

İhracatın İthalatı Karşılama Oranlarının Parçalı Regresyonlarla Modellenmesi

Aşır GENÇ (*)
Erkan OKTAY (**)
Ömer ALKAN (***)

Özet: İhracat ve ithalat, bir ülkenin dış ticaretini oluşturur. Dış ticaret istatistiklerine bakılarak ülkenin ekonomik durumu hakkında değerlendirme yapılabilmektedir. Bu istatistiklerden biri de ihracatın ithalatı karşılama oranıdır. Bu çalışmada Türkiye'nin 1923-2010 yılları arası ihracatın ithalatı karşılama oranlarının yıllık değişimleri parçalı regresyonlarla incelenmiştir. Verilerin dağılım grafiğine bakıldığında 1923-2010 yılları arası ihracatın ithalatı karşılama oranları dalgali bir dağılım göstermektedir. Dağılımın dalgali olduğu modellerde, tek bir model yerine, parçalı regresyon modelleri kullanmak daha avantajlıdır. Çalışmada dağılım üç parçaya bölünerek tüm parçalar için; parçalı basit doğrusal, kuadratik (kareli) ve kübik model olmak üzere üç farklı model kurulmuş ve hangisinin daha etkin olduğu belirlenmeye çalışılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Parçalı regresyon, ihracat, ithalat

Modeling with Piecewise Regression of Ratios of Export to Import

Abstract: Export and import constitute a country's foreign trade. Assessment can be made about the country's economic situation by examining foreign trade statistics. One of these statistics is the ratio of export to import. In this study, annual changes in ratios of export to import of Turkey between the years 1923-2010 were examined with piecewise regression. Examining the distribution chart of data, ratios of export to import show a wavy distribution between the years 1923-2010. In models where the distribution is wavy, it is more advantageous to use piecewise regression rather than a single model. In this study, the distribution was divided into three parts and all the parts were analyzed with three different models, namely piecewise linear, quadratic and cubic models. It was aimed to determine the best fitting model.

Keywords: Piecewise regression, export, import

*) Prof. Dr., Selçuk Üniversitesi, Fen Fakültesi, İstatistik Bölümü (e-posta: agenc@selcuk.edu.tr)

**) Prof. Dr., Atatürk Üniversitesi, İ.İ.B.F., Ekonometri Bölümü (e-posta: erkanoktay@hotmail.com)

***) Arş. Gör., Atatürk Üniversitesi, İ.İ.B.F., İşletme Bölümü (e-posta: oalkan@atauni.edu.tr)

Giriş

Bir veya daha fazla parçanın kırılma noktalarında birleştirildiği parçalı regresyon, istatistiksel bir teknik olarak yaygın bir şekilde kullanılmaktadır. Quandt (1958), iki farklı sistemi içeren doğrusal regresyon sisteminin parametrelerini ve doğrusal regresyon sistemindeki bilinmeyen değişim noktasının konumunu tahmin etmek için maksimum olabilirlik tahmin yöntemini önermiştir. Robison (1964), doğrusal regresyon yerine iki farklı sistemi içeren polinom regresyonların parametrelerini tahmin etmek ve polinom regresyonların birleşme noktalarının bilindiği ve bilinmediği durumlar için maksimum olabilirlik metodunu kullanmıştır. Her iki yazar da parçalı regresyon modelleriyle ilgili çalışmalarında tek bir değişim noktası üzerinde durmuşlardır. Hudson (1966), genel modeli iki parçalı regresyon biçiminde tanımlayarak, parçalı regresyonların birleşme noktasını en küçük kareli çözümle bulmak için algoritmik bir yaklaşım geliştirmiştir. Regresyonların birleşme noktasının farklı durumlarını dikkate alarak 1.tip, 2.tip ve 3.tip birleşme noktası olmak üzere sınıflandırma yapmıştır. Bellman ve Roth (1969), düzgün doğru parçalarını ard arda sıralayarak sürekli bir eğri tahmini yapmak için dinamik programlama teorisini kullanan bir teknik önermişlerdir. Hinkley (1969, 1971), bir bağımsız değişkenli iki parçalı doğrusal regresyon modelinde kesişim noktalarıyla ilgili olarak tahmin ve sonuç çıkarma problemini çalışmıştır. İki parçalı doğrusal regresyon modelinde kesişim noktalarının güven bölgelerini, maksimum olabilirlik tahminlerini ve güven aralıklarını elde etmek için yöntemler geliştirmiştir. Fuller (1969), üretim yüzeylerini (production-surfaces) ve zaman serisi trendlerini tahmin etmek için parçalı polinomların kullanımını tanımlamış ve göstermiştir. Fuller çalışmasındaki polinomları "GraftedPolinom" olarak adlandırmıştır. McGee ve Carleton (1970), hiyerarşik kümeleme ve standart regresyon teorisini birleştirerek parçalı regresyon yöntemi geliştirmişlerdir. Finansal verilerle yapılan uygulama örneğinde, 01.01.1967 ve 30.11.1969 yılları arası aylık satış hacimleri dikkate alınarak, New York ve Amerikan Menkul Kıymetler Borsalarının Boston Menkul Kıymetler Borsası üzerindeki etkisi araştırılmıştır. Hiyerarşik kümeleme analiziyle birlikte parçalı doğrusal regresyon çözümü sonucu dört parçalı bir model belirlenmiştir. Gallant ve Fuller (1973), parçalı polinomların birleşme noktalarının tahmin edilmesi üzerine çalışma yapmışlardır. Süreklilik ve türev koşulları kullanılarak parçalı regresyon modelinin doğrusal olmayan regresyon modeline dönüştürülmesi için parametreler yeniden belirlenmiştir. Daha sonra regresyon parametrelerinin en küçük kareler tahminlerini elde etmek için Hartley'in Modifiye Edilmiş Gauss-Newton Metodunu kullanarak doğrusal olmayan regresyon modelini tahmin etmişlerdir. Park (1978), birçok uygulamada tek bir polinom fonksiyonla bağımlı değişkenin yeterince açıklanamadığını belirtmiştir. Yani, tek bir polinom fonksiyonla tüm deney alanı üzerinde yeterli tahmin sağlanamaz. Bu durumlarda regresyon modelinin parçalı polinom regresyon model olarak düşünülmesi gerektiğini izah etmiştir. Bilinmeyen parametrelerin tahminlerinde D-optimallik tasarım kriterini önermiştir. Lerman (1980), birleşme noktaları bilinmeyen parçalı regresyonları tahmin etmek için Grid-Search Metodunu önermiştir. Tishler ve Zang (1981a, 1981b), sürekli bir bağımlı değişkenli ve bilinmeyen geçiş noktalı parçalı regresyonun parametrelerini tah-

