683
17	0.543	55	0.25	0.534	0.488	-14.735	35.574	0.647
18	0.543	55	0.50	0.882	0.878	-10.938	48.363	0.879
19	0.543	55	0.75	1.199	1.171	-8.636	40.125	0.730
20	0.543	55	1.00	1.501	1.513	-14.785	10.406	0.189

Düzgün sinüzoidal bir dalganın etkisiyle harekete zorlanan bir geminin baş-kıç vurma ve dalıp-çıkma hareketine ait boyutsuzlaştırılmış transfer fonksiyonları Özdemir, (2014), Irvine vd., (2008);

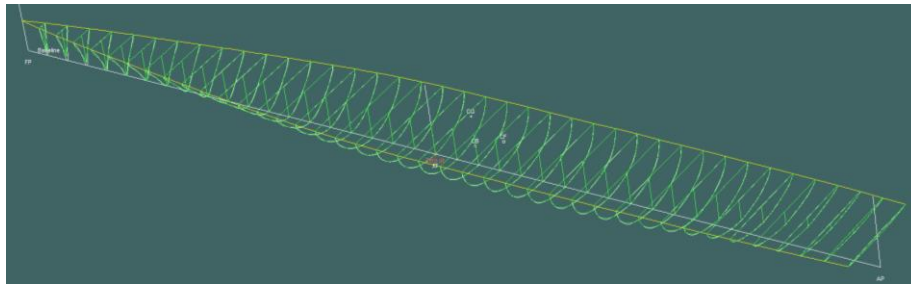
$$TF_z = \frac{z_{I1}}{\zeta}, \quad (18)$$

$$TF_\theta = \frac{\theta_{I1}}{k\zeta}, \quad (19)$$

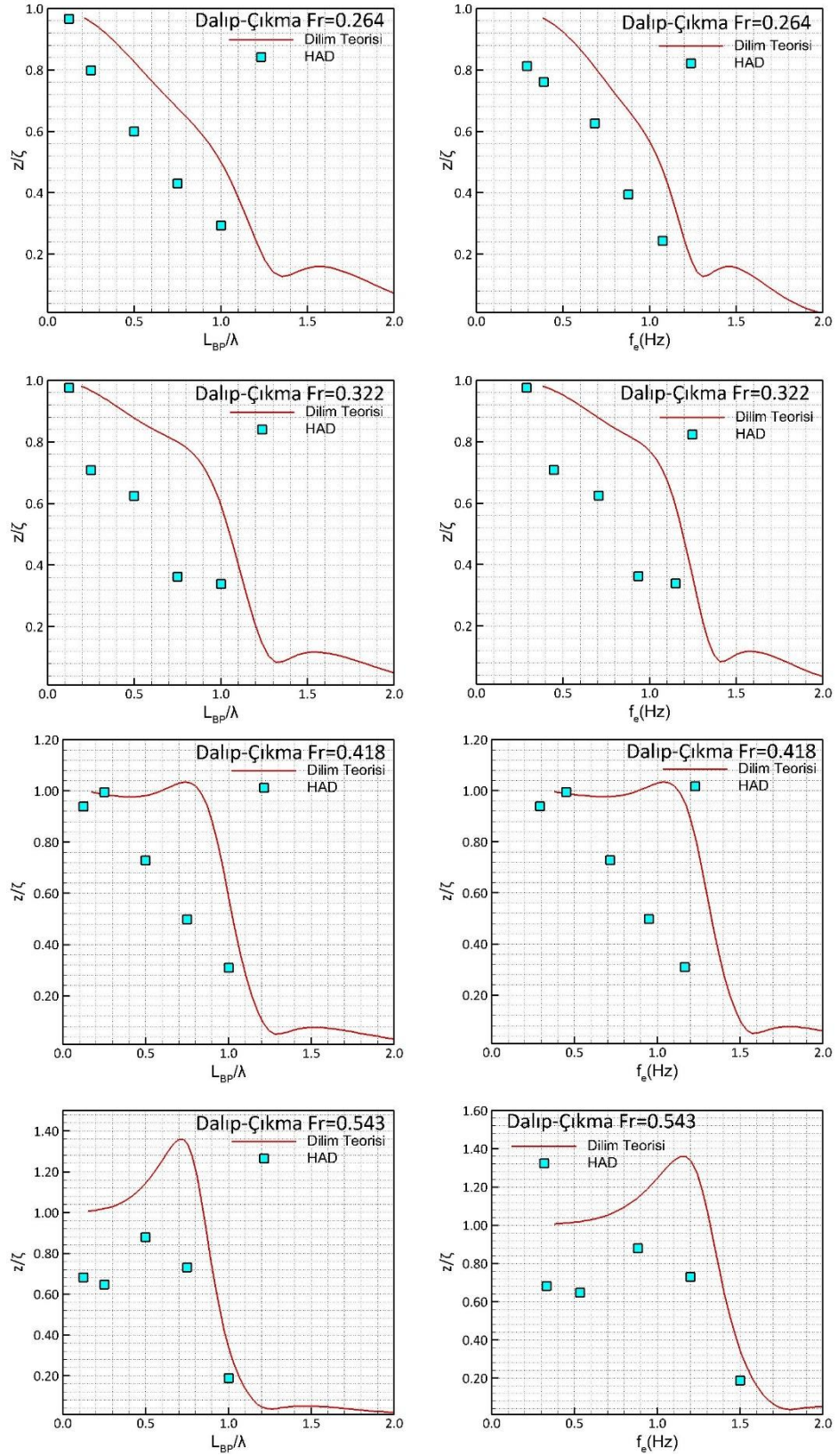
formülleriyle verilir ve burada k dalga sayısını $(\frac{2\pi}{\lambda})$ göstermektedir.

