



Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi (BAİBÜEFD)

Bolu Abant İzzet Baysal University
Journal of Faculty of Education

2024, 24(1), 252–270. <https://dx.doi.org/10.17240/aibuefd.2024..-1319929>



Bir Matematik Öğretmenin Öğretime Yönelik Üstbilişsel Bilgisi: Denk Kesirler Örneği*

A Mathematics Teacher's Metacognitive Knowledge of Teaching: The Case of Equivalent Fractions

Pınar KILIÇ¹ ID, İ. Elif YETKİN ÖZDEMİR² ID

Geliş Tarihi (Received): 25.06.2023

Kabul Tarihi (Accepted): 25.01.2024

Yayın Tarihi (Published): 15.01.2024

Öz: Çoğunlukla öğrenme süreçleri ile ilişkili bir kavram olarak ele alınan üstbiliş, bilişsel pek çok süreci içeren öğretim faaliyetlerinin etkili bir şekilde yerine getirilmesinde de önemli bir rol oynar. Araştırmalar genel olarak öğretmenlerin üstbilişsel deneyimlerine (öğretimin planlanması, izlenmesi, değerlendirilmesi gibi) ve bunların nasıl geliştirilebileceğine odaklanmıştır. Bu çalışmada, matematik öğretimi için gerekli üstbilişsel bilgi yapılarını incelemek amaçlanmıştır. Bu kapsamda bir matematik öğretmenin denk kesirler konusunun öğretimi sırasında işe koştuğu üstbilişsel bilgiler, üstbiliş ve öğretmen bilgisi modelleri çerçevesinde tanımlanmıştır. Nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması deseni kullanılmıştır. Çalışmaya deneyimli bir ortaokul matematik öğretmeni katılmış, veriler öğretmen ile yapılan bire-bir görüşmeler ve denk kesirler konusunun öğretimi içeren ders gözlemleri yoluyla toplanmıştır. Verilerin analizinde içerik analizi kullanılmıştır. Bulgulara dayanarak matematik öğretmenin üstbilişsel bilgisi *ne bildiği, nasıl öğrettiği ve öğretim karar ve eylemleri hakkındaki (neden/ne zaman)* bilgi ve farkındalıkları olmak üzere üç ana kategori altında tanımlanmıştır. Öğretmenin *"ne bildiği"* hakkındaki bilgisi, kendisi, öğrencileri ve genel öğretmen özellikleri ile öğretim sırasında performansına etki edebilecek konu özellikleri (kaynaklar, müfredat, öğretim stratejileri, temsiller ve örnekler) hakkındaki farkındalıklarını içermektedir. Öğretmenin *"nasıl öğrettiği"* hakkındaki bilgisi, konu ile ilgili tanımların, örnek ve temsillerin nasıl sunulacağı, öğretim yöntem ve stratejilerin nasıl işe koşulacağı, öğretimle ilgili görevlerin nasıl sıralanacağı ve bağlantıların nasıl kurulacağı hakkındaki bilgileri içermektedir. *"Öğretim karar ve eylemleri"* hakkındaki bilgiler ise öğretmenin öğretime, öğrenciye ve koşullara ilişkin aldığı kararları, bu kararların nedenleri, zamanlaması ve etkililiği hakkındaki farkındalıklarını içermektedir. Çalışmada tanımlanan üstbilişsel bilgilerin öğretmen bilgisi modellerinde tanımlanan bilgi boyutları ile ilişkili olduğu görülmüştür.

Anahtar Kelimeler: Üstbilişsel Bilgi, Öğretmen Bilgisi, Denk Kesir Öğretimi, Matematik Öğretimi.

&

Abstract: Metacognition, often associated with learning processes, also crucially impacts effective teaching involving cognitive processes. Research primarily focuses on teachers' metacognitive experiences (such as planning, monitoring, and evaluating instruction) and their development. This study examines metacognitive knowledge structures for teaching mathematics within the framework of metacognition and teacher knowledge models. A case study approach was adopted. An experienced middle school mathematics teacher participated in the study, and data were collected through one-on-one interviews with the teacher and classroom observations during the instruction of equivalent fractions. Content analysis was used. Findings categorized the teacher's metacognitive knowledge into *"what they know," "how they teach,"* and *"instructional decisions and actions (why/when)."* *"What they know"* includes the teacher's awareness of themselves, students, general teacher characteristics, and topic-related attributes (sources, curriculum, teaching strategies, representations, and examples) that could influence their performance during instruction. The dimension of *"how they teach"* encompasses the teacher's knowledge about presenting definitions, examples, and representations of the topic, employing teaching methods and strategies, sequencing instructional tasks, and establishing connections between concepts. The dimension of *"instructional decisions and actions"* encompasses the teacher's awareness of the decisions they make concerning instruction, students, and conditions, including the rationale, timing, and effectiveness of these decisions. The metacognitive knowledge identified in this study is closely related to the knowledge dimensions described in teacher knowledge models.

Keywords: Metacognitive Knowledge, Teacher Knowledge, Teaching Of Equivalent Fractions, Teaching Mathematics.

Atıf/Cite as: Kılıç, P., Yetkin Özdemir, İ. E., (2024). Bir Matematik öğretmenin öğretime yönelik üstbilişsel bilgisi: Denk kesirler örneği. *Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24(1), 252-270. [doi.org/10.17240/aibuefd.2024..-1319929](https://dx.doi.org/10.17240/aibuefd.2024..-1319929)

İntihal-Plagiarizm/Etik-Ethic: Bu makale, en az iki hakem tarafından incelenmiş ve intihal içermediği, araştırma ve yayın etiğine uyulduğu teyit edilmiştir. / This article has been reviewed by at least two referees and it has been confirmed that it is plagiarism-free and complies with research and publication ethics. <https://dergipark.org.tr/pub/aibuefd>

Copyright © Published by Bolu Abant İzzet Baysal University– Bolu

* Bu çalışma doktora tezinden üretilmiştir.

¹ Sorumlu Yazar: Pınar Kılıç, Sinop Üniversitesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, puzun@sinop.edu.tr, ORCID 0000-0002-0898-5209

² Doç. Dr. İ. Elif Yetkin Özdemir, Hacettepe Üniversitesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, ozdemiry@hacettepe.edu.tr, ORCID 0000-0001-8784-0317

1. GİRİŞ

Öğretim, müfredatta yer alan konuların nasıl öğretileceğine karar verilmesi, alana özgü bilgilerin öğrenciler tarafından anlaşılabilir hâle getirilmesi, öğrencilerin ne yaptıklarının ve nasıl yaptıklarının anlaşılması gibi görevleri içeren bir yapıdır (Ball, Thames ve Phelps, 2008; Lampert, 2001). Öğretmenlerin öğretimle ilgili görevleri yerine getirebilmesi için gerekli bilgiler Shulman (1986) tarafından konu alanı bilgisi ve pedagoji bilgisinden farklı bir bilgi türü olan ve öğrenme etkinliklerinin planlanması, öğrenci özellikleri, öğrenci yanılırları gibi farklı bilgileri içeren Pedagojik Alan Bilgisi (PAB) kavramı ile tanımlanmıştır. Matematik eğitimi alanında öğretmen bilgisini inceleyen çalışmalar ise matematik öğretimine özgü öğretmen bilgisini ve boyutlarını tanımlamışlardır. Bu modellerden biri, Ball ve meslektaşları (2008), tarafından geliştirilen Öğretim için Matematik Bilgisi modelidir. Bu model içinde tanımlanan PAB, öğrencilerin belirli bir matematik konusuna özgü düşünme yollarını, kavram yanılırlarını, zorluklarını ve bu zorlukların nedenlerini bilmeyi içeren “alan ve öğrenci bilgisi”; konu içeriğini öğretime uygun olarak düzenleyebilmeyi sağlayan öğretim yöntem ve teknikleri bilgisini içeren “alan ve öğretim bilgisi” ve öğretim programı hakkındaki bilgileri içeren “müfredat bilgisi” boyutlarından oluşmaktadır (Ball, vd., 2008). Matematik öğretimi için tanımlanan diğer bir model Dörtlü Bilgi Modelidir (Knowledge Quartet) (Rowland, Turner, Thwaites ve Huckstep, 2009). Bu model “temel bilgi”, “dönüşüm bilgisi”, “bağlantı bilgisi” ve “beklenmedik durumlar bilgisi” olmak üzere dört bileşenden oluşur (Rowland vd., 2009). Temel bilgi, matematiğe ilişkin bilgiyi, anlayışı, matematik pedagojisini, matematiğin nasıl ve neden öğrenileceğine dair inançları kapsar. Bu bileşenin temelini oluşturduğu diğer üç bileşen ise öğretimin hazırlanması ve yürütülmesinde bilginin nasıl ve ne zaman kullanılacağına atıfta bulunarak eylem halindeki bilgiye odaklanır. Dönüşüm bilgisi, matematiksel bilgiyi öğrenciler için anlaşılır hale getirebilmede işe koşulan bilgilerdir. Bağlantı bilgisi ise öğretimi etkili bir şekilde sıralamayı, matematiğin yığılmalı yapısına dayalı seçimler yapmayı ve farklı konu ve görevlerin göreceli bilişsel taleplerinin farkındalığını içerir. Öte yandan beklenmedik durumlar bilgisi, öğretmenin tahmin edilemeyen, beklenmedik sınıf olaylarına verdiği tepkiler sırasında işe koştuğu bilgilerdir.

PAB, bir öğretmenin bilgisi, eylemleri ve bunların sonuçları üzerine düşünerek kendisine sorular sorması ile gelişen bir bilgi türüdür (Baxter & Lederman, 1999; Park & Oliver, 2008; Rowland vd., 2009). PAB’ın gelişimi için öğretmenin öğretimine yönelik ne, ne zaman, neden ve nasıl sorularını kendisine sorabilmesi gerekir (Bozorgian & Jafarzade, 2013; Hartman, 2001; Shulman, 1986). Ancak öğretmenlerin birçoğu etkili öğretim için gerekli olan PAB’larının ya farkında değildirler ya da bu bilgilerin gelişimi ile ilişkili eylemleri yerine getirmemektedirler (Eylon & Ronen, 2012; Hartman, 2001). Öğretmenin kendi öğretimi üzerine düşünerek sorular sorması, onun üstbilişsel farkındalığa sahip olduğunun bir göstergesidir (Shulman, 1986).

