



Ortaokul Matematik Öğretmeni Adaylarının Kare Tangram  
Oluştururken Kullandıkları Akıl Yürütme Stratejileri, Bu Süreçte  
Karşılaştıkları Zorluklar ve Bu Zorluklarla Baş Etme Stratejileri  
Prospective Mathematics Teachers' Reasoning Strategies, Their  
Difficulties and Overcoming Strategies while Making a Square  
Tangram

Ayşenur Yılmaz<sup>a1</sup>, Betül Tekerek<sup>a</sup>

<sup>a</sup>Kahramanmaraş Sütçü İmam University, Kahramanmaraş, Türkiye.

**Öz**

Bu çalışma öğretmen adaylarının kare tangram materyalini oluşturma süreçlerindeki akıl yürütme stratejilerini ve bu süreçte karşılaştıkları zorluklar ile baş etme stratejilerini açığa çıkarmayı amaçlamıştır. Çalışmanın bulguları, öğretmen adaylarının kare tangramı oluştururken verilen şekli kopyalama stratejisi, bütünden parçaya ulaşma stratejisi, parçadan bütüne ulaşma stratejisi olmak üzere üç akıl yürütme stratejisi kullandıklarını ortaya çıkarmıştır. Buna göre öğretmen adaylarının çoğunluğu kendilerine verilen orijinal tangram yoluyla değil, kendi tangramlarını oluşturarak kare tangramı oluşturma girişiminde bulunmuştur. Öğretmen adaylarının kare tangramı oluştururken şeklin boyutlarını belirleme, parçaların duruşunu ayarlayabilme ve yapılanları ifade etme noktalarında zorluk yaşadıklarını ortaya çıkarmıştır. Buna karşılık, bu zorlukların cetvel kullanımı, kareli defter kullanımı, deneme-yanılma, çıkarımda bulunma, orijinal şekilden yardım alma ve geometrik hesaplamalara vurgu yapma ile üstesinden gelmişlerdir. Çalışmanın bulguları ilgili alan yazını ışığında tartışılmıştır. Öneriler sunulmuştur.

*Anahtar Kelimeler: Kare tangram, akıl yürütme stratejisi, geometri, matematik öğretmeni adayları.*

**Abstract**

This study aimed to reveal the reasoning strategies of prospective teachers during the process of creating square tangram materials and the coping strategies they used to overcome the challenges encountered in this process. The findings of the study revealed that prospective teachers used three reasoning strategies when creating square tangrams: copying the given shape, reaching the whole from the parts, and reaching the parts from the whole. Most of the prospective teachers attempted to create square tangrams by constructing their own tangrams rather than using the original tangram provided to them. They faced difficulties in determining the dimensions of the shape, adjusting the positions of the pieces, and expressing their progress. However, they managed to overcome these difficulties using a ruler, graph paper, trial and error, making inferences, helping from the original shape, and emphasising geometric calculations. The results of the study were discussed in light of the relevant literature and recommendations were presented.

*Keywords: Square tangram, reasoning strategies, geometry, prospective middle school mathematics teachers.*

© 2024 Başkent University Press, Başkent University Journal of Education. All rights reserved.

\*ADDRESS FOR CORRESPONDENCE: Ayşenur Yılmaz, Mathematics and Science Education, Faculty of Education, Kahramanmaraş Sütçü İmam University, Kahramanmaraş, Türkiye. E-mail address: aysenuryilmaz@ksu.edu.tr, ORCID ID: 0000-0001-5291-059X.

Betül Tekerek, Mathematics and Science Education, Faculty of Education, Kahramanmaraş Sütçü İmam University, Kahramanmaraş, Türkiye. E-mail address: btekerek@ksu.edu.tr, ORCID ID: 0000-0001-7066-6885.

Received Date: July 25<sup>th</sup>, 2023. Acceptance Date: July 31<sup>th</sup>, 2024.

## 1. Giriş

Matematik eğitiminde öğrenenlere kazandırılması hedeflenen temel becerilerden biri akıl yürütme becerisidir (NCTM, 2000). Bir bireyin akıl yürütebilmesi için yeterince bilgi sahibi olma, yeni durumları derinlemesine inceleme, mantıklı varsayımlar yapabilme, gerekçeli açıklamalar yapabilme, vardığı sonuçları açıklayabilme ve savunabilme becerisine sahip olması gerekmektedir (Umay, 2003) Akıl yürütme, matematiksel fikirlerin veya kavramların başka fikirler veya kavramlarla entegre edilmesi veya yeniden şekillendirilmesi olarak tanımlanmaktadır (Brodie, 2010). Mason (2001) akıl yürütme becerisi için öğrenenlerin belli anahtar kelimelere odaklanarak neyi neden yaptığı ile ilgili doyurucu açıklamalar yapması gerektiğini belirtir. Bu anahtar kelimeler; eğer, ise, çünkü gibi kelimeler olabilir. Akıl yürütmede bireyin bir durumla ilgili argüman oluşturmaktan ziyade bu argümanın sebebinin açıklayacak kadar kendine güvenmesi gerektiği de vurgulanmaktadır (Mason, 2001). Akıl yürütme kavramsal bir yapıya sahip olup, sorular oluşturma, stratejiler üretme, genelleme, varsayımda bulunma ve gerekçelendirme gibi süreçleri içerir (Öz & Işık, 2017). Jeannotte ve Kieran (2017) tarafından önerilen matematiksel akıl yürütme modeli, bu becerileri daha geniş bir perspektiften ele almaktadır. Bu modele göre, matematiksel akıl yürütme sadece mantıklı varsayımlar yapma ve gerekçeli açıklamalar yapma süreçlerini değil, aynı zamanda karşılaştırma, sınıflama, örüntü belirleme gibi süreç bileşenlerini ve abdüktif, dedüktif ve indüktif gibi yapı bileşenlerini de içermektedir. Akıl yürütme öğretmenler tarafından öğrenme ortamlarına ne kadar dâhil edilirse, matematiksel öğrenmenin gerçekleşmesi de o kadar artacaktır (NCTM, 2000). Öğretmen adaylarının akıl yürütme becerilerinin geliştirilmesi içinse, onların öğretmen olacakları sınıflarda bu beceriyi doğru şekilde yansıtabilmeleri öğrencilerinin edinmesine yardım edebilmesi için önemlidir (Çelik, Obay, & Özdemir, 2020). Ancak akıl yürütme becerisinin matematiği öğrenirken ve öğretirken nasıl kullanıldığı ile ilgili derinlemesine yapılacak çalışmalara ihtiyaç bulunmaktadır (Çelik vd., 2020).

Materyal kullanımı akıl yürütmeyi geliştirmek ve daha soyut düşünebilmek için uygun bir bağlam sunmada önemli bir role sahiptir (Clements & Battista, 1992; Arıcı & Aslan-Tutak, 2015). Bu materyallerden biri de kare tangram materyalidir. Bu materyal iki büyük dik ikizkenar üçgen, iki küçük dik ikizkenar, bir tane de boyut olarak orta olarak nitelenebilecek bir ikizkenar dik üçgen, bir paralelkenar ve bir kareden oluşmaktadır. Bir zekâ oyunu olarak nitelendirilen tangram materyali akıl yürütme becerisinin edinilmesinde oldukça önemlidir (Bottino, Ferlino, Ott & Tavella, 2007; Taş ve Yöndemli, 2018). Tangram materyali farklı yaş düzeylerine hitap etmesi itibarıyla sadece öğrenciler için değil yetişkinler için de uygundur (Kriegler, 1991). Tangram etkinliklerin ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının Van hiele geometrik düşünme düzeyinde anlamlı bir artış ve geometrik kavramları anlamasında derinleşmeyi sağladığı bilinmektedir (Dokumacı-Sütçü, 2018).

Tangram geometrik-mekanik oyunlarının bir çeşidi olarak öğrencilerin "geometrik düşünme yöntemlerinden, uzamsal düşünme becerisinden, el göz koordinasyonundan ve(ya) motor becerilerinden" (TTKB, 2013, s.10) yararlanmak üzere bireysel ya da grup halinde oynayabileceği bir zekâ oyunudur. Bu materyalin öne çıkan özelliğinden biri de içerdiği geometrik şekillerin özellikleri ve elemanlarından yararlanarak, şekillerden bir başka şekil elde etmeyi sağlayarak materyal yoluyla sağlanan matematiksel iletişimi desteklemesidir (Topbaş-Tat & Bulut, 2012; Dunkels, 1990). Tangram farklı yaş grupları için akıl yürütme becerilerinin geliştirilmesinde etkili bir araçtır (Renavitasari & Supianto, 2018). Ortaokul sınıf düzeyinde bu materyalin; bazı konuların öğretiminde (Hacıömeroğlu & Apaydın, 2009; Topbaş-Tat & Bulut, 2012), dijital öğrenme ortamlarına entegre edilerek (Dokumacı-Sütçü, 2018), kâğıt kesme etkinlikleri yoluyla (Dunkels, 1990) veya zekâ oyunları bağlamında (TTKB, 2013; Dokumacı-Sütçü, 2018) kullanıldığı görülmektedir. Tangram materyaline ait parçalar ortaokul öğrencilerinde kesirlerde parça bütün ilişkisini vurgulamak ve üçgen, kare ve paralelkenardan yararlanarak kare ve yamuk elde etmek ve bu parçaların alanlarını birbiri cinsinden ifade edebilmek için kullanılmakta (Bolster & Maletsky, 1977) ve çevre-alan ilişkisini desteklemektedir (Hacıömeroğlu & Apaydın, 2009; DeLoach Johnson, 2006). Buna göre öğrenciler iki küçük üçgen bir orta boy üçgen ile sırasıyla kare, paralelkenar ve yamuk oluşturduklarında veya hayvan şekilleri yaptıklarında aynı alana sahip farklı çevre uzunluğu olan geometrik şekillere ilişkin farkındalık kazanabilmektedir. Ortaokul öğrencilerinin şekillerin arasındaki ilişkileri bizzat deneyimlemelerinin sağlanması amacıyla, kâğıt kesme yoluyla yedi parçanın ayrı ayrı elde edildiği etkinliklerde asıl amaç etkinlik süreci boyunca matematiksel dili doğru kullanarak konuşmak olduğu için plastik tangram materyallerinin bunu sınırlı olarak gerçekleştirmeye yardım ettiği de düşünülmektedir (Dunkels, 1990).