Tablo 6. Farklı Fr sayılarında baş-kıç vurma hareketi için frekans analizleri sonucunda elde edilen harmonikler

TEST ŞARTLARI					HAD			
NO	Fr	ζ (mm)	L_{BP}/λ	f_e (Hz)	f_e (Hz)	θ_{10} (°)	θ_{11} (°)	$\theta_{11}/k\zeta$
1	0.264	55	0.125	0.277	0.293	-0.043	0.501	0.782
2	0.264	55	0.25	0.423	0.391	0.022	1.038	0.810
3	0.264	55	0.50	0.660	0.684	-0.136	2.046	0.798
4	0.264	55	0.75	0.866	0.879	-0.212	2.355	0.689
5	0.264	55	1.00	1.056	1.074	-0.279	1.776	0.347
6	0.322	55	0.125	0.289	0.292	-0.146	0.552	0.862
7	0.322	55	0.25	0.446	0.488	-0.167	1.033	0.806
8	0.322	55	0.50	0.706	0.684	-0.211	2.073	0.809
9	0.322	55	0.75	0.935	0.977	-0.336	1.859	0.544
10	0.322	55	1.00	1.149	1.172	-0.312	1.601	0.313
11	0.418	55	0.125	0.291	0.293	-0.622	0.544	0.849
12	0.418	55	0.25	0.450	0.488	-0.666	1.240	0.968
13	0.418	55	0.50	0.715	0.781	-0.648	2.366	0.923
14	0.418	55	0.75	0.948	1.074	-1.063	2.327	0.681
15	0.418	55	1.00	1.166	1.270	-0.810	1.163	0.227
16	0.543	55	0.125	0.333	0.293	-1.668	0.480	0.750
17	0.543	55	0.25	0.534	0.488	-1.680	0.911	0.711
18	0.543	55	0.50	0.882	0.879	-1.823	2.443	0.954
19	0.543	55	0.75	1.199	1.172	-1.848	1.746	0.511
20	0.543	55	1.00	1.501	1.465	-1.663	0.643	0.125