min etmek için maksimum olabilirlik metodunu geliştirmişlerdir. Prunty (1983), birçok verinin parçalı doğrusal fonksiyonlarla uygun bir şekilde modellenebileceğini açıklamıştır. Parçalı doğrusal fonksiyonların genel biçimlerini ve özelliklerini göstererek deneysel verilerle örnek bir uygulama örneği vermiştir. Toms ve Lesperance (2003), ekolojik eşik değerlerini modellemek için parçalı regresyon kullanımını göstermişlerdir. Brusilovskiy (2004), SAS programını kullanarak iki değişkenli regresyonda bağımlı değişkenin modellenmesinde parçalı regresyonu kullanmıştır. Xiv.d.(2010), Taiwan’da bankacılık hizmetlerinde performans nitelik düzeyi ve müşteri memnuniyeti arasındaki ilişkiyi modellemek için parçalı regresyonun kullanımını göstermişlerdir. Önerilen yöntem hem kolay hem de geleneksel yöntemlere göre daha etkindir.

I. 1923-2010 Yılları Türk Dış Ticaretinin Kısaca Değerlendirilmesi

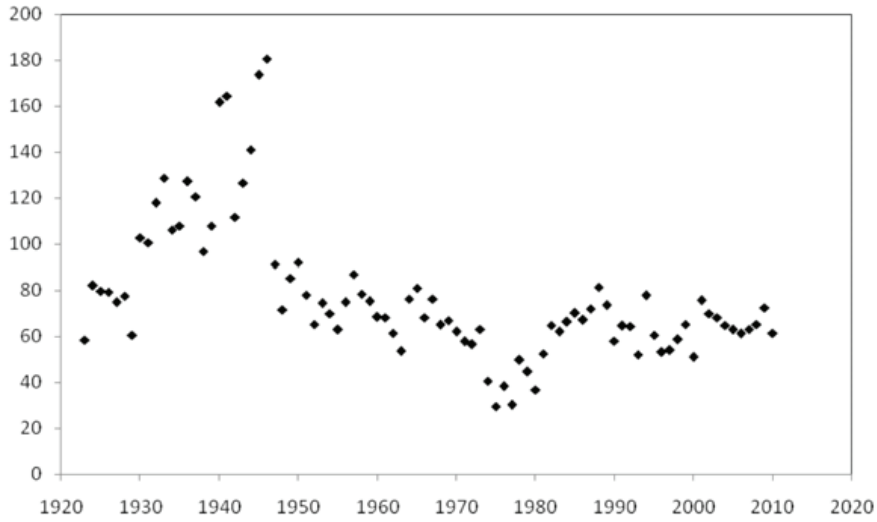
Bu çalışmada kullanılacak olan ihracatı ithalatı karşılama oranları ve dağılım grafiği Şekil 1’de verilmiştir. 1923-2010 yılları arası Türk Dış Ticaret politikalarından bahsedilecek, dağılım grafiğindeki dalgalanmaların mahiyeti hakkında kısaca bilgi verilecektir.

İhracat, ülkenin dış kaynak kullanmadan elde ettiği döviz kazancıdır. Yani yabancı ülkelere döviz karşılığı yapılan satışır. İthalat ise, yurtdışında üretilmiş malların, ülkedeki alıcılar tarafından satın alınmasıdır. Dış ticaret, ülkelerin kalkınmalarının sürdürülmesinde ve dünya ülkeleriyle bütünleşmenin sağlanmasında en önemli unsurlardan biri olarak görülmektedir. (Ertekin ve Kutlu, 2000) Bütün ülkeler uluslararası ticarete katılmaktan dolayı elde edeceği faydayı optimize edecek bazı düzenlemeler yaparlar. Uluslararası ticarete koydukları kısıtlamalar ve düzenlemeler ticaret politikası adı altında toplanır. Ticarete konulan kısıtlamaların en önemlisi tarifelerdir. Ticareti yapılan mal üzerine konulan vergilere tarife denilir. İthal edilen mal üzerinden alınan vergiye ithalat tarifesi adı verilir. İhraç edilen mal üzerinden ödenen vergiye de ihracat tarifesi denir. İthalat tarifesi ihracat tarifesinden daha önemlidir (Tunç, 2004).

1923-2010 döneminde Türkiye Cumhuriyeti’nde izlenen dış ticaret politikaları ülkenin temel öncelikleri, sanayileşme politikaları, uluslararası siyasal ve ekonomik konjonktür, doğrultusunda belirlenmiştir. Bu çerçevede dış ticaret politikaları dönem boyunca söz konusu öncelikler ve süregelen siyasal ve ekonomik koşullar açısından değerlendirilerek yeniden şekillendirilmiş ve uygulamaya konulmuştur.

