



Robot Kolları İçin Doğrusal Olmayan Kayan Kipli Denetimin Çatırdama Olgusu Tabanlı Analizi ve Gerçek Zamanlı Uygulaması

Bayram Melih YILMAZ^{1*}

Şükrü ÜNVER²

Enver TATLICIOĞLU²

Musa ALCI²

¹Sivas Bilim ve Teknoloji Üniversitesi, Mühendislik ve Doğa Bilimleri Fakültesi, Bilgisayar Mühendisliği Bölümü, 58100, Sivas

²Ege Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü, 35100, İzmir

*Sorumlu yazar (Corresponding author): melih@sivas.edu.tr

Geliş Tarihi (Received): 03.07.2023

Kabul Tarihi (Accepted): 28.07.2023

ÖZET

Bu çalışmada kayan kipli denetleyicilerin sürekli, parçalı-sürekli ve süreksiz sürümlerinin kararlık analizleri yapılmış, benzetim ortamında gerçekleştirilmiş ve sonrasında deneysel olarak test edilerek başarımları analiz edilmiştir. Bir çeşit gürbüz denetim tekniği olan kayan kipli denetim yönteminin Lyapunov tabanlı analizi sonucunda zaman arttıkça hatanın orijine gideceği garanti edilmektedir. Fakat kayan kipli denetimin yapısında kullanılan işaret işlevinin oluşturduğu yüksek frekanslı anahtarlama etkileri nedeniyle gerçek zamanlı çalışmalarda bu denetim yapısının tercih edilmemesine neden olan çatırdama problemi ortaya çıkmaktadır. Süreksiz bir işlev olan işaret işlevi yerine gerçek uygulamalarda parçalı-sürekli olan doyum ve sürekli olan tanjant hiperbolik işlevleri kullanılmaktadır. Lyapunov yöntemi ile kararlılık analizleri yapılan bu denetleyicilerin, kararlılık durumları arasındaki farklılıklar incelenmiştir. Deneysel çalışma üç serbestlik dereceli, rijit eklemli robot kolu kullanılarak, benzetim çalışmaları ise bu robot kolunun dinamik modeli kullanılarak gerçekleştirilmiş ve sonuçları analiz edilmiştir. Ek olarak eklem hız ve pozisyon ölçümlerine eklenen ölçüm gürültüsünün denetim performansına ve çatırdama miktarına etkisi analiz edilmiştir. Elde edilen sonuçlar göstermektedir ki işaret işlevi yerine kullanılan parçalı-sürekli ve sürekli işlevler çatırdama problemini ortadan kaldırmaktadır. Fakat bu durumda hata işaretinin ancak orijinin komşuluğunda, sınırları denetim kazançları ile ayarlanabilen bir zarfın içerisinde kalacağı garanti edilebilmektedir.

Anahtar kelimeler: Doğrusal olmayan ve belirsiz mekanik sistemler, kayan kipli denetim, çatırdama olgusu.

Chattering Phenomena Based Analysis and Real-Time Application of Nonlinear Sliding Mode Control for Robot Manipulators

ABSTRACT

In this study, stability analysis of continuous, piece-wise continuous and discontinuous versions of sliding mode controllers were performed, implemented in a simulation environment, and then their performance were analyzed by experimental applications. As a result of Lyapunov-based analysis of the sliding mode control method, which is a kind of robust control technique, it is guaranteed that the error will die out asymptotically. However, due to the high frequency switching effects created by the signum function used in the structure of the sliding mode control, the chattering problem arises, which causes this control structure to be not preferred in real-time studies. Instead of the discontinuous signum function, in real applications, piece-wise continuous saturation and continuous tangent hyperbolic functions are used. The differences between the stability types of these controllers, whose stability analyzes were made with the Lyapunov method, were examined. Experimental study was carried out by using three degrees of freedom, rigid robot manipulator, and simulation studies were carried out using the dynamical model of this robot manipulator and the results were analyzed. In addition, the effect of measurement noise added to the position and velocity measurements of the joints on the control performance and the amount of chattering was analyzed. The obtained results show that the piece-wise continuous and continuous functions used instead of the signum function eliminate the problem of chattering. However, in this case, it can be only guaranteed that the error sign will uniformly ultimate bounded.

Keywords: Nonlinear and uncertain mechanical systems, sliding mode control, chattering phenomena.

GİRİŞ

Robot teknolojileri hızla gelişmekte ve bu teknolojilere olan bağımlılık giderek artmaktadır. Robot kollarının pozisyon denetimi robotik alanında yapılan çalışmaların odak noktası olmaktadır (Mayetin and Küçük, 2022). Robot kollarının yörünge izleme probleminde temel amaç kapalı döngü hata sisteminin kararlılığını garanti altına alırken referans yörünge takip hatalarını en aza indirmektir (Lewis, Dawson and Abdallah, 2003).

Gülbüz denetleyiciler model bilinmezliklerine ve bozucu etkilere karşı tercih edilen dayanıklı denetim yapılarıdır (Slotine and Li, 1991). Kayan kipli denetimin bozucu etkilere ve model parametre değişimlerine karşı gülbüz bir denetim tekniği olması en çok ön plana çıkan özelliğidir (Utkin, 1992). Kayan kipli denetim, mekanik sistemlerde (Özkan, 2017), rastsal sistemlerde (Wu *et al.*, 2017), zamanla değişen sistemlerde (Song, Niu and Zou, 2018), zaman gecikmeli sistemlerde (Xia *et al.*, 2018), anahtarlamalı sistemlerde (Su *et al.*, 2018), ve doğrusal olmayan sistemlerde (Ding, Mei and Li, 2019) yaygın olarak kullanılmaktadır.

Kayan kipli denetimin gerçek sistem uygulamalarında sonlu frekans ve genliğe sahip çatırdama olarak bilinen salınımlar meydana gelmektedir (Khalil, 2002). Çatırdama hareketli parçalarda aşınmaya, güç devrelerinde ısı kayıplarına yol açan ve denetimi zorlaştıran dikkate alınması gereken bir olgudur (Utkin and Lee, 2006). Çatırdama miktarı arttıkça iyi bir verimlilik elde edebilmek için harcanılması gereken enerji miktarı da artar (Castillo-García, Muñoz Hernandez and García Gil, 2017). Çatırdama probleminin çözümüne yönelik olarak parçalı-sürekli ve sürekli kayan kipli denetim yapıları kullanılabilir (Kalaycı and Yiğit, 2015). Fakat bu durum, gerçek sistem açısından çeşitli avantaj ve dezavantajları meydana getirmektedir.

Bu çalışmada kayan kipli denetim, parçalı-sürekli kayan kipli denetim ve sürekli kayan kipli denetim yapılarının kararlılık durumları ve çatırdama problemi Lyapunov tabanlı olarak ele alınmıştır. Ölçümlerden kaynaklanan gürültülerin çatırdama miktarını artırabileceği fikrinden hareketle çalışmada tasarlanan denetleyicilerin performansı ve çatırdama miktarları gürültünün etkileri ele alınarak analiz edilmiştir. Kayan kipli denetleyici yapılarının performansları toplam hata, toplam denetim eforları ve çatırdama miktarları açısından karşılaştırılmıştır. Kayan kipli denetleyici yapıları doğrusal olmayan, rijit eklemli ve düzlemsel robot kolu modeline uygulanarak benzetim çalışması yapılmış ve sonuçları incelenmiştir. Benzetim çalışmaları yapılan denetleyicilerin rijit eklemli ve düzlemsel robot kolu (Sahin *et al.*, 2017) üzerinde gerçek zamanlı uygulamaları da gerçekleştirilmiş ve elde edilen sonuçlar analiz edilmiştir.