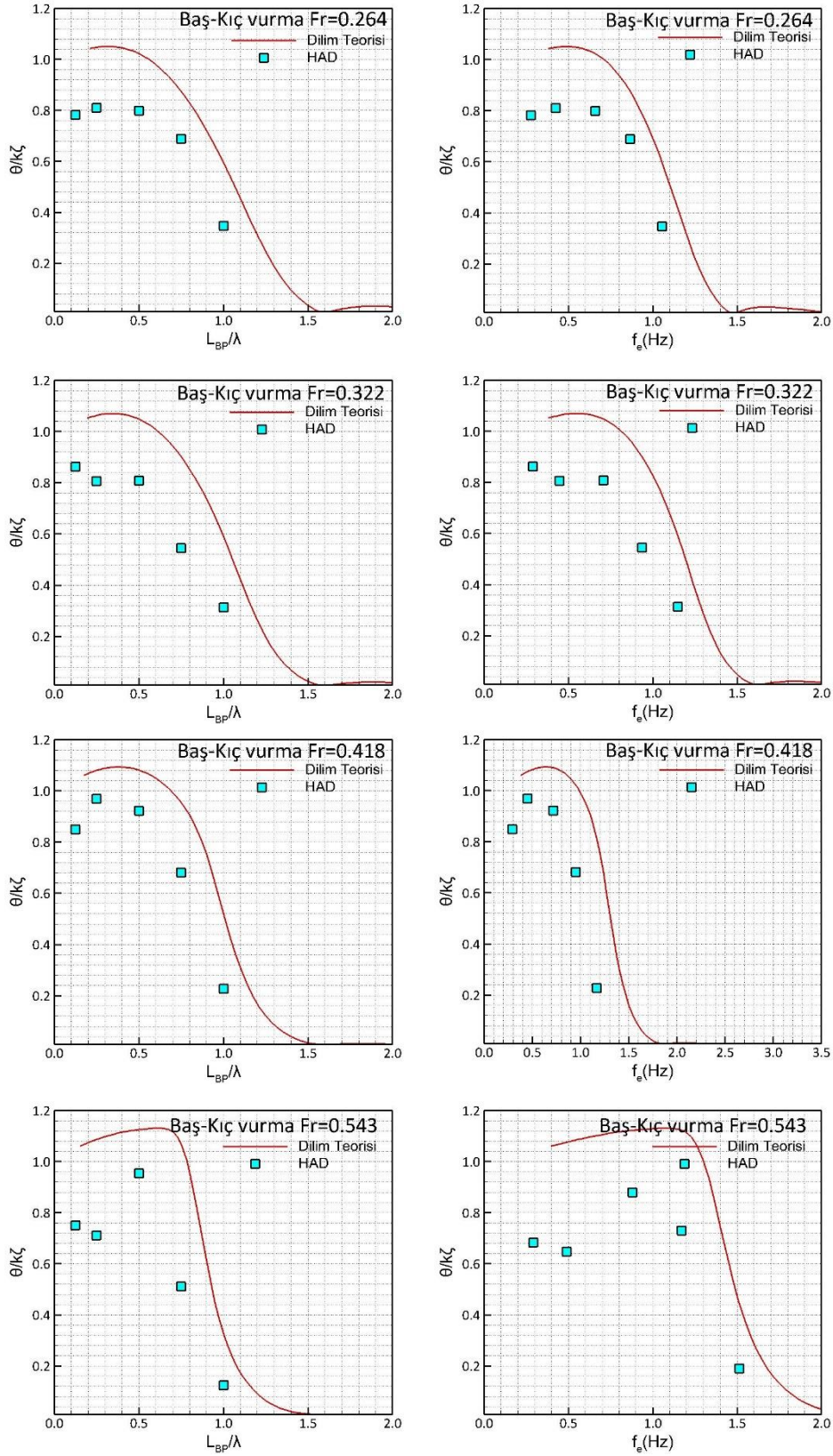


Şekil 9. Dilim teorisi yaklaşımı için Maxsurf programında hazırlanan kesitler



Şekil 10. Farklı Fr sayılarında dalıp-çıkma hareketine ait transfer fonksiyonları

RANS analizlerinden elde edilen transfer fonksiyonları dilim teorisi sonuçları ile beraber verilerek yöntemin lineer yaklaşımla karşılaştırılması sunulmuştur. Şekil 9’da dilim teorisi için kullanılan gemi kesitleri gösterilmiştir. Dilim teorisi analizleri Maxsurf programı kullanılarak 20 kesit üzerinden gerçekleştirilmiştir. Baştan gelen düzenli dalgalarda gemi kesitlerinin karşılaşma frekansı ile salınım

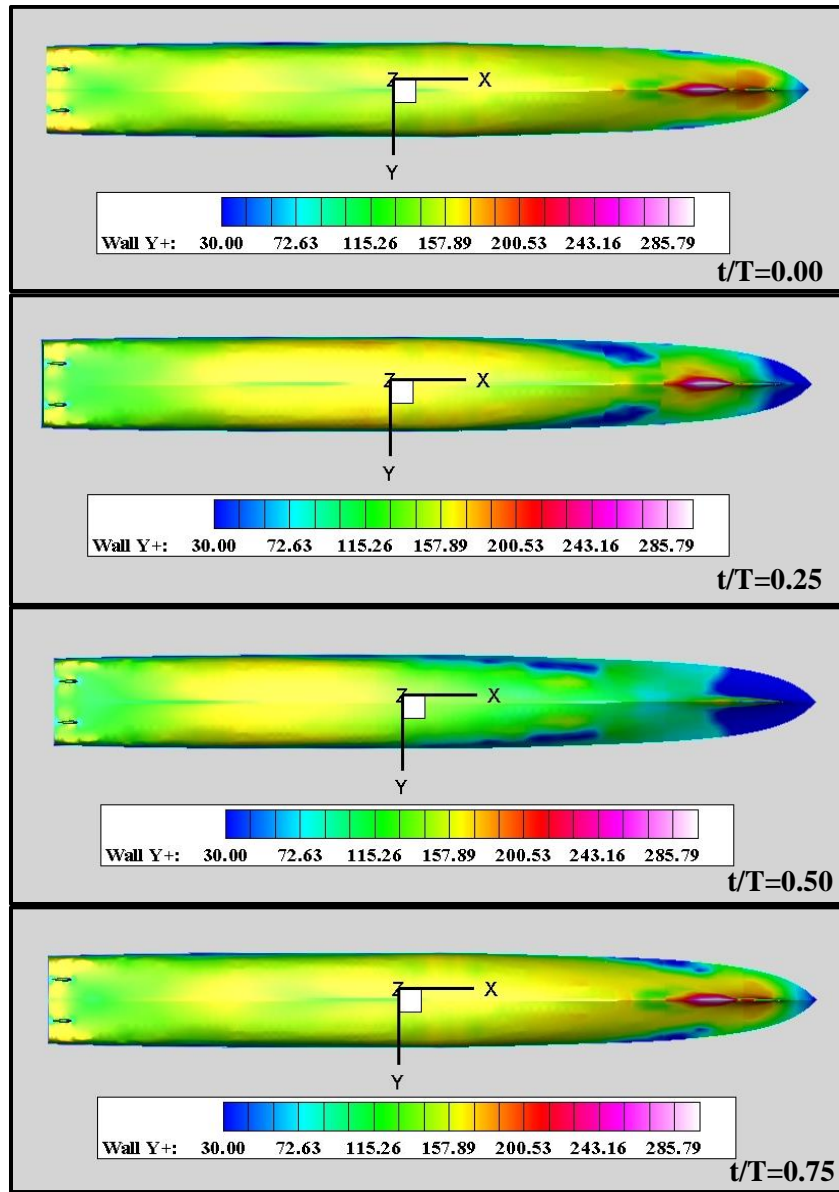


Şekil 11. Farklı Fr sayılarında baş-kıç vurma hareketine ait transfer fonksiyonları

hareketi yaptığı kabul edilir. Belirlenen bir frekans da salınım hareketi yapan bir silindirin ek su kütlesi ve sönüm katsayısı Ursell (1949) tarafından hesaplanmıştır. Bu çalışmada kullanılan Maxsurf programı multipole teorisi ile çözümlene yapmış olup silindir için elde edilen sonuçlar konform dönüşümler