Üstbiliş, bireyin bilişsel girişimleri hakkındaki bilgisi, bu girişimleri fark etmesi, planlaması, izlemesi ve düzenlemesidir (Brown, 1980; Flavell, 1979). Bu kavram, üstbilişsel bilgi (üstbiliş bilgisi) ve üstbilişsel deneyim olmak üzere iki bileşenden oluşur (Flavell, 1979). Üstbilişsel deneyim, bireyin herhangi bir bilişsel girişimine eşlik eden bilinçli bilişsel ve duyuşsal deneyimlerini açıklar. Üstbilişsel bilgi ise bireyin kendi bilişsel girişimleri veya genel bilişleri hakkındaki bilgileridir (Schraw & Moshman, 1995). Flavell (1979) üstbiliş bilgisini, kişi, görev ve strateji değişkenleri ile açıklar. Kişi değişkeni, bireyin kendisi ve diğer bireylerin düşünme süreçleri hakkında sahip olduğu bilgi ve farkındalıkları, görev değişkeni bir görev hakkında sahip olduğu tüm bilgileri (kapsamı, gereklilikleri, zorluk düzeyi vb.) ve strateji değişkeni ise bireyin bir bilişsel girişimde hangi stratejilerin etkili olabileceği hakkındaki bilgilerini içerir (Flavell, 1979). Jacobs ve Paris (1987) ise üstbilişsel bilgiyi, bildirimsel bilgi, işlemsel bilgi ve koşullu bilgi olmak üzere üç bileşene ayırır. Bildirimsel bilgi, bireyin bilişsel girişimleri hakkında “ne” bildiği bilgisini açıklarken, işlemsel bilgi bilişsel girişimi “nasıl” yapacağı bilgisini ifade eder. Koşullu bilgi ise bireyin bilişsel girişimlerini “neden” ve “ne zaman” yapacağı bilgisidir (Jacobs & Paris, 1987; Schraw & Moshman, 1995).

Öğrenme, öğretme ve değerlendirme ismiyle yeniden adlandırılan Güncel Bloom Taksonomisinde de yerini alan üstbiliş kavramı (Anderson vd, 2001; akt. Arends, 2012) çoğunlukla öğrenme süreçleri ile ilişkili bir kavram olarak ele alınmıştır. Bu alanda yapılan çalışmalarda genellikle üstbilişle öğretimin etkililiğine veya üstbilişin nasıl öğretilebileceğine odaklanılmıştır (Sharma & Mishra, 2017). Ancak öğrenciye üstbilişsel becerileri kazandırabilmek için öncelikle öğretmende bu becerinin var olup olmadığının veya mevcut durumunun incelenmesi gerekir (Bozorgian & Jafarzade, 2013; Georghiadis, 2004; Schraw & Moshman, 1995). Öğretmen üstbilişi üzerine yapılan araştırmalar çoğunlukla öğretmenlerin üstbilişsel deneyimlerine (öğretimin planlanması, izlenmesi, değerlendirilmesi gibi) ve bunların nasıl geliştirilebileceğine odaklanmıştır (Hartman, 2001; Sharma & Mishra, 2017; Yerdelen-Damar, Özdemir & Cezmi, 2015; Wilson & Bai, 2010; Zohar, 1999). Oysaki üstbiliş, iki bileşeni olan deneyim ve bilginin birbirini beslediği bir yapıdır (Yerdelen Damar vd., 2015). Geçmişten kazanılan deneyimler, öğretmenlerin öğretime yönelik girişimlerinin, kararlarının ve bunların sonuçlarının etkililiği üzerine düşünmesine yardımcı olur ve zamanla bilgiye dönüşür (Bozorgian & Jafarzade, 2013; Shulman, 1986). Öğretimin başlı başına bir problem çözme deneyimi olduğu sınıf ortamı, öğretmen ve öğrencinin diğer bilgiler gibi üstbiliş bilgisini aktif olarak kullanması gereken bir ortamdır (Artz & Armor-Thomas, 2001). Ancak PAB ile ilişkili alan yazında öğretmenlerin öğretime yönelik üstbilişsel bilgisi örtük bir şekilde ele alınmakta, öğretmen bilgisi üstbilişle ilgili alanyazından bağımsız tanımlanmaktadır. Oysaki üstbilişi açıklayan modeller, öğretmenlerin öğretim süreçlerini yönetmelerine ve geliştirmelerine yardımcı olabilecek üstbilişsel bilgileri tanımlamada yol gösterici olarak PAB literatürünün de gelişimine katkı sağlayabilir.

Öğretmen üstbilişsel bilgisini konu alanı bağlamında inceleyen sınırlı sayıda araştırmaya rastlanmıştır. Bu çalışmalardan birinde Yerdelen-Damar vd. (2015) fizik öğretmen adaylarının fizik öğretim uygulamaları ile ilgili üstbilişsel bilgilerini incelemek için bir taksonomi geliştirmişlerdir. Flavell'in (1979) sınıflandırmasını temel alan bu çerçevede kişi değişkeni, üstbilişsel alan bilgisi, yöntem bilgisi ve öğrenci bilgisi ile, görev değişkeni, öğretim görevinin nasıl yapılacağı bilgisi ile ve strateji değişkeni ise hedeflere yönelik hangi stratejilerin yararlı olduğunun farkındalığı ile tanımlanmıştır (Yerdelen-Damar vd., 2015). Çalışma sonuçları, öğretime yönelik üstbilişsel bilgi çerçevesinin, katılımcıların öğretim süreçleri hakkında yorumlar üretmek için verimli bir çerçeve sunduğunu göstermiştir. Alana özgü üstbiliş bilgisi çalışmalarından bir diğeri fen bilgisi öğretiminde üstbiliş bilgisini dört ana bileşen üzerinden açıklamaktadır: kişi bilgisi, metastratejik bilgi, görev bilgisi ve bilgi entegrasyonu hakkında üstbilişsel bilgi (Eldar & Miedijensky, 2015). Bu araştırmalar öğretmen üstbilişsel bilgisinin yapısı hakkında açıklayıcı olmakla birlikte konu alanlarının fen ve fizik alanları olmasından dolayı matematik öğretimine yönelik üstbilişsel bilginin yapısını açıklamada sınırlı kalmaktadır.

1.1. Araştırmanın amacı

Bu çalışmada matematik öğretimi için gerekli üstbilişsel bilgi yapılarını incelemek amaçlanmıştır. Bu kapsamda konu alanı matematik öğretimindeki denk kesirler konusu ile sınırlı tutularak bir matematik öğretmenin bu konunun öğretimi sırasında işe koştığı üstbilişsel bilgiler, üstbiliş ve PAB modelleri çerçevesinde ele alınarak tanımlanmıştır. Matematik Dersi Öğretim Programında (MEB, 2018) ortaokulun ilk sınıflarında yer alan denk kesir kavramı çarpımsal düşünme üzerine inşa edilir ve öğrencilerin ileriki yıllarda öğrenecekleri oran-orantı, rasyonel sayılar gibi birçok konuyu kavramalarına zemin oluşturur (Kaur & Pumadevi, 2009). Öğretmenler için denk kesirleri öğretmek, birçok matematiksel kavram ile ilgili bağlantıya hâkim olmayı gerektirir (Ma, 1999). Öğretim sürecinde bu bağlantıların farkında olmak ve buna göre kararlar almak, öğretmenlerin öğretim yeteneklerinin bir göstergesidir (Carpenter & Fennema, 1991; Kieren, 1993; Schoenfeld, 2000). Bu doğrultuda ilgili çalışmada denk kesirler konusunun öğretiminin bir takım üstbilişsel bilgi ve becerileri işe koşmayı gerektireceği düşünülerek bu konu seçilmiş; bir matematik öğretmenin bu kavramın öğretiminde, kavramsal ilişkileri dikkate alarak öğretim bileşenleri üzerine düşünmüş olmasına ve öğrenci anlayışına ilişkin kararlarının, rutinlerinin farkındalığına odaklanılmıştır. Araştırma sorusuna dayalı alt problemler üstbilişsel bilginin bildirimsel bilgi, işlemsel bilgi ve koşullu bilgi bileşenleri (Jacobs & Paris, 1987; Schraw & Moshman, 1995) dikkate alınarak aşağıdaki gibi oluşturulmuştur.

- 1- Matematik öğretmenin denklemler konusunun öğretimi ile ilgili neyi bildiği hakkındaki farkındalığı/ bilgisi nedir?
- 2- Matematik öğretmenin denklemler konusu ile ilgili öğretim görevlerini nasıl yerine getirdiği hakkındaki farkındalığı/ bilgisi nedir?
- 3- Matematik öğretmenin denklemler konusu ile ilgili öğretim karar ve eylemleri hakkındaki farkındalığı/ bilgisi nedir?

1.2. Araştırmanın önemi

Öğretmenlerin birçoğu, sahip oldukları üstbilişlerinin farkında değildirler (Mevarech & Kramarski, 2014). Ancak, öğretmenlerin öğretimlerini etkili bir şekilde yerine getirebilmeleri ve öğrencilere üstbilişsel düşünme becerilerini kazandırabilmeleri için kendilerinin bu bilgi ve becerilere sahip olması gerekir (Bozorgian & Jafarzade, 2013; Georghiades, 2004). Öğretmenlerin üstbilişsel bilgisine odaklanan sınırlı sayıdaki araştırma, bu bilgi türü ile PAB arasında ilişki kurulmasının etkili öğretim için gerekli olduğunu ve üstbiliş bilgisinin PAB'ın gelişimindeki önemini vurgular (Eldar, Eylon ve Ronen, 2012; 2012; Fransman, 2014; Zohar, 1999). Ayrıca bu çalışmalar, öğretmenlerin alana özgü üstbilişsel bilgi yapılarının belirsizliğini koruduğunu, bu nedenle matematik öğretmenlerinin üstbiliş bilgisinin detaylandırılmasına ihtiyaç duyulduğunu ifade eder (Wilson & Bai, 2010; Zohar, 1999;). Dolayısıyla öğretmenlerin PAB'larının gelişimini destekleyen üstbiliş bilgisinin tanımlanması, PAB'ı tanımlayan kuramsal çerçevelerin detaylandırılmasına ve PAB'ın gelişimini destekleyebilecek uygulamaların tasarlanmasına katkı sağlayacaktır. Böylece, öğretmen üstbilişsel bilgisinin incelenmesi, öğretim süreçlerinin desteklenmesi bakımından da önemlidir (Eldar vd., 2012; Fransman, 2014).

Öğretmenlerin üstbilişsel bilgisinin tanımlanması, PAB çerçevelerinin üstbiliş bilgisini de kapsayacak şekilde geliştirilmesine katkı sunarak kuramsal açıdan alan yazını destekleme potansiyeline sahiptir. PAB ile ilgili alanyazın, öğretmenlerin konu alanı ile ilgili bilgi ve becerileri öğrencilerin geliştirebileceği forma nasıl dönüştürebildiklerine odaklanır. Öğretmen üstbilişsel bilgisi, PAB'ın bir parçası olarak düşünülebilir çünkü öğretmenler, öğretim materyallerini seçerken, öğrenme hedeflerini belirlerken ve öğrenci ihtiyaçlarını değerlendirirken üstbilişsel düşünce süreçlerini kullanırlar. Dolayısıyla PAB'ın pek çok bileşeni üstbilişsel bilgi yapılarını içerir. Bu çalışma, bu ilişkileri ortaya koyarak PAB ile ilgili alanyazını öğretmen üstbilişsel bilgisi kapsamında detaylandırmaya yardımcı olacaktır.