1920’li ve 1930’lu yıllarda Türkiye geri kalmış bir tarım ekonomisi durumundaydı. 1929 Büyük Buhranı, hammadde ihracatçısı ve çoğunlukla tüketim mallarından oluşan sanayi malı ithalatçısı olan ve Dünya ticaretine serbest ticaret koşulları altında katılan Türkiye ve Türkiye benzeri tüm azgelişmiş ülkeleri benzer biçimde etkilemiştir. 1929 ile 1931 dış ticarete korumacılığın ve kambiyo denetimlerinin etkinlik kazandığı, 1932 ise devletçi politikaların uygulanmaya başlandığı yıllar olmuştur. 1930 sonrası sanayileşme çabalarının odağına devlet eliyle oluşturulan teşebbüsler oturtulmuştur. 1930-1945 arasında dış ticaret dengesinde yalnızca 1938 yılında açık vermiştir. Dış ticarete verilen açıktan fazlaya geçilmesinin 1923 ile 1929 yılları arasındaki dönem göz önüne alındığında-

da esas olarak ithalatın kısılmasından kaynaklandığı anlaşılır. 1930 sonrasında izlenen dışa kapalı, korumacı, dış dengeye önem veren politikalar terk edilerek serbest ticaretçi iktisat politikaları uygulanmaya başlanmıştır. İthalatın serbestleştirilmesiyle birlikte 1947'den itibaren ithalatta önemli artışlar yaşanmış ve dış ticarete açık vermeye başlanmıştır. (Taşkın, M.,2003)



Şekil 1. 1923-2010 Yılları Arası İhracatın İthalatı Karşılama Oranlarının Dağılımı

1930'lara damgasını vuran korumacı dış ticaret politikaları, 1946 yılında Türk lirasının yüzde 100'den fazla değer kaybetmesi ve liberalizasyon listelerinin saptanarak ithalatta kota uygulamasının sınırlandırılması ile terk edilmeye başlanmıştır. 1953-1961 yılları arasındaki dönemde istikrarlı bir şekilde hareket eden ve büyük ölçüde tarım ürünlerinden oluşan ihracat sayesinde, dış ticaret açıkları daraltılmış ve sürdürülebilir olmuştur.

1960'larda ekonomi politikalarında planlama dönemi başlamış, 1961'de başlayan yeni dönem; ithal ikameci, korumacı dış ticaret politikalarının sürdürüldüğü ve iç piyasaya yönelik bir sanayileşme politikasının benimsendiği bir dönem olmuştur. 1960'larda toplam ihracat içerisinde sanayi ürünlerinin payı yüzde 13-18 arasında değişirken, 1970'lerde yüzde 20-39'lara yükselmiştir. 1962 ile 1976 yılları arasındaki dönemde ithalatın GSMH'deki payı önemli oranda artmış, ihracatın ithalatı karşılama oranı ise aynı şekilde düşmüştür. 1970'lerde artan petrol fiyatlarının Dünya ekonomisini bunalıma sürüklediği bir dönemde, kısa dönemli borçlanmalarla büyüyen ve ithalatı artmaya devam eden Türk ekonomisinin, 1977'de dış dengeleri büyük çapta bozulmuştur.

24 Ocak 1980 Türkiye ekonomi politikaları açısından bir dönüm noktasıdır. İhracat destekleri ekonomi politikalarının temel araçlarından biri olmuştur. 1980 sonrası politika-

larla ihracat, 1980-1984 arasındaki dönemde yüzde 314 oranında artmış, ancak ithalatta da artış olması sebebiyle dış açıklar 1980 sonrası dönemde de devam etmiştir. 1990'da Türk parasının konvertibilitesi (Milli paraların karşılıklı olarak birbirine çevrilebilmesi) ilan edilmiştir. 1990'larda ve 2000'li yıllarda Türkiye'nin dış ticaret politikalarını şekillendiren iki temel bütünleşme Dünya Ticaret Örgütü üyeliği ve Avrupa Birliği ile girilen Gümrük Birliği olmuştur.

II. Parçalı Regresyon

Türkiye'de ihracatın ithalatı karşılama oranları zamana göre dalgalı bir dağılım göstermektedir (Bkz. Şekil 1). Çok sayıda veri noktalarına bir tek eğri ile yaklaşmak büyük kolaylıklar sağlasa da bu durum büyük hatalara neden olabilmektedir. Bu tür durumlarda interpolasyon yöntemleri kullanılmaktadır (Genç vd., 2002). Uygulamada kullanılacak olan fonksiyonu bulmak her zaman mümkün olmayabilir. Ancak fonksiyonu temsil etmek üzere bir polinom elde edilebilir. Fonksiyonu elde etmek için verilen nokta sayısı ne kadar artarsa polinom derecesi de o kadar artacaktır. Yüksek dereceden polinomlar hem işlem güçlüklerini ortaya çıkaracağından hem de fonksiyonlarda büyük salınımlara yol açacağından hatalı sonuçlar doğurabilir. Bundan dolayı verilen verilen bilgilere uyacak en küçük dereceden polinomlar bulunabilir. Yani veri noktaları düğüm noktaları olarak adlandırılan alt aralıklara bölünerek, bu alt aralıklar arasında daha küçük dereceli interpolasyon polinomları kullanılarak, belirli süreklilik şartları altında birleştirilir (Oturanç vd., 2008).

Art arda gelen iki veri arasında birinci, ikinci veya üçüncü dereceden fonksiyonlar yardımıyla yaklaşım yapılabilir. Matematiksel olarak, birinci ve ikinci mertebeden türevleri $[x_0, x_n]$ aralığında sürekli olan $f_k(x)$ polinomlarını her bir $[x_k, x_{k+1}]$ aralığında kurmak mümkündür.