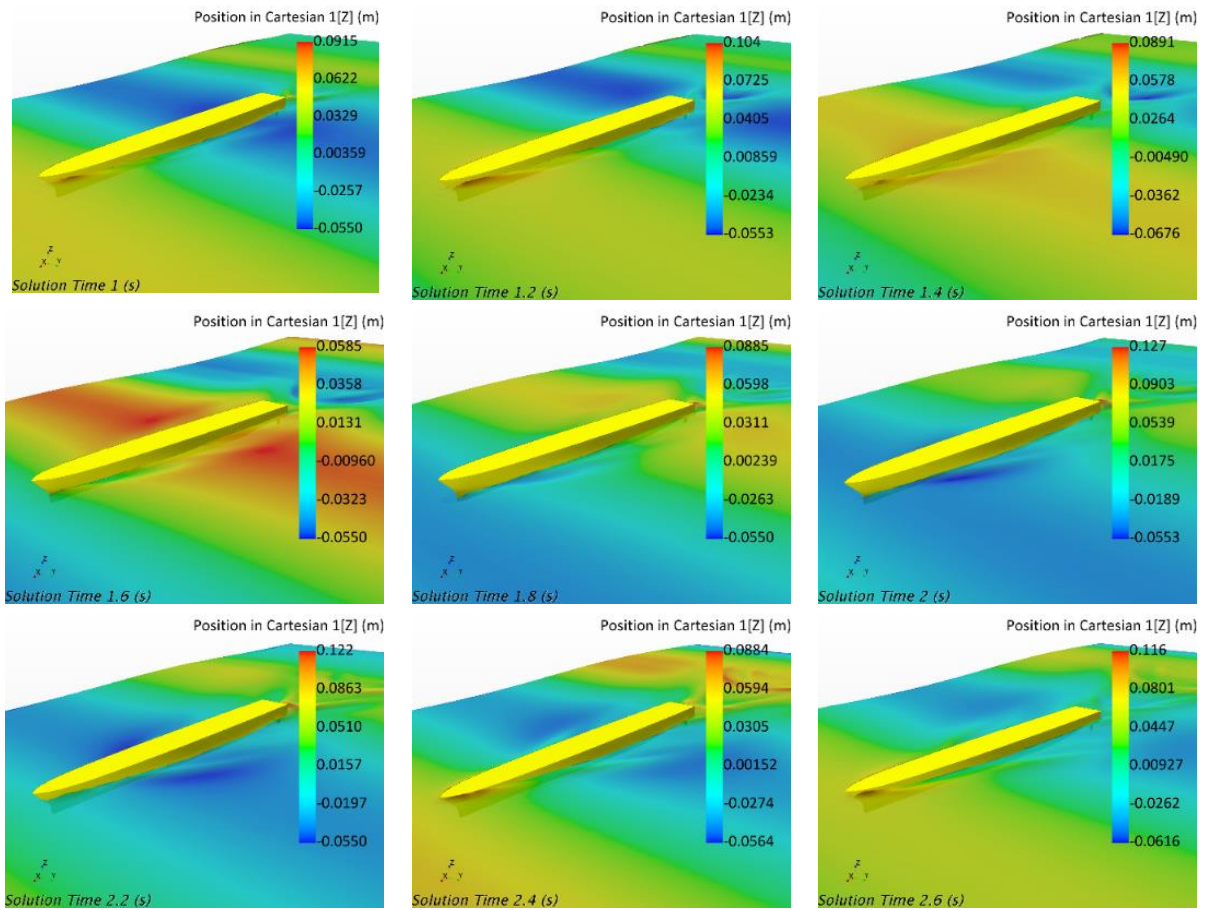
yardımla gemi kesitlerine uyarlanmışır Journee, (1992).

Dilim teorisinin hareketi lineer kabul etmesi ve viskoziteyi ihmal eden potansiyel teoriyi kullanması yöntemin en önemli eksikliğidir fakat yöntem hızlı çözüm üretmektedir. RANS analizlerinden ve dilim teorisinden elde edilen transfer fonksiyonları dalıp-çıkma hareketi için Şekil 10'da ve baş-kıç vurma hareketi için Şekil 11'de gösterilmiştir.