Öğretmen adaylarına yönelik yapılan çalışmalarda tangram materyalinin geometrik düşünme düzeyleri, akıl yürütme ve ispat becerisine odaklanılarak incelendiği ve tangramdaki parçaları kullanarak şekiller oluşturmaları üzerine çalışmaların yapıldığı görülmüştür. Buna göre ilgili alan yazını, matematik öğretmeni adaylarının tangram parçalarını kullanarak farklı büyüklüklerde kare elde etme sürecinde zorlandıklarını, örneğin eş üçgenlerin hipotenüsleri birleştirildiğinde bir kare oluşabileceğini fark eden az sayıda öğretmen adayının olduğunu ortaya koymuştur (Thatcher, 2001). Ortaokul matematik öğretmeni adaylarının geometrik-mekanik zekâ oyunları kapsamındaki tangram etkinliklerinin somut tangram materyali yoluyla tecrübe edilmesinin onların Van hiele geometrik düşünme düzeyinde

anamlı bir artış sağladığını, geometrik kavramları anlamalarında derinleşmeyi desteklediğini, geometriye karşı ilgi duymalarını sağladığını ve kendilerine güvenlerinin arttığını ortaya çıkarmıştır (Dokumacı-Sütçü, 2018). Jamski'nin (1989) çalışması, deneme yanılma yoluyla tangram parçalarından kare elde etme etkinliğinin oldukça kolay görünen fakat bu yedi parçanın kaç farklı şekilde kullanımı yoluyla kare elde edilmesinin incelenmesinin ne ilköğretim öğrencileri ne de matematik öğretmeni adayları için görüldüğü kadar kolay gerçekleşen bir etkinlik olduğunu göstermiştir (Thatcher, 2001). İlgili alan yazınından hareketle öğretmen adaylarının kare tangram materyalini oluşturan parçalardan yararlanarak etkinlikler gerçekleştirdiklerini fakat kare tangram materyalini kendi imkanlarıyla oluşturmalarının önemini vurgulayan kısıtlı sayıda çalışma (Jamski, 1989; Thatcher, 2001) olduğunu söyleyebiliriz. Öğretmen adaylarının gelecekte gerçek sınıf ortamlarında gerçekleştirecekleri öğretimleri sırasında bu materyali etkili bir şekilde kullanabilmeleri için önceden bizzat tecrübe etmeleri gerekmektedir. Bu tecrübeler sırasında, matematiksel bilgi eksiklikleri veya etkili matematiksel bilgi kullanımlarının açığa çıkması kaçınılmazdır (Jamski, 1989). Dolayısıyla öğretmen adaylarının kare tangram materyalini oluşturmaları esnasında geliştirdikleri yolların ve bu yolları kullanırken savundukları gerekçelerin, tecrübe ettikleri zorlukların ve bu zorluklarla baş etme stratejilerinin incelenmesi onların matematiksel bilgi kullanımlarını ortaya çıkarması açısından oldukça önemlidir. Ayrıca öğretmen adaylarının geometri eğitimi süreçlerinde hangi alanlarda daha fazla destek ve rehberliğe ihtiyaç duyduklarını belirlemeye yardımcı olarak öğretmen eğitimi programlarının daha etkili hale getirilmesi için matematik eğitimcilerine bir fırsat sağlamaktadır. Öğrencilerin geometrik şekilleri bir problem üzerinde kullanarak uygulamalar yapmaları, onların akıl yürütme süreçlerini olumlu olarak etkilemektedir (Özüm-Bülbul & Güven, 2019). Bu çalışma, öğretmen adaylarının kare tangram materyalini oluştururken kullandıkları akıl yürütme stratejilerini ortaya çıkarma ve matematik eğitimi lisans programlarındaki derslerde kullanılacak kare tangram materyalinin oluşturulmasına yönelik bir etkinlik sunması açısından alan yazına katkı sağlayacaktır. Tangram materyali de bu amaç için oldukça uygun bir ders materyalidir. Bu bağlamda şu araştırma sorularına cevap aranmaktadır:

1. Ortaokul matematik öğretmeni adayları kare tangram oluştururken hangi akıl yürütme stratejilerini kullanmaktadır?
2. Ortaokul matematik öğretmeni adayları kare tangram oluştururken hangi zorluklarla karşılaştıklarını ve bu zorlukların ne üstesinden şekilde geldiklerini belirtmişler?

## 2. Yöntem

Bu çalışmanın yöntemi nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması olarak belirlenmiştir. Durum çalışması araştırmacının, bir ya da daha fazla olguyu ya da süreci bir bağlamda derinlemesine incelediği çalışmalardır (Creswell, 2003). Bu çalışmada ortaokul matematik öğretmeni adaylarının kare tangram oluşturma süreçleri derinlemesine incelenmiştir. Kare tangram oluştururken izledikleri yollar ve zorlandıkları kısımların açığa çıkarılması bu sürecin derinleştirilerek incelenmesini sağlamıştır. Bu sürecin hangi bağlam içerisinde incelendiği ise aşağıda sunulmuştur.

### 2.1 Çalışmanın Bağlamı ve Katılımcıları

Türkiye’de uygulanmakta olan ortaokul matematik öğretim programı incelendiğinde, öğrencinin matematiksel problem çözme sürecinde kendisinin ve başkalarının akıl yürütme becerilerindeki durumları fark edebilmesinin matematik eğitimin özel amaçları arasında yer aldığı görülmektedir (MEB, 2018). Ayrıca öğrencilerin akıl yürütme becerisinin gelişmesi için tümevarım, tümdengelim, karşılaştırma, genelleme, doğrulama tekniklerinin kullanılmasıyla yeni bilgiler kazandırılması gerektiği vurgulanmaktadır (MEB, 2013). Matematik öğretmeni adaylarının öğrencilerin geometri ile ilgili bu becerilerinin gelişmesi gerekliliğinin farkında olarak matematiği öğretme ile ilgili yeterlilikleri kazanabilecekleri yer lisans eğitimi aldıkları eğitim fakülteleridir. Öğretmen adaylarının geometri öğretimine yönelik bilgileri kazanmalarını sağlayan dersler arasında yer alan geometri ve ölçme eğitimi, YÖK tarafından 2018 yılında güncellenen İlköğretim Matematik Öğretmenliği Lisans Programının beşinci yarıyılında zorunlu bir derstir (YÖK, 2018). Dersin içeriği programda “Van Hiele düşünme düzeyleri; temel geometrik kavramlar, geometrik yapılar, geometrik cisimler; eşlik ve benzerlik; dönüşüm geometrisi, izdüşüm, örüntü ve süslemeler, fraktalar; Pisagor teoremi; ölçmenin doğası, zaman, uzunluk, alan, hacim ve açı ölçme konularının öğretimi (ders içeriğini düzenleme-uygun öğretim materyallerini ve stratejilerini kullanma vb.); bu konulara ilişkin öğrenci bilgisi (kavramlara ilişkin öğrenci düşüncesini anlama, yorumlama; öğrenci zorluklarını, hatalarını, kavram yanlışlarını ve nedenlerini bilme); bu konuların günlük hayat ve diğer derslerle ilişkisi” (syf. 10) şeklinde belirtilmiştir. Bu ders kapsamında kullanılacak materyaller arasında zekâ oyunları arasında da yer alan tangram yer almaktadır (Van de Walle vd., 2013). Singh (2006) tangramı önemli geometrik kavram ve tanımları öğretmek için etkili biçimde kullanılacak ilgi çekici ve eğlenceli bir materyal olarak tanımlamaktadır.

Bu çalışmaya Türkiye’de bir devlet üniversitesinin eğitim fakültesinde “İlköğretim matematik öğretmenliği” lisans programında öğrenim görmekte olan 49 (12 kadın ve 37 erkek) kişiden oluşan 3. sınıf öğretmen adaylarının tamamı katılmıştır. Katılımcılar çalışmaya COVID 19 pandemisi sürecinde araştırmacılardan birinin uzaktan yürütmekte olduğu “Geometri ve ölçme öğretimi” dersi kapsamında gönüllü olarak dâhil olmuşlardır. Araştırmanın katılımcıları belirlenirken amaçsal örnekleme yönteminden yararlanılmıştır. Bu yöntemde araştırmacı, belirlediği bir kriter doğrultusunda örneklemin uygun olduğuna karar verebilir (Patton, 1990). Tüm 3. Sınıf öğretmen adaylarının seçilmesinde kullanılan kriter uygulamanın yapıldığı yarıyılıda “Geometri ve ölçme öğretimi” dersini tamamlamış olmalarıdır. Öğretmen adaylarının tamamlanan ders kapsamında tangram materyali ile ilgili çeşitli etkinlikler hazırlamalarına ve uygulamalarına fırsat tanındığı, bir başka deyişle tangram materyaline aşinalık kazandıkları için bu dersi tamamlamış olmaları bir kriter olarak belirlenmiştir.

Çalışmaya katılacak olan öğretmen adaylarının kare tangram materyali ile ilgili ne tür bir bilgi birikimi ile çalışmaya katılacaklarını öğrenmek için “Geometri ve ölçme öğretimi” dersinin başlangıcında bir ön çalışma gerçekleştirilmiştir. Buna göre öğretmen adaylarının kare tangram ile ilgili ön bilgilerini ortaya çıkarmayı sağlayan üç açık uçlu sorudan oluşan bir belge öğretmen adaylarına gönderilmiş ve bu belgeyi doldurup tekrar göndermeleri istenmiştir. Bu belgeyi doldurarak dönüş yapan 44 öğretmenin adayının kare tangram materyali ile ilgili bilgi veya deneyimlerine göre, yarısından fazlası (66%) tangramdan oyun olarak bahsederken geri kalan kısmı tangramı şekil, şekil oluşturma etkinliği, bulmaca, geometri aracı olarak ifade etmişlerdir. Öğretmen adaylarından 29’u (66%) daha önce tangram ile herhangi bir uygulama yapmadığını ifade ederken, sadece 15’i (34%) tangram materyali ile daha önceden çalıştığını belirtmiştir. Öğretmen adaylarına göre tangram, çoktan aza doğru en çok geometrik şekillerin öğrenilmesini sağlama, geometrik şekillerin birbiriyle ilişkisini göstermek, zekâ geliştirmek, şekil elde etmek, öğretimde kullanmak ve beceri geliştirmek amaçlarıyla kullanılan bir materyaldir. Bu bilgiler doğrultusunda katılımcı öğretmen adayı grubunun çoğunluğunun tangramı genel anlamda bir oyun olarak algıladığı, daha önce tangram materyali ile bir çalışma deneyimine sahip olmadığı ve tangramın geometride şekillerin öğrenilmesinde kullanıldığını düşündüğü ortaya çıkmıştır. Dolayısıyla çalışmaya katılmış olan öğretmen adayları bu alt yapı ile çalışmaya dâhil olmuşlardır.

Geometri ve ölçme öğretimi dersini araştırmacılardan biri COVID 19 pandemisi sürecinde uzaktan eğitim şeklinde vermiştir. Bu ders haftada toplam 3 saatte verilerek dersin içeriği YÖK (2018) tarafından belirlenen içerik doğrultusunda haftalara paylaştırılmıştır. Her konunun teorik anlatımı yapıldıktan sonra ders için kullanılan temel kaynaklardan birisi olan ve “İlkokul ve Ortaokul Matematiği- Gelişimsel Yaklaşımla Öğretim” (Van de Walle vd., 2018) isimli kaynaktaki örnek etkinlikler öğretmen adaylarıyla paylaşılmıştır. Bu kaynaktaki özellikle tangram materyalinin kullanıldığı etkinlikler mutlaka ders içeriğine dahil edilmiştir. Bu kaynaktaki tangram materyaline yönelik etkinlikler farklı şekilleri kullanarak aynı alan ölçümüne sahip şekilleri oluşturma, tangram parçaları arasındaki ilişkileri fark etme, tangram parçalarını bir araya getirerek şekil oluşturma ve verilen şekilleri parçalara ayırma eylemleri ile alanları karşılaştırmaya yönelik etkinlikleri (Van de Walle vd., 2013, s. 378) içermektedir. Ayrıca tangram bulmacasının farklı zorluk seviyelerine (kolay, orta düzey ve çok zor) yönelik örnekler de paylaşılmıştır (Van de Walle vd., 2013, s. 408).

2020-2021 yılının güz yarıyılında söz konusu ders tamamlandıktan sonra dönemin son haftasında öğretmen adaylarına araştırmacılar tarafından hazırlanan tangram etkinliği proje ödevi şeklinde sunulmuştur. Bu ödevi tamamlamaları için yaklaşık olarak üç hafta süre tanınmıştır. Etkinliğin içeriğine ait bilgiler bir sonraki başlıkta ele alınmaktadır.