$\{(x_i, y_i) : i = 1, 2, \dots, n\}$ veri kümesi verilmiş olsun. Çok sayıda (x, y) veri noktalarından eğri geçirmek her ne kadar uygun düşse de bu durum büyük hatalara neden olabilmektedir. Bu durumda nokta sayısı arttıkça polinomların derecesi artış göstereceğinden, peş peşe gelen iki veri arasında parçalı fonksiyonlarla yaklaşım yöntemi önerilmektedir. Parçalı interpolasyonu veri noktalarını çeşitli aralıklara bölerek, her bir aralıkta daha küçük dereceden polinomlarla yaklaşım yapma esasına dayanır (Genç vd., 2002; Karadavut vd., 2004).

Veri noktaları $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ biçiminde ifade edilsin. X ile Y arasında farklı aralıklar üzerinde belirlenmiş

$$(1) \quad Y_t = E[Y|X = x_t] + \varepsilon_t$$

biçiminde bir regresyon fonksiyonu ele alınsın. Burada $E[Y|X] = f(x, \theta)$ fonksiyonu farklı aralıklarda tanımlanmış farklı fonksiyonlardır ve

$$f(x, \theta, \alpha) = \begin{cases} f_1(x, \theta_1), & x \leq \alpha_1 \\ f_2(x, \theta_2), & \alpha_1 < x \leq \alpha_2 \\ \vdots & \vdots \\ f_D(x, \theta_D), & \alpha_{D-1} < x \end{cases} \quad (2)$$

biçimindedir.

α ile belirlenmiş aralıkların uç noktaları bilinmemekte ve bu noktalara düğüm noktaları denilmektedir. Bu noktalar fonksiyonun sürekliliğini bozmadan sıçrama ya da ani değişim noktalarıdır. Gözlemlere bağlı olarak bu noktaların tahmin edilmesi gerekir. Çalışmada bu noktalar sabit olarak alınacaktır. D alt modeli ortak noktaların ya da düğüm noktalarının uç noktalarında modelin safhasını belirtir. Bu problem aynı zamanda parçalı regresyon problemi olarak ta bilinir. Bu tür modeller;

- sistemdeki parçalı modellerin sayısının küçük olması,
- sistemin davranışının bir doğru fonksiyonu olarak iyi tanımlanmış olması,
- gözlemlerde ani değişimler olması,

durumları için amaçlanır.

(2) ile verilen model parçalı regresyon modeli olarak bilinir. Burada, düzgün regresyon ilişkisinden daha ziyade regresyondaki yapısal değişimler ya da ani değişimleri tanımlayan model üzerinde durulmaktadır. Parçalı regresyonda $f_D(x, \theta_D)$, $d = 1, 2, \dots, D$ modellerinin polinom olmaları ve α_D düğüm noktalarında ikinci türevlerinin sürekli olduğu varsayılır.

Sıralı $x_1 < x_2 < \dots < x_n$ verileri için

$$y_i = E[y|x_i] = \begin{cases} \beta_{10} + \beta_{11}x + \beta_{12}x^2, & x \leq \alpha \\ \beta_{20} + \beta_{21}x + \beta_{22}x^2, & x > \alpha \end{cases} \quad (3)$$

Modeli göz önüne alınsın. Eğer $E[y|x_i]$ sürekli olması kısıtlaması yoksa α değişim noktasının tahmini beklenmez. Bu durumda $i=K$ model sayısı olmak üzere model,

$$y_i = \begin{cases} \beta_{10} + \beta_{11}x_i + \beta_{12}x_i^2 + \varepsilon_{1i}, & i = 1, 2, \dots, K \\ \beta_{20} + \beta_{21}x_i + \beta_{22}x_i^2 + \varepsilon_{2i}, & i = K + 1, \dots, n \end{cases} \quad (4)$$

şeklinde olur. Eğer K parametre değeri önceden biliniyorsa problem adi lineer regresyon problemine dönüşür. Eğer K bilinmiyorsa sonuç çıkarım işlemlerinde birçok sıkıntılar ortaya çıkabilir. Çalışmada K değeri biliniyor olarak kabul edilecek. Ayrıca bura-

da $\varepsilon_{di} \sim N(0, \sigma_d^2)$, $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ ve ε_1 ve ε_2 bağımsız oldukları varsayılacak. Bu durumda $\underline{\beta}_1$ ve $\underline{\beta}_2$, σ_1^2 ve σ_2^2 bilinmeyen parametreleri tahmin edilecektir.

Matris formunda, $\underline{y}_1^{(K)} : K \times 1$ ve $\underline{y}_2^{(K)} : (n - K) \times 1$ olsun. Ayrıca,

$$\underline{y} = \begin{pmatrix} \underline{y}_1^{(K)} \\ \underline{y}_2^{(K)} \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} X_1^{(K)} & 0 \\ 0 & X_2^{(K)} \end{pmatrix}$$

$$\underline{\beta} = \begin{pmatrix} \underline{\beta}_1 \\ \underline{\beta}_2 \end{pmatrix}, \quad \underline{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_1^{(K)} \\ \varepsilon_2^{(K)} \end{pmatrix}$$

olmak üzere regresyon modeli,

$$\underline{y} = X\underline{\beta} + \underline{\varepsilon} \quad (5)$$

biçiminde olur. Model parametresi $\underline{\beta}$ 'nin en küçük kareler tahmin edicisi

$$\hat{\underline{\beta}}^{(K)} = (X'X)^{-1}X'\underline{y} \quad (6)$$

ile tahmin edilir. Buna göre,

$$\hat{\underline{\beta}}_d^{(K)} = \left(X_d^{(K)'} X_d^{(K)} \right)^{-1} X_d^{(K)'} \underline{y}_d^{(K)}, \quad d = 1, 2 \quad (7)$$

$$\hat{\sigma}_1^2(K) = \frac{\hat{S}_1^{(K)}}{K}$$

$$\hat{\sigma}_2^2(K) = \frac{\hat{S}_2^{(K)}}{n - K}$$

ve

$$\hat{S}_d^{(K)} = \left(\underline{y}_d^{(K)} - X_d^{(K)} \hat{\underline{\beta}}_d^{(K)} \right)' \left(\underline{y}_d^{(K)} - X_d^{(K)} \hat{\underline{\beta}}_d^{(K)} \right) \quad (8)$$

modelin hata kareler toplamı $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ olduğundan

$$\hat{\sigma}^2(K) = \frac{\hat{S}_1^{(K)} + \hat{S}_2^{(K)}}{n}$$

dır. Bu durumda

$$\hat{\underline{\theta}}_d \sim N_{p_d}(\underline{\theta}_d, \hat{\sigma}^2(X_d'X_d)^{-1}) \quad (9)$$