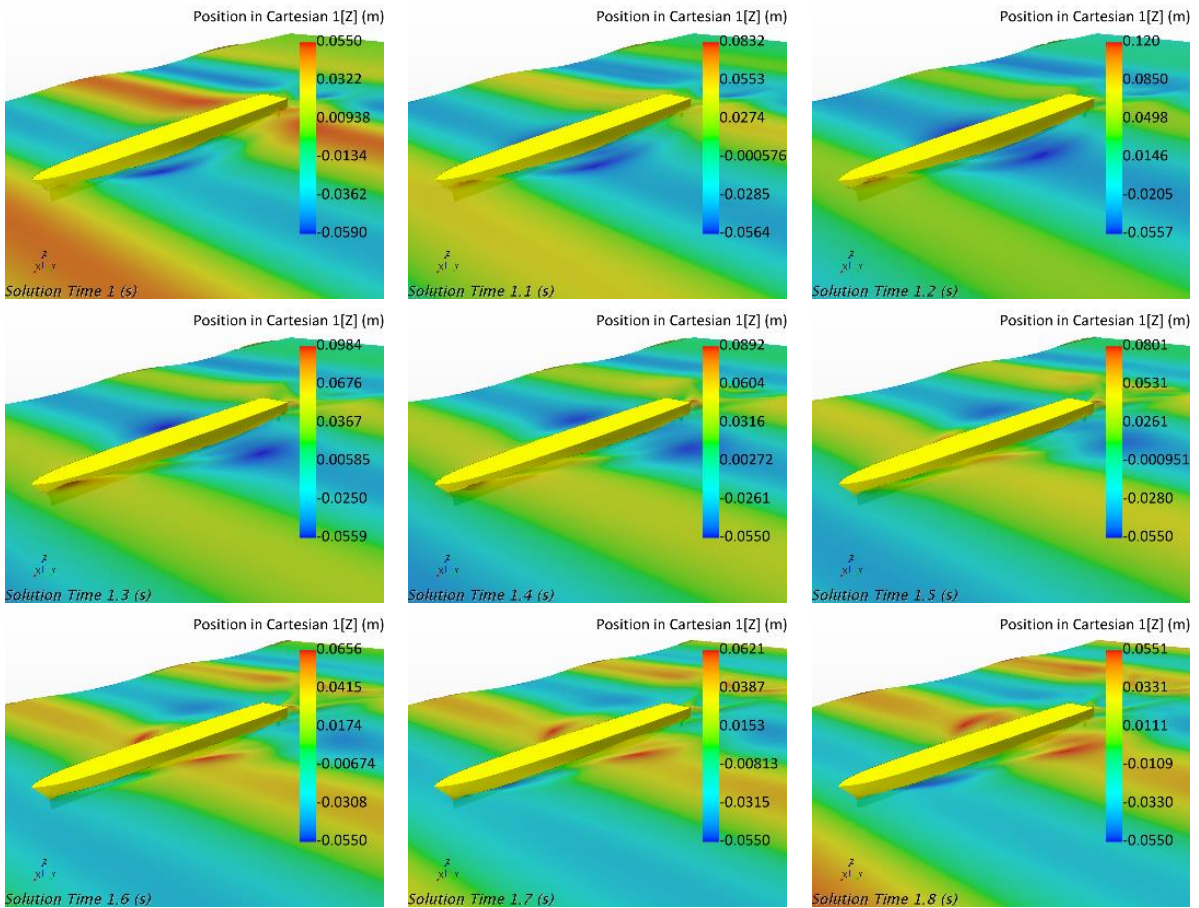


Şekil 12. $Fr=0.418$ için tekne üzerinde bir periyot içerisinde meydana gelen y^+ değerleri

Şekil 10 incelendiğinde dalga boyu arttıkça transfer fonksiyonlarının birim değere yaklaştığı görülmektedir ve bu beklenen bir sonuçtur Irvine et al., (2008). Hareketin lineer olduğu yüksek dalga boylarında dilim teorisinin sonuçları ile RANS sonuçları uyumludur. Gemi boyunun dalga boyuna oranı $L_{BP}/\lambda=0.5$ den itibaren Fr sayısının artmasıyla birlikte dalıp-çıkma hareketinin genliğinin arttığı ve $L_{BP}/\lambda=0.75$ den itibaren genliklerin Fr ile birlikte tekrar azaldığı görülmektedir hem RANS çözümlerden hem de dilim teorisinin sonuçlarından rahatlıkla görülebilir. Lloyd, (1989), Lewis, (1989), Journee, (1992), Pablo M. Carrica et al., (2011) bir geminin rezonansa girmesi için gerekli şartlardan birinin $L_{BP}/\lambda=0.75$ olması gerektiğini belirtmişlerdir. Tekne geometrisine bağlı olarak bu boy oranı aralığı 0.60-1.00 aralığında değişir. Irvine et al., (2008) ise dalga boyu