Öte yandan öğretmen üstbilişsel bilgisini tanımlamak, öğretmen eğitimi ve mesleki gelişimi, öğretim stratejileri ve öğrenci başarısı gibi birçok faktörü etkileyerek uygulamaya dönük katkılar da sunma potansiyeline sahiptir. Öğretmen eğitim programlarının tasarımında, öğretmen adaylarının üstbilişsel bilgisini geliştirmeye yönelik stratejilerin de işe koşulması, gelecekteki öğretmenlerin daha iyi donanımlı olmalarını sağlayabilir. Öğretmen üstbilişsel bilgisi, öğretmenlerin öğretim süreçlerini yönetmelerine ve geliştirmelerine yardımcı olan üstbilişsel bilgileri içerir. Bu bilgilerin tanımlanması öğretmenlerin kendi öğretim stratejilerini anlamalarını, değerlendirmelerini ve geliştirmelerini sağlayacak fırsatlar sunar. Ayrıca, öğretmenler, üstbilişsel bilgileri sayesinde öğrencilerin öğrenme ihtiyaçlarını daha iyi anlayabilir ve öğretim stratejilerini bu ihtiyaçlara göre uyarlayabilirler. Dolayısıyla, öğretmen üstbilişsel bilgisinin tanımlanması öğretmenlerin mesleki gelişimini desteklemeye ve öğrencilerine daha etkili bir öğrenme deneyimi sunmalarına yardımcı olabilir. Araştırmalar, üstbilişsel sahip öğretmenlerin mesleki gelişimlerine ve öğretime yönelik sorunlarını bu bakış açısıyla çözülebileceğini ortaya koymuşlardır (Kohen & Kramarski, 2018; Yerdelen Damar vd., 2015).

2. YÖNTEM

2.1. Araştırmanın modeli

Bu çalışmada, matematik öğretimi bağlamında öğretmen üstbilişsel bilgilerinin yapısının incelenmesi amaçlandığından nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması deseni kullanılmıştır (Merriam & Tisdell, 2016). Bu kapsamda bir matematik öğretmeni durum olarak belirlenmiş ve öğretmenin içinde

bulduğu koşullara müdahale etmeden denk kesirler konusunun öğretimi sırasında işe koştuğu üstbilişsel bilgilerine odaklanılmıştır. Öğretmenin üstbilişsel bilgisinin derinlemesine incelenebilmesi ve çalışma sonucunda elde edilen verilerin detaylı bir şekilde analiz edilebilmesi için katılımcı sayısı bir öğretmen ile sınırlı tutulmuştur (Merriam & Tisdell, 2016).

2.2. Araştırmanın çalışma grubu

Nitel araştırmalarda genel olarak kullanılan amaçlı örnekleme yöntemi, incelenen olgunun anlaşılmasına odaklanarak araştırma problemine uygun bireylerin seçilmesi anlamına gelir (Creswell & Poth, 2018). Araştırma problemi dikkate alınarak, katılımcı öğretmenin seçiminde en az 10 yıl mesleki deneyime sahip ve yüksek lisansını tamamlamış olması, ayrıca mesleki gelişimine önem vermesi ölçütleri göz önünde bulundurulmuştur. Bu doğrultuda çalışmaya Sinop ili merkezinde bir ortaokulda görev yapan bir matematik öğretmeni katılmıştır. 17 yıllık deneyime sahip katılımcı öğretmen, çeşitli illerde Milli Eğitime (MEB) bağlı ortaokullarda görev yapmıştır. Yüksek lisans eğitimini tamamlamış olan katılımcı öğretmen, akademik çalışmalar ve projeler yoluyla mesleki gelişimini desteklemeye devam etmektedir. Ön görüşme ve gözlemlerde öğretim faaliyetleri üzerine sürekli sorgulamalar yaptığı gözlenen katılımcı öğretmen, almış olduğu eğitim, farklı görev koşullarını deneyimlemiş olması ve mesleki deneyim süresinin uzunluğu dikkate alınarak seçilmiştir.

2.3. Veri toplama araçları ve süreci

Durum çalışmalarında incelenen durum ile ilgili bireylerin deneyim ve düşüncelerini anlamak amacıyla derinlemesine yapılan görüşmeler, belge incelemesi, katılımcı gözlemi gibi yöntemler kullanılır (Denzin & Lincoln, 2018). Bu doğrultuda 2021-2022 eğitim öğretim yılı güz döneminde gerçekleştirilen çalışmanın veri toplama araçlarını, yarı yapılandırılmış üç adet görüşmeye ve 2 ders saati sınıf içi ders anlatımlarına ait video kayıtları ve katılımcı öğretmenin sınıf içi uygulamalarda kullandığı kaynaklar oluşturmaktadır. Yarı yapılandırılmış görüşmelerin gerçekleştirildiği gözlem öncesi Görüşme Formu-1, Görüşme Formu-2 ve gözlem sonrası Görüşme Formu-3'te yer alan sorular, üstbiliş çerçeveleri (Flavell, 1979; Jacobs & Paris, 1987) ve matematik öğretmenin öğretim bilgisi modelleri (Ball vd., 2008; Rowland, 2013) dikkate alınarak hazırlanmış ve iki alan uzmanı tarafından değerlendirilmiştir. Görüşme Formu 1, bir öğretmenin denk kesir öğretimine ilişkin genel bilgisi, alan bilgisi, öğrenci bilgisi ve öğretim bilgisi hakkındaki farkındalıklarına yönelik dört bölümden oluşmaktadır (Tablo 1).

Tablo 1.

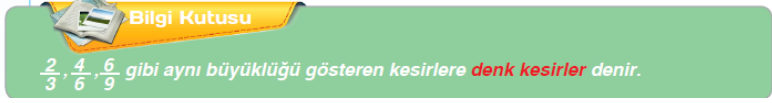
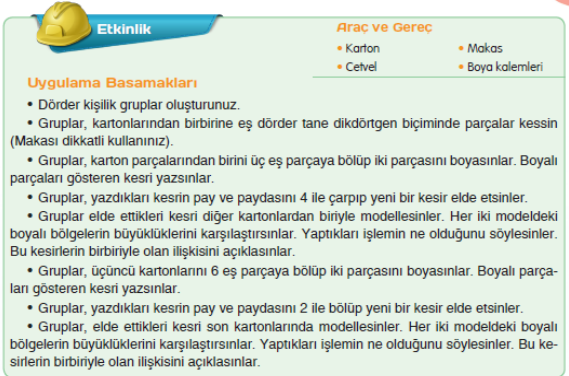
Görüşme Formu-1 Soru Örnekleri

Formun Bölümleri	Örnek Sorular
Genel Bilgi	Üniversitede kazanmış olduğunuz bilgi ve beceriler, denk kesir öğretiminizi nasıl etkiledi? Yeterli oldu mu? Neden oldu ya da olmadı?
Alan Bilgisi	Ortaokul matematik öğretim programında yer alan denk kesir konusu ile ilgili "Sadeleştirme ve genişletmenin kesrin değerini değiştirmeyeceğini anlar ve bir kesre denk olan kesirler oluşturur" kazanımında önemli matematiksel fikir nedir?
Öğrenci Bilgisi	Denk kesirlerde öğrenciler başka hangi fikirleri geliştirmekte daha çok zorlanıyor? Neden?
Öğretim Bilgisi	Öğretim programında ilgili kazanımına ek olarak verilen "İşlemsel uygulamalara geçmeden önce kesir modelleri ile kavramsal çalışmalara yer verilir." Açıklamasını dikkate alıyor musunuz? Neden? Nasıl dikkate alırsınız, neler yaparsınız? Bahseder misiniz?

Görüşme Formu 2, katılımcı matematik öğretmenin denk kesir öğretim görevlerine ilişkin üstbilişsel bilgiyi aktif hale getirmesi, bu bilgiyi çağırması amacıyla hazırlanmış etkinlik örneklerini içermektedir. Formda yer alan örnek etkinlikler 5. sınıf bir matematik ders kitabından (Erenkuş & Şavaşkan, 2019) alınmış olup görüşme soruları derse giriş, tanım kullanımı, model kullanımı, öğretimi sıralama ve öğretim yöntemlerine yönelik sorulardan oluşan beş bölüm içermektedir. Tablo 2'de ilgili forma ilişkin bölümler ve örnek sorular yer almaktadır.

Tablo 2.

Görüşme Formu-2 Soru Örnekleri

Formun Bölümleri	Örnek Sorular
Derse Giriş Fikri Tanım kullanımı	<p>Öğrencilerde denk kesir kavramının oluşumunu sağlamak amacıyla derse nasıl bir giriş yaparsınız? Neden?</p> <div style="text-align: center;"></div>
Model kullanımı Sıralama	<p>Bu denk kesir tanımı sizce uygun mu? Denk kesirleri siz nasıl tanımlarsınız? Neden? Dersinizde sadeleştirme ve genişletme ile ilgili ne tür modeller kullanırsınız? Neden? Bu modelleri nasıl kullanırsınız? Siz dersinizde ne tür örnekler kullanırsınız? Bu örnekleri nasıl sıralarsınız? Sıralamada neye dikkat edersiniz? Neden?</p>
Öğretim yöntemleri	<div style="text-align: center;"></div>

Bu etkinlik denk kesir öğretimi için sizce uygun mu? Siz hangi öğretim yöntemlerini kullanırsınız? Nasıl kullanırsınız? Neden?

Görüşme Formu 3 ise katılımcı matematik öğretmenin sınıf içi denk kesir öğretimini gerçekleştirmesinin ardından öğretime ilişkin aldığı kararlara, yaptığı uygulamalara ve bu uygulamaların etkililiğine yönelik sorular içermektedir (Tablo 3).

Tablo 3.

Görüşme Formu-3 Soru Örnekleri

Örnek Sorular
<ul style="list-style-type: none">- Denk kesirler dersinize, bir önceki dersin kazanımı olan "Bileşik kesri tam sayılı kesir ile karşılaştırma" konusunu hatırlatarak giriş yaptınız. Dersin başlangıcı için bu fikri seçmenizin nedeni nedir? Nasıl karar verdiniz?- Dersin başında ekmeği ikiye bölme örneği kullandınız. Bu örneği seçmenizin nedeni nedir? Nasıl karar verdiniz?- Denk kesir tanımını vermeden önce bir pasta modeli gösterdiniz ve bu model üzerinden sorular yönelttiniz. Bu uygulamanın ardından denk kesir tanımını verdiniz. Ders akışını bu şekilde planlamanızın nedeni nedir? Bunun yerine "Bir bütünün aynı miktarını gösteren kesirlere denk kesir denir ve "=" sembolü ile gösterilir" tanımını önce verseydiniz öğretimin etkililiği açısından ne değişirdi? Neden?

