

## MERKEZKAÇ KOMPRESÖR ÇARKINDAKİ İÇ AKIŞIN “ECKART ÇARKINA” GÖRE ÇÖZÜMÜ

Saim KOÇAK<sup>1</sup>

**ÖZET:** Radyal kompresör çarkındaki iç akış, Wu (1952) tarafından göbekten kanat ucuna S2 akım yüzeyinde geliştirilen temel denklem analiz edilmiştir. Akış, iki boyutlu, inviscid, sıkıştırılabilir, kararlı ve ses altı kabul edilmiş ve temel denklem sonlu elemanlar metodu ile çözülmüştür.

S2 akım yüzeyindeki ses altı akışlar için eliptik olan temel denklem, bağlı ve Galerkin'in Ağırlıklı Kalıntılar yaklaşımı akım fonksiyonları cinsinden ayrıştırılmıştır. Cebirsel denklemler sistemi, Gauss eliminasyon metodu kullanılarak çözülmüş ve düğüm noktalarındaki akım fonksiyonu değerleri bulunarak sonuçlar bilinen bir deneysel çalışma ile karşılaştırılmıştır.

**ANAHTAR KELİMELER:** Turbomakinalar, iç akış, S2 akım yüzeyi, ağırlıklı kalıntılar yaklaşımı

## SOLUTION OF THROUGH FLOW IN RADIAL COMPRESSOR IMPELLER ACCORDING TO ECKART IMPELLER

**ABSTRACT:** The principle equation, developed by Wu (1952) on the hub to shroud S2 stream surface for through flows in radial compressor impeller is analyzed. The equation is solved by a finite element method for a two-dimensional, inviscid, compressible, steady and subsonic flow.

The principle equation, which is elliptical for subsonic flows on the S2 stream surfaces, is discretized by applying the Galerkin's Weighted Residuals approach in terms of stream functions. The set of algebraic equations is solved by the Gauss elimination method, and the values of stream functions are found at nodal points and the results are compared with the results of an existing experimental work.

**KEYWORDS:** Turbomachinery, through flow, S2 stream surface, weighted residuals approach

<sup>1</sup> Saim KOÇAK, Selçuk Üniversitesi Mühendislik-Mimarlık Fakültesi Makina Mühendisliği Bölümü, KONYA. Tel:(0332)2410041/1922

## ***I. GİRİŞ***

Wu, turbomakinalarda kanatlar arasındaki iç akışı incelemek için göbekten kanat ucuna S2 akım yüzeyini, kanattan kanata S1 akım yüzeyini tanımlamıştır [1].

Smith, turbomakinaların kanat dizisi içerisindeki dairesel ortalama akış özelliklerinin radyal değişimi için bir denklem elde etmiş, elde ettiği her bir terimin fiziksel anlamını vermiş, sürtünme etkilerini hesaba katmış ve bir örnekle bulduğu terimlerin şiddetini göstermiştir [2].

Novak, akım çizgisi eğrisi yaklaşımına göre hareket denklemini, süreklilik denklemini ve akışkanı tanımlayan denklemi elde etmiş ve bu denklemlerle aksiyal kompresörler için S1 akım yüzeyinde çözüm yapmıştır [3].

Senoo, ses üstü bir merkezkaç kompresör çarkını difüzyonsuz bir salyangozla test etmiş, elde ettiği sonuçları bir boyutlu ve yarı-üç boyutlu analize göre karşılaştırmış, girişte bağıl hız ses üstü olduğu zaman kanat içerisinde şok dalgasının oluştuğunu göstermiştir [4].

Adler, merkezkaç kompresör çarkının iç akış sahasının çözümü için viskoz olmayan metodlardaki son gelişmeleri gözden geçirmiş, iki boyutlu ses altı ve ses üstü sürtünmesiz akışları ve üç boyutlu akışlar için geliştiren metodları karşılaştırmış ve sınır değerlerini göstermiştir [5].

Moore, merkezkaç kompresör çarkındaki akışı hesaplamak için kısmi-parabolik denklemi kullanmış, çark üzerindeki üç boyutlu basınç sahasını viskoz ve inviscid akış için hesaplamış ve wake gelişimini basınç dağılımı ölçümleri ile karşılaştırmıştır [6].

Deconinck ve Hirsch, transsonik akışa sıkıştırılabilir formdaki tam potansiyel denkleme Galerkin'in sonlu elemanlar metodunu uygulamış, eğri sınırlarda sonlu elemanlar metoduna Neumann sınır şartlarının uygulanabileceğini ve biquadratik elemanlara daha yüksek dereceden bölünebileceğini göstermiştir. Kompresör ve türbin çarkında elde ettiği sonuçları (şok dahil), deneysel sonuçlarla karşılaştırmıştır [7].

Krain, merkezkaç kompresör kademesinde akış sahasını lazer hız ölçeri kullanarak analiz etmiş, splitter kanatlı çarkı, kanatlı ve kanatsız difüzör ile eşleştirmiş ve ikisi için de benzer iç akış modeli olduğunu bulmuştur [8].

Casey, merkezkaç kompresör kademesinde sürtünme kayıplarının bir analizini yapmış, verim üzerine Reynolds sayısının etkisi için korelasyon denkleminin yeni bir formunu

kullanmış, çark çıkış genişliğinin ve iş giriş katsayısının Reynolds sayısına etkisini bu yeni korelasyon denkleminde göstermiştir [9].

McNally ve Sockol, turbomakinalarda analiz edilen akış için hesaplama metodlarını kısaca gözden geçirmiş, viskoz metodları parabolik, kısmi parabolik ve eliptik olarak, viskoz olmayan metodları potansiyel, akım fonksiyonu ve Euler yaklaşımına göre incelemiş ve her metodla yazarların bulduğu sonuçları irdelemiştir [10].