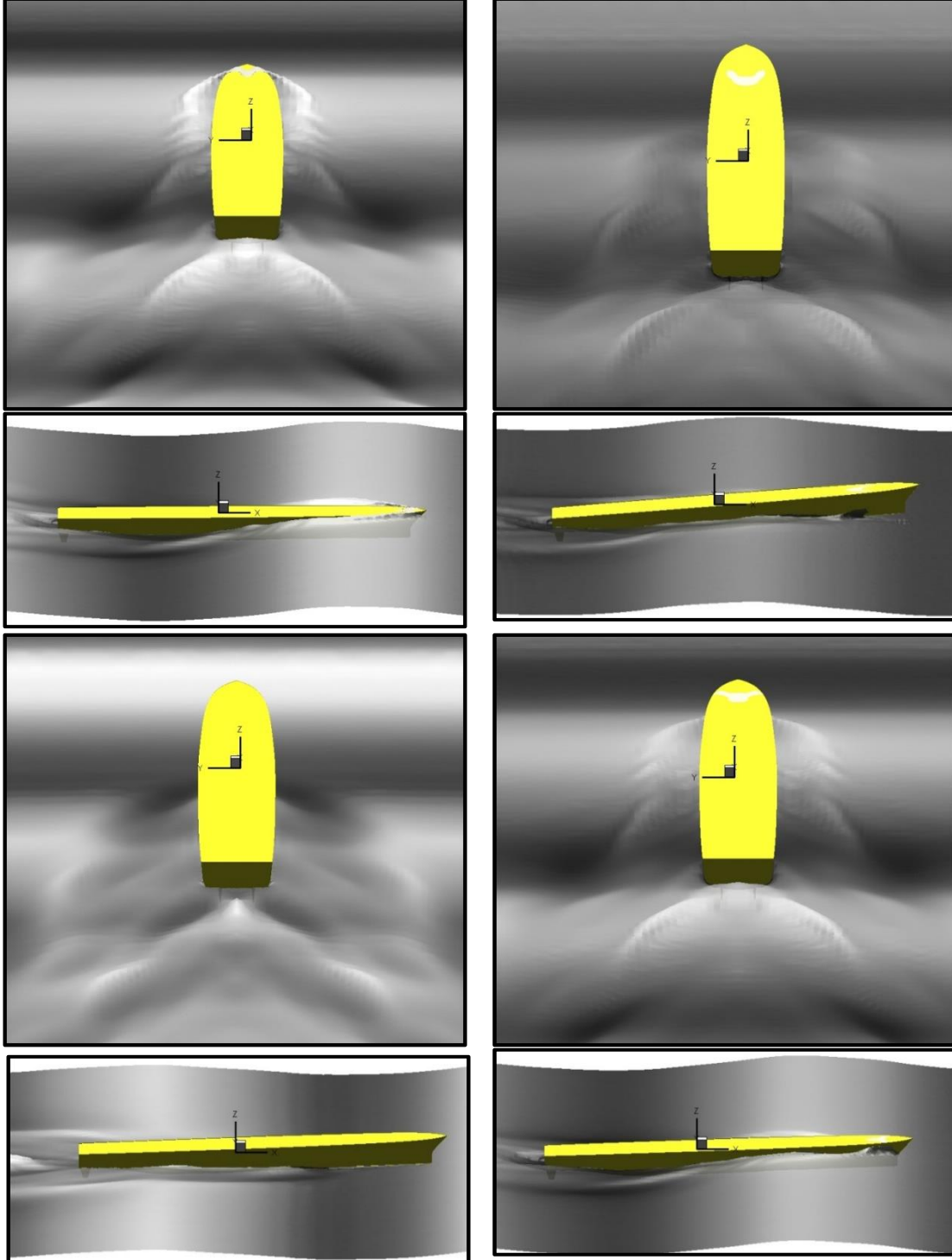


Şekil 13. $Fr=0.418$ $L_{BP}/\lambda=0.5$ için dalga deformasyonları



Şekil 14. $Fr=0.418$ $L_{BP}/\lambda=1.0$ için dalga deformasyonları

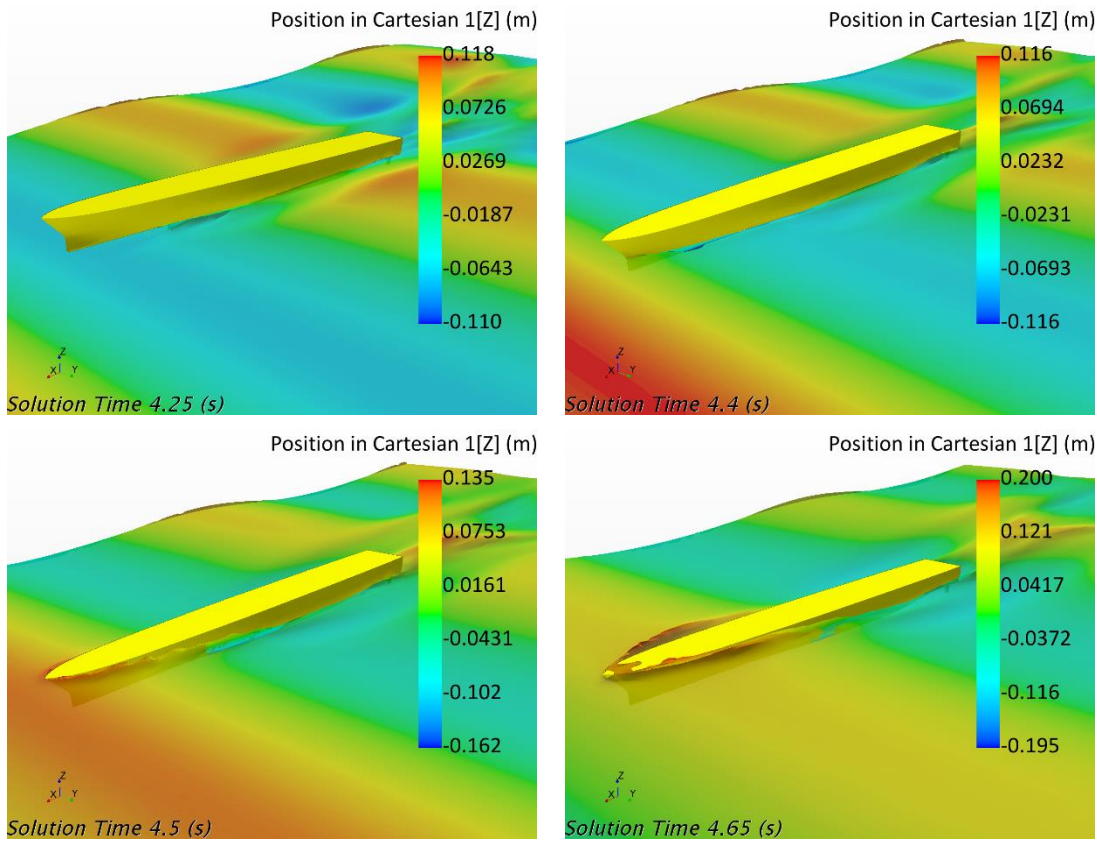
şartının sağlanması ile birlikte rezonans oluşması için karşılaşma frekansının da geminin doğal frekansı ile çakışması gerektiğini belirtmiştir. Şekil 10 incelendiğinde $L_{BP}/\lambda=0.5-0.75$ aralığında tekne hızının artmasıyla birlikte dalıp-çıkma hareketi genliklerinin arttığı görülmüştür. Dilim teorisine göre $Fr=0.543$ için $L_{BP}/\lambda=0.75$ dalga boyunda ve $f_e=1.2$ Hz karşılaşma frekansında tekne rezonansa girmektedir. RANS çözümler ise rezonans dalga boyunu $L_{BP}/\lambda=0.60$ ve doğal frekansı ise $f_e=1.0$ (Hz) olarak tahmin etmiştir. Dalıp-çıkma hareketinde belirtilen dalga boyu ve karşılaşma frekansında rezonansın meydana gelme durumu baş-kıç vurma hareketinin transfer fonksiyonlarının verildiği Şekil 11'den de rahatlıkla görülebilir.