2.4. Verilerin analizi

Gözlem ve görüşmeler sonucunda elde edilen veriler içerik analizine tabi tutulmuştur (Patton, 2002). İçerik analizi, verilerin düzenlenmesi ve sıralanması yoluyla kodlara ve kategorilere indirgenmesinde kullanılan bir yöntemdir (Denzin & Lincoln, 2018). Analizler sırasında kategoriler belirlenirken çalışmanın alt

problemlerine odaklanılmıştır. Bu doğrultuda katılımcı öğretmenin denk kesir öğretimine ilişkin neyi bildiği hakkındaki bilgi ve farkındalıkları, öğretim sürecinde sahip olduğu bilgiyi nasıl, ne zaman, neden kullandığı ve öğretimine ilişkin karar ve eylemleri hakkındaki bilgi ve farkındalıklarına odaklanılmıştır. Çalışmanın geçerliğini ve güvenilirliğini sağlamaya yönelik dijital ortamda veriler kopyalanmış, görüşmeler aynı sorular üzerinden aynı sırayla gerçekleştirilmiş, katılımcıların söyledikleri kelimesi kelimesine aktarılarak iki uzman görüşü ((Miles, Huberman ve Saldaña, 2014; Merriam & Tisdell, 2016) alınmıştır. Çalışmada ortaya çıkan kategoriler ve alt kategoriler Tablo 4’te verilmiştir.

Tablo 4.*Kategoriler ve Alt Kategoriler*

Kategoriler	Alt Kategoriler
Öğretmenin Ne Bildiği Hakkında Bilgisi/Farkındalığı	Kişi Özellikleri Bilgisi Konu Özellikleri Bilgisi
Öğretmenin Nasıl Öğrettiği Hakkında Bilgisi/Farkındalığı	Tanımlama Stratejileri Örnek Seçimi Temsil Seçimi Öğretim Yöntem ve Stratejileri Seçimi Sıralama Stratejileri Bağlantı Stratejileri
Öğretmenin Öğretim Karar ve Eylemleri Hakkında Bilgisi/Farkındalığı	Öğrenci Sorularına İlişkin Stratejiler Koşullara İlişkin Stratejiler

Tablo 4’de görüldüğü üzere her bir üstbilişsel bilgi kategorisi altında o kategoriye ait özellikleri taşıyan alt kategoriler belirlenmiştir. Bu kategoriler oluşturulurken hem alan yazından hem de görüşme ve doküman incelemesi ile elde edilen verilerden yararlanılmıştır. Bu kapsamda öğretmenin ne bildiği ile ilgili bilgileri “kişi özellikleri bilgisi” ve “konu özellikleri bilgisi” şeklinde iki alt kategori altında toplanmıştır. Kişi özellikleri bilgisi, öğretmenin kendine ilişkin, öğrenci özelliklerine ilişkin ve genel öğretmen özelliklerine ilişkin bilgi ve farkındalıklarını içermektedir. Öğretmenin nasıl öğrettiği hakkındaki bilgisi/ farkındalıkları kategorisinde ortaya çıkan alt kategoriler, tanımlama stratejileri, örnek, temsil, öğretim yöntem ve stratejileri seçimi, sıralama ve bağlantı stratejilerini içermektedir. Bu kategori, katılımcı matematik öğretmenin öğretim rutinlerinde tanımlama, derse giriş yapma, sıralama ve bağlantılara ilişkin sahip olduğu stratejileri nasıl kullandığı, temsil, model ve materyalleri öğrencinin anlayacağı şekle nasıl dönüştürdüğü ile ilgili farkındalıklarını/bilgisini içermektedir. Son kategori olan öğretmenin öğretim karar ve eylemleri bilgisi ise katılımcı öğretmenin öğrencilerden gelen beklenmedik sorulara verdiği cevaplar, bu cevapların etkililiği, öğretim koşullarına ilişkin anlık kararları, bu kararların sonuçları, stratejileri hakkındaki bilgisi ve farkındalıklarından oluşmaktadır.

2.5. Araştırmanın etik izni

Yapılan bu çalışmada “Yükseköğretim Kurumları Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesi” kapsamında uyulması belirtilen tüm kurallara uyulmuştur. Yönergenin ikinci bölümü olan “Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiğine Aykırı Eylemler” başlığı altında belirtilen eylemlerden hiçbiri gerçekleştirilmemiştir.

Etik kurul izin bilgileri

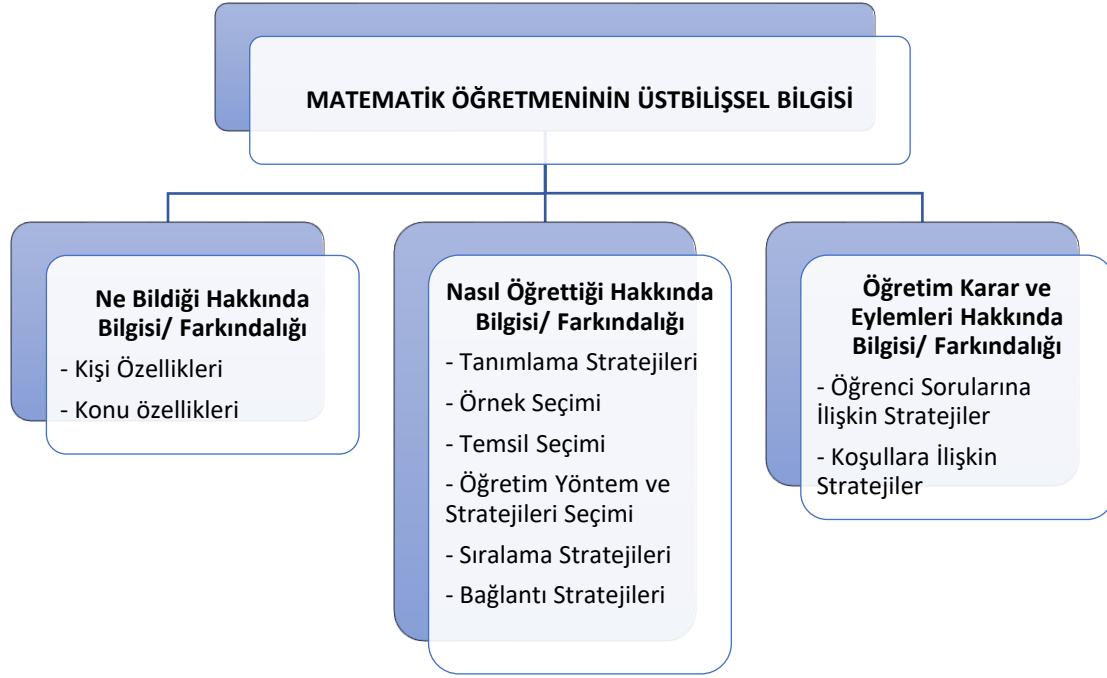
Etik değerlendirmeyi yapan kurul adı: Hacettepe Üniversitesi Senatosu Etik Komisyonu

Etik değerlendirme kararının tarihi: 14 Aralık 2021

Etik değerlendirme belgesi sayı numarası: E-51944218-300-00001898524

3. BULGULAR

Bu bölümde araştırmanın üç alt problemine yönelik bir matematik öğretmenin üstbilişsel bilgi kategorilerine ilişkin bulgular, öğretmenin ne bildiği, nasıl öğrettiği ve öğretim karar ve eylemleri hakkında bilgisi/ farkındalıkları olmak üzere üç kategoride ele alınmıştır (Şekil 1).

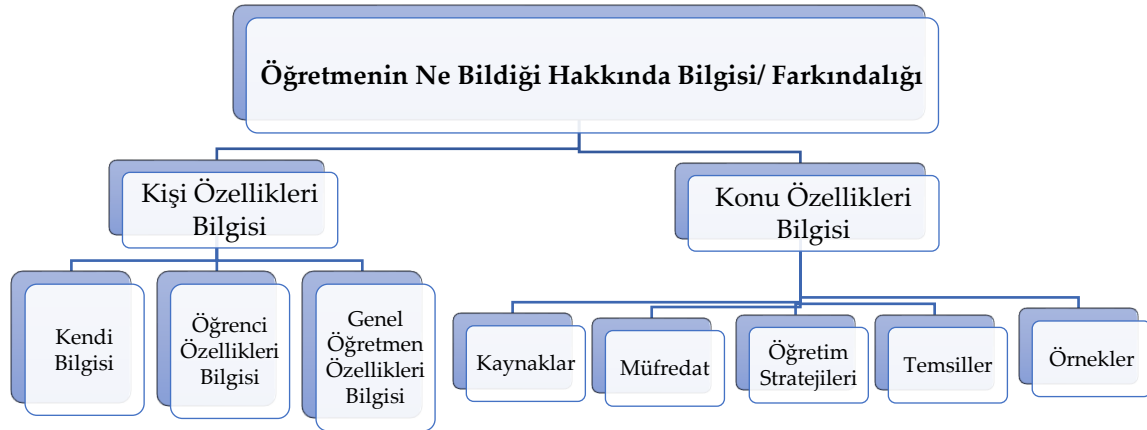


Şekil 1. Matematik Öğretmenin Üstbilişsel Bilgi Kategorileri

Şekil 1’de verilen kategorilere ilişkin bulgular aşağıda alt başlıklar halinde verilmiştir.

3.1 Matematik öğretmenin ne bildiği hakkında bilgi/ farkındalıklarına ilişkin bulgular

Gerçekleştirilen analizler sonucunda katılımcı matematik öğretmenin denk kesir öğretimine ilişkin ne bildiği hakkında bilgisi/ farkındalığı, kişiye ve konuya ilişkin özellikler bilgisi olmak üzere iki alt kategori altında tanımlanmıştır (Şekil 2).



Şekil 2. Matematik Öğretmenin Ne Bildiği Hakkında Bilgi Kategorileri

Şekil 2’de görüldüğü üzere kişi özellikleri bilgisinin alt kategorileri, öğretmenin kendisi, öğrencileri ve öğretmenlere ilişkin özellikleri bilgisini içermektedir. Öğretim görevinin çok bileşenli yapısı dikkate alındığında, üstbilişsel bilgiye sahip bir öğretmenin, öğretimini gerçekleştirmede kendisi ile ilgili bilgi

sahibi olmasının yanı sıra öğrencilerine ve meslektaşlarına ilişkin bilgisinin de farkında olması kaçınılmazdır.

Katılımcı öğretmenin kişi özellikleri bilgisinin ilk alt kategorisi olan kendi bilgisi öğretmenin öğrenciliğinde yaşamış olduğu denk kesir kavramı ile ilgili deneyimleri, kavramın öğretimine ilişkin hedefleri, alan bilgisi, konunun zor/ kolay tarafları, konuyu öğrenirken ve öğretirken gösterdiği çaba ile ilgili farkındalıklarından oluşmaktadır. Katılımcı öğretmenin denk kesir öğretiminde kendi bildikleri hakkındaki bilgilerine ilişkin bulgulardan bir örnek Diyalog 1’de verilmiştir.