TEORİK YÖNTEM

Robot modeli

Dönel eklemli, n serbestlik dereceli, doğrudan tahrikli bir robot kolu matematiksel olarak aşağıdaki gibi modellenenir (Lewis, Dawson and Abdallah, 1993)

$$M(q)\ddot{q} + V_m(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + F_d\dot{q} = \tau \quad (1)$$

burada $q(t), \dot{q}(t), \ddot{q}(t) \in \mathbb{R}^n$ sırasıyla, eklem pozisyonlarını, hızlarını ve ivmelerini, $M(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ artı tanımlı ve simetrik eylemsizlik matrisini, $V_m(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ merkezci koryolis matrisini, $G(q) \in \mathbb{R}^n$ yerçekimi vektörünü, $F_d \in \mathbb{R}^{n \times n}$ sabit, köşegen ve artı tanımlı viskoz sürtünme matrisini ve $\tau(t) \in \mathbb{R}^n$ tork giriş vektörünü göstermektedir. Sonraki aşamalar için Eşitlik.1'deki ifadenin sol tarafının birinci dereceden türevlenebilir olduğu varsayılmaktadır. Eşitlik.1'de sunulan robot dinamik modeli takip eden aşamalarda denetim sistemi geliştirilmesinde ve kararlılık analizlerinde kullanılacak olan aşağıdaki özellikleri sağlar.

Özellik 1: Eylemsizlik matrisi, alttan ve üstten aşağıdaki eşitsizlikler yardımıyla sınırlandırılabilir (Lewis, Dawson and Abdallah, 1993)

$$m_1 \|\xi\|^2 \leq \xi^T M \xi \leq m_2 \|\xi\|^2 \quad \forall \xi \in \mathbb{R}^n \quad (2)$$

burada m_1 ve m_2 artı sabitleri göstermektedir.

Özellik 2: Eylemsizlik ve merkezci koryolis matrisleri aşağıdaki ters simetrik ilişkiyi sağlarlar (Tomei, 1991)

$$\xi^T \left(\frac{1}{2} \dot{M}(q) - V_m(q, \dot{q}) \right) \xi = 0 \quad \forall \xi \in \mathbb{R}^n \quad (3)$$

burada $\dot{M}(q)$ eylemsizlik matrisinin zamana göre türevini göstermektedir.

Özellik 3: Merkezci koryolis matrisi aşağıdaki ilişkiyi sağlamaktadır (Nicosia and Tomei, 1990)

$$V_m(q, v)\xi = V_m(q, \xi)v \quad \forall \xi, v \in \mathbb{R}^n. \quad (4)$$

Özellik 4: Merkezci koryolis ve viskoz sürtünme matrislerinin normları aşağıdaki gibi üstten sınırlandırılabilir (Lewis, Dawson and Abdallah, 1993)

$$\begin{aligned} \|V_m(q, \xi)\| &\leq \zeta_{c1} \|\xi\|, \\ \|F_d\| &\leq \zeta_f \quad \forall \xi \in \mathbb{R}^n \end{aligned} \quad (5)$$

burada ζ_{c1} ve ζ_f artı sabitlerdir.

Hata sisteminin oluşturulması

Denetim hedefi, Eşitlik.1’de dinamik modeli sunulan robot kolunun eklem pozisyonlarının belirsizliklere karşı gürbüz olacak şekilde referans pozisyonları takip etmesidir. Eklem pozisyonlarının takip hatası $e(t) \in \mathbb{R}^n$ aşağıdaki şekilde tanımlanmaktadır

$$e \triangleq q_d - q \quad (7)$$

burada $q_d(t) \in \mathbb{R}^n$ referans eklem pozisyonlarını göstermektedir. Analizin kalan kısmında sunum kolaylığı açısından $r(t) \in \mathbb{R}^n$ ile gösterilen süzgeçlenmiş hata işareti aşağıdaki şekilde tanımlanabilir

$$r \triangleq \dot{e} + \alpha e \quad (8)$$

burada $\alpha \in \mathbb{R}^{n \times n}$ sabit, artı tanımlı ve köşegensel denetim kazanç matrisidir. Eşitlik.8’in türevi alınıp, eylemsizlik matrisiyle çarpılması sonucunda açık döngü hata sistemini aşağıdaki gibi yazılabilir

$$M\dot{r} = -V_m r + f - \tau \quad (9)$$

üstte kullanılan $f(q, \dot{q}, e, \dot{e}, \ddot{q}_d) \in \mathbb{R}^n$ alttaki yapıda tanımlanabilir ve

$$f \triangleq M(q)(\ddot{q}_d + \alpha e) + V_m(q, \dot{q})(\ddot{q}_d + \alpha e) + G(q) + F_d \dot{q} \quad (10)$$

bu işlevin artı tanımlı, bilinen ve sınırlı bir ρ fonksiyonu ile sınırlı olduğu varsayılmaktadır.

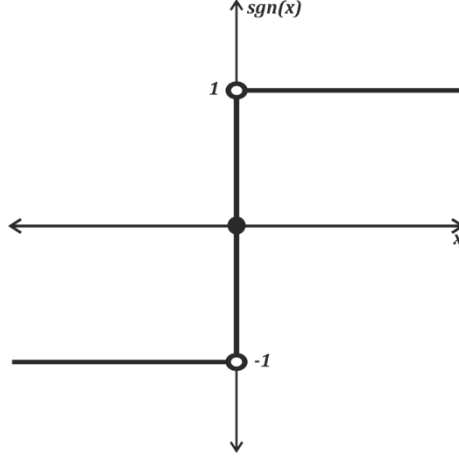
Kayan kipli denetim sistemi tasarımı ve kararlılık analizi

Bilimsel yazında kayan kipli denetimin farklı sürümleri yer almaktadır. Bu çalışmada, Eşitlik.9’da verilen açık döngü hata sisteminin ışığında tork giriş vektörü

$$\tau = K_r r + \rho \text{Sgn}(r) \quad (11)$$

yapısında tasarlanmış olup burada, $K_r \in \mathbb{R}^{n \times n}$ artı tanımlı denetleyici kazanç matrisini, $\rho > \|f\| \in \mathbb{R}$ denetleyici kazancını ve $\text{Sgn}(r) = [\text{sgn}(r_1) \ \cdots \ \text{sgn}(r_n)]^T$ vektörel işaret işlevini göstermektedir. İşaret işlevinin grafiği Şekil.1’de sunulmuştur. Tasarlanan tork ifadesi açık döngü hata sisteminde yerine yazılarak kapalı döngü hata sistemi aşağıdaki gibi elde edilmiştir

$$M\dot{r} = -V_m r - K_r r + f - \rho \text{Sgn}(r). \quad (12)$$



Şekil 1. İşaret işlevi (Signum function)

Eşitlik.12’de verilen kapalı döngü sistemin kararlılığını analiz etmek için artı tanımlı Lyapunov aday işlevi alttaki yapıda tanımlanabilir

$$V \triangleq \frac{1}{2} r^T M r \quad (13)$$

Eşitlik.13’te verilen ifade alttan ve üstten aşağıdaki şekilde sınırlandırılabilir

$$\frac{1}{2} \min\{1, m_1\} \|r\|^2 \leq V \leq \frac{1}{2} \max\{1, m_2\} \|r\|^2. \quad (14)$$