şeklinde bir dağılım gösterir ve

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{S(\hat{\theta})}{n-p}$$

olarak elde edilir. Buradan,

$$\sqrt{n}(\hat{\theta} - \theta^*) \sim N_p(\mathbf{0}, \hat{\sigma}^2(X'X)^{-1}) \quad (10)$$

yazılabilir. Nihai olarak parametreler ve model hakkında bir istatistiksel sonuç çıkarımı yapmak mümkün olmaktadır.

III. Uygulama

Bu çalışmada, 1923-2010 yılları arasında ihracatın ithalatı karşılama oranlarının dağılım grafiğinin modellenmesinde her bir aralıkta farklı katsayılar içeren, sürekli oldukları kabul edilen, buna bağlı olarak bazı özel şartları sağlayan birinci, ikinci ve üçüncü dereceden polinomlar kullanılmıştır. Çalışmada, düğüm noktası olarak adlandırılan belirlenmiş aralıkların uç noktaları sabit olarak ele alınacaktır. Bu noktalar fonksiyonun sürekliliğini bozmadan sıçrama ya da ani değişim noktalarıdır.

İhracatın ithalatı karşılama oranlarının verildiği Tablo 1 ve Şekil 1 incelendiğinde, sıçrama ve ani değişim noktalarına göre düğüm noktaları belirlenmiştir. Dağılıma baktığımızda, ihracatın ithalatı karşılama oranının da 1940-1947 yılları arası sıçrama olduğu, takip eden yıllarda oranın azalan bir durum gösterdiği ve 1974-1981 yılları arası en düşük düzeyde olduğu ve takip eden yıllarda artan bir durum olduğu görülmektedir. Dolayısıyla ihracatın ithalatı karşılama oranlarının sıçrama yaptığı ve düşüş gösterdiği noktalar düğüm noktası olarak belirlenmiştir. Belirlenen düğüm noktalarına göre aşağıdaki modeller kurulmuştur.

A. Basit doğrusal model

$$f(\underline{x}, \underline{\beta}) = \begin{cases} \beta_0 + \beta_1 x, & x \leq 1946 \\ \beta_2 + \beta_3 x, & 1947 \leq x \leq 1975 \\ \beta_4 + \beta_5 x, & x \leq 2010 \end{cases}$$

B. Kareli (Kuadratik) model

$$f(\underline{x}, \underline{\beta}) = \begin{cases} \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2, & x \leq 1946 \\ \beta_3 + \beta_4 x + \beta_5 x^2, & 1947 \leq x \leq 1975 \\ \beta_6 + \beta_7 x + \beta_8 x^2, & x \leq 2010 \end{cases}$$

C. Kübik model

$$f(\underline{x}, \underline{\beta}) = \begin{cases} \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2 + \beta_3 x^3, & x \leq 1946 \\ \beta_4 + \beta_5 x + \beta_6 x^2 + \beta_7 x^3, & 1947 \leq x \leq 1975 \\ \beta_8 + \beta_9 x + \beta_{10} x^2 + \beta_{11} x^3, & x \leq 2010 \end{cases}$$

Modellere göre 1923-1946 yılları arası ilk parçayı, 1947-1975 yılları arası ikinci parçayı ve 1976-2010 yılları arası üçüncü parçayı oluşturmaktadır.

1923-2010 yılları arası ihracatın ithalatı karşılama oranlarının dağılımı için basit doğrusal, kareli (kuadratik) ve kübik modellerin parametre tahmin sonuçları Tablo 1, 2 ve 3'te verilmiştir.

Tablo 1. Basit Doğrusal Model Parametre Tahmin Sonuçları

Parametre	Parametre Tahmini	Standart Hata	P Değeri
β_0	2,4447	0,1755	0,000
β_1	0,020695	0,00268	0,000
β_2	0,62866	0,02216	0,000
β_3	-0,005626	0,001106	0,000
β_4	0,4773	0,04977	0,000
β_5	0,0025031	0,0008775	0,007
R ² = 82,36 MSE = 0,0166			

Tablo 1'e bakıldığında, basit doğrusal modelde β_3 parametresi negatif olarak bulunmuştur. Modelde tüm parametreler % 1 önem düzeyinde anlamlıdır. Basit doğrusal modelin R² değeri 82,36 ve hata kareleri ortalaması (MSE) 0,0166 olarak bulunmuştur.