Şekil 15. $Fr=0.418$ $L_{BP}/\lambda=0.75$ için tekne üzerinde meydana gelen güverte ıslanmasının ve gemi hareketinin periyodik olarak değişiminin görünümü

Akış alanı içerisindeki gemi hareketlerinin doğru modellenmesi için duvar üzerinde (gemi yüzeyi) meydana gelen y^+ değerlerinin doğru hesaplanması gerekmektedir. Alt bölüm 3.1’de kullanılan duvar fonksiyonu tanımlanmış olup bu fonksiyon göre değerlerin $30 < y^+ < 300$ arasında olması gerekir. Hareketin çözümü daimi hale geldikten sonra bir periyot içerisinde meydana gelen y^+ değişimleri Şekil 12’de $Fr=0.418$ için gösterilmiştir. Şekil incelendiğinde y^+ şartının sağlandığı görülebilir. Ağ sıklığının azaldığı teknenin baş formunda y^+ değerleri genele göre artış göstermekle birlikte 300 değerinin altında kalmış olup istenilen aralıktadır.

$Fr=0.264$ $L_{BP}/\lambda=0.5$ için Şekil 13’te, $Fr=0.264$ $L_{BP}/\lambda=1.0$ Şekil 14’te dalga deformasyonlarının değişimi gösterilmiş olup teknenin hareketi sebebiyle sinüzoidal dalga meydana gelen bozulmalar Şekil 15’ten rahatlıkla görülebilir. $Fr=0.264$ $L_{BP}/\lambda=0.5$ için Şekil 13’te, $Fr=0.264$ $L_{BP}/\lambda=1.0$ Şekil 14’te dalga deformasyonlarının değişimi gösterilmiş olup teknenin hareketi sebebiyle sinüzoidal dalga meydana gelen bozulmalar Şekil 15’ten rahatlıkla görülebilir.



Şekil 16. $Fr=0.543$ $L_{BP}/\lambda=0.5$ için meydana gelen dövünme

Gemi hareketlerinin modellenmesi ile yer değiştirmelerin elde edilmesinin yanı sıra tekne güvertesinin ıslanıp ıslanmadığı HAD ile elde edilebilir. Tekne güvertesinin ıslanmasıyla birlikte seyahat konforu olumsuz etkilenecek ayrıca güverte üzerinde ek bir su yükü meydana gelecektir. Şekil 15’te $Fr=0.418$ ’de ve Şekil 16’da $Fr=0.543$ ’te meydana gelen güverte ıslanması ve dövünme gösterilmiştir.

5. Sonuç ve Değerlendirmeler

Bu çalışmada baştan gelen düzenli dalgalar içerisinde baş-kıç vurma ve dalıp-çıkma bileşik hareketi incelenmiştir. Bu çalışmada elde edilen sonuçlar özetlenecek olursa:

- Baştan gelen düzenli dalgalarda teknenin gerçekleştirilen analizlerde düşük frekanslarda hareketin lineer, yüksek frekanslarda ise nonlineer olduğu görülmektedir. Dalga boyunun artmasıyla birlikte hareketlerin lineerleştiği görülmektedir.
- Frekans analizlerine göre tüm analizlerde bileşenlerden en büyük genlikli sinyalin frekansı (baskın olan frekans) ile karşılaşma frekansının hemen hemen aynı olduğu görülmektedir ve bu beklenen bir durumdur.
- Tablo 5, Tablo 6 ve Şekil 10 incelendiğinde yüksek frekans yani düşük dalga boylarında teknenin hareket genliği düşüktür ve kütle terimleri baskındır. Dalga boyunun çok uzun olduğu düşük frekans bölgesinde ise teknenin hidrostatik geri getirme kuvvetinin baskın olduğu görülmektedir.
- Karşılaşma frekansının değeri arttıkça hareketlerde harmoniklerin oluşmaya başladığı görülebilir.
- Şekiller 10 ve 11 incelendiğinde dalga boyunun artmasıyla birlikte boyutsuzlaştırılmış transfer fonksiyonlarının değerlerinin de arttığı görülmektedir.
- Ağ yapısı sıklaştırılarak analiz sonuçları iyileştirilebilir. Kullanılan zaman adımının azaltılması ve daha gelişmiş türbülans modellerinin kullanılması sonuçları iyileştirecektir.
- Baştan gelen düzenli dalgalarda meydana gelen ek dalga direncini tespit etmek için ayrı bir çalışma yapılması planlanmaktadır.
- Doğal frekansın ve ek direncin hesaplaması için bu çalışmanın devamı olan ayrı bir makale hazırlanarak tahmin yöntemleri tartışılacaktır.
- Analiz süresinin uzunluğu yöntemin en önemli eksikliğidir. Bununla birlikte analiz edilecek formun CAD modelinin hazırlanması, uygun ağ yapısının tespiti çalışmaları da hesaplama süresini uzatmaktadır.