Eşitlik.13’te önerilen Lyapunov işlevinin zamana göre türevi aşağıdaki gibi elde edilebilir

$$\dot{V} = \frac{1}{2} r^T \dot{M} r + r^T M \dot{r} = \frac{1}{2} r^T \dot{M} r + r^T (-V_m r - K_r r + f - \rho \operatorname{sgn}(r)). \quad (15)$$

Üstte $r^T f \leq \|r\|_1 \|f\|$ şeklinde üstten sınırlandırılabilir olup $\|\cdot\|_1$ ifadesi vektörün 1 normunu göstermektedir. Eşitlik.15, Özellik 2’den yararlanılarak aşağıdaki şekilde yeniden yazılabilir

$$\dot{V} \leq -\lambda_{\min}(K_r) \|r\|^2 + \|r\|_1 \|f\| - \rho \|r\|_1 \quad (16)$$

burada $\lambda_{\min}(K_r)$, K_r ’nin en küçük özdeğerini göstermektedir. $\rho > \|f\|$ olduğuna göre üstteki ifade alttaki şekilde yeniden yazılabilir

$$\dot{V} \leq -\lambda_{\min}(K_r) \|r\|^2. \quad (17)$$

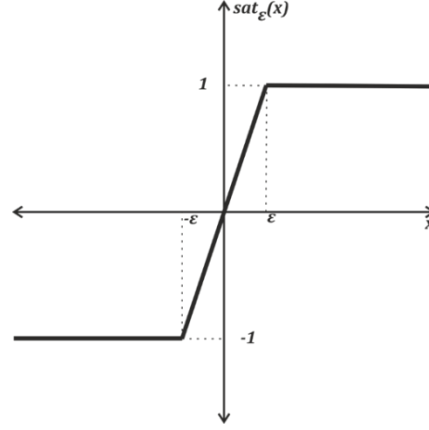
Eşitlik.17’de sunulan \dot{V} ifadesi eksi tanımlıdır. Eşitlik.13, 14 ve 17 ışığında zaman arttıkça $\|e(t)\|$ ve $\|r(t)\|$ sifira sürülür diğer bir ifadeyle $t \rightarrow \infty$ iken $e(t) \rightarrow 0$ ve dolayısıyla eklem pozisyonlarının istenen yörüngeyi takip edeceği garanti edilmektedir.

Parçalı – sürekli kayan kipli denetim sistemi tasarımı ve kararlılık analizi

Çatırdama problemini ortadan kaldırmak amacıyla süreksiz bir işlev olan işaret işlevi yerine Şekil 2’de grafiği verilen ve parçalı-sürekli bir işlev olan doyum işlevinin kullanılması durumunda Eşitlik.11’deki denetleyici güncellenerek aşağıdaki gibi tasarlanabilir

$$\tau = K_r r + \rho \text{Sat}_\varepsilon(r) \quad (18)$$

burada $\text{Sat}_\varepsilon(r) = [\text{sat}_\varepsilon(r_1) \ \cdots \ \text{sat}_\varepsilon(r_n)]^T$ vektörel doyum işlevi olup $0 < \varepsilon \ll 1 \in \mathbb{R}$ doyum işlevinin açıklığını ifade etmektedir.



Şekil 2. Doyum işlevi

Doyum işlevi, takip hatasının elemanlarının büyüklüğü ε ifadesinden büyük olduğunda işaret işlevi davranışı göstermektedir. Dolayısıyla bu durumda hata işareti ε zarfına girene kadar üstel hızla azalacaktır. Ancak hatanın büyüklüğü ε 'dan daha küçük bir değere ulaştığında, aynı Lyapunov aday işlevi kullanılarak yukarıda yapılanlara (Eşitlik.13 – 20) benzer adımların takip edilmesi ile aşağıdaki eşitsizlik elde edilir

$$\dot{V} \leq -\lambda_{\min}(K_r) \|r\|^2 + \frac{\varepsilon}{4}. \quad (19)$$

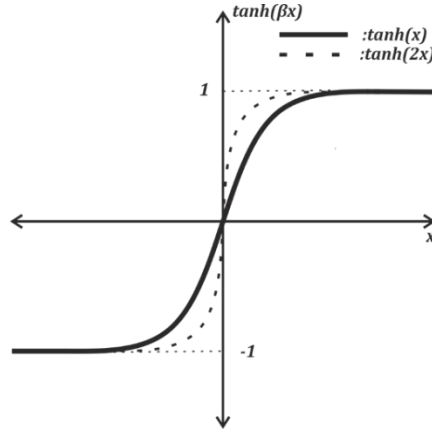
Eşitsizlik (19)'daki sonuca göre zaman ilerledikçe eklem pozisyonlarının yörünge takip hatası orijinin komşuluğunda, sınırları ε ile ayarlanabilen bir zarfın içerisinde kalacaktır.

Sürekli kayan kipli denetim sistemi tasarımı ve kararlılık analizi

Yine çatırdama olgusu ile ilintili problemlerden kurtulmak amacıyla Şekil 3’te görülen ve sürekli bir işlev olan tanjant hiperbolik işlevinin kullanılması ile Eşitlik.11’deki denetleyici güncellenerek Eşitlik.20 aşağıdaki gibi tasarlanabilir.

$$\tau = K_r r + \rho \text{Tanh}(\beta r) \quad (20)$$

Burada $\text{Tanh}(\beta r) = [\tanh(\beta r_1) \ \cdots \ \tanh(\beta r_n)]^T$ vektörel tanjant hiperbolik işlevi olup $\beta \geq 1 \in \mathbb{R}$ skaler denetleyici kazancını ifade etmektedir.



Şekil 3. $\beta = 1$ ve $\beta = 2$ için tanjant hiperbolik işlevleri

Tanjant hiperbolik işlevi kullanıldığında, aynı Lyapunov aday işlevi kullanılarak yukarıda yapılanlara (Eşitlik.13 – 20) benzer adımların takip edilmesi ile aşağıdaki eşitsizlik elde edilir

$$\dot{V} \leq -\lambda_{\min}(K_r)\|r\|^2 + \rho\|r\| - \rho r^T \text{Tanh}(\beta r). \quad (21)$$

Eşitsizlik (21)'deki sonuca göre zaman arttıkça eklem pozisyonlarının yörünge takip hatası orijinin komşuluğunda ve sınırları denetleyici kazançları ile ayarlanabilen bir zarfın içerisinde kalacaktır (Dasdemir and Zergeroglu, 2015).