## 2.2 Veri Toplama Araçları ve Veri Toplama Süreci

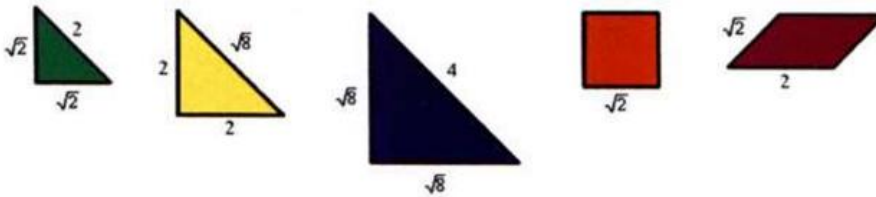
Öğretmen adayları daha önce de belirtildiği üzere “Geometri ve ölçme öğretimi” dersini uzaktan almışlardır. Ders tamamlandıktan sonra öğretmen adayları için araştırmacıların hazırladığı tangram materyalinin kullanımını içeren bir etkinlik uzaktan eğitim sistemine proje ödevi olarak eklenmiştir. Bu proje ödevinin içerisinde kare tangramın oluşturulması ve ardından elde edilen bu tangram parçalarından şekil oluşturma sürecine yönelik derinleştirici sorular yer almaktadır. Uzaktan eğitim sürecinde öğretmen adaylarının hazır materyalleri olmadığından ve proje, tangram materyalinin somut olarak kullanılmasını gerektirdiğinden, bu ödevin ilk aşaması kare tangramın somut materyal olarak oluşturulmasını gerekli kılmıştır. Dolayısıyla, bu etkinlik, öğretmen adaylarının direk tangram materyalini alıp şekiller oluşturmalarını sağlamak yerine, öncelikli olarak onların kendi tangram materyallerini kendilerinin oluşturması fırsatını sunmuştur.

Bu etkinlik tasarımında Yeşildere-İmre’nin (2020) önerdiği etkinlik tasarım prensiplerinden faydalanılmıştır. Buna göre etkinliğin hedeflediği kazanımın analizi kapsamında Geometri ve Ölçme Öğretimi dersinin ders tanımında bahsedilen amaçlarına uygun olarak tasarlanmıştır. Bu etkinliğin öğretmen adaylarının bir kare tangram materyalini kendileri oluştururken nasıl bir yol izlediklerini ve bu yolu izlerken düşündükleri ve ifade ettikleri matematiksel kavramları nasıl işe koştuklarını ortaya çıkarma yönüyle öğretmen adaylarının temel geometrik kavramlar, geometrik

yapılar, geometrik cisimler; eşlik ve benzerlik, dönüşüm geometrisi, izdüşüm, Pisagor teoremi; uzunluk, alan konuları ile paralellik oluşturduğu düşünülmüştür. Geometrik şekillerin, alanların ve simetrisinin anlaşılmasına yardımcı olan kare tangram oluşturma süreci, adayların bu kavramları pratikte uygulamalarını sağlayarak derste de vurgulanan teorik bilgilerin somut hale gelmesine yardımcı olmaktadır. Etkinliğin tasarlanma amacı kapsamında öğretmen adaylarının kare ve onu oluşturan şekilleri ve şekiller arasındaki ilişkileri geometrik özellikleri doğru kullanarak daha derinlemesine incelemesine fırsat vermesi yönüyle öğrenmeyi değerlendirme etkinliği olarak düşünülmüştür. Öğrenci bilgisinin değerlendirilmesi kriteri kapsamında ise ders içeriğinde tangram parçalarıyla şekil oluşturma ve alan karşılaştırma etkinlikleri yoğun olarak ele alındığından, bu etkinlik tasarlanırken öğretmen adaylarının kendi belirleyecekleri uygun kenar uzunluklarını ve tangram parçalarının özelliklerini kullanacakları “kendi tangram materyallerini” oluşturmalarının onların önbilgileri ile yapabilecekleri bir materyal tasarımı olarak düşünülmüştür. Etkinlikte incelenecek örneklerin seçimi ve yönergelerinin yazımı kriteri kapsamında ise proje ödevinin bu kısmı için öğretmen adaylarına ilk olarak kare tangramın ne olduğuna dair aşağıdaki kısa bir bilgilendirme metni ve tangram resmi verilerek, kare tangramı hatırlamaları sağlanmıştır. Etkinlik tasarım ilkelerinden değerlendirme kriterinde etkinlik sürecinde öğrencinin başarılı olduğunu gösteren kriterlerin belirlenmesi amaçlanmakta olduğundan kare tangramı oluşturan geometrik özellikleri itibarıyla doğru parçalarla çalışmak (Şekil 1) başarılı olarak kabul edilmiştir. Son olarak uygulama sürecinin tasarımı kriteri kapsamında bu etkinliğin uzaktan eğitimde uygulanmasının uygun olmaması, kare tangram oluşturma sürecinin bireysel ya da grup olarak farklı düşünceleri beraberinde getirebilme potansiyelinin olmasıyla grup olarak birlikte üzerinde çalışabilmenin mümkün olmaması, materyali oluşturmamanın maliyet açısından az ve zahmetsiz olmasıyla birlikte zaman alıcı yönünün varlığı faktörleri düşünülerek dönem sonu ödevi olarak bireysel uygulanmasının daha uygun olduğuna karar verilmiştir. Etkinlik Hacıömeroğlu ve Apaydın'ın (2009) ortaokul öğrencileri için önerdiği etkinlikten esinlenerek çalışmanın bağlamına göre yeniden şekillendirilerek geliştirilmiştir.

#### Şekil 1

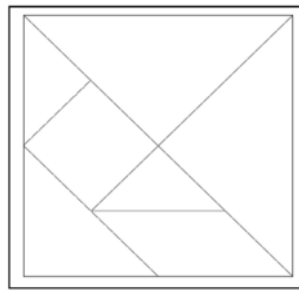
*Kare tangram parçaları arasındaki ilişki*



*Thatcher'den (2001, s. 396) alınmıştır.*

#### TANGRAM

Tangram, taş, kemik, plastik veya tahtadan yapılmış olan geometrik biçimlerdeki yedi adet parçayı bir araya getirerek çeşitli formlar oluşturma esasına dayalı yaratıcı bir zekâ oyunudur. Hedeflenen form, geometrik bir şekil, hareket halindeki bir insan figürü, hayvan figürü, alfabe'deki bir harf ya da benzeri bir şey olabilir. Hedef olarak belirlenen formu oluşturabilmek için, yedi parçanın tamamını kullanmak gerekir. Çin'de geliştirilen bu oyunun ortaya çıkışı çok eski tarihlerde olmuştur<sup>1</sup>.



Tangram

*Etkinlikte verilen bilgilendirme metni*

Ardından gördükleri resimdeki kare tangramı istedikleri malzemelerle aşağıdaki sorular yoluyla kendilerinin oluşturması istenmiştir.

Yukarıdaki şekilde size bir tangram verilmiştir.

Aşağıdaki soruları bu tangramdan yararlanarak cevaplandırınız.

1. Verilen tangramı kendiniz oluşturunuz.
  - a. Tangramı oluştururken nasıl bir yol izlediniz? Lütfen her adımı açıklayarak yazınız.
  - b. Hangi araç-gereçleri kullandınız? Neden?
  - c. Bu aşamada zorlandığınız bir durum oldu mu? Nasıl üstesinden geldiniz?

Etkinlik kâğıdında yer alan sorulardan birincisi ile öğretmen adaylarının kare tangram materyalinin resminden hareketle bir somut materyal oluşturabilmek için düşünmeleri beklenmektedir. Bu soruda tangramı nasıl elde etmeyi düşündüklerini anlamak amaçlanmaktadır. a alt sorusu ilk soruda öğretmen adaylarının kare tangramı oluşturmak için belirledikleri yolu detaylı olarak açıklamaları ve özellikle kare tangramın içerdiği geometrik şekiller arasındaki ilişkileri ne düzeyde ve nasıl kullanabildiklerini belirlemeyi amaçlamaktadır. Örneğin, tangramın içindeki bir parçadan başlayıp diğer parçaları ilk parçanın etrafına yerleştirmeyi düşünen bir öğretmen adayının bu eylemi gerçekleştirirken var olan matematiksel bilgilerini ve terimlerini nasıl ve ne şekilde kullandığına yönelik cevaplar yani akıl yürütme sürecinde gerçekleştirdikleri eylemler bu soru kapsamında değerlendirilmiştir. b alt sorusu ile kare tangramı oluştururken hangi araç ve gereçleri ne amaçla kullandıkları açığa çıkarılmak istenmiştir. Bu soruda kullandıkları araç ve gereçleri matematiksel olarak nasıl işe koştukları önemli bir husustur. c alt sorusu ise bu süreçte karşılaştıkları zorluklar ve baş etme stratejilerini ifade etmelerini gerektirmektedir. Bu zorluklar öğretmen adaylarının şekillerin uzunluklarını belirleme ve onları çerçeveye sığdırmada olabileceği gibi şekilleri yan yana birleştirmede konum ve yön özelliklerini görebilmede de ortaya çıkabilecek zorluklar olabilir. Yani akıl yürütmeleri esnasında ortaya çıkabilecek her zorluk bu soru kapsamında değerlendirilmiştir. Öğrencilerden etkinlik içerisinde yer alan bu soruları detaylı olarak doldurmaları ve bu soruları cevaplama esnasında kare tangramı oluştururken çekecekleri fotoğrafları da kullanmaları istenmiştir. Dolayısıyla bu araştırma için elde edilen veriler öğretmen adaylarının yazılı cevapları ve kare tangram materyalini oluşturmaları esnasında ürettikleri çözüm yollarını göstermeye yardım eden öğretmen adayları tarafından çekilmiş fotoğraflardan ya da çizimlerden oluşmaktadır.

### 2.3 Verilerin Analizi

Veriler analiz edilmeden önce öğretmen adaylarına 1'den 49'a kadar numaralar verilmiştir. Bulgular sunulurken öğretmen adaylarına atanan sayılarla ilişkili olarak ÖA1, ÖA2 şeklinde kısaltmalar yapılarak ifadelerinden alıntılara yer verilmiştir. Alıntılar içerisinde köşeli parantezle verilen kısımlar okuyucuların metni anlamasını kolaylaştırmak için araştırmacılar tarafından eklenmiştir.

Bu araştırmada kodlar öğretmen adaylarından elde edilen dokümanlardan ortaya çıkan veriden hareket ederek oluşturulmuştur. Verilerin içerisindeki araştırma sorularına cevap olabilecek en küçük anlamlı parça birkaç kelime, bir cümle veya bir paragraf birim olarak kullanılabilir (Merriam, 2009). Bu çalışmanın analiz birimi paragraftır. Bir başka deyişle öğretmen adaylarının stratejilerini açıkladıkları paragraflardır. Bu paragraflardan hareketle sınıflandırmalar oluşturulmuştur. Bu sınıflandırmalar yapılırken veriler açık kodlama yöntemiyle (Strauss ve Corbin, 1998) analiz edilmiştir. Katılımcıların ifadelerinde tekrarlanan temalar belirlenip bu temalar daha geniş kategoriler altında birleştirilmiştir. Bu süreçte, elde edilen verilerin çeşitliliği ve temsiliyeti (Creswell, 2013) göz önünde bulundurularak sınıflandırmaların geçerliliği sağlanmıştır. Oluşturduğumuz sınıflandırmalar, öğrencilerin geometrik düşünme ve anlama süreçlerini inceleyen Van Hiele (1986) ve matematiksel muhakemeyi ele alan Umay'dan (2003) ve Umay ve Kaf'tan (2005) esinlenerek kodlanmıştır.