Tablo 2. Kareli (Kuadratik) Model Parametre Tahmin Sonuçları

Parametre	Parametre Tahmini	Standart Hata	P Değeri
β_0	2,8914	0,8801	0,004
β_1	0,03534	0,02838	0,227
β_2	0,0001144	0,0002207	0,610
β_3	0,64712	0,02438	0,000
β_4	-0,008179	0,001913	0,000
β_5	-0,00011606	0,00007195	0,119
β_6	0,1586	0,1134	0,172
β_7	0,016574	0,004672	0,001
β_8	-0,00013274	0,00004345	0,005
R ² = 83,84 MSE = 0,0157			

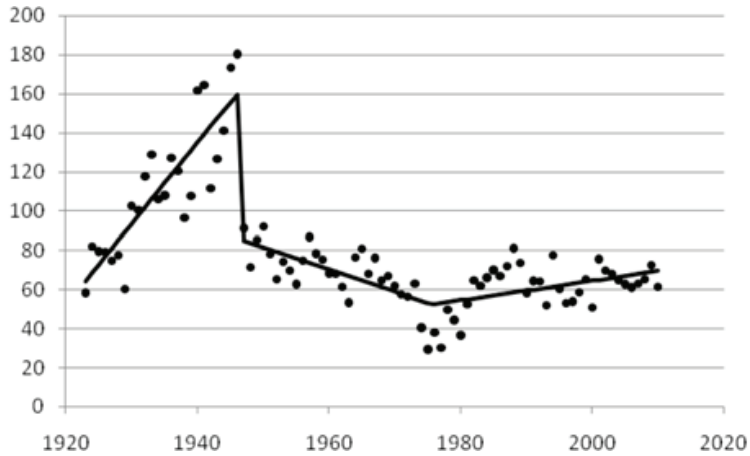
Tablo 2'ye bakıldığında, kareli modelde β_4 , β_5 ve β_8 parametreleri negatif olarak bulunmuştur. Modelde β_0 , β_3 , β_4 , β_7 , ve β_8 parametreleri % 1 önem düzeyinde anlamlıdır. Kareli modelin R² değeri 83,84 ve hata kareleri ortalaması (MSE) 0,0157 olarak bulunmuştur.

Tablo 3. Kübik Model Parametre Tahmin Sonuçları

Parametre	Parametre Tahmini	Standart Hata	P Değeri
β_0	6,648	4,506	0,156
β_1	0,2222	0,2216	0,328
β_2	0,00312	0,00354	0,389
β_3	0,00002	0,00002	0,405
β_4	0,70100	0,02795	0,000
β_5	-0,00637	0,00178	0,001
β_6	-0,00054	0,00016	0,002
β_7	-0,00001	0,00000	0,006
β_8	-0,6540	0,2523	0,014
β_9	0,07341	0,01676	0,000
β_{10}	-0,00131	0,00034	0,001
β_{11}	0,000007	0,000002	0,001
R ² = 86,03 MSE = 0,0141			

Tablo 3'e bakıldığında, kübik modelde $\beta_5, \beta_6, \beta_7, \beta_8$ ve β_{10} parametreleri negatif olarak bulunmuştur. Modelde $\beta_4, \beta_5, \beta_6, \beta_7, \beta_9, \beta_{10}$ ve β_{11} parametreleri % 1 önem düzeyinde anlamlıdır. Kübik modelin R² değeri 86,03 ve hata kareleri ortalaması (MSE) 0,0141 olarak bulunmuştur. Buna göre kübik modelin kuadratik ve basit doğrusal modelle göre daha etkin olduğu söylenebilir.

Parçalı basit doğrusal modelle bulunan tahmini oranlar ile gerçek oran değerlerinin birlikte dağılımı Şekil 2' de gösterilmiştir.

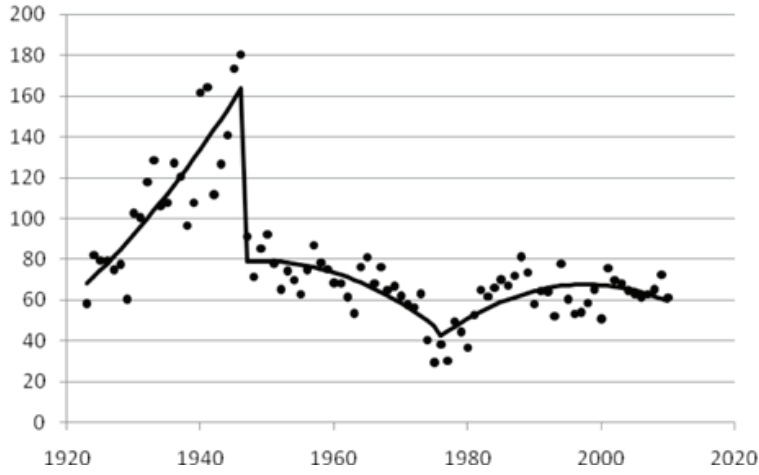


Şekil 2. Parçalı basit doğrusal model

Tahmini değerlere ilişkin basit doğrusal model de aşağıdaki gibidir.

$$f(\underline{x}, \underline{\beta}) = \begin{cases} 2,4447 + 0,020695x, & x \leq 1946 \\ 0,62866 - 0,005626x, & 1947 \leq x \leq 1975 \\ 0,4773 + 0,0025031x, & x \leq 2010 \end{cases}$$

Parçalı kuadratik(kareli) modelle bulunan tahmini oranlar ile gerçek oran değerlerinin birlikte dağılımı Şekil 3' te gösterilmiştir.

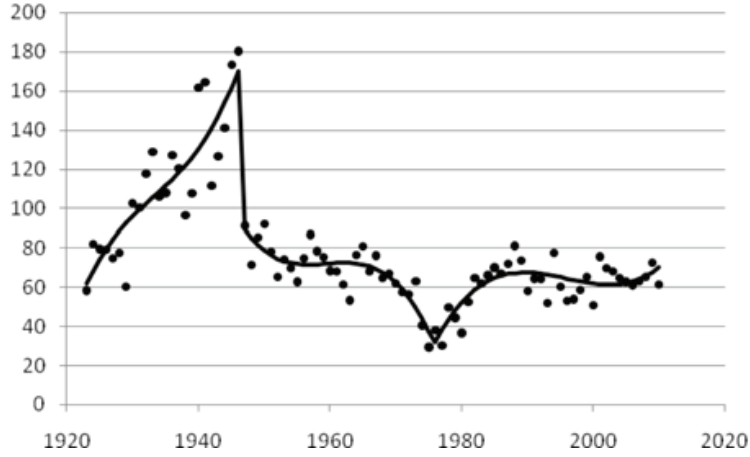


Şekil 3. Parçalı kareli (kuadratik) model

Tahmini değerlere ilişkin kuadratik model de aşağıdaki gibidir.

$$f(\underline{x}, \underline{\beta}) = \begin{cases} 2,8914 + 0,03534x + 0,0001144x^2, & x \leq 1946 \\ 0,64712 - 0,008179x - 0,00011606x^2, & 1947 \leq x \leq 1975 \\ 0,1586 + 0,016574x - 0,00013274x^2, & x \leq 2010 \end{cases}$$

Parçalı kübik modelle bulunan tahmini oranlar ile gerçek oran değerlerinin birlikte dağılımı Şekil 4' te gösterilmiştir.