BULGULAR VE TARTIŞMA

Benzetim çalışmalarının sonuçları

Sayısal benzetimler rijit ve düzlemsel robot kollarının dinamik modeli üzerinde gerçekleştirilmiştir. Dinamik model iki serbestlik dereceli olarak ($n = 2$) ele alınmıştır. Eşitlik.1'de verilen robot kolunun dinamik modeli aşağıdaki terimler ile kullanılmış olup

$$M = \begin{bmatrix} p_1 + 2p_3c_2 & p_2 + p_3c_2 \\ p_2 + p_3c_2 & p_2 \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$V_m = \begin{bmatrix} -p_3s_2\dot{q}_2 & -p_3s_2(\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \\ -p_3s_2\dot{q}_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$G = \begin{bmatrix} p_4c_1 + p_5c_{12} \\ p_5c_{12} \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$F_d = \begin{bmatrix} p_6 & 0 \\ 0 & p_7 \end{bmatrix} \quad (25)$$

burada $s_2 = \sin(q_2)$, $c_2 = \cos(q_2)$, $c_{12} = \cos(q_1 + q_2)$, $p_1 = 3.473$, $p_2 = 0.193$, $p_3 = 0.242$, $p_4 = 12.936$, $p_5 = 3.528$, $p_6 = 5.3$, $p_7 = 1.1$ olarak alınmıştır. Sayısal benzetim çalışmaları gerçekleştirilirken Eşitlik.1'de verilen dinamik model sadece robot kolunun hareketlerinin benzetimi amacıyla kullanılmıştır ve giriş torkunun bir parçası olarak

kullanılmamıştır. Takip edilmesi istenilen eklem pozisyonlarının vektörü alttaki gibi seçilmiştir.

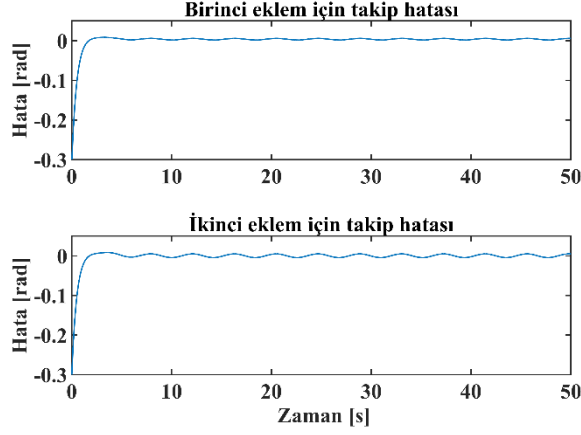
$$q_d = \begin{bmatrix} 0.3 \sin(1,5t) \\ 0.5\pi + 0.3 \sin(1,5t) \end{bmatrix} [rad]. \quad (26)$$

Çalışma kapsamında denetleyicilerin performansını değerlendirmek amacıyla toplam hata ve toplam kontrol eforu bilgilerine ek olarak toplam tork değişimi bilgisi de kullanılmıştır (Skogestad, 2004). Eşitlik.27’de tanımlanan şekliyle toplam tork değişimi τ_{TV} denetim sinyalinin pürüzsüzlüğünü ifade etmektedir. Diğer bir ifadeyle τ_{TV} büyüklüğünün azalması çätirdama miktarının azaldığını göstermektedir.

$$\tau_{TV} = \sum_{t=0}^{\infty} |\tau(t+T) - \tau(t)| \quad (27)$$

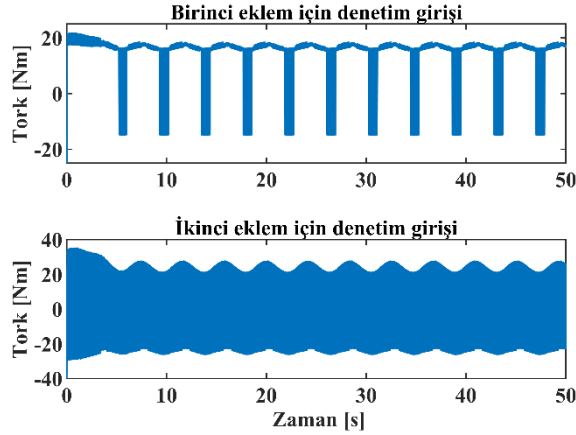
burada T adım aralığını göstermektedir ve hem benzetim çalışmasında hem de gerçek zamanlı çalışmada $T = 1ms$ olarak kullanılmıştır.

Robot kolunun başlangıçta hareketsiz durumdaki konumu $q(0) = [0.3 \ 0.3]^T rad$ olarak alınmıştır. Çalışmamız kapsamında farklı kayan kipli denetleyici yapılarının benzetim ortamında ve deneysel olarak çätirdama olgusu açısından karşılaştırılması amaçlanmış olup bu doğrultuda kazançlar hem tüm benzetim çalışmaları hem de tüm deneysel çalışmalar için $K_r = 200$, $\alpha = 2$, $\rho = 15$, $\varepsilon = 0,3$ ve $\beta = 2$ olarak seçilmiştir. Genliği $\pm 0,03$ arasında değişen rassal ölçüm gürültüsü hem eklem pozisyonlarına hem eklem hızlarına eklenmiştir. Benzetim sonuçları Şekiller 4-9’da sunulmuştur. Şekiller 4 ve 5 işaret işlevi kullanılarak elde edilen benzetim sonuçlarını, Şekiller 6 ve 7 doyum işlevi kullanılarak elde edilen benzetim sonuçlarını, Şekiller 8 ve 9 tanjant hiperbolik işlevinin uygulanması sonucunda elde edilen benzetim sonuçlarını göstermektedir. Şekiller 4, 6 ve 8’de her işlev için eklem pozisyonlarının takip hataları sunulmuştur. Her işlev için tork girişleri Şekiller 5, 7 ve 9’da sunulmuştur. Son olarak her işlev için elde edilen toplam tork, toplam tork değişimi ve toplam hata değerleri Çizelge 1’de sunulmuştur.



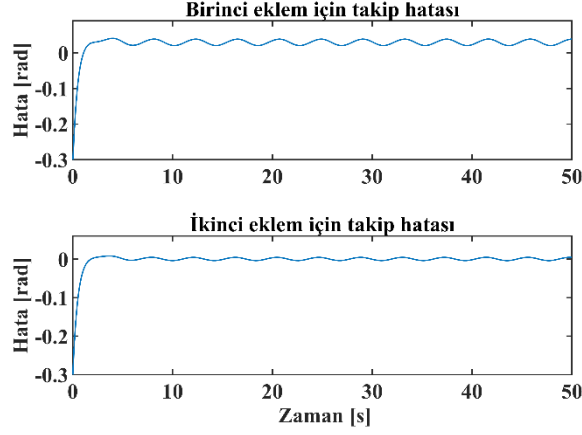
Şekil 4. Kayan kipli denetleyicinin uygulanması durumunda eklemlerin pozisyon takip hataları

Şekil 4’te kayan kipli denetim yapısının Eşitlik.1’deki robot modeline uygulanması sonucunda her iki ekleme ait hata değerleri radyan cinsinden paylaşılmıştır. Elde edilen sonuca göre, kararlılık analiziyle paralel şekilde eklem pozisyon hatalarının zaman ilerledikçe orijine denetleyici kazançları ile ayarlanabilen bir hızla yakınsadıkları görülmektedir.