Van Hiele'ye (1986) göre en alt düzey geometrik düşünmede şekillerin genel görünümüne göre ele alındığı ve kullanılan geometrik kavram ve terimlerin şekillerin görsel temsillerinden ibaret olduğu bir düzeydir. Bu düzeyde şeklin sahip olduğu özellikler ve özellikler arasındaki ilişkiler ele alınmadığından geometrik şekiller bütüncül bir bakış açısıyla ele alınır. Şekiller ayrı parçalar ve özelliklerin bir arada olduğu bir bütün olarak algılanmaz. Bu çalışmada ise bu tür düşünce sergileyen öğretmen adayları, kendilerine verilen kare tangramı oluştururken şekli oluşturan parçalar ve aralarındaki özelliklere odaklanmadan şekli bir bütün olarak ele almış ve kendilerine verilen kare tangram şeklini kopyalayarak şekli oluşturmayı tercih etmişlerdir. Bir başka deyişle matematiksel bir temeli olmayan, matematiksel ilişkiler üzerine iyi düşünülmemiş zayıf akıl yürütmeler (Umay & Kaf, 2005) kullanmıştır. Takip eden geometrik düşünme düzeylerinde şekillerin özellikleri üzerine düşünebilen ve şekillerin birbirleri arasındaki ilişkisine göre informal mantıksal akıl yürütmeler gerçekleştirebilen (Van de Walle vd., 2018) öğrenciler yer alır. Bu çalışmada da kare tangramı oluşturan iki büyük ikizkenar dik üçgen, iki küçük ikizkenar dik üçgen, bir tane de boyut olarak ikizkenar orta üçgen olarak nitelenebilecek bir üçgen, bir paralelkenar ve bir kareden oluştuğunu ve bu şekillerin kenar uzunlukları arasındaki ilişkilendirmeleri fark eden veya kısıtlı olarak fark eden öğretmen adaylarının stratejileri incelenmiştir. Buna göre kareyi oluşturan şekillerden ve birbirleri arasındaki ilişkileri kullanarak yaptığı varsayımlardan hareketle kareye ulaşma şeklinde (parçadan bütüne) ya da kareyi önce oluşturarak içine parçaları oluşturma (bütünden parçaya) sürecinde şekillerin özelliklerine vurgu yapma girişimleri düşünülerek akıl yürütme

stratejileri sınıflandırılmıştır. Bir başka deyişle bu tür stratejilerde tahminler ve varsayımlar, gerekçelendirmeler ve ulaşılan sonucun açıklanarak savunulma eğilimleri göze çarpar (Umay, 2003). Verilerin analizine dair kodlama örneği Tablo 1’de paylaşılmıştır.

Tablo 1

*Verilerin analizine dair kodlama örneği*

Stratejinin Adı	Stratejinin Tanımı	Stratejiye uygun olarak kodlanan örnekler
Verilen Şekli Kopyalama Stratejisi	Kare tangramı oluşturan şekillerdeki temel elemanlar ve bu elemanlar arasındaki matematiksel ilişkilendirmelerden/özelliklerden yararlanmadan orijinal şeklin ölçülerini kullanacak şekilde kopyalanarak yapılması sürecidir.	Tangramı cetvelle ölçerek tangram parçalarını oluşturmaya başladım. Parçaları oluşturabilmek amacıyla karenin üçgenlerin paralelkenarların hangi ölçüde yapılacağını belirleyip çizdim. Sonra kestim (ÖA25)
Bütünden Parçaya Ulaşma Stratejisi	Kare tangramı oluşturan büyük kareden başlayarak tangramın parçalarını elde etmek için şekillerdeki temel elemanlar ve bu elemanlar arasındaki matematiksel ilişkilendirmelerden/özelliklerden yararlanarak şekli oluşturma sürecidir.	Öncelikle bir A4 aldım. Onun bir köşesinden tutarak çapraz bir şekilde katladım. Daha sonra katladığım yerden keserek bir kare elde ettim. Daha sonra makasla çapraz bir şekilde katladığım yerden makas yardımıyla kestim, elimde oluşan bir üçgeni bir daha ortadan keserek 2 üçgen elde ettim. Daha sonra diğer büyük üçgenden bir orta büyüklükte, 2 küçük üçgen 1 kare, 1 de paralel kenar elde ettim. (ÖA24)
Parçadan Bütüne Ulaşma Stratejisi	Kare tangramı oluşturan parçaların sahip olduğu temel geometrik elemanlar ve bu elemanlar arasındaki matematiksel ilişkilendirmelerden yararlanarak büyük kareyi oluşturma girişimidir.	Mesela küçük üçgeni oluşturmak için 5 cm uzunluğunda üçgen kestim, kare için yine aynı şekilde, orta boy üçgen için 7 cm, büyük üçgen içinde ortalama 9 cm kullanmıştım. İlk yaptığımda taslak da 2 cm yerine 4 cm aralıklı yapmıştım. Biraz uyumsuz olduğunu gördüm. Daha sonra bu şekilde yapmaya karar verdim. Özellikle üçgenin boyutlarına dikkat ederek hazırlamaya özen gösterdim. (ÖA19)

Tüm veriler iki araştırmacı tarafından da kodlanmıştır. İlk kodlamalarda öğretmen adayına ait veriler analiz edilirken kod şemasının belirlenmesi amaçlandığı için araştırmacılar birlikte kodlamıştır. Daha sonraki kısımlarda araştırmacılar ayrı ayrı kodlama yapmışlar ve kodlayıcılar arası tutarlılık yüzdeleri sırasıyla %90, %92, %90 şeklinde hesaplanmıştır. Bu değerler Miles ve Huberman’ın (1994) önerdiği %80 değerinin üzerinde değerlerdir. Tutarlı olmayan her bir kod tek tek tartışılmış ve ortak bir kod için karar verilmiştir. Bu sayede tüm kodlar üzerinde tam bir anlaşma sağlanmıştır. Araştırmacılar tarafından geliştirilen kodlama şeması ve ilişkili örnekler Tablo 1’de verilmiştir.

### 3. Bulgular

Bu kısımda öğretmen adaylarının kare tangramı oluştururken kullandıkları farklı akıl yürütme stratejileri başlıklar altında detaylı olarak ele alınmıştır. Ayrıca öğretmen adaylarının tangramı oluştururken çektikleri fotoğraflardan alıntılar yapılmıştır. Araştırmacılar bazı öğretmen adaylarının açıklamalarının daha net anlaşılabilmesi için alıntılarının içerisinde köşeli parantez içerisinde ek açıklamalar eklemiştir. Bunun yanında öğretmen adaylarının açıklamalarını fotoğraflarla desteklemedikleri kısımlarda, öğretmen adaylarının yazdıkları açıklamalardan yola çıkarak araştırmacıların çizmiş olduğu şekillerle (Şekil 5’ten Şekil 11’e kadar-Şekil 11 dahil) ifadelerle netlik kazandırılmak istenmiştir.

#### 3.1 Öğretmen adaylarının Kare Tangram Oluşturma Sürecinde Kullandıkları Akıl Yürütme Stratejileri

Çalışmanın bulguları, öğretmen adaylarının kare tangramı oluştururken üç strateji kullandıklarını ortaya çıkarmıştır. Öğretmen adaylarının belirlenen kare tangram oluşturma stratejileri için sıklık dağılımı Tablo 2’deki gibidir. Tablo 2’ye göre öğretmen adaylarının tercih ettikleri stratejiler çoktan aza doğru bütünden parçaya ulaşma stratejisi (35

öğretmen adayı, 71%), verilen şekli kopyalama stratejisi (12 öğretmen adayı, 25%) ve parçadan bütüne ulaşma stratejisi (2 öğretmen adayı, 4%) olarak tespit edilmiştir.

Tablo 2

*Öğretmen adaylarının kare tangram oluşturma sürecinde kullandıkları akıl yürütme stratejileri*

Akıl yürütme stratejileri		Sıklık	Yüzde
Strateji 1	Verilen şekli kopyalama stratejisi	12	25
Strateji 2	Bütünden parçaya ulaşma stratejisi	35	71
Strateji 3	Parçadan bütüne ulaşma stratejisi	2	4
Toplam		49	%100

Buradan hareketle söyleyebiliriz ki öğretmen adaylarının çoğunluğu kendilerine verilen orijinal tangram yoluyla değil, kendi tangramlarını oluşturarak etkinliği sürdürmüşlerdir.

*3.1.1 Verilen Şekli Kopyalama Stratejisi*

Öğretmen adaylarının %25'inin (12 öğretmen adayı) kare tangramı oluştururken bu stratejiyi kullandıkları görülmüştür. Bu stratejiyi kullanan ÖA 4 ve ÖA 10, kendilerine verilen kare tangramın ölçülerini kullanarak kare tangramı oluşturmuştur:

*Ölçü olarak var olan tangramın ölçülerini kullandım. Daha sonra kalın mukavva kartonundan kestiğim şekilleri renklendirmek için renkli kağıtları kullandım (ÖA 4).*

*Tangramın çıktısını aldım. Daha sonra şekilleri kestim. Şekilleri hatırladığım kadarıyla birleştirmeye çalıştım (ÖA 10).*

*Tangram şekillerini düzgün ve doğru çıkartmak için cetvel kullandım. Yukarıdaki tangramı [etkinlikte verilen tangram] kâğıda çizip kesip çıkarttım. Kestiğim şekilleri boyadım. Bir de düzgün durması için çerçeve kestim (ÖA 42).*

*Tangramı oluşturmak için öncelikle çeşitli araç ve gereçleri kullanarak tangramın parçalarını elde ettim. Öncelikle mukavva kartonunun üzerine yukarıda verilen tangramın parçalarının şekillerini kalem yardımıyla düzgün bir şekilde çizdim. Çizim aşamasında yukarıda verilen tangramın formunu bozmadan olduğu gibi çizdim. Yani ayrı ayrı her bir şekli çizmek yerine parçalar yerli yerinde iken düşünüp ona göre çizdim. Daha sonra her bir parçayı boyadım ve en sonunda teker teker kestim. En sonunda da 7 adet geometrik şekil elde ettim. Daha sonra bu 7 adet şekli önüme tek tek koydum (ÖA 43).*

Bu stratejiyi kullanan öğretmen adayları, kendilerine verilen kare tangramın aynısını cetvel yoluyla veya cetvel kullanmadan etkinlik kağıdında var olan kare tangram şeklinden birebir yola çıkarak kullanmışlardır.

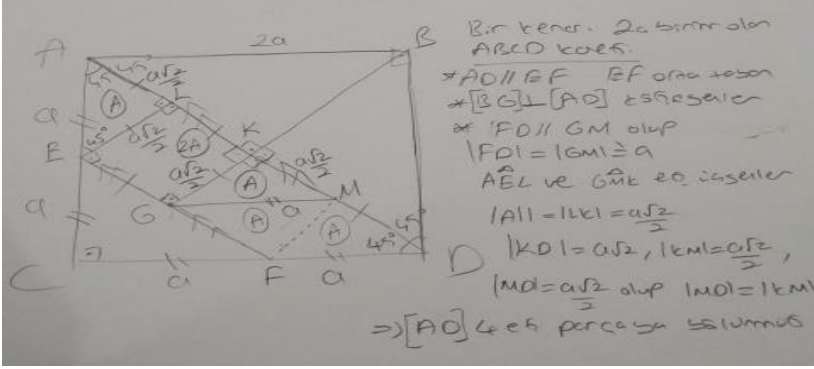
*3.1.2 Bütünden Parçaya Ulaşma Stratejisi*

Öğretmen adaylarının yarısından fazlası (35 öğretmen adayı, %71) kare tangramı oluştururken bütünden parçaya ulaşma yolunu tercih etmişlerdir. Bunu, önce kareyi çizerek ardından karenin içine şekilleri yerleştirerek yapmışlardır. Örneğin ÖA27 öncelikle aşağıdaki şekli çizerek (Şekil 3) tangram parçalarının kenar uzunlukları ve oluşan açılarla ilgili bir ön çalışma yapmıştır.