Diyalog 1. *Matematik Öğretmeninin Kendi Bilgisi Hakkında Farkındalığı/ Bilgisi*

Araştırmacı: Denk kesir öğretiminde amacınız nedir? Neden?

Katılımcı Öğretmen: Amacım kalıcı öğrenmelerini sağlamak... Mesela ilk yıllarımda sınavlardan sonra ya da sınıf içi soru çözümlerinde hep bir hatalı çözüm eksik çözüm yaptıklarını gördüm. Sonra bunlar üzerine düşündüm bu konuda ne yapabilirim daha farklı nasıl anlatabilirim... Daha çok araştırarak. Sonuçta bu meslek içindeyken daha çok öğreniliyor. Somutlaştırarak daha iyi olacağını gördüm anlatımımın, kestirerek görmelerini sağlayarak daha kalıcı öğreniyorlar.

Diyalog 1’de görüldüğü üzere öğretmen, denk kesir öğretim amacının ne olduğu hakkında bilgi sahibidir. Kendisine amaç olarak belirlediği kalıcı öğrenmelerini sağlayabilmenin oluşma nedenlerini, gerekçeleri ve sonuçları ile açıklayabilmektedir. Katılımcı öğretmenin bu ifadeleri, denk kesir öğretimine ilişkin amacının farkında olduğunu dolayısıyla kendi bilgisi hakkında bilgi ve farkındalığa sahip olduğunu göstermektedir.

Üstbilişsel kişi özellikleri bilgisinin alt kategorilerinden bir diğeri öğrenci özellikleri bilgisidir. Bu bilgi çeşidi, öğrenci hataları, akıl yürütme süreçleri, önbilgileri, konunun öğrenciler için zor ve kolay tarafları ve yaş grubu özelliklerine dair öğretmenin bildiklerine yönelik farkındalıklarını içerir. Bu bileşene ilişkin bir diyalog aşağıda verilmiştir (Diyalog 2).

Diyalog 2. *Matematik Öğretmeninin Öğrenci Bilgisi Hakkında Farkındalığı/ Bilgisi*

Araştırmacı: Ortaokul matematik öğretim programında yer alan denk kesir konusu ile ilgili kazanım “Sadeleştirme ve genişletmenin kesrin değerini değiştirmeyeceğini anlar ve bir kesre denk olan kesirler oluşturur” şeklinde verilmiştir. Öğrenciler bu kazanımdaki matematik fikri anlamakta zorlanıyor mu? Neden?

Katılımcı Öğretmen: Mesela bir pasta düşünelim, 8 eşit parçaya bölündü diyelim, parça sayısı değişmeden düşünmesi gerekirse yapabiliyor. Ama 8 parçadan bir miktar aldı diğer aynı boyuttaki pastayı farklı eş parçaya böldü ve aynı kesri oluşturdu diyelim, işte onu anlamakta zorlanıyorlar yani denk kesirler konusunu... Kafalarında somut hale getirmekte zorlanıyorlar. Birim kesir anlaşılıyor denk kesre geçişte zorlanıyorlar... Belki 5.sınıfın o bilişsel gelişiminden kaynaklı zorluk da olabilir. Çünkü bazı şeyleri 6da da 7de de anlatıyoruz, her yıl, bir önceki yılın konularını daha rahat bir şekilde kavradıklarını görüyorum. Belki yaş grubu olarak, soyut bir kavram olarak düşünüldüğü için, soyut kavramı somutlaştıracak bilişsel düzeye geçmekte zorlanıyorlar.

Diyalog 2’de verilen bulguda, katılımcı matematik öğretmenin öğrencilerin denk kesir konusunu anlamakta zorlandıklarının farkında olduğu, neden zorlandıklarını bildiği ve bunun nedenini öğrencilerin bilişsel düzeyleri ve yaş grubu özellikleri ile açıkladığı görülmektedir.

Üstbilişsel kişi özellikleri bilgisinin son alt kategorisi olan genel öğretmen özellikleri bilgisi, öğretmenin matematik öğretmenliğine ilişkin mesleki bilgilerle ilgili farkındalıklarını içerir. Bu bilgi türünde, bir öğretmenin sahip olması gereken, öğretimini etkili kılan mesleki bilgilere ve mesleki gelişimini nelerin etkilediğine ilişkin bilgilerin farkındalığı gözlenmiştir (Diyalog 3).

Diyalog 3. Matematik Öğretmeninin Genel Öğretmen Bilgisi Hakkında Farkındalığı/ Bilgisi

Araştırmacı: Bir matematik öğretmenin denk kesir öğretebilmesi için neleri bilmesi gereklidir? Neden?

Katılımcı Öğretmen: Öğrenci yaklaşımı, pedagojik formasyon kısmı mı deniyor... Nasıl anlatacağımı, öğrenci seviyesine nasıl inebileceğini bilmesi gerekiyor. Birçok konuyu aslında... Sayılar, doğal sayılar... Konuları bütün olarak bilmesi gerekiyor... Kesir bilgisine sahip olmalı, bunun nasıl olduğunu önce kendinin kavraması gerekiyor. Orada dediğim gibi, mesela tahtaya kesir çiziyoruz, iki kesrin büyüklüğünü eşit olarak çizmemiz gerekiyor... Bunun bilişsel düzeyini yakalaması gerekiyor ki bütünlerin eşit olduğunu öğrenciye çok iyi bir şekilde kavratabilecek bilgiye sahip olması gerekiyor. Burada en önemli şeyin bu olduğunu düşünüyorum. En çok zorlandığımız kısmı da belki de bu oluyor. Aynı büyüklükteki bütün... Ve eş parçalar...

Diyalog 3'e bakındığında katılımcı öğretmenin genel öğretmen bilgisine yönelik alan, pedagoji ve PAB bilgi türleri bilgisine sahip olduğu, bu bilgi türlerinin neden gerekli olduğunun farkındalığı gözlenmektedir.

Bir matematik öğretmenin denk kesir öğretimine ilişkin ne bildiği hakkında bilgisi/ farkındalığına ait diğer bir kategori konu özellikleri bilgisidir. Üstbilişsel konu özellikleri bilgisinin, bir matematik öğretmenin denk kesir öğretiminde kullandığı ders kitabı ve kaynaklar, öğretim stratejileri, müfredat, örnekler, temsiller, model ve materyallerin neler olduğu hakkında bilgisi ve farkındalıklarını kapsadığına dair bulgular elde edilmiştir. Aşağıda üstbilişsel konu özellikleri bilgisine ait örnek bir diyalog (Diyalog 4) verilmiştir.

Diyalog 4. Matematik Öğretmeninin Konu Bilgisi Hakkında Farkındalığı/ Bilgisi

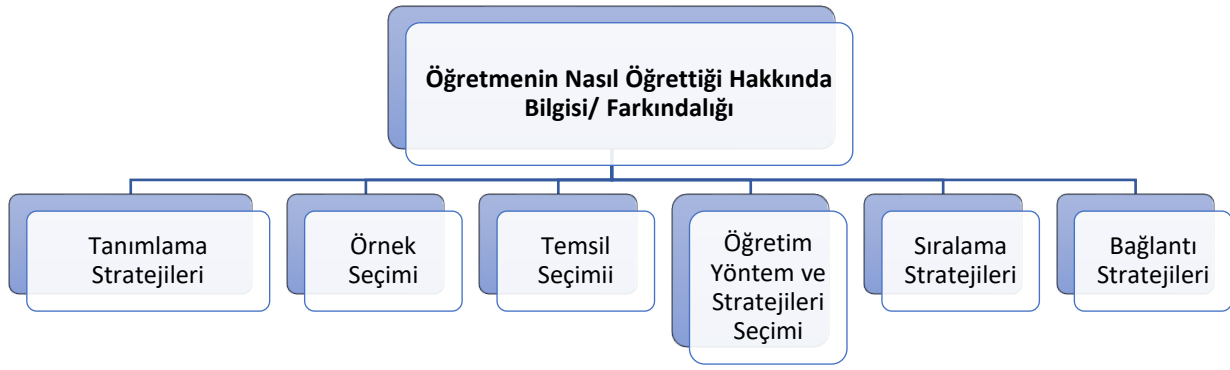
Araştırmacı: Ortaokul matematik öğretim programında yer alan denk kesir konusu ile ilgili kazanım "*Sadeleştirme ve genişletmenin kesrin değerini değiştirmeyeceğini anlar ve bir kesre denk olan kesirler oluşturur*" şeklinde verilmiştir. Bu kazanımı değerlendir misiniz? Denk kesir kavramının öğretimi için yeterli mi? Neden?

Katılımcı Öğretmen: Denk kesir için biraz daha ayrıntılı olabilirdi. Ya da süresi değişebilir diyeyim. Daha doğru olur. Müfredatta biraz daha fazla süreye yayılabilir... Müfredatı yetiştiremiyoruz, denk kesirlere ayrılan ders saatinin çok geniş bir alana yayılması gerekiyor ama bu seferde diğer konuların saatlerinden kısmamız gerekiyor ve böyle bir imkânımız yok. Peki, bu durumda ne yapıyorum mümkün olduğunca görsellerle destekliyorum, evde de şunu mutlaka yapın diyorum. Mesela dersi anlattığımız zamana göre, denk kesir için portakal örneğin elde bulunan imkânlara göre etkinlikler veriyorum. İki portakal alın birini şu kadar parçaya birini bu kadar parçaya gibi...

Diyalog 4'te görüldüğü üzere, katılımcı öğretmen ortaokul matematik öğretim programında denk kesirlere ilişkin verilen bilgi ve süreye ilişkin farkındalığını, gerekliliklerini gerekçelendirerek açıklamaktadır.

3.2 Matematik öğretmenin nasıl öğrettiği hakkında bilgi/ farkındalıklarına ilişkin bulgular

Bu kategoride, katılımcı matematik öğretmenin öğretim rutinlerine, denk kesir konusunu öğrenciler için anlaşılır bir forma dönüştürmeye yönelik sahip olduğu strateji bilgilerine ilişkin bulgular yer almaktadır (Şekil 3).



Şekil 3. Matematik Öğretmeninin Nasıl Öğrettiği Hakkında Bilgi/ Farkındalıkları Kategorileri

Katılımcı öğretmenin denk kesir öğretimindeki rutinleri, başka bir deyişle sahip olduğu bilgileri nasıl kullandığı ve öğrencinin anlayacağı şekilde nasıl dönüştürdüğü ile ilgili stratejilerinin farkındalıklarına ilişkin bulgulardan örnekler Tablo 5'te verilmiştir.

Tablo 5.