Koçak, merkezkaç kompresörün ön tasarım hesaplarını yapmış, çark hesaplarında çıkış şartlarının çark hesapları üzerine etkisi ve bağıl Mach sayısı üzerine emme ağzı geometrisinin ve güç azlığı faktörünün etkisini araştırmıştır [11].

Hamarat ve Koçak, merkezkaç kompresör çarkındaki iç akış "Wu (1952)" tarafından göbekten kanat ucuna ( S2 ) akım yüzeyinde geliştirilen temel denklemini analiz etmiş ve iki boyutlu, inviscid, sıkıştırılabilir, kararlı ses altı akış için sonlu elemanlar metodu ile çözmüştür [12].

Koçak ve Hamarat, turbomakinalarda iki boyutlu, inviscid, kararlı, sıkıştırılabilir ve ses altı akış analizi yapılırken uygulanan bir kayıp modelinin Euler denklemleri ile uyumsuzluğunu gidermiş, S2 akım yüzeyindeki akım fonksiyonu bağılı olarak elde edilen yeni denklemler takımını sonlu elemanlar metodu ile çözmüş ve bağıl akış açısı ile ilgili nümerik sonuçlar, Eckart çarkının I düzlemindeki deneysel sonuçlar ile karşılaştırmıştır [13].

Koçak ve Hamarat, merkezkaç kompresör çarkında iç akış için S2 akım yüzeyindeki temel denklemler sonlu elemanlar metodu ile çözmüş,  $(W/U_2)$ 'ye göre elde edilen değerler, deneysel sonuçlarla ve potansiyel akış teorisine göre elde edilen sonuçlarla karşılaştırmış, S2 akım yüzeyinde mutlak basınç, özgül kütle ve mutlak sıcaklık bölgeleri yorumlamıştır [14].

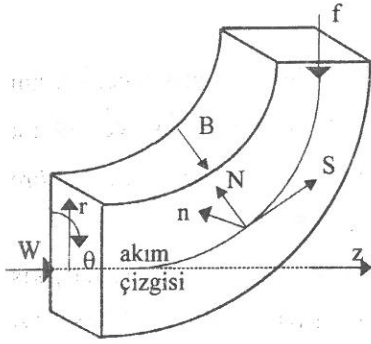
## **II. GÖBEKTEN KANAT UCUNA AKIM YÜZEYİ ÜZERİNDEKİ TEMEL DENKLEMLER**

1. Süreklilik denklemi

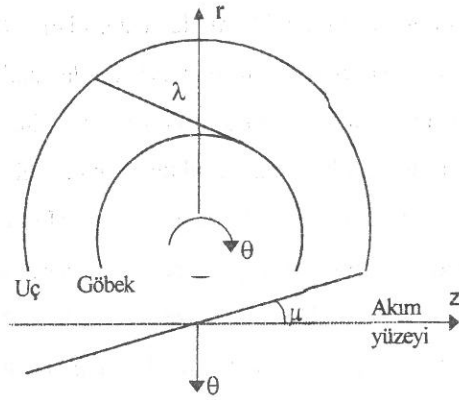
$$\bar{\partial}(\rho b W_r) / \partial r + \bar{\partial}(\rho b W_z) / \partial z = 0 \quad (1)$$

2 İki boyutlu akış için akım fonksiyonları

$$\bar{\partial}\Psi / \partial r = \rho b W_z \quad (2)$$



Şekil 1. Akış çizgisi üzerindeki koordinant sistemi.



Şekil 2. Akım yüzeyi lokal açıları.

$$\bar{\partial}\Psi / \partial z = \rho r b W_r \quad (3)$$

olmak üzere iki boyutlu akış için radyal ve aksenal doğrultuda hareket denklemleri,

$$\bar{\partial}[(1/\rho r b)(\bar{\partial}\Psi / \partial r)] / \partial r + \bar{\partial}[(1/\rho r b)(\bar{\partial}\Psi / \partial z)] / \partial z = [\bar{\partial}I / \partial r - T(\bar{\partial}s / \partial r) - (W_\theta / r)\partial(rV_\theta) / \partial z - B_r - f_r] / W_z \quad (4)$$

$$\bar{\partial}[(1/\rho r b)(\bar{\partial}\Psi / \partial r)] / \partial r + \bar{\partial}[(1/\rho r b)(\bar{\partial}\Psi / \partial z)] / \partial z = [\bar{\partial}I / \partial z - T(\bar{\partial}s / \partial z) - (W_\theta / r)\partial(rV_\theta) / \partial z - B_r - f_r] / W_z \quad (5)$$

3. Enerji denklemi

$$DI / Dt = 0 \quad (6)$$

4. Hal denklemi

$$\rho = f(h, s) \quad (7)$$

Radyal denge denklemi aksenal hızın sıfır olacağı radyal bir geometriye uygulandığında denklemin sağ tarafı sonsuz olacağından, 4 nolu radyal denge denklemi ve 5 nolu momentum denklemi her türlü akışa uygulanamaz. Bundan dolayı, Bosman ve March (15), kanat kuvveti  $\bar{B}$ , bağıl hız  $\bar{W}$  ve karşı kuvvet  $\bar{f}$  arasında,

$$\bar{B} \times \bar{W} = \bar{i}_r(B_\theta W_z - B_z W_\theta) + \bar{i}_\theta(B_z W_r - \bar{i}B_r W_z) + \bar{i}_z(B_r W_\theta - B_\theta W_r) \quad (8)$$

ilişkinini tanımlamıştır. Şekil 2'de görülen ana akım yüzeyinin lokal geometrisini tanımlayan  $\lambda$  ve  $\mu$  açıları

$$\tan \lambda = n_r / n_\theta = B_r / B_\theta \quad (9.a)$$

$$\tan \mu = n_z / n_\theta = B_z / B_\theta \quad (9.b)$$

şeklinde elde edilir.