### Şekil 3

ÖA27'nin Kare tangramdaki şekiller arasındaki ilişkileri görmek için çizdiği ön çalışma



ÖA27 bu ön hazırlığı yaptıktan sonra, büyük kareden küçük parçalara doğru tangramda hangi parçaların olduğunu ve bunların birbirini içermesi ile ilgili durumları aşağıdaki şekilde açıklamaktadır:

İlk başta, tangram resmine (içindeki şekillere) bir bütün ve bütünün parçaları olarak baktım. Bu nedenle önce bir çerçeve oluşturup, daha sonra iç kısımdaki kareyi parçalayarak gittim. Bu karede bütüne baktığımda karenin  $AD$  köşegeninin çizili olduğunu ve bu köşegenin kareyi bütünde  $ABD$  ve  $ACD$  üçgeni olmak üzere 2 eş üçgene böldüğünü gördüm.  $ABD$  üçgeni, 1 ve 2 olarak numaralandırılan 2 üçgenden;  $ACD$  üçgeni ise 3, 4, 5, 6 ve 7 olarak numaralandırılan şekillerden oluşmaktadır.  $ACD$  üçgenindeki şekilleri bütünden parçaya giderek şöyle inceledim;  $ACD$  üçgeni, 3 numaralı üçgenden ve 4, 5, 6, 7 numaralı şekilleri içeren bir yamuktan oluşmaktadır. Bu yamuk ise; 4 numaralı üçgen ve 5 numaralı kareyi içeren bir yamuk ve 6 numaralı üçgen ve 7 numaralı paralelkenarı içeren bir yamuk olmak üzere 2 yamuğa bölünmüştür. (ÖA27)

ÖA27 daha sonra tangramın parçalarını belirleyebilmek için kullandığı kenar, köşegen, orta nokta, paralellik ve diklik temel özelliklerini netleştirmek istemiş ve bunları aşağıdaki gibi açıklamıştır:

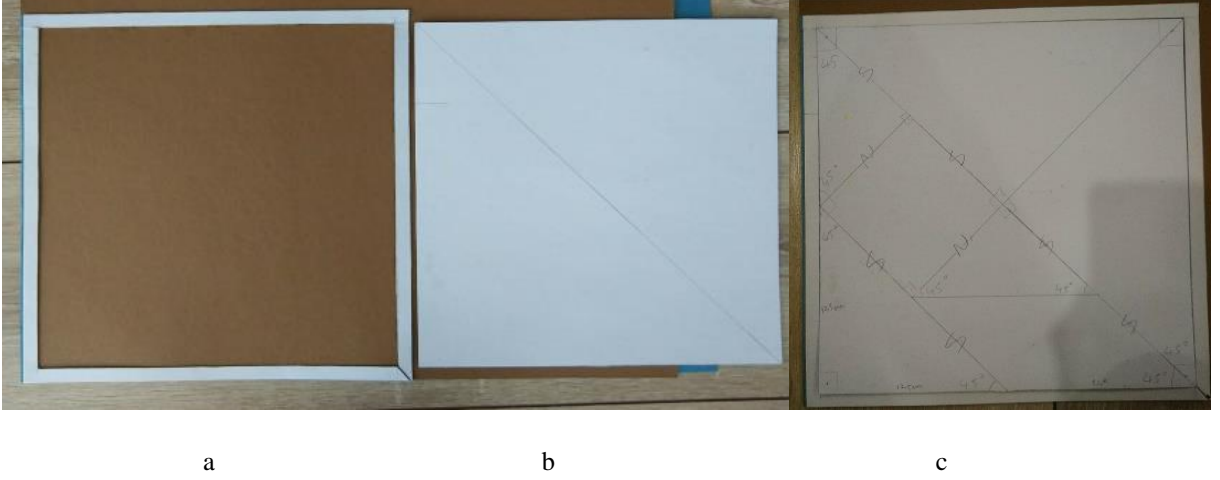
“Tangram 5 üçgen, 1 kare ve 1 paralelkenardan oluşuyor. Şimdi,  $AD$ 'nin karenin bir köşegeni olduğunu biliyoruz.  $ACD$  üçgeni içinde verilen paralelkenar ve kareyi oluşturabilmek için,  $ACD$  içerisinde  $AD$  köşegenine paralel bir çizgi çekilmesi gerektiği görülür. ( $EF \parallel AD$ ).  $EF$  orta tabandır.  $KLEG$  bir kare olduğundan,  $BG$  ve  $AD$  dik kesilmektedir. Karenin köşegenlerinin dik kesiştiğini bildiğimizden,  $BG$ 'nin karenin diğer köşegeni olduğunu söyleyebiliriz. (Karenin köşegenleri dik kesişir ve birbirini ortalar)” (ÖA27)

ÖA27 son aşamada kare tangramı tamamlamak için nasıl bir yol izlediğini belirlediği özellikleri kullanarak şu şekilde basamaklandırarak anlatmıştır:

“İlk başta  $26 \times 26$  cm boyutlarında bir kare çizip, kenarları 1'er cm kalınlığında olacak şekilde bir çerçeve çizdim [Şekil 4a] ve bu çerçeveden  $25 \times 25$  cm ölçülerinde bir kare çıkardım [Şekil 4b]. Kareye  $AD$  köşegenini çizdim.  $AC$ 'nin orta noktası ( $E$ ) ile  $CD$ 'nin orta noktasını ( $F$ ) birleştirerek  $EF \parallel AD$ 'yi oluştururdum.  $G$  ( $EF$ 'nin orta noktası) ile  $B$ 'yi birleştirdim.  $BG$  ve  $AD$ 'nin kesişim noktası  $K$  olmak üzere,  $AK$ 'nin orta noktasını ( $L$ ) ve  $KD$ 'nin orta noktasını ( $M$ ) işaretledim.  $E$  ile  $L$  noktasını birleştirdim. ( $E$  ile  $L$  dik).  $G$  ile  $M$  noktasını birleştirdim ( $GM \parallel FD$ ). Çizim işlemi bittikten sonra [Şekil 4c], parçaları kestim.” (ÖA27)

## Şekil 4

ÖA 27'nin bütünden parçaya ulaşma stratejisi

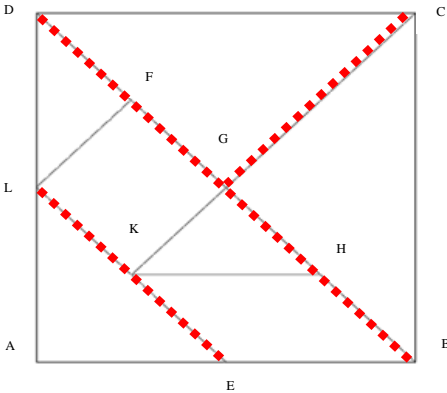


Görüldüğü gibi ÖA27 yaptığı en küçük çizimi bile bir gerekçeye dayandırarak şekillerdeki geometrik özellikleri kullanarak gerçekleştirmiş ve kare tangramı oluşturmuştur. Öte yandan, bütünden parçaya ulaşma yolunu tercih eden ve parçalara doğru ilerlerken gerçekleştirdikleri adımları nispeten daha yüzeysel şekilde açıklayan öğretmen adayları da bulunmaktadır. Şekil 5'ten yararlanarak ÖA 6'nın aşağıdaki açıklamalarını ele alalım:

*“Kare şeklindeki kâğıdı ilk önce ikiye ayırdım [DB köşegeni oluşturma]. İki tane ikizkenar dik üçgen elde ettim [ABD üçgeni ve BCD üçgeni]. Ardından üçgenlerden birini de [BCD üçgeni] ortadan ikiye bölerek iki büyük üçgen [BCG ve GCD üçgenleri] elde ettim. Diğer üçgeni de [ABD üçgeni] kısa kenarların [AB ve AD doğru parçaları] ortasından bölüp alt kısmında orta boyutta bir üçgen elde ettim [AEL üçgeni]. Sonrasında diğer parçadan da [EBDL yamuğu] iki küçük üçgen [LFD ile KHG üçgenleri], bir paralelkenar [EBHK dörtgeni] bir de kare [KGFL dörtgeni] elde ettim.” (ÖA6)*

## Şekil 5

ÖA6'nın bütünden parçaya ulaşma stratejisi



Şekilde görüldüğü gibi ÖA6 büyük kareden başlamıştır. Öncelikle iki büyük üçgeni ve orta boy üçgeni elde etmiştir. Sonrasında ise oluşturduğu orta boyuttaki üçgen ile büyük üçgenler arasında kalan bölgeden iki küçük üçgen, bir paralel kenar ve bir kare elde ettiğini ifade etse de bunları nasıl elde ettiğini, şekillerdeki hangi özellikleri kullandığını net bir şekilde ifade etmemiştir. ÖA 16 ise kenar uzunluğu 10 cm olarak belirlediği bir kareden başlamıştır. Bunu

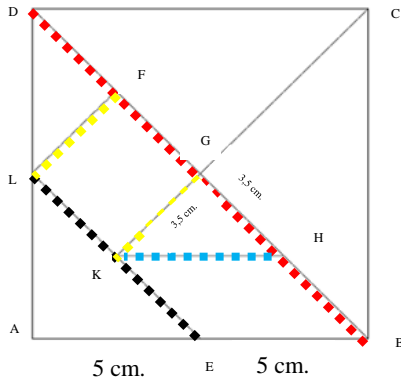
yaparken ikizkenar dik üçgenleri elde ettikten sonra sırasıyla orta büyüklükteki üçgeni, ardından kareyi ve son olarak da paralelkenarı oluşturmuştur. ÖA 16'nın açıklamalarını Şekil 6 üzerinden ele alabiliriz:

*10x10 cm lik kareden [ABCD] önce yarısını oluşturan ikizkenar dik üçgenleri [ABD üçgeni ve BCD üçgeni] oluşturdum.*

*Sonra iki kenarı [AL kenarı ile AE kenarı] 5 cm olan dik üçgeni kestim [AEL üçgeni]. Kestiğim üçgenin [AEL üçgeni] hipotenüsünün [LE kenarı] yarısını kaplayan [LK doğru parçası] kareyi kestim [KGFL karesi]. daha sonra hipotenüsünün diğer yarısını kaplayan [KE doğru parçası] ve uzun kenarı 5 cm olan paralelkenarı [EBHK paralelkenarı] kestim. Daha sonra kalan boşlukları kaplayacak tabanı 5 diğer iki kenar uzunluğu yaklaşık 3,5 cm olan üçgenleri [KHG ile DLF üçgenleri] kestim ve şekil tamamlanmış oldu. (ÖA16)*

### Şekil 6

ÖA16'nın bütünden parçaya ulaşma stratejisi



ÖA 31 ise karenin bir kenar uzunluğunu 24 cm. olarak kabul ederek tangram parçalarını elde etmiştir. Şekil 7 üzerinden nasıl bir yol izlediğine bakalım:

*[...] evde parkenin altına ısı yalıtımı için yapılan bir strafor buldum. Bu strafor dikdörtgendi ama kolay kesilebileceği için tangramı bundan yapmayı karar verdim. Cetvelle kısa kenarını ölçtüm 24 cm geldi. Uzun kenarı da bu ölçüde kestim straforumu kare haline [ABCD karesi] getirdim.*

*Sonra şekildeki tangrama bakarak aynısının nasıl yapabileceğimi planladım. İlk olarak köşegenleri [DB ve AC köşegenleri] çizdim. karenin içerisinde çarpı işareti gibi şekil oluştu.*

*Daha sonra bana göre alt kenar [AB kenarı] ve sol kenarın [DA kenarı] ortasını [E ve L noktaları] işaretledim. yani 12 cm ölçüp işaretledim. İşaretlemiş olduğum iki kenarı cetvel yardımıyla birleştirdim [LE doğru parçası] ve orada bir dik üçgen oluştu [AEL üçgeni]. ama bu üçgenin ikiye bölen bir çizgi vardı [AK doğru parçası]. iki köşegeni de çizdiğim için bu üçgenin içindeki çizgiyi [AK doğru parçası] silmem gerekiyordu. onun için bunu sildim.*

*Oluşan üçgenin [AEL üçgeni] hipotenüsüyle [LE doğru parçası] köşegenin kesim noktasından aşağısı [KE doğru parçası] kaç cm geldiğini ölçtüm. diğer tarafta da [GB doğru parçası üzerinde] aynı ölçümü işaretledim [HB doğru parçası]. iki noktayı [K ve H noktaları] birleştirdim. burada ki amacım paralel olmasını [KH ve EB doğru parçaları] sağlamaktı ve yaptım.*