Şekil 4. Parçalı kübik model

Tahmini değerlere ilişkin kübik model de aşağıdaki gibidir.

$$f(\underline{x}, \underline{\beta}) = \begin{cases} 6,648 + 0,2222x + 0,00312x^2 + 0,00002x^3, & x \leq 1946 \\ 0,701 - 0,00637x - 0,00054x^2 - 0,00001x^3, & 1947 \leq x \leq 1975 \\ -0,654 + 0,07341x - 0,00131x^2 + 0,000007x^3, & x \leq 2010 \end{cases}$$

Sonuç

1923-2010 yılları arası ihracatın ithalatı karşılama oranlarını dalgalı bir dağılım göstermektedir. Genel olarak dağılımın mahiyeti incelendiğinde, 1923-1929 yılları arasında ihracatın çoğunluğunu tarım ürünleri belirlemekteydi. Bu dönemde ithal ikameci politikalar belirlenerek yerli üretim geliştirilmeye çalışılmıştır. 1926-1929 yıllarında dünya ekonomik buhranına bağlı olarak dış ticarete daralmalar olmuştur. 1930-1939 yılları arasında korumacı ve devletçi politikalar egemen olmuştur. Bu dönemde devlet desteği ile milli bir sanayileşme süreci başlamıştır. Büyük Buhran sonrası uygulanan politikalar ile önemli oranda daralmış olan ithalat II. Dünya Savaşı döneminde iyice azalmış ve dış ticaret dengesi fazla vermeye devam etmiştir. İthalatın iyice azalmasıyla 1946 yılında ihracatın ithalatı karşılama oranı %180,49 olmuştur. Bu sıçrama noktası birinci düşüm noktası olarak alınmıştır. Savaş dönemi sonrası serbest ticaretçi iktisat politikaları uygulanmaya başlanmıştır. İthalatın serbestleştirilmesiyle birlikte 1947 yılından itibaren ithalat artmış ve ihracatın ithalatı karşılama oranı azalmaya başlamıştır. 1954-1961 yılları arasında ithalatı kısıtlamaya yönelik politikalar uygulanmıştır. Bu dönemde istikrarlı bir şekilde hareket eden ve büyük ölçüde tarım ürünlerinden oluşan ihracat sayesinde, dış ticaret açıkları daraltılmış ve sürdürülebilir olmuştur. 1961'de başlayan yeni dönem; ithal ikameci, korumacı dış ticaret politikalarının sürdürüldüğü ve iç piyasaya yönelik bir

sanayileşme politikasının benimsendiği bir dönem olmuştur. 1962-1976 yılları arasında ithalata bağımlılık fazlaydı ve ihracatta da durgun bir seyir izleniyordu. Dolayısıyla 1975 yılında ihracatın ithalatı karşılama oranı %29,57 olmuştur. Bu en düşük değer ikinci düğüm noktası olarak alınmıştır.

Bu dağılımın tahmin modelini oluşturmak için parçalı basit doğrusal, kuadratik ve kübik regresyon modelleri kullanılmıştır. 1946 ve 1975 yılları sabit düğüm noktaları olarak belirlenmiştir. Parçalı basit doğrusal, kareli ve kübik regresyon modellerinin tahmini sonucu; parçalı basit doğrusal regresyon modelinde $R^2 = 82,36$ ve $MSE = 0,0166$, kareli regresyon modelinde $R^2 = 83,84$ ve $MSE = 0,0157$, kübik regresyon modelinde $R^2 = 86,03$ ve $MSE = 0,0141$ olarak bulunmuştur. R^2 değerinin en yüksek ve hata kareler ortalamasının (MSE) en düşük olduğu kübik modelin diğer modellere göre daha etkin olduğu görülmüştür.

Kaynakça

- Bellman, R. and Roth, R. (1969). "Curve Fitting by Segmented Straight Lines". Journal of the American Statistical Association, Vol.64, No. 327 (September 1969), pp. 1079-1084.
- Brusilovskiy, E. (2004). "The Piece wise Regression Model as a Response Modeling Tool". NESUG 2004 Conference Proceedings. <http://www.nesug.Org/html/Proceedings/nesug04/an/an09.pdf>. Erişim Tarihi: 16 Ekim 2011.
- Ertekin, M. S. ve Erol, K. (2000). "1980 Sonrası Dönemde Türkiye Dış Ticaretinin Genel Bir Analizi". Anadolu Üniversitesi İ.İ.B.F Dergisi, 16 (1-2), 223-254.
- Fuller, W. A. (1969). "Grafted Polynomials as Approximating Functions". Australian Journal of Agricultural Economics, Vol. 13, (June 1969), pp. 35-46
- Gallant, A.R. and Fuller, W. A. (1973). "Fitting Segmented Polynomial Regression Models Whose Join Points have to be Estimated". Journal of the American Statistical Association, Vol. 68, No. 341 (Mar. 1973), pp. 144-147
- Genç, A., Kınacı, İ., Kurnaz, A., Oturanç, G. (2002). "Parçalı Regresyon Kullanarak Güneş Radyasyon Verilerinin Değerlendirilmesi". 6. Uluslararası Türk-Alman Enerji Kongresi, 21-24 Haziran İzmir, Proceeding CD si
- Hinkley, D.V. (1969). "Inference about the Intersection in Two-Phase Regression". Biometrika, Vol. 56, No. 3 (Dec., 1969), pp. 495-504.
- Hinkley, D.V. (1971). "Inference in Two-Phase Regression". Journal of the American Statistical Association, Vol. 66, No. 336 (Dec., 1971), pp. 736-743.
- Hudson, D.J. (1966). "Fitting Segmented Curves Whose Join Points Have to be Estimated". Journal of the American Statistical Association, Vol.61, No.316 (Dec., 1966), pp.1097-1129