Denklem 6 rotalpinin akım çizgisi boyunca sabit kaldığını göstermiş olması rotalpinin sadece  $\Psi$ 'nin bir fonksiyonu ( $I=I(\Psi)$ ) olduğunu gösterir. Rotalpinin kısmi diferansiyeli,

$$\bar{\partial}I / \partial r = (\partial I / \partial \Psi)(\bar{\partial} \Psi / \partial r) \quad (10.a)$$

$$\bar{\partial}I / \partial z = (\partial I / \partial \Psi)(\bar{\partial} \Psi / \partial z) \quad (10.b)$$

elde edilir. Denklem (8)'e [15]'de tanımlanan bağıl akım yüzeyinde hareket denklemi yazılırsa,

$$\begin{aligned} B_0 W^2 \left[ \bar{\partial} V_r / \partial z - \bar{\partial} V_z / \partial r \right] &= (-W^2 / r) \left[ B_z (\bar{\partial}(rV_\theta) / \partial r - B_r (\bar{\partial}(rV_\theta) / \partial z) \right] \\ &+ W_0 \left[ B_z (\bar{\partial}I / \partial r) - B_r (\bar{\partial}I / \partial z) \right] - B_0 \left[ W_z (\bar{\partial}s / \partial r) - W_r (\bar{\partial}I / \partial z) \right] \\ &+ TW_0 \left[ B_z (\bar{\partial}s / \partial r) - B_r (\bar{\partial}s / \partial z) \right] - TB_0 \left[ W_z (\bar{\partial}s / \partial r) - W_r (\bar{\partial}s / \partial z) \right] \end{aligned} \quad (11)$$

Denklem (2),(3),(9.a ,b) ve (10.a,b), denklem (11)'de yerine konursa, akım fonksiyonu  $\Psi$ 'ye bağlı isentropik kısmi diferansiyel denklem

$$\begin{aligned} \partial \left[ (1 / \rho r b) (\partial \Psi / \partial r) \right] / \partial r + \partial \left[ (1 / \rho r b) (\partial \Psi / \partial z) \right] / \partial z &= (\rho r b) (dI / d\Psi) + \\ (1 / r) \left[ \tan \mu (\partial(rV_\theta) / \partial r) - \tan \lambda (\partial(rV_\theta) / \partial z) \right] \end{aligned} \quad (12)$$

şeklinde elde edilir.

### III. ÇÖZÜM METODU

Akım fonksiyonunun türevi olarak akış denklemi (12)'nin sağ ve sol tarafı akım fonksiyonu  $\Psi$ 'ye bağlıdır. Bu denklem sınır şartları ile birleştirip iteratif metod olan sonlu elemanlar metodu ile çözülebilir.

Denklem (12) için varyasyon prensibi bulunmadığından, doğrusal olmayan kısmi diferansiyel eşitliğe yaklaşık çözüm bulmak için " Galerkin'in Ağırlıklı Kalıntılar Metodu " uygulanacaktır.

#### III.1 Galerkin'in Ağırlıklı Kalıntılar Metodu

Ağırlıklı kalıntılar metodu için ilk adım, bağıl alan değişkeninin diferansiyel denklemi ve sınır şartlarını yaklaşık olarak sağlayacak şekilde kabul edilir. Kabul edilen çözüm tam olmadığı için diferansiyel denklemden ve sınır şartlarından çıkarıldığı zaman "kalıntı" olarak isimlendirilen fark ortaya çıkar. Bu kalıntı bütün çözüm sahası üzerinde azaltılır, elde edilen denklem sistemi çözümlenerek sonuca ulaşılır [16], [17].

$\tilde{\Psi}$  eleman üzerindeki yaklaşık çözüm olmak üzere,

$$\Psi \approx \tilde{\Psi} = \sum_{i=1}^n N_i \Psi_i \quad (13)$$

Burada  $N_i$  tahmin edilen enterpolasyon fonksiyonu,  $\Psi_i$  bilinmeyen alan değişkeninin düğüm değeridir. Akış için bulunan temel denklemin (denklem 12) analitik olarak çözülmesi imkansız olduğundan çözümün yapılabilmesi için denklem (12)  $\psi$  akış sahasında şöyle yazılabilir;

$$\partial[k(\partial\Psi / \partial r)] / \partial r + \partial[k(\partial\Psi / \partial z)] / \partial z - Q(\Psi) = 0 \quad (14)$$

burada  $k=1/(\rho r b)$  ve  $Q(y)$  denklem (12)'in sağ tarafı toplamıdır. Denklem (13)'teki  $y$  değeri denklem (14)'de yerine konursa,

$$\partial[k(\partial\tilde{\Psi} / \partial r)] / \partial r + \partial[k(\partial\tilde{\Psi} / \partial z)] / \partial z - Q(\tilde{\Psi}) = 0 \quad (15)$$

bağıntısı elde edilir. Sınır şartları, zorunlu ve doğal sınır şartları olarak sınıflandırılır.  $S_1$  sınırında zorunlu sınır şartı,

$$\tilde{\Psi} - \Psi = 0 \quad (16)$$

burada  $\tilde{\Psi}$ ,  $S_1$  sınırında  $y$ 'nin bilinmeyen değeridir.  $S_2$  sınırında doğal sınır şartı,

$$W_T - k[(\partial\Psi / \partial r)n_r - (\partial\Psi / \partial z)n_z] = 0 \quad (17)$$

şeklinindedir. Burada  $n_r$  ve  $n_z$ ,  $S_2$  sınırına doğru olan, dış normalin doğrultman kosinüsleridir.  $S_2$  sınırına dik olan hız bileşeni  $W_T = W_z n_r - W_r n_z$  şeklinde tanımlanır.