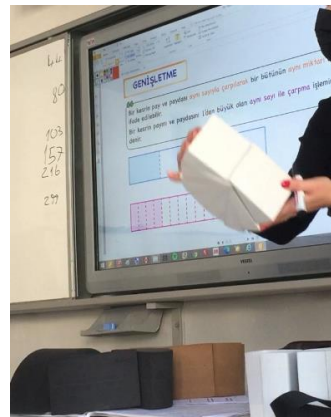
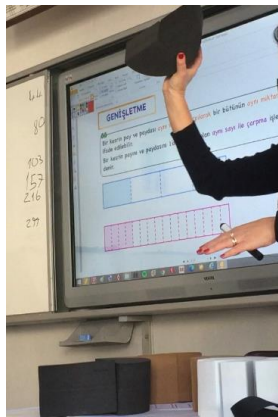
Matematik Öğretmeninin Nasıl Öğrettiği Hakkında Bilgi/ Farkındalıklarına İlişkin Örnek Bulgular

Alt

Örnek Bulgular

Kategoriler

Alt Kategoriler	Örnek Bulgular
Tanımlama Stratejileri	Öncelikle kavram ile eşleştirebilecekleri bir materyal verirse zaten derse bağlanmış oluyoruz. İlgilerini artırmış oluyoruz... Sonra tanımlı kullanacaksam açıkçası, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$ ya kullanmayı tercih ederim. Çünkü yarımı daha iyi anlayacaktır çocuk. Çünkü yarımı günlük hayattan biliyor...
Örnek Seçimi	Öğrenci başlangıç örneklerinde kendisini sayılarla yormamalı. Büyük sayılarla bölme işlemi yapmayacak çabalayacak ama $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$ gibi sayılarla başlarsak anlamaya odaklanacak. Başlangıçta $\frac{2}{3}$ bile kullanmam yarımdaya çıkarım ki kavramı anlasınlar sayılara odaklanmasınlar. Bunu da bilişsel düzeylerini düşünerek dikkate alıyorum. Sonra daha karmaşık örnekleri de kullanıyorum... Kavradıktan sonra. O zaman daha kolay anlıyorlar bunları da...
Temsil Seçimi	Görsel kullanımını çok önemserim... Yoksa sözel olarak anlattığımda, ya da tahtaya iki şekil çizip kaldığımda, öğrenci açısından kalıcılığı olmuyor. Bu nedenle (aşağıdaki) dokunabilecekleri bu materyali mutlaka derse dâhil ederim. Pandemi olmasa kek yapar getirirdim. O kek üzerinde anlatırdım. Daha çok seviyorlar denk kesir dersini böyle işlemeyi.



Tablo 5. Devamı

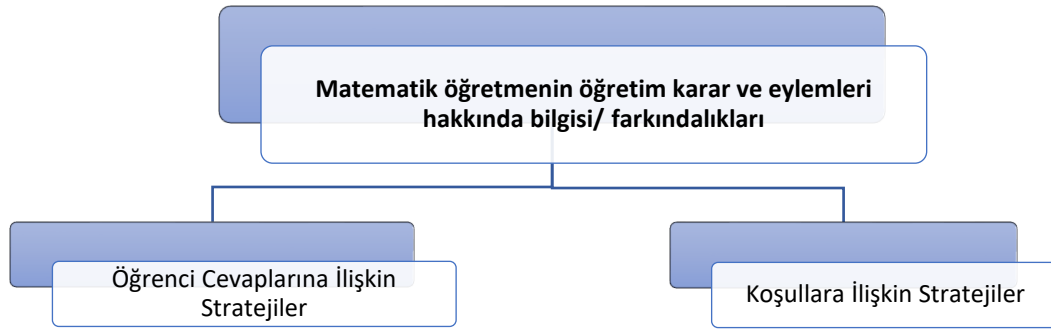
Matematik Öğretmenin Nasıl Öğrettiği Hakkında Bilgi/ Farkındalıklarına İlişkin Örnek Bulgular

Alt Kategoriler	Örnek Bulgular
Temsil Seçimi	Sonra konuyu pekiştirmek için kâğıt etkinliğine geçtim... Tüm öğrencilerde A4 vardı, herkes kendisi kolaylıkla yapabiliirdi ve anlamayan sonra evde bu etkinliği tekrar edebilirdi, o yüzden. Hem benim çabuk ulaşabileceğim bir materyal hem de tüm öğrencilerin ulaşabileceği bir materyal. 
Öğretim Yöntem Stratejileri Seçimi	...Yani direkt düz anlatım yöntemini kullandığımda denk kesirleri anlatmak daha zor. Çünkü vekarşındaki grubun, öğrencinin anlayıp anlamadığına bakarak yol aldığım için... Bir de biraz soyut kalabiliyor konu. Onu somutlaştırmak, somutlaştırabilmek biraz zorluk olabiliyor. Onu da belli bir süre etkinliklerle şeylerle somutlaştırmaya çalışıyorum.
Sıralama Stratejileri	Öğrenciler eşitliği biliyorlar, denk kesrin eşittir'den farklı bir kavram olduğunu vurgulamam gerekiyordu. Tanımı başta versem soyut kalacaktı. Tamam, yazacaktı öğrenci bir şeyleri kafasında canlandırmaya çalışacaktı ama tam olarak modelleme sonrasında öğrendiği anlamı vermeyecekti. Bu nedenle önce görseller, sonra model ve ardından tanım verdim.
Bağlantı Stratejileri	Günlük hayatta da mesela buradan oran konusuna geçebiliriz. Oran konusunda da bir kesir ifadesi, birimleri karşılaştırma ifadesi var. Günlük hayatta yemek yaparken bile bir oranlama yapıyoruz. Pilav mesela 1 bardak pirince 2 bardak kullanıyorsam, 2 bardak pirince ne kadar su kullanacağım bir orantı ifadesi ama bu iki kesrin denkliği denk kesirlerle ilişkili.

Tablo 5'te görüldüğü üzere, katılımcı öğretmen denk kesir öğretiminde tanım kullanımına nasıl yer verdiğini, örnek seçimlerinde hangi sayılara, neden yer verdiğini, model, materyal seçim gerekçelerini ve nasıl uyguladığını, hangi öğretim yöntem ve stratejisini neden seçtiğini, ders akış sıralaması ve bağlantı stratejilerini gerekçeleriyle açıklamaktadır.

3.3 Matematik öğretmenin öğretim karar ve eylemleri hakkında bilgi/ farkındalıklarına ilişkin bulgular

Matematik öğretmenin denk kesirler öğretimini gerçekleştirirken aldığı kararların nedenleri ve zamanlaması hakkındaki bilgi/ farkındalıkları, öğretmenin sahip olduğu strateji repertuarının farkındalığını ve bunların etkililiği ile ilgili bilgilerini ortaya koymaktadır. Genellikle zorlayıcı ve beklenmedik sınıf içi durumlarda ortaya çıkan bu bilgi türü, öğretmenin öğretime, öğrenciye ve koşullara ilişkin aldığı kararları, bu kararların nedenleri, zamanlaması ve etkililiğini içeren strateji repertuarı hakkında bildiklerini ve farkındalıklarını içermektedir (Şekil 4).



Şekil 4. Matematik Öğretmeninin Öğretim Karar ve Eylemleri Hakkında Bilgi/ Farkındalıkları Kategorileri

Bu kategorinin alt kategorisi olan öğrenci cevaplarına ilişkin stratejiler bilgisi, katılımcı öğretmenin öğrencilerden gelen –çoğunlukla beklenmedik- sorulara verdiği cevapların etkililiği, öğretime ilişkin aldığı kararların nedenleri, zamanlaması ve etkililiği ile ilgili bilgilerini içermektedir. Diğer bir alt kategori olan koşullara ilişkin stratejiler bilgisinde ise kaynaklar ile ilgili alınan kararlar, müfredata yönelik yapılan değişiklikler, bunların nedenleri, zamanlaması ve etkililiği hakkındaki bilgiler yer almaktadır. Her iki alt kategoriye ait bulgulara ilişkin örnekler Tablo 6’de verilmiştir.

Tablo 6.

Matematik Öğretmeninin Öğretim Karar ve Eylemleri Hakkında Bilgi/ Farkındalıklarına İlişkin Örnek Bulgular

Alt Kategoriler	Örnek Bulgular
Öğrenci Cevaplarına İlişkin Stratejileri	Mesela soruları hiç bitmeyen ya da anlamadığı için soru bile soramayan, daha geç anlayan bir sınıfım oldu. Daha o bilişsel düzeye ulaşmamış ya da önceki bilgileri tam olarak yeterli olmayan sınıflarımda karşılaştım. Bunun için de ne yaptım, daha çok görselliği vurguladım ya da tek tek gelip bazen onlarla birlikte, materyalleri onlarla birlikte kullandım. O zaman daha anlaşılır oldu.
Koşullara İlişkin Seçimi	Normalde yaptırırım ama şimdi pandemi dolayısıyla yapamıyoruz grup çalışması... Ama bunu bireysel olarak, ellerine kâğıt vererek katlatarak yaptırıyorum şu an...

Tablo 6’te verilen örnek bulgularda görüldüğü üzere öğretime ilişkin stratejiler bilgisi, katılımcı öğretmenin öğrencilerden gelen cevaplara yönelik ya da hiç cevap/soru gelmemesi durumlarında geliştirdiği stratejileri ve beklenmedik durumlarda sınıf içi uygulamaları nasıl yönettiğine ilişkin farkındalıklarını içermektedir.

4. TARTIŞMA ve SONUÇ

Bu çalışmada bir matematik öğretmenin üstbilgi bilgisi, denk kesirler konusunun öğretimi bağlamında incelenmiş ve *ne bildiği*, *nasıl öğrettiği* ve *öğretim karar ve eylemleri hakkındaki (neden/ne zaman)* bilgi ve farkındalıkları olmak üzere üç ana kategori altında tanımlanmıştır. Öğretmenin “*ne bildiği*” hakkındaki bilgisi, kendisi, öğrencileri ve genel öğretmen özellikleri ile öğretim sırasında performansına etki edebilecek konu özellikleri (kaynaklar, müfredat, öğretim stratejileri, temsiller ve örnekler) hakkındaki farkındalıklarını içermektedir. Bu bilgi türü, öğretmenin öğreten olarak kendisi hakkındaki bilgi ve inançları; öğrencilerinin konuyu öğrenme yolları hakkındaki farkındalıkları; konuyu öğretmenin farklı yolları hakkındaki bilgisi; kaynaklar, müfredat, temsiller veya örnekler gibi konunun öğretimine etki eden etkenler hakkındaki bilgi ve farkındalıklarıdır. Kendi yeteneklerini, bilgi düzeyini ve öğretim yaklaşımlarını anlayan; öğrencilerinin farklı öğrenme stilleri ve ihtiyaçları hakkında bilgi sahibi olan; öğretim stratejilerini şekillendiren ve öğrencilere konuyu daha iyi anlatabilmesini sağlayan faktörlerin farkında olan bir öğretmen, bu bilgilerini öğretim faaliyetlerini planlama, izleme ve düzenlemede kullanabilir. Bu bağlamda öğretmenin “*ne bildiği*” hakkındaki üstbilişsel bilgisi, Flavell’in (1979) kişi, görev ve strateji etkenlerinin etkileşimi ile oluşan ve sonraki araştırmacılar (Jacobs & Paris, 1987; Schraw & Moshman, 1995) tarafından bildirimsel bilgi olarak tanımlanan üstbilişsel bilgi içeriği ile benzerlik göstermektedir. Ayrıca bu üstbilişsel bilgi boyutu, Rowland’ın (2013) Dörtlü Bilgi Modelinde yer alan ve

“teorik geçmiş” olarak da adlandırdığı Temel Bilgi boyutunda tanımlanan bilgi türlerini de kapsamaktadır. Rowland temel bilginin, bir öğretmenin mesleğe başlamadan önceki öğrencilik veya öğretmenlik eğitiminden edindiği bilgi ve inanışları içerdiğini ve bu bileşenin eyleme dayalı bilgi olarak tanımladığı diğer bilgi boyutlarına (dönüşüm, bağlantı ve beklenmedik durumlar bilgisi) temel oluşturduğunu belirtir. Üstbilişsel yaklaşım açısından da öğretmenin ne bildiği hakkındaki farkındalıkları öğretimine yönelik üstbilişsel deneyimlerini (planlama, izleme, değerlendirme) etkileyerek nasıl öğrettiği ve öğretim karar ve eylemlerini gerekçelendirmelerine ilişkin bilgilerine temel teşkil eder. Bu açıdan bakıldığında, PAB’in temel bilgi boyutunun üstbilişsel bilgileri de içerdiği görülmektedir.