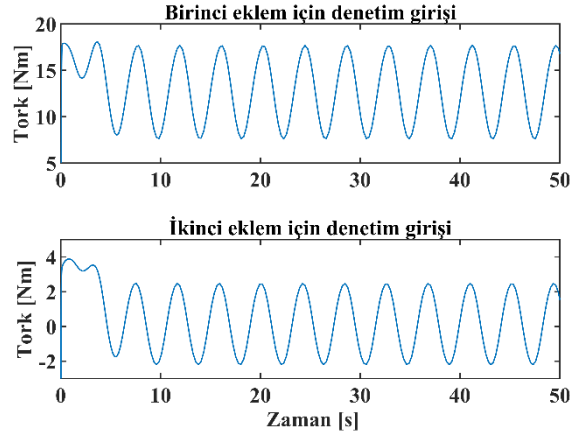
Şekil 5. Kayan kipli denetleyicinin uygulanması durumunda eklemlerin tork giriş değerleri

Şekil 5’te kayan kipli denetim yapısının Eşitlik.1’deki robot modeline uygulanması sonucunda her iki ekleme ait tork girişleri Nm cinsinden sunulmuştur. Burada çatırdama olgusunun etkisi net bir şekilde görülebilmektedir. Kayan kipli denetim yöntemi robot kolunun eklemlerine uygulanan tork girişinin artı ve eksi değerler arasında çok hızlı bir şekilde geçiş yapmasını gerektirmektedir. Bu geçişler gerçek zamanlı ve mekanik bileşenler içeren sistemlerde istenmeyen titreşim, aşınma ve ısı kaybına neden olacaktır. Bu istenmeyen etkiler zamanla mekanik bileşenlerin bozulmasına ve ömürlerinin kısa olmasına neden olacaktır.



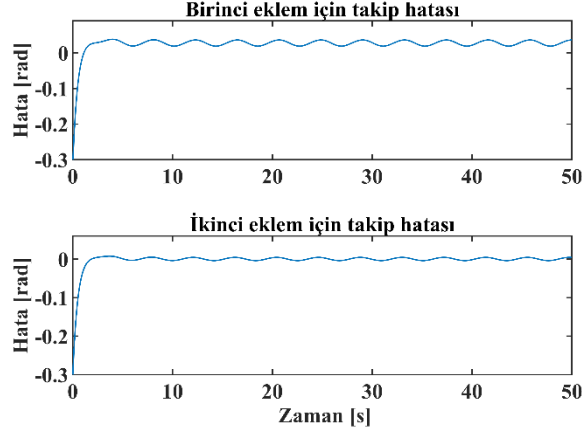
Şekil 6. Parçalı-sürekli kayan kipli denetleyicinin uygulanması durumunda eklemlerin pozisyon takip hataları

Şekil 6’da doyum işlevinin kullanıldığı parçalı-sürekli kayan kipli denetim yapısının Eşitlik.1’deki robot modeline uygulanması sonucunda her iki ekleme ait hata değerleri radyan cinsinden sunulmuştur. Elde edilen sonuca göre, kararlılık analiziyle paralel şekilde eklem pozisyon hatalarının küçük ve sınırlı bir zarfın içerisinde kaldığı görülmektedir.



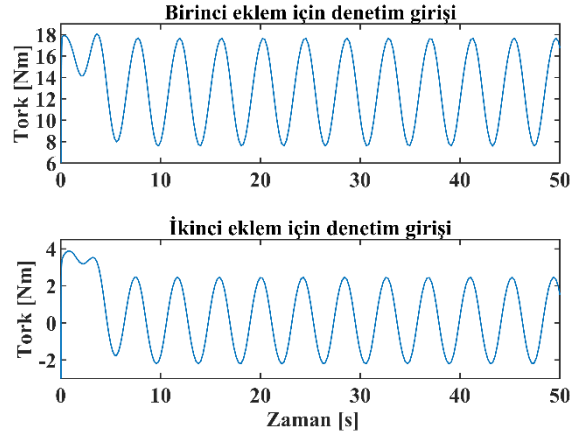
Şekil 7. Parçalı-sürekli kayan kipli denetleyicinin uygulanması durumunda eklemlerin tork giriş değerleri

Şekil 7’de doyum işlevinin kullanıldığı parçalı-sürekli kayan kipli denetim yapısının Eşitlik.1’deki robot modeline uygulanması sonucunda her iki ekleme ait tork girişleri Nm cinsinden verilmiştir. Şekil 7’den kayan kipli denetime göre çadırda olgusunun etkisinin ortadan kalktığı net bir şekilde gözlemlenmektedir. Doyum işlevinin kullanıldığı parçalı-sürekli kayan kipli denetim yönteminde eklemlere uygulanan tork işaretlerindeki artı ve eksi işaretler arasındaki geçişler arasındaki süre daha uzun ve daha yumuşak olduğundan gerçek zamanlı çalışmalarda da mekanik bileşenlerin bu geçişlere cevap verebileceği öngörülmektedir.



Şekil 8. Sürekli kayan kipli denetleyicinin uygulanması durumunda eklemlerin pozisyon takip hataları

Şekil 8’de tanjant hiperbolik işlevinin kullanıldığı sürekli kayan kipli denetim yapısının Eşitlik.1’deki robot modeline uygulanması sonucunda her iki ekleme ait hata değerleri radyan cinsinden paylaşılmıştır. Elde edilen sonuca göre, kararlılık analiziyle paralel şekilde eklem pozisyon hatalarının küçük ve sınırlı bir zarfın içerisinde kaldığı gözlemlenebilir.



Şekil 9. Sürekli kayan kipli denetleyicinin uygulanması durumunda eklemlerin tork giriş değerleri

Şekil 9’da tanjant hiperbolik işlevinin kullanıldığı sürekli kayan kipli denetim yapısının Eşitlik.1’deki robot modeline uygulanması sonucunda her iki ekleme ait tork girişleri Nm cinsinden sunulmuştur. Burada da doyum işlevinin kullanıldığı parçalı-sürekli kayan kipli denetim yapısında elde edilen sonuçlara benzer şekilde çatırdama probleminin ortadan kalktığı ve gerçek zamanlı ve mekanik bileşenler içeren çalışmalarda uygulanabilir denetim işaretleri elde edildiği görülmektedir.

Çizelge 1. Benzetim çalışmasının sonuçlarına göre kayan kipli denetim, parçalı-sürekli kayan kipli denetim ve sürekli kayan kipli denetim yapılarının toplam hata, toplam tork ve toplam tork değişimi değerleri.

İşlev	Gürültüsüz			Gürültülü		
	$\int e(\vartheta) ^2 d\vartheta$	$\int \tau(\vartheta) ^2 d\vartheta$	τ_{TV}	$\int e(\vartheta) ^2 d\vartheta$	$\int \tau(\vartheta) ^2 d\vartheta$	τ_{TV}
İşaret	0,04532	$6,527 \cdot 10^4$	$1,575 \cdot 10^5$	0,05493	$6,543 \cdot 10^4$	$1,7457 \cdot 10^5$
Doyum	0,08743	9486	390,4389	0,09698	9918	$7,6366 \cdot 10^3$
Tanjant Hiperbolik	0,08189	9472	387,7901	0,09143	9936	$8,144 \cdot 10^3$

Çizelge 1’de benzetim çalışmasının sonuçlarına göre hem parçalı-sürekli hem de sürekli kayan kipli denetim yapılarının kayan kipli denetim yapısına göre robot kollarının denetiminde toplam hatayı artırırken toplam denetim eforunu ve çatırdama miktarını (τ_{TV}) önemli ölçüde azalttıkları gözlemlenmektedir. Ölçüm gürültüsünün toplam hata ve toplam denetim eforuna etkisi göz ardı edilebilir seviyedeysen çatırdama miktarına (τ_{TV}) etkisinin yüksek olduğu görülmektedir.