Doğal sınır şartı  $S_2$  sınırında kalıntıya sebep olmaz fakat zorunlu sınır şartı,

$$\partial\tilde{\Psi} / \partial n \neq 0 \quad (18)$$

dır. Bundan dolayı kalıntıya sebep olur. Ağırlık fonksiyonu  $\omega$  ile kalıntıların çarpımı ve çözüm sahası  $y$  üzerinde integrasyonuyla kalıntı bütün çözüm sahası üzerinde sıfır olmaya zorlanır.

$$\iint_{\Omega} \{[\partial(k(\partial\tilde{\Psi} / \partial r)) / \partial r] + [\partial(k(\partial\tilde{\Psi} / \partial z)) / \partial z] - Q(\tilde{\Psi})\} \omega d\Omega + \int (\partial\tilde{\Psi} / \partial n) \omega dS = 0 \quad (19)$$

Denklem (19)'daki integrasyona Green Teoremi uygulanırsa,

$$- \iint_{\Omega} [k(\partial\omega / \partial r)(\partial\tilde{\Psi} / \partial r) + k(\partial\omega / \partial z)(\partial\tilde{\Psi} / \partial z) + \tilde{Q}\omega] d\Omega = 0 \quad (20)$$

elde edilir. Paralel akışa göre doğal sınır şartının etkisi yoktur. Keyfi  $\omega$  ağırlık fonksiyonuna göre denklem (20) Ağırlıklı Kalıntı Yaklaşımının genel halidir.

Galerkin'in metoduna göre ağırlık fonksiyonları, enterpolasyon fonksiyonları ile aynı seçilir.

Burada,  $\tilde{\Psi}$  'nin türevleri

$$\partial \tilde{\Psi} / \partial r = \sum_{i=1}^n (\partial N_i / \partial r) \tilde{\Psi}_i \quad (21.a)$$

$$\partial \tilde{\Psi} / \partial z = \sum_{i=1}^n (\partial N_i / \partial z) \tilde{\Psi}_i \quad (21.b)$$

w = N alarak denklem (19)'a yerleştirilirse

$$\iint_{\Omega^e} [k(\partial[N] / \partial z)(\partial[N]^T / \partial r) + k(\partial[N] / \partial z)(\partial[N]^T / \partial z)] d\Omega \{\Psi\} = - \iint_{\Omega^e} [N] Q d\Omega \quad (22)$$

S2 yüzeyi üzerinde akış için Galerkin'in Ağırlıklı Kalıntı Metoduna göre Sonlu Elemanlar formülasyonu elde edilir. Burada [ ] matris notasyonu ve { } vektör notasyonudur.

Denklem (13)

$$[K]^e \{\Psi\}^e = \{F\}^e \quad (23)$$

sonlu elemanlar formülasyonu şeklinde yazılırsa,

$$[K]^e = \iint_{\Omega^e} [k(\partial[N] / \partial r)(\partial[N]^T / \partial r) + k(\partial[N] / \partial z)(\partial[N]^T / \partial z)] d\Omega \quad (24.a)$$

$$\{F\}^e = - \iint_{\Omega^e} [N] Q d\Omega \quad (24.b)$$

ifadesi bulunur.

### III.2 Akış Alanının Elemanlara Bölünmesi ve Denklemler Sisteminin Çözülmesi

Akış alanı [16] ve [18]'de tanımlanan ikiboyutlu quadrilateral elemanlara bölünür.

$$r = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) r_i \quad (25.a)$$

$$z = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) z_i \quad (25.b)$$

Burada  $z_i, r_i$  düğüm noktalarının global koordinatları  $r, z$  ise model eleman üzerinde  $\xi, \eta$  koordinantlarıyla belirlenen noktanın global koordinatlarıdır.

Denklem (25.a,b) yeniden düzenlenirse

$$K_e = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 B(\xi, \eta) d\xi d\eta \quad (26.a)$$

$$F_e = \sum_{i=1}^n W_i N_i Q(\xi_i, \eta_i) \quad (26.b)$$

eleman katılık ve rijitlik matrisleri elde edilir.

Her bir eleman için katılık ve yük vektörü elde edildikten sonra, çözüm bölgesinin global katılık matrisinin ve yük vektörünün oluşturulması için birleştirilmesi gerekir.

Birleştirme sembolik olarak,

$$K / (n \times n) = \sum_{e=1}^m K_e \quad (27.a)$$

$$F / (n \times n) = \sum_{e=1}^m F_e \quad (27.b)$$

Burada, m çözüm alanının sayısı, n düğüm noktası sayısıdır. Toplam katılık matrisi  $n \times n$  gibi büyük bir boyuta sahiptir. Akış alanına giriş ve çıkışta  $\partial\psi / \partial n = 0$  olması genel şarttır. Akışın giriş şartları tam olarak bilindiği için girişte akım fonksiyonu dağılımları kolaylıkla bulunabilir.

Zorunlu sınır şartı, göbekte  $\Psi=1$  ve kanat ucunda  $\Psi=2$  şeklindedir.

Denklemler sistemi (23) doğrusal değildir ve denklem (12) hem sağ hem sol tarafı bilinmeyen akım fonksiyonu  $\Psi$ 'ye bağlıdır.

$$[K_n] \{ \Psi_{n+1} \} = \{ F_n \} \quad (28)$$

Denklem (23), denklem (28) iteratif işlemi kullanılarak çözülür.