Üstbiliş bilgisi, öğretmenin öğretim görevlerini nasıl yerine getireceği hakkındaki bilgi ve farkındalıkları da içerir. Konu ile ilgili tanımların, örnek ve temsillerin nasıl sunulacağı, öğretim yöntem ve stratejilerin nasıl işe koşulacağı, öğretimle ilgili görevlerin nasıl sıralanacağı ve bağlantıların nasıl kurulacağı üzerine düşünülmüş bilgiler, bu boyutun içeriğini oluşturmaktadır. Bu bilgiler, konuyu uygun temsiller seçerek öğrencilerin anlayabileceği hale dönüştürme, birbiri ile bağlantılı örnekleri belirli bir sırada sunarak öğrencilerin genelleme yapmasına fırsat tanıma gibi eylemler üzerinde düşünülmüş bilgilerdir. Bu tür bilgi ve farkındalıklar, öğretmenin öğrencilere etkili bir şekilde konuyu aktarma ve anlama fırsatı sunma yeteneğini yansıtır. Üstbiliş literatüründe işlemsel bilgi olarak da tanımlanan (Jacobs & Paris, 1987; Schraw & Moshman, 1995) bu bilgi türü, Rowland’ın (2013) modelinde bağlantı bilgisi ve dönüşüm bilgisi boyutlarında tanımlanan bilgilerle ilişkilidir. Bağlantı bilgisi, öğretmenin konuyla ilgili farklı kavramları birbiriyle nasıl ilişkilendireceği hakkındaki bilgileri içerir. Dönüşüm bilgisi ise, öğretmenin soyut veya zor konuları öğrencilere daha anlaşılır bir şekilde nasıl dönüştürebileceği hakkındaki bilgileri içerir. Bu şekilde, öğretmenin “nasıl öğrettiği” ile ilgili bilgi ve farkındalıkları, öğretim pratiğini zenginleştirmek ve öğrencilerin daha iyi öğrenme deneyimleri yaşamalarını sağlamak için önemli bir role sahiptir.

“Öğretim karar ve eylemleri” hakkındaki bilgiler ise farklı öğretim durumlarında değişen ihtiyaçlara uyum sağlayabilmeye yardımcı olur. Üstbiliş literatüründe koşullu bilgi olarak tanımlanan (Jacobs & Paris, 1987; Schraw & Moshman, 1995) bu bilgi türü, Rowland’ın (2013) modelinde gündemden sapma, öğrenci düşüncelerine cevap verme, fırsatların kullanımı gibi bileşenler içeren beklenmedik durumlar bilgisi ile ilişkili görülmektedir. Bu bilgi türü, öğretmenin öğretim sürecinde karşılaştıkları değişiklikleri değerlendirerek beklenmedik durumlarda esneklik göstermelerine ve öğretimi öğrencilerin anlık ihtiyaçlarına göre düzenlemelerine yardımcı olabilir.

Sonuç olarak bu çalışmada tanımlanan üstbilişsel bilgilerin alan yazında yer alan PAB modellerinde tanımlanan öğretmen bilgisi boyutları ile ilişkili olduğu görülmektedir. Bununla birlikte bir öğretmenin matematik öğretimine yönelik bilgilerinin her zaman üstbilişsel olmayabileceği de dikkate alınmalıdır. Bir öğretmen öğrenci zorlukları veya kavram yanlışları üzerine bilgi sahibi olabilir; ancak bu yanlışların kaynakları, sonuçları ve nasıl önlenebileceği üzerine yansıtıcı düşünme yapmadıysa bu bilgiler üstbilişsel bir düzeye ulaşmamış olabilir. Dolayısıyla öğretmen üstbilişsel bilgisinin tanımlanmasında, bilgilerin var olan bilgiler ve deneyimler üzerine düşünülerek oluşturulmuş olması önemlidir. Öğretmen üstbilişsel bilgisi, öğretmen tarafından detaylı bir şekilde ifade edilebilen, gerekçelendirilebilen, öğrenme ile ilgili genellemelerine ve öğretim süreçleri ile ilgili rutinlerine temel teşkil eden bir yapıya sahiptir.

Bu çalışmada denk kesirler konusu bağlamında bir öğretmenin üstbilişsel bilgisi incelenerek üstbilişsel bilgi yapıları tanımlanmıştır. Farklı matematik konularında daha fazla öğretmenin üstbilişsel bilgisinin incelenmesi, öğretmenlerin farklı üstbilişsel bilgi gereksinimlerini anlamaya yardımcı olabilir. Ayrıca, bu çalışmanın bulguları, öğretmenlerin üstbilişsel bilgisinin nasıl geliştirilebileceği konusunda bir temel sağlamaktadır. Gelecekteki araştırmalar, öğretmen eğitim programlarının tasarımında ve öğretmenlerin mesleki gelişiminde üstbilişsel bilginin nasıl daha etkili bir şekilde entegre edilebileceğini inceleyebilir. Öğretmenlerin üstbilişsel bilgisini geliştirmek için hangi stratejilerin daha etkili olduğunu belirlemek amacıyla da araştırmalar yapılabilir. Böylece, öğretmenlerin üstbilişsel bilgisini güçlendiren öğretim materyalleri, öğretim yaklaşımları ve mesleki gelişim programları tasarlanabilir.

Kaynakça / Reference

- Arends, R. (2012). *Learning to teach, 9th edition*. New York: Mc-Graw Hill
- Artz, A. F., & Armour-Thomas, E. (1992). Development of a cognitive-metacognitive framework for protocol analysis of mathematical problem solving in small groups. *Cognition and instruction*, 9(2), 137-175. https://doi.org/10.1207/s1532690xci0902_3
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). *Content knowledge for teaching: What makes it special*. *Journal of teacher education*, 59(5), 389-407. <https://doi.org/10.1177/0022487108324>
- Baxter, J. A., & Lederman, N. G. (1999). *Assessment and measurement of pedagogical content knowledge*. In *Examining pedagogical content knowledge* (pp. 147-161). Springer, Dordrecht.
- Bozorgian, H., & Jafarzade, L. (2013). *Teachers' Metacognitive Knowledge and Education Programs in an Input-poor Environment*. In The 11 th TELLSI International Conference.
- Brown, A. L. (1980). Metacognitive development and reading. In R. J. Spiro, B. C. Bruce, & W. F. Brewer (Eds.), *Theoretical issues in reading comprehension* (pp. 453-481). Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates.
- Carpenter, T. P., & Fennema, E. (1991). Research and cognitively guided instruction. *Integrating research on teaching and learning mathematics*, 1-16.
- Creswell, J. W., & Poth, C. N. (2018). *Qualitative inquiry & research design: Choosing among five approaches* (4th ed.). Los Angeles, CA: Sage Publications.
- Denzin, N. K., & Lincoln, Y. S. (2018). *The Sage handbook of qualitative research* (5th ed.). Sage publications.
- Eldar, O., Eylon, B. S., & Ronen, M. (2012). A metacognitive teaching strategy for preservice teachers: Collaborative diagnosis of conceptual understanding in science. In *Metacognition in science education* (pp. 225-250). Springer, Dordrecht.
- Eldar, O., & Miedijensky, S. (2015). Designing a metacognitive approach to the professional development of experienced science teachers. In *Metacognition: Fundamentals, applications, and trends* (pp. 299-319). Springer, Cham.
- Erenkuş, M. & Şavaşkan, D. (2019). *Ortaokul ve imam hatip ortaokulu Matematik 5. sınıf ders kitabı*. Koza Yayın.
- Fennema, E., & Franke, M. L. (1992). Teachers' knowledge and its impact. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 147-164). Macmillan Publishing Co, Inc.
- Flavell, J. H. (1979). Metacognition and cognitive monitoring: A new area of cognitive-developmental inquiry. *American psychologist*, 34(10), 906.
- Fransman, J. S. (2014). *Mathematics teachers' metacognitive skills and mathematical language in the teaching-learning of trigonometric functions in township schools* (Doctoral dissertation). North- West University, South Africa.
- Georghiades, P. (2004). *From the general to the situated: Three decades of metacognition*. *International journal of science education*, 26(3), 365-383. <https://doi.org/10.1080/0950069032000119401>
- Hartman, H. J. (2001). Teaching metacognitively. In *Metacognition in learning and instruction* (pp. 149-172). Springer, Dordrecht.
- Hill, H., & Ball, D. L. (2009). The curious—and crucial—case of mathematical knowledge for teaching. *Phi Delta Kappan*, 91(2), 68-71. <https://doi.org/10.1177/003172170909100>
- Jacobs, J. E., & Paris, S. G. (1987). Children's metacognition about reading: Issues in definition, measurement, and instruction. *Educational psychologist*, 22(3-4), 255-278. <https://doi.org/10.1080/00461520.1987.9653052>
- Karadağ, Ö., & Tekercioğlu, H. (2019). *Türkçe ders kitaplarındaki bilişsel ve üstbilişsel işlevlere dair bir durum tespiti*. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 15(3), 628-646. <https://doi.org/10.17860/mersinefd.594240>
- Kaur, K., & Pumadevi, S. (2009). *Examples and conceptual understanding of equivalent fractions among primary school students*. In Third International Conference on Science and Mathematics Education (CoSMEd).