*Daha sonra son iki parçayı [LFD üçgeni ile KGFL karesi] çizmek kaldı. Kalan parçadan biri [KGFL karesi] kareye benziyordu. ama benzemekle doğru kabul edemeyiz. onun için iki kenarı ölçtüm [FL ve KL doğru parçaları] ve 8.5 cm geldi. Ölçümleri aynı çıktığı için şeklin kare olduğunu [KGFL karesi] kabul ettim. Köşegen üzerinden de 8.5 cm işaretleyerek [F noktasını işaretlemek] karenin kenarını çizdim ve tangramın çizip aşamasını bitirmiş oldum. (ÖA31)*

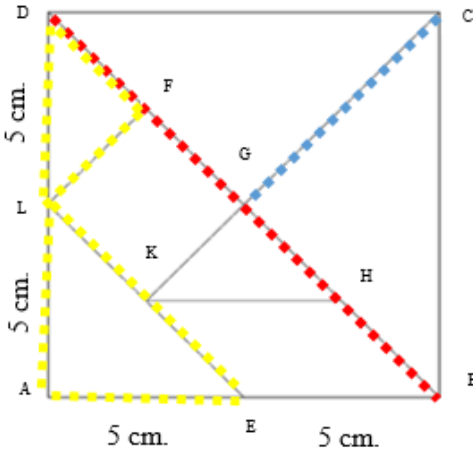


Bütünden parçaya ulaşma stratejisini kullanarak yapan öğretmen adaylarından ÖA 38 aşağıdaki açıklamalarını Şekil 9 üzerinden inceleyelim:

“Öncelikle bu dosyadaki tangram şeklini iyice inceledim. Karenin içine üçgenleri, paralelkenarı ve kareyi nasıl yerleştireceğime dair zihnimde bir plan oluşturdum. Daha sonra mukavva kartonumu, cetvelimi ve kalemimi alarak kenarları 10 cm’lik bir kare çizdim. Bu kareyi ilk olarak köşegenini çizerek iki eş parçaya ayırdım [DB köşegeni]. Bu ayırdığım iki eş parçanın bir tarafına iki büyük eş üçgen olan parçaları çizdim [GCD üçgeni ve GBC üçgeni]. Karenin diğer yarısına ise köşeleri karenin kenarının orta noktasına gelecek [L ve E noktaları] kenarı 5cm, 5cm ayırarak şekilde iki tane üçgen çizdim [LFD ve AEL üçgenleri]. Tangramdaki 4 üçgeni oluşturduktan sonra [GCD üçgeni, BCG üçgeni, LFD üçgeni, AEL üçgeni] kareyi [KGFL karesi], küçük üçgeni [KHG üçgeni] ve paralelkenarı [EBHK paralelkenarı] oluşturarak çizimimi tamamladım. (ÖA38)

Şekil 9

ÖA38’in bütünden parçaya ulaşma stratejisi



ÖA38 elindeki malzemeleri kullanarak bütünden parçaya ulaşma stratejisini kullanarak büyük bir kare çizdikten sonra büyük kareye bir köşegen çizmiş ve iki büyük üçgen oluşturmuştur. Sonrasında köşegenin orta noktasını karenin köşesi ile birleştirerek iki büyük üçgeni elde etmiştir. Ardından köşegenin ayırdığı diğer üçgene geçerek karenin kenarlarının orta noktaları iki üçgeni oluşturduğundan bahsetmiştir. ÖA38’in açıklamasında dört üçgeni oluşturduktan sonra “kareyi, küçük üçgeni ve paralelkenarı” oluşturduğu anlaşılıyor. Ancak üçgenleri, kare ve paralelkenarı nasıl oluşturduğu ve hangi matematiksel düşünceleri gerçekleştirdiği açık değildir. ÖA38’in bütünden parçaya ulaşma stratejisini kare tangramın belli bir kısmına kadar net olarak görülmektedir ancak kare, paralelkenar ve orta boyuttaki üçgeni nasıl elde ettiği kısmında ise kesilmektedir.

Bütünden parçaya ulaşma stratejisini kullanan öğretmen adaylarının birçoğu faydalandıkları matematiksel ilişkilendirmeleri, kare tangramın belli parçalarını elde edene kadar (örneğin; kare ve paralelkenar oluşturmaya gelene kadar) gösterebilmişlerdir. Paylaşılan örneklerden de görüleceği gibi orta nokta kavramı kullanılarak kenar uzunlukları öğretmen adayları tarafından belirlenen bir kareyle, tangramı oluşturan parçaların kenar uzunluklarını

ölçerek tangram oluşturulmuştur. Dikliğin göz ardı edilmesiyle dört kenarı ek olan şekil eşkenar dörtgen olarak algılanmış, cetvelle kenarların ölçülmesi doğru şekilde tangram parçalarının elde edilmesine kanıt oluşturmuş, şekiller arasında belirlenen matematiksel ilişkiler kenar uzunluklarının yaklaşık olarak aynı olmasından öte gidememiştir. Ayrıca öğretmen adaylarının kare tangram üzerinde yaptıkları hamleleri açıklarken hangi şekli veya uzunluğu kastettiği de açıkça anlaşılabilir. Ancak bazı öğretmen adayları, örneğin ÖA27, tangramın tüm parçalarını kenar uzunluğu ilişkilerini doğru şekilde kullanarak ve doğru gerekçelere dayandırarak tangramı oluşturabilmiştir.

### 3.1.3 Parçadan Bütüne Ulaşma Stratejisi

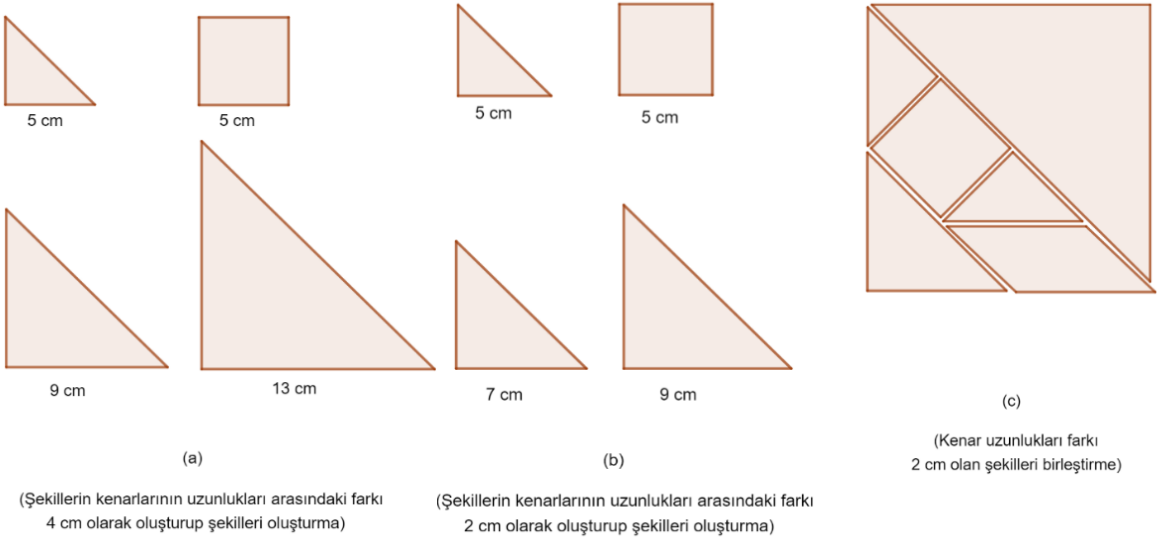
Öğretmen adaylarından ikisi (%4) kare tangramı oluştururken tangramın parçalarından yola çıkarak bütün tangrama ulaşmaya çalışmıştır. Bu öğretmen adayları üçgenlere veya tangram parçalarına kendi belirledikleri uzunlukları atayarak şekilleri çizmeye başlamıştır. Buna göre, bu stratejide öğretmen adayları herhangi bir ilişkilendirme keşfetmek veya herhangi bir özelliğe dayanarak hamlelerini gerçekleştirmek yerine en başta tangram parçalarına ilişkin bazı kenar uzunlukları varsaymışlardır. ÖA19, orta boyuttaki üçgenden başlayıp diğer parçaları oluşturarak büyük kareye ulaşmış, izlediği yolu ise şöyle açıklamıştır:

“Elimdeki materyalleri hazır ettim daha sonra belli bir yöntem belirledim. Mesela küçük üçgeni oluşturmak için 5 cm uzunluğunda üçgen kesttim, kare için yine aynı şekilde, orta boy üçgen için 7cm, büyük üçgen içinde ortalama 9 cm kullanmışım. İlk yaptığımda taslak da 2 cm yerine 4cm aralıklı yapmışım. Biraz uyumsuz olduğunu gördüm. Daha sonra bu şekilde yapmaya karar verdim. Özellikle üçgenin boyutlarına dikkat ederek hazırlamaya özen gösterdim. Çünkü olası bir yanlış ölçümle şekilleri doğru şekilde oluşturamazsınız. Daha sonra şekilleri uygun bir şekilde kesttim.” (ÖA19)

ÖA19 ilk olarak üçgenleri kendi belirlediği bir yöntemle, kendi belirlediği uzunluklarla üçgenleri ayrı ayrı oluşturmuştur. Bunu gelişigüzel bir yöntemle yaptığını ‘ortalama’ 9 cm. ifadesinden anlıyoruz. İlk denemesinde bu uzunluklar arasındaki farkı 4 cm olarak belirlemiş [Şekil 10a] ve bu değer üçgenleri bir araya getirirken bir uyumsuzluk oluşturduğunu fark etmiştir. Daha sonra bu farkı 2 cm olarak ayarlamış [Şekil 10b] ve bu şekilde şekilleri doğru oluşturduğunu düşünmüştür. 5 cm uzunluğunda üçgeni kestiğinde üçgenin hangi uzunluklarının kastedildiği açık olmamakla birlikte üçgenlerin dik kenar uzunluklarının kastedildiğini düşünüyoruz. Çünkü ancak bu şekilde şekilleri keserek birleştirdiğinde parçalardan bütünü elde edebilir [Şekil 10c]. Alıntının son kısmında ölçümlerin doğru belirlenmesinin önemi vurgulanmış, bunun deneme-yanılma ile yapılmasının uygun olduğu düşünülmüştür.

### Şekil 10

*ÖA19'un parçalardan başlayarak bütüne doğru nasıl ilerlediğini gösteren şekil*



Öğrencinin ifadesinden üçgenin boyutlarına dikkat ederek hazırladığını, küçük karenin küçük üçgenle eş olan kenarının boyutuna da dikkat ettiğini görüyoruz. Bununla birlikte öğretmen adayı küçük üçgen, orta boy üçgen ve büyük boy üçgen arasında varolan  $\sqrt{2}$  kat ilişkisini farketmemiştir fakat seçtiği 5, 7 ve 9 cm arasında yaklaşık olarak  $\sqrt{2}$  kat ilişkisinin mevcut olduğunu söyleyebiliriz. Bu yaklaşıklık, öğrencinin matematiksel olarak tam anlamıyla doğru sayılarla çalışmadığını farketmesini engellemiş olabilir. Bu stratejiyi kullanan bir diğer öğretmen adayı ÖA40, benzer şekilde tangram parçalarına atadığı uzunluklar yoluyla kare tangramı oluşturduğunu ifade etmiştir:

- 1.adım: öncelikle karesel tangramımın parçalarını oluşturmak için bir mukavva (karton) aldım.
- 2.adım: daha sonra karesel tangramımı oluşturmak için mukavvanın üzerine bir cetvel yardımıyla iki büyük üçgen iki küçük üçgen bir orta üçgen bir kare ve bir de paralelkenar çizdim.
- 3.adım: bu geometrik şekilleri çizerken bazı noktalara dikkat ettim. Bunlar büyük, orta, küçük olmak üzere üçgenleri çizerken her birinin ölçüsünü diğerinden 2 cm daha az olacak şekilde çizdim. Yani büyük üçgeni 8 cm, orta üçgen 6 cm, küçük üçgen içinde 4 cm ölçüm aldım.
- 4.adım: şekilleri çizdikten sonra bir makas yardımıyla kestim (ÖA 40).