## IV. İÇ AKIŞ ANALİZİ

### IV.1 Bilgisayar programının yapısı

S2 akım yüzeyinde ses altı akışın termodinamik parametrelerini hesaplayan program, fortran 77 programlama dili kullanılarak yapılmıştır. Geliştirilen program 7:0 elemanda, 18 band genişliğini çalıştırabilecek kapasitededir. Program algoritması aşağıdaki şekildedir.

- i) Verilen geometrik bilgilerden faydalanılarak, elemanlar üretilir. Düğüm noktalarındaki akım yüzeyi açıları hesaplanır.
- ii) Giriş noktalarındaki termodinamik değişkenler ve rotalpi değerleri hesaplanır.
- iii) Katılık matrisi ve yük vektörü (birinci iterasyon hariç) oluşturulur.



- iv) Sınır şartlarının uygulanması; Akış sahasına giriş ve çıkışta doğal sınır şartı  $\partial\Psi/\partial n = 0$  'dır. zorunlu sınır şartı ise göbekte  $\psi=1$  ve kanat ucunda  $\psi=2$ 'dir.
- v) Denklem (23) yarım band simetrik matrisle adapte edilmiş "Gauss-Eliminasyon" metodu kullanılarak çözülmektedir.
- vi) İç akış hesaplaması yapılacak çarkta ideal gaz kanunları dikkate alınarak akım fonksiyonuna bağlı termodinamik değişkenler hesaplanır.

#### IV.2 Akış Sahasının Elemanlara Bölünmesi

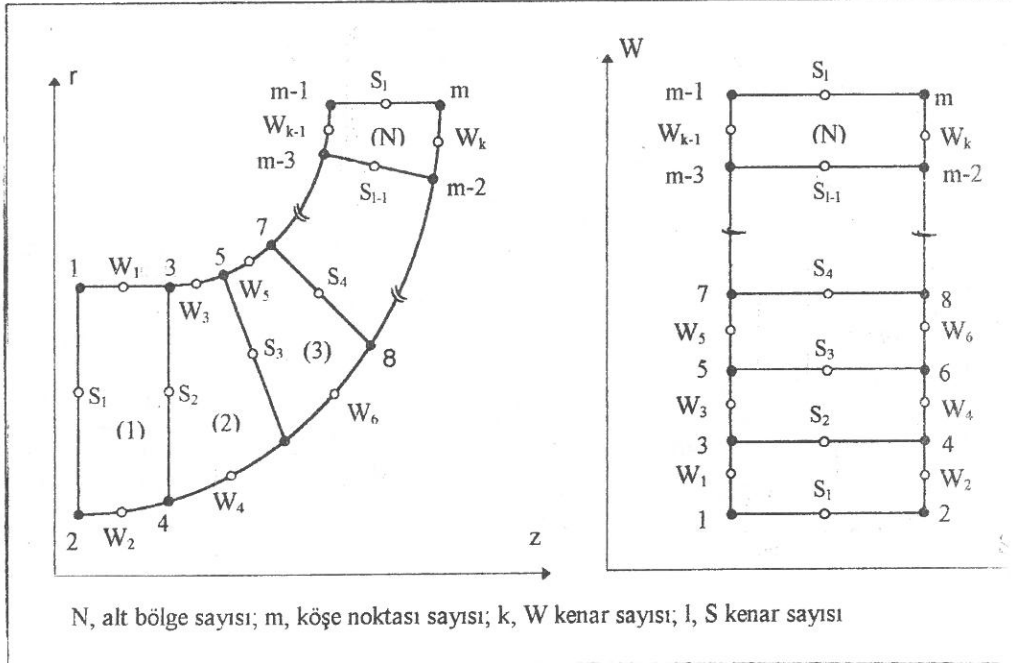
Kanatın geometrik şeklini tanımlamak için Şekil 3'de görüldüğü gibi radyal kanat alt bölgelere bölünür. Alt bölgelerin köşe koordinatları girilerek kanat şekli tanımlanır. Akım yüzeyi açılarını tanımlamak aksiyal koordinata göre  $\theta$  değerleri [20] de tanımlanan

$$\tan\mu = -r(d\theta / dz) \quad (29)$$

formülü ile hesaplanır.

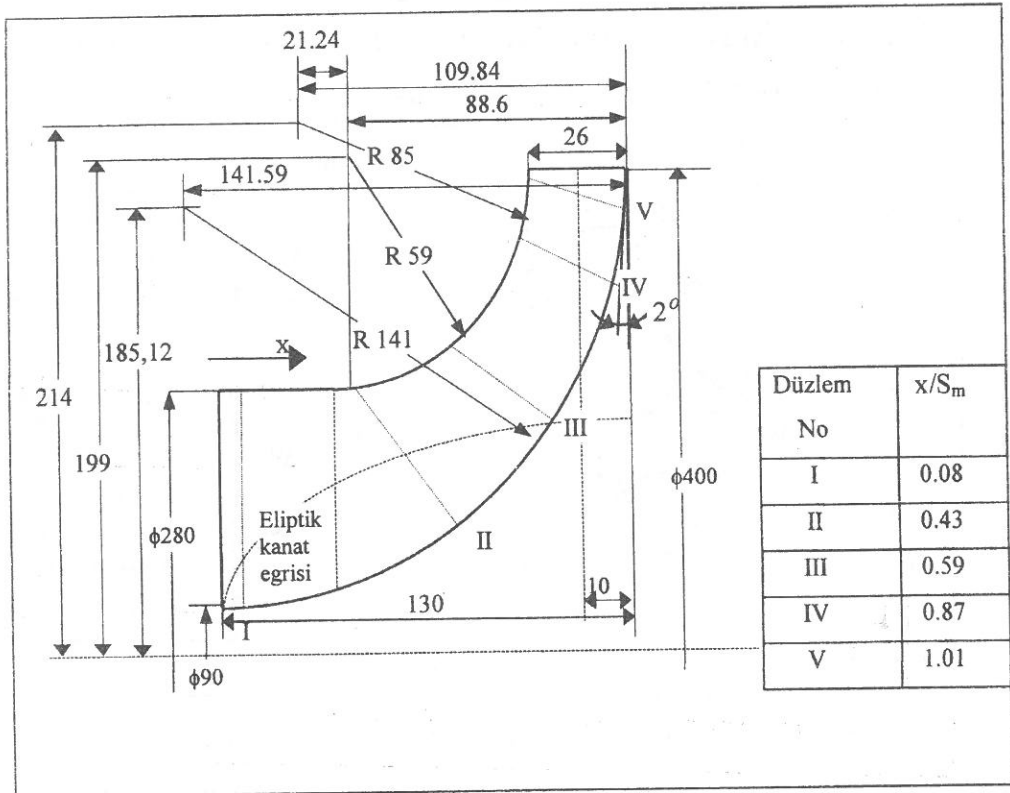
#### IV.3 Radyal Turbomakina Çarkının Geometrisi