Süreksiz kayan kipli denetim yapısında toplam hata miktarı diğer denetim yapılarına kıyasla daha fazla artmasına rağmen toplam denetim eforu ve çatırdama miktarı diğer denetim yapılarına göre daha az artmıştır. Bu sonuçta göstermektedir ki mekanik bileşeni olan sistemler için süreksiz kayan kipli denetim yapısının kullanılması durumunda çatırdama miktarı diğer denetim yapılarına göre oldukça fazla olduğundan kullanılması uygun olmayabilir. Mekanik bileşeni olmayan sistemler için ise hem toplam hata miktarının daha az olmasından hem de gürültüye karşı daha dayanıklı olmasından dolayı süreksiz kayan kipli denetim yapısının kullanılması uygun olabilir.

Gerçek zamanlı uygulama sonuçları

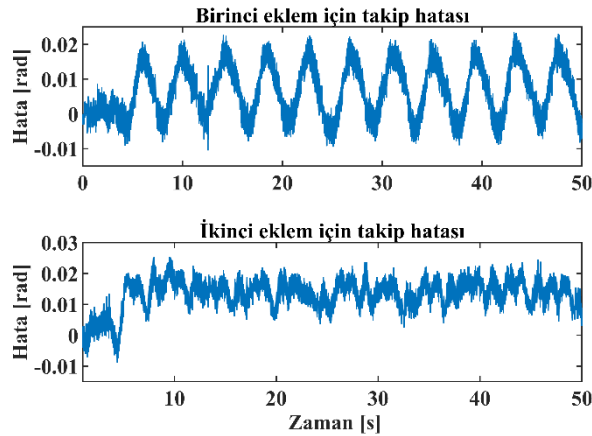
DeneySEL çalışmalar, Şekil 10’da gösterilen, 3 serbestlik dereceli, rijit eklemli ve düzlemsel robot kolunun son iki eklemi kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Deneylerde, Eşitlik.26’da verilen takip edilmesi istenen eklem pozisyonları aynı şekilde kullanılmıştır. Robot kolunun $q(0) = [0; 0]^T rad$ başlangıç eklem pozisyonunda hareketsiz olduğu kabul edilmiştir. Sayısal benzetim çalışmalarına benzer şekilde denetleyici kazançları deneme yanılma yoluyla ayarlanmıştır.

Kazançlar $K_r = 200$, $\alpha = 2$, $\rho = 15$, $\varepsilon = 0,3$ ve $\beta = 2$ olarak seçildiğinde tüm denetleyiciler ile iyi takip başarımları elde edilebilmiştir.

Deneyel çalışmaya ait sonuçlar Şekiller 11-16'da sunulmuştur. Şekiller 11 ve 12 işaret işlevinin uygulanması sonucunda elde edilen gerçek zamanlı deney sonuçlarını, Şekiller 13 ve 14 doyum işlevinin uygulanması sonucunda elde edilen deney sonuçlarını, Şekiller 15 ve 16 tanjant hiperbolik işlevinin uygulanması sonucunda elde edilen deney sonuçlarını göstermektedir. Şekiller 11, 13 ve 15'te her işlev için eklem pozisyonlarının takip hataları sunulmuştur. Her işlev için eklemlerin tork girişleri Şekiller 12, 14 ve 16'da sunulmuştur. Son olarak her işlev için elde edilen toplam tork ve toplam hata değerleri Çizelge 2'de sunulmuştur.



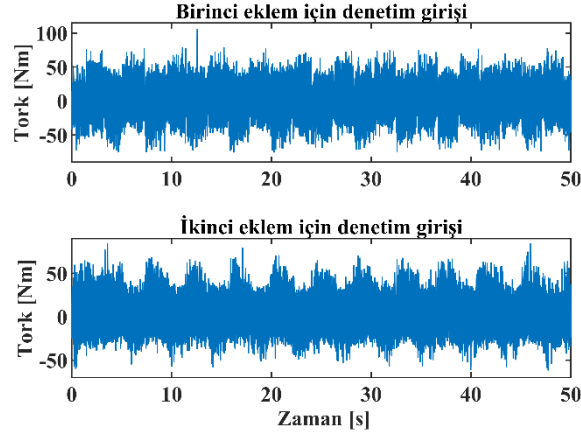
Şekil 10. 3 Serbestlik dereceli, rijit eklemlili ve düzlemsel robot kolu (Sahin *et al.*, 2017)



Şekil 11. Kayan kipli denetleyicinin uygulanması durumunda eklemlerin pozisyon takip hataları

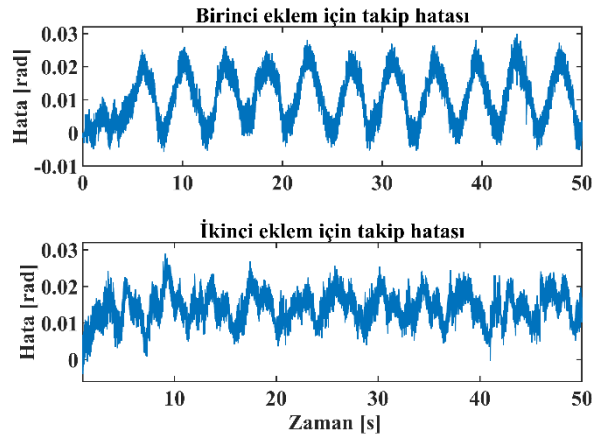
Şekil 11'de kayan kipli denetim yapısının Şekil 10'daki robot koluna uygulanması sonucunda her iki ekleme ait hata değerleri radyan cinsinden paylaşılmıştır. Elde edilen sonuca göre,

hatanın her iki eklem için $\pm 0,03rad$ zarfında olduğu görülmektedir. Burada hatanın benzetim çalışmasında olduğu gibi orijine daha hızlı yakınsayamamasının nedeni sistemde kullanılan kodlayıcı, eyleyici (motor) ve veri iletişim kartı gibi bileşenlerin sistemi ideal durumdan uzaklaştırmasıdır.



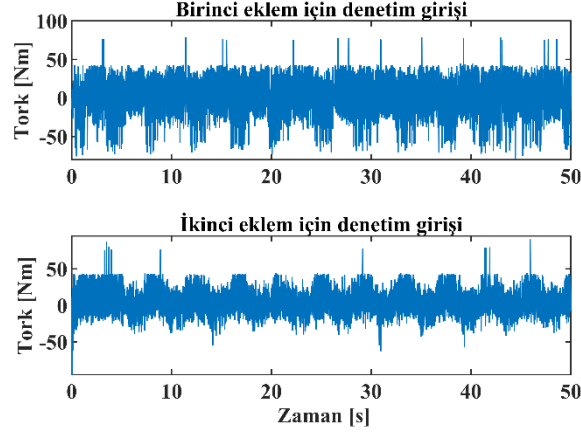
Şekil 12. Kayan kipli denetleyicinin uygulanması durumunda eklemlerin tork giriş değerleri

Şekil 12’de kayan kipli denetim yapısının Şekil 10’daki robot koluna uygulanması sonucunda her iki ekleme ait tork girişleri Nm cinsinden paylaşılmıştır. Burada çatırdama olgusunun etkisi olan ani geçişler gerçek zamanlı uygulamada da ortaya çıkmaktadır.