- Kieren, T. E. (1993). Rational and fractional numbers: From quotient fields to recursive understanding. In T.P. Carpenter, E. Fennema, & T. A. Romberg (Eds.), *Rational numbers: An integration of research* (pp.49-84). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Kohen, Z., & Kramarski, B. (2018). Promoting mathematics teachers' pedagogical metacognition: A theoretical-practical model and case study. In *Cognition, Metacognition, and Culture in STEM Education* (pp. 279-305). Springer, Cham.
- Lampert, M. (2001). *Teaching problems and the problems of teaching*. Yale University Press.
- Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: Understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], (2018). Matematik dersi öğretim programı (ilkokul ve ortaokul 1., 2., 3., 4., 5., 6., 7. ve 8. sınıflar). <http://mufredat.meb.gov.tr/Dosyalar/201813017165445-MATEMAT%C4%B0K%20%C3%96%C4%9ERET%C4%B0M%20PROGRAMI%202018v.pdf>
- Merriam, S. B., & Tisdell, E. J. (2016). *Qualitative Research: A Guide to Design and Implementation; Kindle Edition*. Retrieved from Amazon. com
- Mevarech, Z., & Kramarski, B. (2014). *Critical Maths for innovative societies: The role of metacognitive pedagogies, educational research and innovation*. Paris: OECD Publishing
- Miles, M. B., Huberman, A. M., & Saldaña, J. (2014). *Qualitative data analysis: A methods sourcebook* (3rd ed.). Sage publications.
- Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], (2018). Matematik dersi öğretim programı (ilkokul ve ortaokul 1., 2., 3., 4., 5., 6., 7. ve 8. sınıflar). <http://mufredat.meb.gov.tr/Dosyalar/201813017165445-MATEMAT%C4%B0K%20%C3%96%C4%9ERET%C4%B0M%20PROGRAMI%202018v.pdf>
- Park, S., & Oliver, J. S. (2008). Revisiting the conceptualisation of pedagogical content knowledge (PCK): PCK as a conceptual tool to understand teachers as professionals. *Research in science Education*, 38(3), 261-284. <https://doi.org/10.1007/s11165-007-9049-6> .
- Patton, M. Q. (2002). *Qualitative research & evaluation methods* (3rd ed.). Thousand Oaks, CA: Sage.
- Rowland, T., Turner, F., Thwaites, A., & Huckstep, P. (2009). Transformation: Using examples in mathematics teaching. *Developing Primary Mathematics Teaching: Reflecting on Practice with the Knowledge Quartet*, 67-100.
- Rowland, T. (2013). *The knowledge quartet: The genesis and application of a framework for analysing mathematics teaching and deepening teachers' mathematics knowledge*. *Sisyphus—Journal of Education*, 1(3), 154-43. <https://doi.org/10.25749/sis.3705>
- Sharma, P., & Mishra, N. (2017). *Meta cognitive environment: need of 21 st century*. *International Journal of Educational Science and Research (IJESR)* Vol. 7, Issue 2, Apr 2017, 93-100
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational researcher*, 15(2), 4-14.
- Schraw, G., & Moshman, D. (1995). Metacognitive theories. *Educational psychology review*, 7(4), 351-371.
- Schoenfeld, A. H. (2000). *Models of the teaching process*. *Journal of Mathematical Behavior*, 18, 243-261. [https://doi.org/10.1016/S0732-3123\(99\)00031-0](https://doi.org/10.1016/S0732-3123(99)00031-0)
- Wilson, N. S., & Bai, H. (2010). The relationships and impact of teachers' metacognitive knowledge and pedagogical understandings of metacognition. *Metacognition and Learning*, 5(3), 269-288.
- Yerdelen-Damar, S., Özdemir, Ö. F., & Cezmi, Ü. N. A. L. (2015). Pre-service physics teachers' metacognitive knowledge about their instructional practices. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 11(5), 1009-1026. DOI: 10.12973/eurasia.2015.1370a
- Zohar, A. (1999). Teachers' metacognitive knowledge and the instruction of higher order thinking. *Teaching and teacher Education*, 15(4), 413-429.

EXTENDED ABSTRACT

1. INTRODUCTION

Teaching is a multifaceted task in which the teacher needs to make domain-specific knowledge understandable to students (Ball, Thames, & Phelps, 2008). The necessary knowledge for teachers to perform these tasks has been defined by the concept of Pedagogical Content Knowledge (PCK) (Shulman, 1986). Studies examining teacher knowledge in mathematics education have described the teacher's knowledge and dimensions specific to mathematics instruction (e.g., Ball, et al., 2009; Rowland, 2013).

PCK is a type of knowledge that develops when a teacher engages in self-questioning about their knowledge, actions, outcomes (Baxter & Lederman, 1999). On the other hand, a teacher's practice of self-questioning about their own teaching is an indicator of their metacognitive awareness (Shulman, 1986). Metacognition is an individual's knowledge about their cognitive endeavors, encompassing their ability to notice, plan, monitor, and regulate these endeavors (Brown, 1980; Flavell, 1979). This concept consists of two components: metacognitive experience, which explains an individual's conscious cognitive experiences accompanying any cognitive endeavor, and metacognitive knowledge, which pertains to an individual's knowledge about their cognitive endeavors or general cognition (Schraw & Moshman, 1995).

The classroom environment, where teaching is essentially a problem-solving experience, is an environment in which teachers need to actively utilize their metacognitive knowledge (Artz & Armor-Thomas, 2001). However, many teachers are not aware of their metacognitive knowledge (Mevarech & Kramarski, 2014). Limited research that focuses on teachers' metacognitive knowledge highlights the importance of establishing a connection between this type of knowledge and PCK for effective teaching, emphasizing the significance of metacognitive knowledge in the development of PCK (Eldar et al., 2012; Fransman, 2014; Zohar, 1999). Additionally, these studies indicate that research has predominantly centered on teachers' metacognitive experiences while leaving the specificity of metacognitive knowledge structures in the field uncertain, thus underscoring the need for a detailed account of mathematics teachers' metacognitive knowledge (Wilson & Bai, 2010; Zohar, 1999).

This study aims to examine the metacognitive knowledge structures of a mathematics teacher. Within this scope, the metacognitive knowledge employed by a mathematics teacher during the instruction of equivalent fractions is identified within the frameworks of metacognition and PCK models. Three sub-problems have been delineated. The first sub-problem centers on the teacher's awareness of what they know about their instruction, the second sub-problem focuses on their awareness of how they conduct their instruction, and the third sub-problem concentrates on their awareness of the decisions and actions related to their teaching.

2. METHOD

This research employs a qualitative research method, using a case study design. The participant teacher was selected through purposeful sampling. The criteria for selecting the teacher included having a minimum of 10 years of professional experience, completing a master's degree, and showing a commitment to professional development. The data collection tools for the study consist of three semi-structured interviews, video recordings of classroom lectures spanning two class hours, and instructional materials used in classroom practices. The data obtained from observations and interviews were subjected to content analysis.

3. FINDINGS, DISCUSSION AND RESULTS

The findings were categorized into three main areas: *what the teacher knew, how she taught, and her knowledge regarding instructional decisions and actions*. The first category was defined in two subcategories: metacognitive knowledge of person and content. In the metacognitive knowledge of a person, observations

were made regarding the teacher's awareness of her own student experiences, teaching objectives, subject knowledge, awareness of students' errors, reasoning processes, and prior knowledge, as well as the teacher's awareness of her professional knowledge. The metacognitive knowledge of content included the teacher's awareness of teaching strategies, curriculum, examples, representations, models, and materials in the context of teaching equivalent fractions. In this context, the metacognitive knowledge concerning "what the teacher knew" exhibited similarities to the declarative knowledge described by Jacobs and Paris (1987). Additionally, this metacognitive knowledge dimension encompasses the types of knowledge described in the Foundation dimension of Rowland's (2013) Knowledge Quartet Model. This type of knowledge forms the foundation for how teachers teach and justify their instructional decisions and actions from a metacognitive perspective.

The second category, which pertains to how a teacher conducted their teaching, was defined by their knowledge of content definition strategies, example selection, representation choices, sequencing strategies, teaching method selection, and connection strategies. This type of knowledge, also known in metacognitive literature as procedural knowledge (Jacobs & Paris, 1987), is related to the knowledge within the dimensions of Connection and Transformation in Rowland's (2013) model. The teacher's knowledge and awareness regarding "how they taught" play an essential role in enriching teaching practice and enhancing student learning.

The third category, which relates to the teacher's knowledge about the reasons for and timing of the decisions made during their teaching, is a type of knowledge that emerges in challenging and unexpected classroom situations. It encompasses what the teacher knows about the decisions they make concerning instruction, students, and conditions, including the reasons behind these decisions, their timing, and their effectiveness, forming a strategy repertoire. This type of knowledge, known in metacognitive literature as conditional knowledge (Jacobs & Paris, 1987), is associated with the knowledge of unexpected situations that include components such as deviating from the agenda and capitalizing on opportunities in Rowland's (2013) model. This type of knowledge can assist teachers in being flexible and adjusting their instruction according to the immediate needs of students in unexpected situations that may arise during the teaching process.

In conclusion, it is evident in this study that the metacognitive knowledge described is associated with the dimensions of teacher knowledge outlined in PCK models. However, it should also be acknowledged that not all of a teacher's knowledge related to mathematics instruction is necessarily metacognitive. For instance, a teacher may have knowledge about student difficulties or misconceptions; however, if they haven't engaged in reflective thinking about the sources, consequences, and preventability of these misconceptions, this knowledge may not have reached a metacognitive level. Future research could explore how metacognitive knowledge can be more effectively integrated into the design of teacher education programs and in the professional development of teachers.

ARAŞTIRMANIN ETİK İZİNİ

Yapılan bu çalışmada “Yükseköğretim Kurumları Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesi” kapsamında uyulması belirtilen tüm kurallara uyulmuştur. Yönergenin ikinci bölümü olan “Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiğine Aykırı Eylemler” başlığı altında belirtilen eylemlerden hiçbiri gerçekleştirilmemiştir.

Etik kurul izin bilgileri

Etik değerlendirmeyi yapan kurul adı: Hacettepe Üniversitesi Senatosu Etik Komisyonu

Etik değerlendirme kararının tarihi: 14 Aralık 2021

Etik değerlendirme belgesi sayı numarası: E-51944218-300-00001898524

ARAŞTIRMACILARIN KATKI ORANI

Gerçekleştirilen bu çalışmada 1. yazarın araştırmaya katkı oranı %60, 2. yazarın araştırmaya katkı oranı %40'dır. Araştırmacılar aşağıda belirtilen çalışma aşamalarında katkı sağlamıştır;

Yazar 1: Araştırmanın tasarlanması, veri analizi, raporlaştırma.

Yazar 2: Yöntemin belirlenmesi, danışmanlık, geçerlik ve güvenirlik çalışmaları.

DESTEK ve TEŞEKKÜR BEYANI

Gerçekleştirilen bu çalışma Hacettepe Üniversitesinde yürütülen doktora tez çalışmasından üretilmiştir.

ÇATIŞMA BEYANI

Gerçekleştirilen bu çalışma Hacettepe Üniversitesinde yürütülen doktora tez çalışmasından üretilmiştir.