### 3.2 Öğretmen adaylarının Kare Tangram Oluşturma Sürecinde Karşılaştıkları Zorluklar ve Baş etme Stratejileri

Çalışmanın bulguları, öğretmen adaylarının kare tangramı oluştururken şeklin boyutlarını belirleme, şekillerin duruşunu ayarlayabilme ve yapılanları ifade etme noktalarında zorluk yaşadıklarını ortaya çıkarmıştır. Şekillerin boyutunu belirlemede yaşadıkları zorluğu; cetvel ve kareli defter araçları ile deneme-yanılma ve çıkarım yapma şeklinde zihinsel olarak geçirdikleri süreçler yoluyla aşmışlardır. Şekillerin duruşunu ayarlayabilmede yaşadıkları zorluğu orijinal şekilden yardım alma ve deneme-yanılma, yapılanları ifade etmede yaşadıkları zorluğu ise geometrik hesaplamalara vurgu yapma ile üstesinden geldiklerini ifade etmişlerdir.

Ayrıca bu zorluklara ve baş etme stratejilerine kare tangram oluşturma sürecinde kullandıkları akıl yürütme stratejileri yönüyle bakıldığında bazı zorlukların ya da bazı baş etme stratejilerinin bazı akıl yürütme stratejilerinde gözlemlendiği söylenebilir. Buna göre şeklin boyutlarını belirleyememe ile ilgili zorluklar her üç akıl yürütme stratejisinin kullanılma sürecinde yaşanırken, şekillerin duruşunu ayarlayamama ile ilgili zorluk sadece parçadan bütüne ulaşma stratejisinde yaşanmamıştır. Yapılanları ifade etme noktasında yaşanan zorluğun ise sadece bütünden parçaya ulaşma stratejisinde yaşandığı ifade edilmiştir. Bu zorluklar ve baş etme stratejileri Tablo 3'te gösterilmiştir.

Tablo 3

#### Öğretmen adaylarının Kare Tangram Oluşturma Sürecinde Karşılaştıkları Zorluklar ve Baş etme Stratejileri

Zorluklar	Baş etme stratejileri	Kare tangram oluşturma stratejileri
-----------	-----------------------	-------------------------------------

				Verilen şekli kopyalama str.	Bütünden Parçaya Ulaşma str.	Parçadan Bütüne Ulaşma str.
Şeklin boyutlarını belirleyememe	Somut desteği	araç	Cetvel kullanımı	✓	✓	
			Kareli defter kullanımı	✓		
	Zihinsel desteği	süreç	Deneme-yanılma		✓	✓
			Çıkarım yapma		✓	✓
Şekillerin duruşunu ayarlayamama	Somut desteği	araç	Orijinal şekilden yardım alma	✓		
			Zihinsel desteği	süreç	Çıkarım yapma	
			Deneme-yanılma		✓	
Yapılanları ifade edememe	Zihinsel desteği	süreç	Geometrik hesaplamalara vurgu yapma		✓	

Aşağıdaki kısımda, öğretmen adaylarının kullandığı stratejiler özelinde karşılaştıkları zorluklar ve baş etme stratejileri örneklerle açıklanmıştır.

### 3.2.1 Verilen şekli kopyalama stratejisi kullanan öğretmen adaylarının yaşadığı zorluklar ve baş etme stratejileri

Verilen şekli kopyalama stratejisini kullanan öğretmen adayları kareyi oluşturan şekillerin boyutlarını belirlemede ve şekillerin duruşunu ayarlayabilme noktalarında sıkıntı yaşadıklarını belirtmiştir. ÖA'ların bu zorlukların hangi yollarla üstesinden geldikleri Tablo 4'te belirtilmiştir:

Tablo 4

#### *Verilen şekli kopyalama stratejisi kullanan öğretmen adaylarının yaşadığı zorluklar ve baş etme stratejileri*

Zorluklar	Baş etme stratejileri
Şeklin boyutlarını belirleme	Cetvel kullanımı
	Kareli defter kullanımı
Şekillerin duruşunu ayarlayabilme	Orijinal şekilden yardım alma

**Cetvel kullanımı.** Verilen şekli kopyalama stratejisini kullanan öğretmen adaylarından bazıları cetveli; karenin kenar uzunluklarını belirleme, kareyi oluşturan parçaların kenar uzunluklarını belirleme ve karenin 90 derecelik açısının oluşturulması şeklinde kullanmıştır. ÖA 25, şekilleri oluştururken zorlandığından kendilerine verilen tangram üzerindeki kenar uzunluklarının belirlenmesinde cetvel kullandığını şu şekilde ifade etmiştir:

(Verilen) tangramı cetvelle ölçerek tangram parçalarını oluşturmaya başladım. Parçaları oluşturabilmek amacıyla karenin üçgenlerin paralelkenarların hangi ölçüde yapılacağını belirleyip çizdim. Sonra kestim. Sonra da oluşan parçalarla şekiller oluşturdum. [...] Şekilleri oluştururken zorlandım. Yanlış ölçümleri kullandığım için ilk başta geometrik şekiller olmadı. Ama sonra da doğru ve daha dikkatli çizince doğru geometrik şekiller ortaya çıktı. (ÖA 25)

Şekle bakarak kendi defterime çizdiğim tangram şeklinde tangram parçaları pek uyuşmadı. Fakat daha sonra tangramı kare şeklinde çizdim ve parçaların uzunluklarını not aldığım şekle göre çizince parçalarım ve tangramın ana hattı benzemiş oldu. Uzunlukları cetvelle ölçerek üstesinden geldim (ÖA 39).

ÖA 32 ise ilk çizdiği ve köşe açıları tam olarak 90 derece olmayan bir şekli kare olarak oluşturmak için cetvel kullandığını şu şekilde belirtmiştir:

İlk başta kareyi oluştururken zorlandım ilk çizdiğim şekil tam olarak kare olmamıştı. Köşe açıları 90 dereceden farklıydı. Daha sonra cetvelin köşesindeki 90 derecelik açıyı kullanarak kareyi düzgün bir biçimde oluşturdum (ÖA 32).

Benzer şekilde ÖA12 ise bu stratejiyi kullandığını şu şekilde açıklamıştır:



“Öncelikle bu dosyada verilen tangram resmini inceledim...Cetvel yardımıyla mukavva üzerinde bir kare çizdim. Daha sonra resme bakarak ve kenar uzunluklarını cetvelle ayarlayarak tangramı parçalara ayırarak çizdim. Sonra makasla kestim. Cetvel kullandım çünkü rastgele çizimler yaparsam geometrik şekiller doğru bir şekilde oluşmazdı... Başlangıçta karenin boyutunu ayarlarken zorlandım. Tangramı parçalara ayırdım ve 7 tane geometrik şekil oluştu.” (ÖA12)

ÖA12 öncelikle verilen resmi inceleyerek şekillerin yerlerini belirlemeye çalışmıştır. Sonra cetvel kullanarak [verilen resimdeki ölçüleri temel alarak] büyük kareyi çizmiştir. Cetvel kullanmasının gerekçesini şekilleri doğru çizmek istemesi olarak açıklamıştır. Daha sonra tangramdaki diğer şekilleri resme bakarak parçalara ulaştırır. Sonra şekilleri keserek çıkardığını ifade etmiştir. ÖA12 her ne kadar cetvel kullanarak tangramı doğru bir şekilde oluşturmaya gayret etse de şekiller arasındaki ilişkileri fark etme gereği duymamıştır.

Dolayısıyla verilen şekli kopyalama stratejisi ve cetvel aracının, öğretmen adaylarının şekiller özelinde kenarların uzunluklarını belirleyerek çizmelerini sağlamış olsa da şekiller arasındaki kenar ve açı ilişkilerini kullanma noktasında kısıtlı bir şekilde yardımcı olduğunu söyleyebiliriz.

**Kareli defter kullanımı.** ÖA43 kare tangramın içerisindeki geometrik şekilleri oluştururken zorlandığını ve bu zorluğun üstesinden bir nevi cetvel görevi gören kareli defterden faydalanarak gelmiştir:

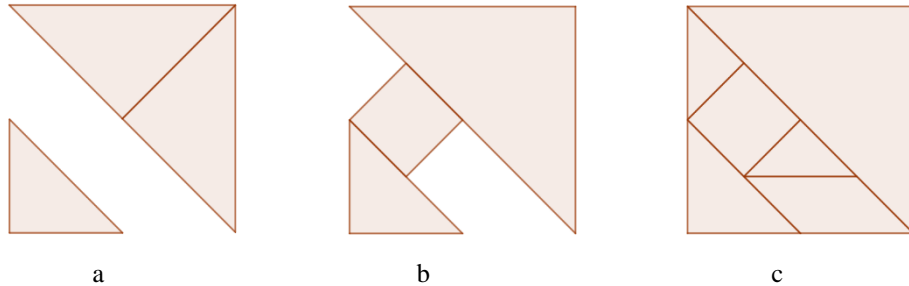
Oluşturma aşamasında açıkçası küçük çaplı zorluklar yaşadım. Mesela tangramın parçalarını çizmek için o eşitliği, simetrikliği yakalamak için biraz çaba sarf ettim. Üstesinden gelmek için ise birçok kez denedim, sildim. Tekrar denedim. Sonrasında bir kareli defterden yardım aldım. Kareli defter çok düzgün ve simetrik bir şekilde çizildiği için çok işime yaradı. Şöyle ki ben zaten yukarıda verilen tangramın büyük Kare biçimini oluşturmuştum. Bu yüzden bu büyük kare şeklini kareli defterin içerisine uygun aralıklara denk gelecek şekilde sabitledim. Daha sonra bu büyük karenin kenarlarındaki kare sayılarından hareketle içindeki şekilleri orta noktaları veya başlangıç noktasını işaretledim ve bun noktaları kullanarak cetvel yardımıyla tangram parçalarını çizmiş oldum (ÖA 43).

**Orijinal şekilden yardım alma.** ÖA 10 kopyalayarak çizdiği kare ve kare tangramı oluşturan şekilleri oluşturduktan sonra birleştirmek istemiş ve parçaları birleştirerek bütün kareyi nasıl elde ettiğini orijinal şekle bakarak kontrol etmiştir:

“Yukarıdaki büyük kare şekli oluşturmaya çalıştım. İlk denemede en büyük ve orta büyüklükteki üçgenlerin yerlerini açıkça fark ettim [Şekil 11a]. Paralelkenar, kare ve en küçük üçgenleri aralarına yerleştirirken [Şekil 11b] üçgenlerin ve paralelkenarın konum ve duruşlarının yanlış olması nedeniyle şekli elde edemedim. Daha sonra birleşmiş haline baktım ve düzelttim [Şekil 11c].” (ÖA 10).

Şekil 11

ÖA10'un elde ettiği tangram parçalarını yerleştirme süreci



ÖA 43 tangram parçalarını elde ettikten sonra birleştirmeyi denemiş fakat birleştiremediğini fark etmiştir. Orijinal şekle defalarca bakmış fakat yine de oluşturamadığını belirtmiştir. Buna karşılık sistematik bir yol olarak tarif ettiği büyük ikizkenar dik üçgenlerden aşağı doğru ilerleyerek şekli elde ettiğini fark etmiştir:

Bunun dışında zorlandığım bir diğer konu oluşan tangram parçalarını yukarıda verilen tangram haline getirmede yaşadım. Parçaların kenar uzunlukları birbirinden farklı olduğu için o formu vermek zor oldu. Bu yüzden de sık sık şekle baktım ve birçok kez tekrar tekrar farklı biçimlerini oluşturup durdum. Ama en sonunda sistematik bir yol izlemem gerektiğini fark ettim ve bu yüzden de büyük ikizkenar dik üçgenlerden başlayıp aşağısına doğru ilerleyerek tangram şeklini oluşturmuş oldum (ÖA 43).