Karadavut, U., Genç, A., Tozluca, A., Sinan, A., Karakoca, A., Aksoyak, Ş. ve Palta, Ç.(2004). “Parçalı Regresyon Yardımı ile Bitki Boyu-Zaman İlişkisi Parametrelerinin Tahmini”. Sakarya Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi, 8(1), 108-113.

Lerman, P.M. (1980). “Fitting Segmented Regression Models by Grid Search”. Journal of the Royal Statistical Society, Series C (Applied Statistics), Vol. 29, No. 1, pp. 77-84.

McGee, Victor E. And Carleton, Willard T. (1970). “Piece Wise Regression”. Journal of the American Statistical Association, Vol. 65, No. 331 (September 1970), pp. 1109-1124.

Oturanç, G., Kurnaz, A., Kiriş, M.E., Keskin, Y.(2008). Sayısal Analiz. (2.Baskı). Konya: Dizgi Ofset.

Park, Sung H. (1978). “Experimental Designs for Fitting Segmented Polynomial Regression Models”. Technometrics, Vol.20, No.2 (May 1978), pp. 151- 154.

Prunty, L. (1983). “Curve Fitting with Smooth Functions that are Piecewise-Linear in the Limit”. Biometrics, Vol. 39, No. 4 (Dec., 1983), pp. 857-866.

Quandt, R. E. (1958). “The Estimation of the Parameters of a Linear Regression System Obeying Two Separate Regimes”. Journal of the American Statistical Association, Vol. 53, No. 284 (Dec. 1958), pp. 873-880.

Robison, D. E. (1964). “Estimates for the Points of Intersection of Two Polynomial Regressions”. Journal of the American Statistical Association, Vol. 59, No. 305 (Mart 1964), pp. 214-224.

Taşkın, M.M. (2003). “1923-2003 Döneminde Türkiye Cumhuriyeti’nin Dış Ticaret Politikaları”. www.dtm.gov.tr/dtmadmin/upload. Erişim Tarihi: 15 Eylül.2011.

Tishler, J. L., and Zang, I. (1981a). “A New Maximum Likelihood Algorithm for Piece wise Regression”. Journal of the American Statistical Association, Vol.76, No.376, pp. 980-987.

Tishler, J. L., and Zang, I. (1981b), “A Maximum Likelihood Method for Piece Wise Regression Models With a Continuous Dependent Variable”. Journal of the Royal Statistical Society (Applied Statistics), Vol. 30, No. 2, pp. 116-124

Toms, J. D., Lesperance, M. L. (2003). “Piecewise Regression: A Tool for Identifying Ecological Thresholds”. Ecology, Vol. 84, No.8, pp. 2034-2041.

Tunç, H. (2004). Uluslararası Ticaret Para ve Finans. İstanbul: Alfa Kitabevi.

Xi, J. Y, Lee, C. L.,Teng, H. L., Lin, S. B. (2010). “Piece Wise Regression: A Tool for Understanding the Relationship between the Attribute-Level Performance and Customer Satisfaction”. In Conference on Information Management, Cheng Yun, Taiwan, January 26, Erişim Tarihi: 14 Eylül 2011. www.tuik.gov.tr

Ek 1. Türkiye'de 1923-2010 yılları arası ihracatın ithalatı karşılama oranları

Yıllar	İhracat/İthalat Oranı	Yıllar	İhracat/İthalat Oranı	Yıllar	İhracat/İthalat Oranı	Yıllar	İhracat/İthalat Oranı	Yıllar	İhracat/İthalat Oranı
1923	58,47	1941	164,51	1959	75,28	1977	30,24	1995	60,59
1924	82,06	1942	111,73	1960	68,51	1978	49,75	1996	53,23
1925	79,64	1943	126,65	1961	68,36	1979	44,60	1997	54,08
1926	79,43	1944	140,97	1962	61,54	1980	36,79	1998	58,74
1927	74,94	1945	173,52	1963	53,53	1981	52,64	1999	65,37
1928	77,63	1946	180,49	1964	76,46	1982	64,98	2000	50,96
1929	60,56	1947	91,28	1965	81,08	1983	62,02	2001	75,69
1930	102,65	1948	71,55	1966	68,29	1984	66,32	2002	69,94
1931	100,49	1949	85,39	1967	76,29	1985	70,16	2003	68,15
1932	117,82	1950	92,21	1968	65,01	1986	67,15	2004	64,76
1933	128,77	1951	78,11	1969	67,00	1987	71,97	2005	62,92
1934	106,18	1952	65,28	1970	62,10	1988	81,35	2006	61,28
1935	107,92	1953	74,37	1971	57,79	1989	73,61	2007	63,08
1936	127,24	1954	70,02	1972	56,64	1990	58,11	2008	65,37
1937	120,64	1955	62,97	1973	63,13	1991	64,59	2009	72,48
1938	96,74	1956	74,87	1974	40,56	1992	64,34	2010	61,42
1939	107,73	1957	86,93	1975	29,57	1993	52,14		
1940	161,69	1958	78,47	1976	38,22	1994	77,81		

Kaynak: TÜİK