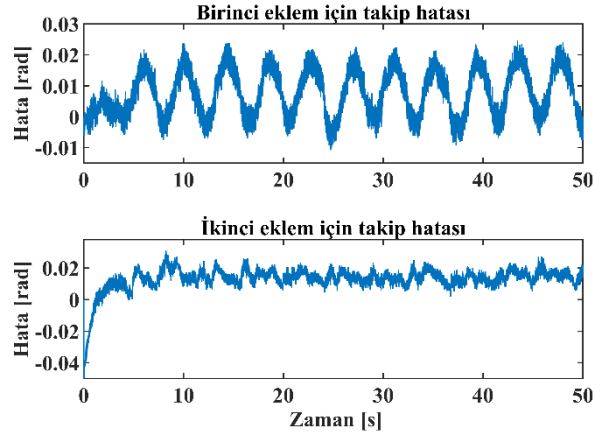
Şekil 13. Parçalı-süreklî kayan kipli denetleyicinin uygulanması durumunda eklemlerin pozisyon takip hataları

Şekil 13’te parçalı-süreklî kayan kipli denetim yapısının Şekil 10’daki robot koluna uygulanması sonucunda her iki ekleme ait hata değerleri radyan cinsinden paylaşılmıştır. Elde edilen sonuca göre, pozisyon takip hatalarının her iki eklem için $\pm 0,03rad$ zarfında olduğu görülmektedir.



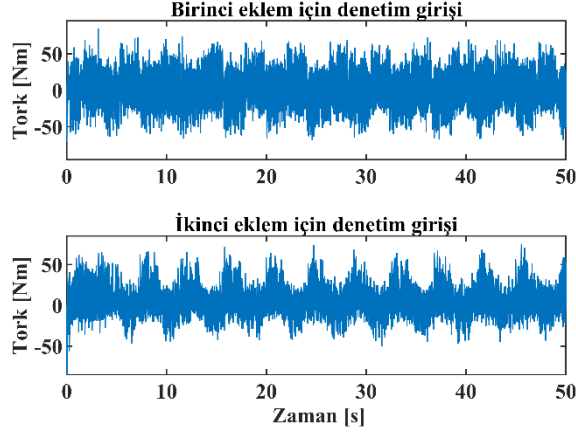
Şekil 14. Parçalı-sürekli kayan kipli denetleyicinin uygulanması durumunda eklemlerin tork giriş değerleri

Şekil 14'te parçalı-sürekli kayan kipli denetim yapısının Şekil 10'daki robot koluna uygulanması sonucunda her iki ekleme ait tork girişleri Nm cinsinden paylaşılmıştır.



Şekil 15. Sürekli kayan kipli denetleyicinin uygulanması durumunda eklemlerin pozisyon takip hataları

Şekil 15'te sürekli kayan kipli denetim yapısının Şekil 10'daki robot koluna uygulanması sonucunda her iki ekleme ait hata değerleri radyan cinsinden paylaşılmıştır. Elde edilen sonuca göre, hatanın her iki eklem için $\pm 0,04rad$ zarfında olduğu görülmektedir.



Şekil 16. Sürekli kayan kipli denetleyicinin uygulanması durumunda eklemlerin tork giriş değerleri

Şekil 16’da sürekli kayan kipli denetim yapısının Şekil 10’daki robot koluna uygulanması sonucunda her iki ekleme ait denetleyici girişi olan tork değerleri Nm cinsinden görülmektedir. Şekil 14 ve 16 incelediğinde gerçek zamanlı uygulama koşulları nedeniyle çatırdama miktarlarının azaldığı açıkça görülememektedir ancak Çizelge 2 incelendiğinde gerçek zamanlı uygulama sonuçlarına göre hem parçalı-sürekli hem de sürekli kayan kipli denetim yapılarının kayan kipli denetim yapısına kıyasla robot kolunun denetiminde toplam denetim eforunu ve çatırdama miktarını (τ_{TV}) önemli ölçüde azalttığı gözlemlenmektedir.

Çizelge 2. Kayan kipli denetim, parçalı-sürekli kayan kipli denetim ve sürekli kayan kipli denetim yapılarının gerçek zamanlı uygulama sonuçlarına göre toplam hata, toplam tork değerleri ve toplam tork değişimi değerleri.

İşlev	$\int e(\vartheta) ^2 d\vartheta$	$\int \tau(\vartheta) ^2 d\vartheta$	τ_{TV}
İşaret	0,01434	$1,162 \cdot 10^5$	$4,928 \cdot 10^5$
Doyum	0,01944	$5,601 \cdot 10^4$	$3,064 \cdot 10^5$
Tanjant	0,01686	$6,473 \cdot 10^4$	$3,293 \cdot 10^5$
Hiperbolik			

SONUÇ

Bu çalışmada robot kollarının denetimi için kayan kipli denetim, parçalı-sürekli ve sürekli kayan kipli denetim yapılarının analizi yapılmış ve hem benzetim çalışması ile hem de iki serbestlik dereceli olarak kullanılabilen bir robot kolu ile gerçek zamanlı olarak gerçekleştirilmiştir. Belirtilen üç farklı denetim yapısının kararlılık analizleri, benzetim

çalışmaları ve gerçek zamanlı uygulamaları bir arada gerçekleştirilmiş ve sonuçları analiz edilerek sunulmuştur. Elde edilen sonuçlar göstermektedir ki süresiz bir işlev olan işaret işlevini içeren kayan kipli denetim yapısı Şekiller 5 ve 12’de görülebilen çatırdama problemi nedeniyle robot kolları gibi mekanik bileşenler içeren sistemlerin denetimi için doğrudan uygulanabilir bir denetim yapısı değildir. Kayan kipli denetim yapısı anahtarlama işlemlerinin yüksek hızla gerçekleştirilebileceği dolayısıyla çatırdama etkilerinin göz ardı edilebileceği sistemler için uygun olabilir fakat robot kolları gibi mekanik bileşenler içeren sistemlerde kayan kipli denetim yapısı kullanılması durumunda çatırdama olgusundan kaynaklı olarak denetim eforu yüksek olmaktadır. Kayan kipli denetim yöntemi robot eklemlerine uygulanan tork girişinin artı ve eksi değerler arasında çok hızlı bir şekilde geçiş yapmasını gerektirmektedir. Bu geçişler gerçek zamanlı ve mekanik bileşenler içeren sistemlerde istenmeyen titreşim, aşınma ve ısı kaybına neden olacaktır. Bu istenmeyen etkiler zamanla mekanik bileşenlerin ömürlerinin kısılmasına neden olacaktır. Çatırdama olgusunun göz ardı edilemeyeceği robot kolları gibi sistemler için alternatif olarak tercih edilebilir nitelikte olan parçalı-sürekli ve sürekli kayan kipli denetim yapıları hem benzetim hem de gerçek zamanlı çalışmaların sonuçlarından da görülebileceği üzere (Çizelgeler 1, 2 ve Şekiller 7, 9, 14, 16) mekanik sistemlerde kullanılması çatırdama problemi açısından daha uygundur. Ancak parçalı-sürekli ve sürekli kayan kipli denetleyicilerin Lyapunov tabanlı kararlılık analizleri sonuçları benzer olup hatanın ancak orijinin komşuluğunda, sınırları denetleyici kazançları ile ayarlanabilen bir zarfın içerisinde kalacağı garanti edilebilmektedir. Çizelge 1’deki benzetim çalışmasına ait sonuçlar ve Çizelge 2’deki gerçek zamanlı uygulamalar ile elde edilen sonuçlar göstermektedir ki işaret işlevi yerine doyum ve tanjant hiperbolik işlevlerinin kullanıldığı parçalı-sürekli ve sürekli kayan kipli denetimcilerin uygulandığı durumlarda, robot kolları için toplam denetim eforu kayan kipli denetim yapısına göre önemli ölçüde daha düşüktür. Doyum işlevinin kullanıldığı parçalı-sürekli kayan kipli denetim yapısının uygulanması sonucunda eklem pozisyonlarının takip hatasının sürekli kayan kipli denetleyiciye göre daha yüksek olduğu görülmektedir. Parçalı-sürekli kayan kipli denetleyici model belirsizlikleri içeren robot kolları için değinilen diğer denetim yapılarına kıyasla denetim eforunu en aza indirmektedir. Kayan kipli denetim yapısı takip hatası açısından en iyi sonucu vermektedir ancak çatırdama problemi ortaya çıkmakta ve denetim eforu artmaktadır.