Geliştirilen bilgisayar programı [8]ve [19] da, 2 odaklı laser hız ölçeri ile ölçümleri yapılan radyal kompresör çarkı için kullanılmıştır.



Şekil 3. Gerçek ve model kanat geometrisi.

Geometrik uzunlukları Şekil (4)'de verilen kanat 9 alt bölgeye bölünmüş, köşe koordinantları ve eğri kanat uzunlukları Çizelge 1 ve 2'de, kanat eğrisinin tanımlanması ve kanat açısı  $\mu$ 'nün hesaplanması için 27 noktanın z-q değişimi Çizelge 3'de verilmiştir. Şekil 4'de verilen kanat şekline göre çarka akışkanın giriş şartları: Düğüm noktası sayısı 814, eleman sayısı 730, kütle debisi 5.8 kg/s, giriş durulma sıcaklığı 293.16 K, giriş durulma özgül kütlesi 1.176 kg/m<sup>3</sup>, sabit basınç altında ısınma ısısı katsayısı 1004.5 J/kgK, çark dönme hızı 14000 dev/dak, kanat sayısı 27 (iterasyon süresi 31.060 dak., bilgisayar Pentium 133, yaklaşma seviyesi 0.00075). Şekil 4'deki kanat geometrisi ve giriş şartlarına göre program çalıştırıldığında S2 akım yüzeyinde oluşan akım fonksiyonu konturları şekil 5'de görülmektedir.



Şekil 4. Kanat geometrisi [19].

Çizelge 1. Kanat köşe nokta koordinantları

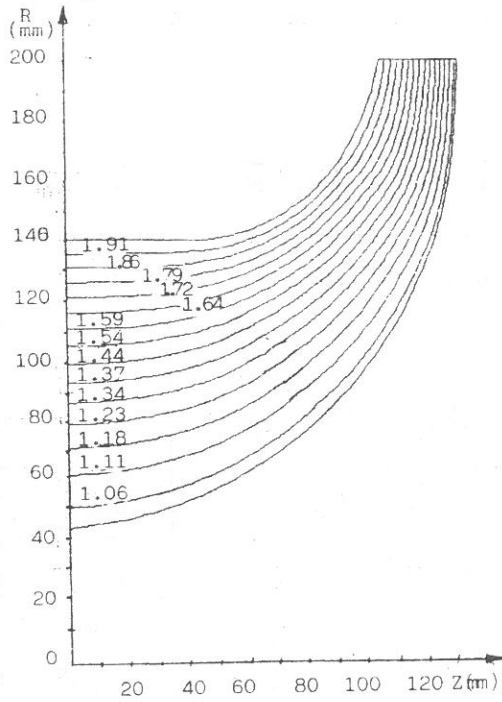
Köşe Numarası 1	z koordinatı (mm)	r koordinatı (mm)	Köşe numarası	z koordinatı (mm)	r koordinatı (mm)
1	0	140.00	11	76.50	151.58
2	0	45.00	12	106.35	108.26
3	13.80	140.00	13	89.59	164.97
4	25.20	49.41	14	118.37	130.84
5	27.60	140.00	15	96.13	175.88
6	49.20	58.30	16	126.12	155.23
7	41.40	140.00	17	100.97	187.64
8	71.19	71.38	18	129.32	180.61
9	59.88	142.97	19	104.00	200.00
10	90.45	88.21	20	130.00	200.00

Çizelge 2. Eğri kenar koordinantları

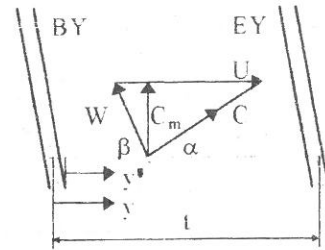
Eğri kenar numarası	Orta Nokta z koor. (mm)	Orta nokta r koordinatı (mm)	Eğri kenar numarası 1	Orta nokta z koor. (mm)	Orta nokta r koor. (mm)
W-2	12.70	46.63	W-11	83.58	157.75
W-4	37.40	53.31	W-12	112.88	119.28
W-6	60.49	64.34	W-13	93.07	170.30
W-7	50.76	140.75	W-14	122.80	142.86
W-8	81.20	79.36	W-15	98.77	181.67
W-9	68.54	146.61	W-16	128.30	167.85
W-10	98.86	97.87	W-17	102.72	193.97

Çizelge 3. Kanat eğrisinin tanımlanması

N o	z koor. (mm)	$\theta$ açısı (rad)	No	z koor (mm)	$\theta$ açısı (rad)	N o	z koor (mm)	$\theta$ açısı (rad)
1	0	0.6444	10	45	0.2539	19	90	0.0216
2	5	0.5979	11	50	0.2232	20	95	0.0162
3	10	0.5601	12	55	0.1870	21	100	0.0108
4	15	0.508	13	60	0.1343	22	105	0.0054
5	20	0.4615	14	65	0.1077	23	110	0
6	25	0.4172	15	70	0.0809	24	115	0
7	30	0.3712	16	75	0.0648	25	120	0
8	35	0.3234	17	80	0.0432	26	125	0
9	40	0.2890	18	85	0.0324	27	130	0



Şekil 5. Akım fonksiyonu konturları.