Referanslar

Carrica, Pablo M, Fu, H., Stern, F., (2011). Computations of self-propulsion free to sink and trim and of motions in head waves of the KRISO Container Ship (KCS) model. Appl. Ocean Res. 33, 309–320. <https://doi.org/10.1016/j.apor.2011.07.003>

Carrica, Pablo M., Fu, H., Stern, F., (2011). Computations of self-propulsion free to sink and trim and of motions in head waves of the KRISO Container Ship (KCS) model. Appl. Ocean Res. 33, 309–320. <https://doi.org/10.1016/j.apor.2011.07.003>

Castiglione, T., Stern, F., Bova, S., Kandasamy, M., (2011). Numerical investigation of the seakeeping behavior of a catamaran advancing in regular head waves. Ocean Eng. 38, 1806–1822. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2011.09.003>

Fossen, T.I., (1996). Guidance and control of ocean vehicles. Automatica. [https://doi.org/10.1016/0005-1098\(96\)82331-4](https://doi.org/10.1016/0005-1098(96)82331-4)

Frank, (1967). Oscillation of Cylinders in or Below the Free Surface of Deep Fluids.

Havelock, T.H., S., (1928). The Wave Pattern of a Doublet in a Stream. Procs. R. Soc. 121, 515–523.

Hirt, C.W., Nichols, B.D., (1981). Volume of Fluid (VOF) Method for the Dynamics of Free Boundaries. J. Comput. Phys. 39, 201–225. [https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0021-9991\(81\)90145-5](https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0021-9991(81)90145-5)

Irvine, M., Longo, J., Stern, F., (2008). Pitch and heave tests and uncertainty assessment for a surface

combatant in regular head waves. *J. Sh. Res.* 52, 146–153. <https://doi.org/10.5957/jsr.2008.52.2.146>

ITTC, (2011). Practical Guidelines for Ship CFD Applications. ITTC – Recomm. Proced. Guidel. ITTC 1–8.

Journee, J.M.J., (1992). Experiments and Calculations on Four Wigley Hullforms.

Kahramanoğlu, E., Çakıcı, F., Doğrul, A., (2020). Numerical prediction of the vertical responses of planing hulls in regular head waves. *J. Mar. Sci. Eng.* 8, 1–18. <https://doi.org/10.3390/jmse8060455>

Launder, B.E., Spalding, D.B., (1974). The Numerical Computation of Turbulent Flows. *Compt. Methods Apply. Mech. Eng.* 3, 269–289.

Lewis, F.M., (1929). No Title. *Trans. Soc. Nav. Archit. Mar. Eng.* 27, 1–20.

Lewis, E. V., (1989). Principles of Naval Architecture. The Society of Naval Architects and Marine Engineers, New York.

Lloyd, A.R.J.M., (1989). Seakeeping: Ship Behaviour in Rough Water. Chichester, UK.

Özdemir, Y.H., (2014). Gemi Direncinin ve Hareketlerinin Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği Kullanılarak İncelenmesi. Yıldız Teknik Üniversitesi.

Ozdemir, Y.H., Barlas, B., (2017). Numerical study of ship motions and added resistance in regular incident waves of KVLCC2 model. *Int. J. Nav. Archit. Ocean Eng.* 9, 149–159. <https://doi.org/10.1016/j.ijnaoe.2016.09.001>

Özdemir, Y.H., Barlas, B., (2018). Free Surface Flow Simulation Around an Appended Hull. *BRODOGRADNJA* 69, 25–41.

Özdemir, Y.H., Barlas, B., Yilmaz, T., Bayraktar, S., (2013). Numerical and Experimental Study of Turbulent Free Surface Flow for a Fast Ship Model. *BRODOGRADNJA* 65, 39–54.

Panahi, R., Jahanbakhsh, E., Seif, M.S., (2009). Towards simulation of 3D nonlinear high-speed vessels motion. *Ocean Eng.* 36, 256–265. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2008.11.005>

Patankar, S. V., Spalding, D.B., (1972). A Calculation Procedure for Heat, Mass and Momentum Transfer in Three-dimensional Parabolic Flows. *Int. J. Heat Mass Transf.* 15, 17–87.

Sato, Y., Miyata, H., Sato, T., (1999). CFD simulation of 3-dimensional motion of a ship in waves : application to an advancing ship in regular heading waves 108–116.

Şener, B., (2012). Fırkateyn Tipi Tekne Serisi Geliştirilmesi ve Hidrodinamik form Optimizasyonu. Yıldız Teknik Üniversitesi.

Ursell, F., (1949). On the heaving motion of a circular cylinder in the surface of a fluid. *Quart. J. Mech. Appl. Math* 2, 218–231.

Versteeg, H.K., Malalasekera, W., (1996). An Introduction to Computational Fluid Dynamics The Finite Volume Method No Title. Longman Scientific and Technical, London UK.

Wackers, J., Koren, B., Raven, H.C., van der Ploeg, A., Starke, A.R., Deng, G.B., Queutey, P., Visonneau, M., Hino, T., Ohashi, K., (2011). Free-Surface Viscous Flow Solution Methods for Ship Hydrodynamics. *Arch. Comput. Methods Eng.* 18, 1–41. <https://doi.org/10.1007/s11831-011-9059-4>

Wilcox, D.C., (1998). Turbulence Modeling for CFD, 2nd ed. ed. La Canada Flintridge, CA, USA, DCW Industries Inc.