Çalışmada, ölçüm gürültüsünün çatırdama miktarına etkisi de ele alınmıştır. Çatırdama miktarını değerlendirebilmek amacıyla Eşitlik.27’de tanımlanan toplam tork değişimi miktarı ifadesi kullanılmıştır. Buna göre Çizelge:1’de verilen sonuçlar incelendiğinde ölçüm gürültüsünün çatırdama miktarını artırdığı gözlemlenmiştir. Parçalı sürekli ve sürekli kayan

kipli denetleyici yapılarının ölçüm gürültüsünden klasik kayan kipli denetim yapısına göre çatırdama miktarındaki artış açısından daha fazla etkilendikleri gözlemlenmiştir. Ayrıca gerçek zamanlı uygulamada gürültü kaçınılmaz olarak sistemi etkilediği için benzetim çalışmasında gürültünün ele alınması durumunda gerçek zamanlı çalışma ile benzer sonuçlar elde edildiği görülmektedir.

Teşekkür

Bu çalışmaya katkılarından dolayı TÜBİTAK'a teşekkür ederiz (Proje Numarası: 121E383). Ayrıca Şükrü Ünver, TÜBİTAK 2211-C ve YÖK 100/2000 Doktora programları kapsamında desteklenmektedir.

Simge ve Kısaltmalar

Bu kısımda çalışmanın okunabilirliğini geliştirmek amacıyla, kullanılan bazı matematiksel simgeler ve kısaltmalar aşağıda sunulmuştur.

$q(t), \dot{q}(t), \ddot{q}(t) \in \mathbb{R}^n$	Ekleme pozisyon, hız ve ivme vektörleri
$M(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$	Eylemsizlik/atalet matrisi
$V_m(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$	Merkezci ve Koriyolis etkilerini içeren matris
$G(q) \in \mathbb{R}^n$	Yerçekimine bağlı etkileri içeren vektör
$F_d \in \mathbb{R}^{n \times n}$	Sabit, köşegensel ve artı tanımlı viskoz sürtünme matrisi
$e(t) \in \mathbb{R}^n$	Pozisyon takip hatası
$r(t) \in \mathbb{R}^n$	Filtrelenmiş hata işareti
$\tau(t) \in \mathbb{R}^n$	Tork giriş vektörü
$\text{Sgn}(\cdot) = [\text{sgn}(\cdot_1) \ \cdots \ \text{sgn}(\cdot_n)]^T$	Vektörel işaret işlevi
$\text{Sat}_\varepsilon(\cdot) = [\text{sat}_\varepsilon(\cdot_1) \ \cdots \ \text{sat}_\varepsilon(\cdot_n)]^T$	Vektörel doyum işlevi
$\text{Tanh}(\cdot) = [\text{tanh}(\cdot_1) \ \cdots \ \text{tanh}(\cdot_n)]^T$	Vektörel tanjant hiperbolik işlevi
$\ \cdot\ , \ \cdot\ _1$	İlgili vektörün Öklid normu ve 1 normu
$\lambda_{\min}(\cdot)$	İlgili matrisin en küçük özdeğeri
$\alpha, K_r \in \mathbb{R}^{n \times n}$	Artı tanımlı, köşegensel ve sabit denetleyici kazanç matrisleri
$\rho(t) \in \mathbb{R}$	Artı sınırlayıcı işlev

KAYNAKLAR

Castillo-García, P., Muñoz Hernandez, L.E. and García Gil, P. 2017. Indoor navigation strategies for aerial autonomous systems, Chapter 7. Butterworth-Heinemann. Page: 157–179.

Dasdemir, J., Zengeroglu, E. 2015. A new continuous high-gain controller scheme for a class of uncertain nonlinear systems', *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 25(1): 125–141.

Ding, S., Mei, K., Li, S. 2019. A new second-order sliding mode and its application to nonlinear constrained systems, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 64(6): 2545–2552.

Kalaycı, M.B., Yiğit, İ. 2015. Pratikte kullanılan bazı kayan kipli kontrol tekniklerinin teorik ve deneysel incelenmesi', *Gazi Üniversitesi Mühendislik-Mimarlık Fakültesi Dergisi*, 30(1):131-142.

Khalil, H. 2002. *Nonlinear Systems*. Prentice Hall.

Lewis, F.L., Dawson, D.M., Abdallah, C.T. 1993. *Control of robot manipulators*. 1st ed. Prentice Hall.

Lewis, F.L., Dawson, D.M., Abdallah, C.T. 2003. *Robot manipulator control: Theory and practice*. CRC Press.

Nicosia, S., Tomei, P. 1990. Robot control by using only joint position measurements. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 35(9):1058–1061.

Özkan, B. 2017. Değişken kayma yüzeyli kayan kipli denetim yönteminin elektromekanik bir kanat tahrik sistemine uygulanması. *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 32(3):987-998.

Sadegh, N., Horowitz, R. 1990. Stability and robustness analysis of a class of adaptive controllers for robotic manipulators. *International Journal of Robotics Research*, 9(3):74–92.

Sahin, O.N. et al. 2017. Design and development of an educational desktop robot R3D', *Computer Applications in Engineering Education*, 25(2):222–229.

Skogestad, S. 2004. Simple analytic rules for model reduction and PID controller tuning. *Journal of Process Control*, 25(2):85–120.

Slotine, J.J., Li, W. 1991. *Applied Nonlinear Control*. Prentice Hall.

Song, J., Niu, Y., Zou, Y. 2018. Asynchronous sliding mode control of Markovian jump systems with time-varying delays and partly accessible mode detection probabilities. *Automatica*, 93:33–41.

Su, X., Liu, X., Shi, P., Song, Y.D. 2018. Sliding mode control of hybrid switched systems via an event-triggered mechanism. *Automatica*, 90:294–303.

Tomei, P. 1991. Adaptive PD controller for robot manipulators. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 7(4):565–570.

Utkin, V., Lee, H. 2006. Chattering problem in sliding mode control systems. *IFAC Proceedings Volumes*, 39(5).

Utkin, V.I. 1992. *Sliding modes in control and optimization*. Springer.

Wu, L., Gao, Y., Liu, J., Li, H. 2017. Event-triggered sliding mode control of stochastic systems via output feedback. *Automatica*, 82: 79–92.

Xia, G., Xue, J., Sun, C., Yang, Y. 2018. Sliding mode control with RBFNN compensation for dynamic positioning of ship with disturbances and input saturation. *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, 14(6):2163–2174.