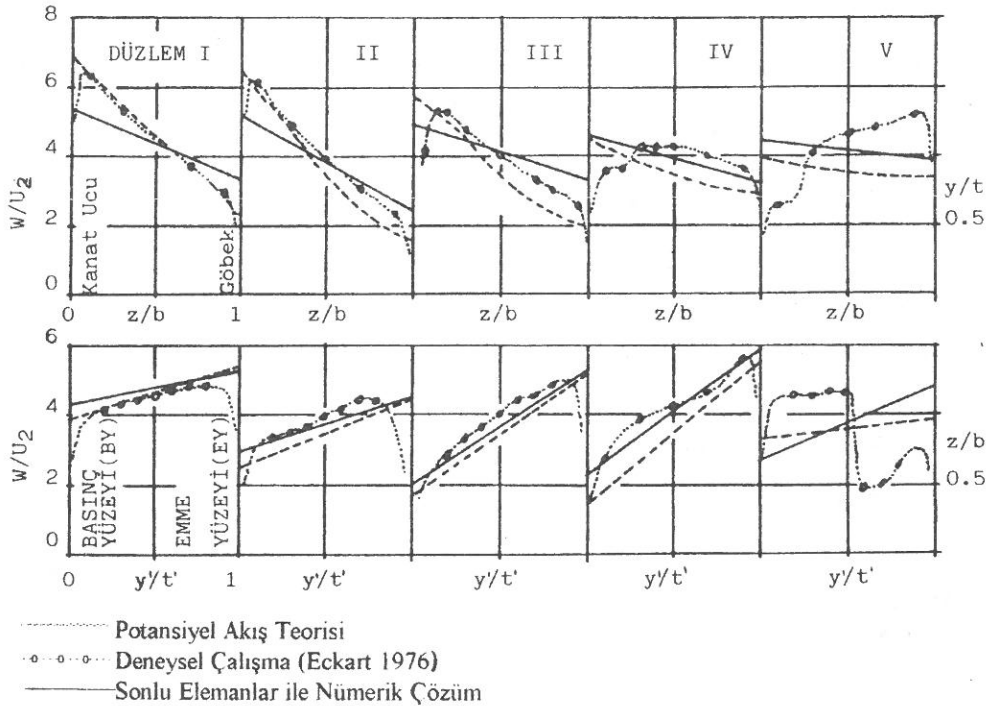


Şekil 6. Çark akış sahasındaki hız bileşenleri.

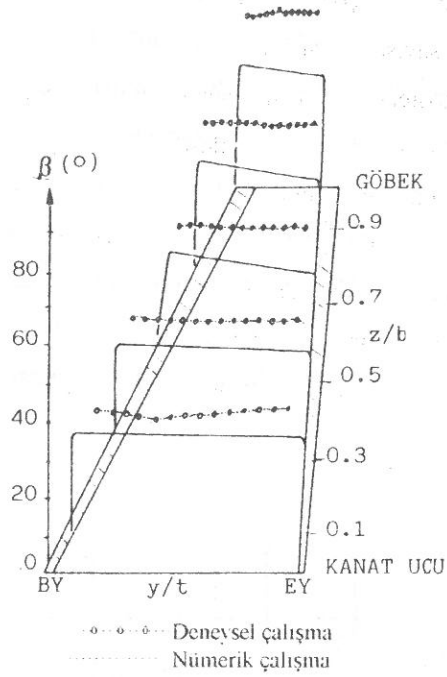
## V. SONUÇLAR

Eckart'ın yapmış olduğu deneysel çalışmada akış gerçektir yani viskoz, üç boyutlu, jet-wake ve ikincil akışların etkisi altındadır [19]. Akış, S2 akım yüzeyinde meydana gelmediğinden sonlu elemanlar ile çözüm farklılık göstermektedir. Şekil 7'de görüldüğü gibi makalede elde edilen sayısal sonuçlar ile potansiyel akış teorisinden elde edilen sayısal sonuçlar farklılık gösterse de akışın genel karakteri birbirine benzemektedir (Şekil 7'de gösterilen boyutların yerleri ve hız bileşenleri şekil 6'da görülmektedir).

Deneysel çalışmada ile bulduğu akış açılarıyla sayısal çözüm sonucunda bulunan bağıl akış açılarında meydana gelen farkın nedeni nümerik hesaplamaların S2 akım yüzeyinde yapılmasına rağmen, deneysel çalışma gerçek akım oluşmakta akış tanımlanan S2 akım yüzeyinde meydana gelmemektedir [19]. Bunun sonucunda bağıl akış açılarında kanat ucundan kanat dibine 5 ila 10 derecelik bir kayma meydana geldiği Şekil 8'de görülmektedir.



Şekil 7. S2 Akım yüzeyinde yapılmış teorik ve deneysel çalışmaların  $W/U_2$  bağıl hız profilleri.



Şekil 8. Bağlı akış açıları.

### Semboller

$b$  = kanat blokaj faktörü

$\vec{B}$  = kanat kuvveti

BY = Basınç yüzeyi

EY = Emme yüzeyi

$\vec{f}$  = Karşı kuvvet

$\{F\}$  = kuvvet vektörü

$h$  = entalpi

$I$  = rotalpi

$[K]$  = katılık matrisi

$m$ = meridyenel doğrultu

$n$ = dış normal vektör

$N$ = şekil fonksiyonu

$p$ = basınç

$r$ = radyal koordinat

$R$ = gaz sabiti

$s$ = entropi

$S_1$ = zorunlu sınır şartı

$S_2$ = doğal sınır şartı

$S_1$ = Kanattan kanata akım yüzeyi

$S_2$ = Göbekten kanat ucuna akım yüzeyi

$t, t'$ = kanat boşluğu (şekil 5)

$T$ = sıcaklık

$U$ = kanat hızı (şekil 5)

$V$ = mutlak hız

$W$ = bağıl hız

$y, y'$ = kanat basınç yüzeyinden itibaren teğetsel koordinat (şekil 5)

$y/t, y'/t'$ = bağıl kanat boşluğu (şekil 5)

$z/b$ = bağıl meridyenel kanal genişliği (şekil 5)

$\alpha$ = mutlak akış açısı (şekil 5)

$\beta$  = bağıl akış açısı (şekil 5)

$\mu$ = akım yüzeyi lokal açısı ( $r$ - $\theta$  düzlemi)

$\lambda$ = akım yüzeyi lokal açısı ( $z$ - $\theta$  düzlemi)

$\eta$ = lokal koordinat

$\xi$ = lokal koordinat

$\rho$  = yoğunluk

$\Psi$ = akım fonksiyonu

$\tilde{\Psi}$  = akım fonksiyonunun  $S_1$  sınırındaki ( $\Psi$ 'nin) bilinmeyen değeri

$\theta$  = teğetsel koordinat

$\Omega$ = çözüm sahası

## KAYNAKLAR

- [1] C.H. Wu, "A General Theory of Three Dimensional Flow in Subsonic and Supersonic Turbomachines of Axial, Radial and Mixed Flow Types", NACA TN-D 2604, 1952.
- [2] L.H. Smith, "The Radial-Equilibrium Equation of Turbomachinery", *Jour. of Eng. for Power, ASME*, pp. 1-12, 1966.
- [3] R.A. Novak, "Streamline Curvature Computing Procedures for Fluid-Flow Problems", *Jour. of Eng. for Power, ASME*, pp. 1-12, 1966.
- [4] Y. Senoo, H. H. Hayami, Y. Kinoshita, H. Yamasaki, "Experimental Study on Flow in a Supersonic Centrifugal Impeller", *Jour. of Eng. for Power, ASME*; pp.32-41, 1979.
- [5] D. Adler, "Status of Centrifugal Impeller Internal Aerodynamics", Part 1 Inviscid Flow Prediction Methods, *Jour. of Eng. for Power, ASME*, pp.728-737, 1980.
- [6] J. Moore, ve J.G. Moore, "Calculations of Three-Dimensional Viscous Flow and Wake Development in a Centrifugal Impeller", *Jour. of Eng. for Power, ASME*, pp. 367-372, 1981.
- [7] H. Deconinck, Ch. Hirsch, "Finite Elements Methods for Transonic Blade to Blade Calculation in Turbomachines", *Jour. of Eng. for Power, ASME*, pp. 665-677, 1981.
- [8] H.Krain, "A Study on Centrifugal Impeller and Diffuzer Flow", *Jour. of Eng. for Power*, pp.689-697, 1981.
- [9] M.V. Casey, "The Effect of Reynolds Number on the Efficiency of Centrifugal Compressor Stages", *Jour. of Eng. for Power, ASME*, pp.689-697, 1981.
- [10] D.W. McNally ve M. Peter Sockol, "Computational Methods for Internal Flows with Emphasis on Turbomachinery", *Jour. of Fluids Eng., ASME*, Vol.107, pp.6-22, 1985,
- [11] S. Koçak, "Preliminary Design of Centrifugal Compressors", *Energy Week, Engineering Tech. Book 4, ASME*, pp.308-313, 1996.
- [12] H.A. Hamarat, S. Koçak "Radyal Kompresör Çarkındaki İç Akışın Analizi", Umtik'96, ODTÜ, Ankara, 1996.
- [13] S. Koçak, H.A. Hamarat, "Turbomakinalarda Bir İç Akış Modelleme Metodunun Analizi", Ç.Ü.Müh.-Mim. Fakültesi Dergisi, Cilt 2, Sayı 1-2, 1997.



- [14] S. Koçak, H.A. Hamarat, "Radyal Kompresör Çarkında İç Akış Esnasında Termodinamik Parametrelerin Değişimi", *Isı Bilimi ve Tekniği Dergisi*, (Basılmadı)
- [15] C. Bosman ve H. March, "An Improved Method for Calculating the Flow in Turbo-Machines", *Jour. Mechanical Eng. Science*, Vol. 16, pp.25-31, 1974.
- [16] L.J. Segerlind, "*Applied Finite Element Analysis*", John Wiley & Sons, New York, 1982.
- [17] K.H. Huebner, E.A. Thornton, "*The Finite Element Method for Engineers*", John Wiley & Sons New York, 1982.
- [18] T. Chandrupatla, A. Belegundu, "*Introduction to Finite Elements in Engineering*", Prentice Hall, New Jersey, 1993.
- [19] D. Eckart, "Detailed Flow Investigation Within a High-Speed Centrifugal Compressor Impeller", *Trans. ASME Journal of Fluids Eng.* Vol. 98 pp.390-402, 1976.
- [20] A. Whitfield ve N.C. Baines, "*Design of Radial Turbomachines*", John Wiley and Sons Inc., New York, 1990