### 3.2.2 Bütünden parçaya ulaşma stratejisini kullanan öğretmen adaylarının yaşadığı zorluklar ve baş etme stratejileri

Bütünden parçaya ulaşma stratejisini kullanan öğretmen adayları bu süreçte üç noktada zorluk yaşadıklarını belirtmişlerdir: şeklin boyutlarını belirleyememe, şekillerin duruşunu ayarlayamama ve yapılanları ifade edememe. ÖA'ların bu zorlukların hangi yollarla üstesinden geldikleri Tablo 5'te belirtilmiştir:

Tablo 5

#### *Bütünden parçaya ulaşma stratejisi kullanan öğretmen adaylarının yaşadığı zorluklar ve baş etme stratejileri*

Zorluklar	Baş etme stratejileri
Şeklin boyutlarını belirleme	Cetvel kullanımı Deneme-yanılma Çıkarımda bulunmak
Şekillerin duruşunu ayarlayabilme	Deneme-yanılma
Yapılanları ifade etmek	Geometrik hesaplamalara vurgu yapma

**Cetvel kullanımı.** Bütünden parçaya ulaşma stratejisini kullanan öğretmen adayları, şeklin boyutlarını belirleme noktasında yaşadıkları zorlukları cetvel kullanımıyla aşmışlardır. Cetveli düzgün çizgi çizmek ve kenar uzunluklarını ölçmek için kullanmışlardır. ÖA33, şekilleri oluşturan çizgileri düz çizebilmek amacıyla cetveli aşağıdaki şekilde kullanmıştır:

Öncelikle tangramdaki çizgileri göz kararıyla kolay bir şekilde çizerim diye düşünmüştüm. Çizdiğimde ise çizgilerin biraz düz olmadığını fark ettim. Cetvele ihtiyacım olduğunu fark ettim. Üst komşumuzdaki arkadaşşımdan cetvel isteyerek şekilleri daha kolay çizmeye başladım ve daha güzel bir görüntü ortaya çıktı (ÖA 33)

Cetveli, kenar uzunluklarını ölçmek amacıyla kullanan ÖA 41, tangramı oluşturmaya nereden ve nasıl başlayacağını, nasıl ölçeceğini düşünme noktasında yaşadığı zorluğu şu şekilde belirtmiştir:

Tangram parçalarının ölçülerini düzenli bir şekilde hazırlamak için cetvel kullandım. [...] Zorlandığım durumlar ise tangramın parçaları nasıl ölçeceğim ve nereden başlayacağım diye. Zor bir durumu parçaların uzunlukları [nı belirleme].

Çalışmanın bulguları verilen şekli kopyalama ve bütünden parçaya gitme stratejilerinde cetvelin hem kenar uzunluğu ölçmede hem düzgün çizgi çizmede hem de doksan derecelik açı oluşturmada kullanıldığını göstermiştir. Öğretmen adaylarının cetvel kullanma eğilimleri kareli defter kullanımına nazaran ön plandadır.

**Deneme-yanılma.** Şeklin boyutlarını belirleme noktasında zorluk yaşayan öğretmen adaylarından bazıları da şeklin boyutlarını deneme-yanılma yoluyla belirlediklerini belirtmişlerdir. Örneğin ÖA 14, ÖA 37 ve ÖA 47 şekillerin orantısızlığını fark ettiğinde tekrar tekrar çizerek uygun boyutları bulduğunu fark etmiştir:

Yeri geldi şekiller orantısız oldu. Bu durumda ise silip silip tekrar çizerek üstesinden gelmeye çalıştım. Kaç kere silip tekrar çizdiğimi gerçekten sayamadım ama en sonunda şekilleri çizebilmeyi başardım. (ÖA 14)

Aslında ilk olarak dış çerçeveyi çizersem sonrasının daha kolay olacağını düşündüm, fakat iç kısımdaki kareyi yaparken zorluk yaşadım çünkü tam kare olmuyor, dikdörtgenimsi oluyordu, kareyi oluşturmak için tekrar tekrar ayarlama yapmak zorunda kaldım. (ÖA 47)

Daha önce tangram etkinliği hiç yapmadım, görmüştüm ama yapmadım. İlk olduğundan dolayı zorluk yaşadığımı söyleyebilirim. Çizim yaparken şekilleri oluştururken şekilleri düzgün oluşturmak için uğraştım. Tekrar yapa yapa üstesinden geldim. (ÖA 37)

Öğretmen adaylarından ÖA 46 cetvel kullanmayarak şeklin parçalarını tahmin yoluyla oluşturduklarını aşağıdaki gibi belirtmiştir:

Zorlandığım tek kısım boyutlarını tahmin etmek oldu. Hatta parçalarımın fazla büyük olduğunu düşünüyorum. Boyut belirtilmediği için sıkıntı yaşadım. Aynı zamanda üçgenlerin eş olup olmadığı belirtilmemişi o yüzden gördüğüm kadarıyla oluşturmaya çalıştım. (ÖA 46)

Dolayısıyla ÖA 46, kendilerine verilen şeklin boyutlarını tahmin ederek çizimini gerçekleştirmiştir. Deneme-yanılma stratejisi aynı zamanda öğretmen adaylarının şekillerin duruşunu ayarlayabilme noktasında sorun yaşadıklarında da bu durumla bir baş etme stratejisi olarak karşımıza çıkmıştır:

Paralelkenarı oluştururken zorladım. Çünkü kalıbı sürekli ters kullandığım için paralelkenar yanlış oluyordu bu nedenle de 7 parçadan bir türlü büyük bir kare elde edemiyordum. Daha sonra bunu fark edince şekillerin ters ve düzünün de önemli olduğunu kavradım. (ÖA 2)

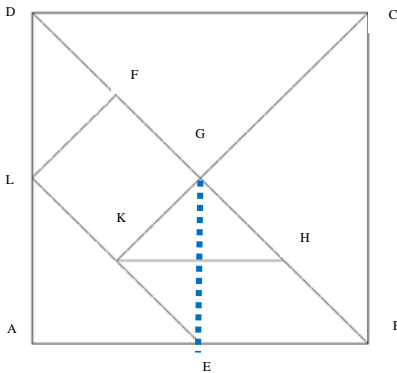
En başta kare yapmakta zorlandım. Kartonda her kenardan 10 cm gibi bir uzunluğu işaretlememe rağmen eğrilikler oluştu. Bende bu işi böyle yapamayacağımı anladım ve kartonu masaya bantladım. Bu şekilde karemi oluşturdum. Karenin içinde tangramın parçalarını çizerken bir zorluk yaşamadım. (ÖA 44)

**Çıkarımda bulunmak.** Öğretmen adaylarından bazıları ise şekillerin boyutlarını belirlemede yaşadıkları zorlukları şekil üzerindeki geometrik ilişkilerden yararlanarak ve bunlar üzerinden çıkarımda bulunarak çözmüşlerdir. Buna göre öğretmen adayları diklik ve kenar uzunlukları arasında  $\frac{1}{2}$  olma ilişkisini kullanarak (Şekil 12) doğru şekil oluşturduklarından emin olmuşlardır:

Sol alt üçgeni [AEL üçgeni] oluştururken biraz zorlandım. Dik olan kenarların [AE ile AL kenarları] kenar uzunluklarının karenin bir kenar uzunluğunun [AD ya da AB'nin] ne kadarı olması gerektiğini ilk biraz düşündüm açıkçası. Daha sonra köşegenlerin kesişim noktasından [G noktası] yani karenin merkezinden yararlandım. Merkez noktasından karenin alt kenarına [AB kenarı] dik indirdim [GE dikmesi] ve üçgenin dik kenar uzunluklarının [AE ile AL kenarları] karenin bir kenar uzunluğunun yarısı olduğu çıkarımında bulundum. Bu şekilde üstesinden gelip üçgenimi oluşturabildim. (ÖA 9)

Şekil 12

*ÖA9'un bütünden parçaya ulaşma stratejisi*



ÖA 11 ise eşkenar dörtgen olduğunu düşündüğü kareyi oluştururken bir kenar uzunluğunu yine  $\frac{1}{2}$  olma fikrini düşünerek uygulamıştır ve diğer şekillerin de doğru olarak oluştuğunu gözlemlemiştir:

Eşkenar dörtgeni çizerken uzunluğunu belirlemede kararsız kaldım ama büyük üçgenin yarısını almayı denediğimde diğer şekiller doğru oldu. (ÖA 11).

**Geometrik hesaplamalara vurgu yapma.** Öğretmen adaylarından ÖA 26, tangramı oluşturma sürecini yazılı olarak ifade etme sürecinde zorluk yaşadığını ve bu zorluğu ifadelerinin içerisinde şeklin boyutlarına dikkat çekerek aştığını anlıyoruz:

Kareli kâğıt kullandığım için şekli oluşturmakta pek zorluk yaşamadım. Birkaç geometrik hesap ile doğru şekli oluşturdum. Ancak nasıl oluşturduğumu anlatırken biraz zorlandım. Çizim kullanmadan anlatmak benim için biraz zor oldu. Çizdiğim çizgilerin yönü ve büyüklüğünü tarif ederken geometrik hesaplamalardan yararlanarak bu sorunun üstesinden geldim. Örneğin “Daha sonra bu belgeye bu kareye sola yatık bir köşegen çizdim.” ya da “Bu dikmenin uzunluğu  $3\sqrt{2}$  oldu.” gibi (ÖA 26).

### 3.2.3 Parçadan bütüne ulaşma stratejisini kullanan öğretmen adaylarının yaşadığı zorluklar ve baş etme stratejileri

Bu stratejiyi kullanan ÖA 19 ve ÖA 40, bu süreçte tangramı oluşturan şekillerin boyutlarını oluşturmada nasıl bir yol izleyeceğini belirlemede zorluk yaşadığını belirtmiştir. Bu zorluğu deneme-yanılma ve çıkarımda bulunma stratejileriyle aşmışlardır.

Tablo 6

#### *Parçadan bütüne ulaşma stratejisini kullanan öğretmen adaylarının yaşadığı zorluklar ve baş etme stratejileri*

Zorluk	Baş etme stratejileri
Şeklin boyutlarını belirleme	Deneme-yanılma Çıkarım yapma

**Deneme-yanılma.** ÖA 19 belirlediği uzunluk farkına dayanarak deneme-yanılma yoluyla şeklin boyutlarını doğru olarak belirlediğini düşünmüştür:

İlk aşamada yani tangramdaki şekilleri oluştururken zorlandım. Çünkü hangi boyutta ve ne şekilde yapacağıma karar veremedim. Önce kâğıttan taslak oluşturup kestim birbirleri arasında farklılıklar vardı. Özellikle orta boy üçgenle küçük üçgen arasında 4cm fark bırakmıştım ve düzensizlik oldu. Dolayısıyla 2 cm fark olacak şekilde tasarladığımda düzgün olduğunu gördüm. Daha sonrasında ise zorlanmadım direkt ölçüp uygun şekilde kestim. Sonra da farklı renklere boyadım. (ÖA 19)

**Çıkarımda bulunma.** ÖA 40 şekiller arasındaki ilişkileri kullanarak çıkarımda bulunmuş ve şeklin boyutlarını belirlemede yaşadığı zorluğun üstesinden bu şekilde gelmiştir:

En çok tangramın parçalarının ölçülerini alınırken zorlandım. Nasıl alabilirim diye düşündüm. En son şekillerin özelliklerinden yararlanarak üstesinden geldim bu sorunun örneğin Karenin dört kenar uzunlukları birbirine eşit olmalıdır. Yani bir kenar uzunluğu 4 cm ise diğer kenar uzunlukları da öyle olmalıdır. (ÖA 40)

## 4. Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Bu çalışmada matematik öğretmeni adaylarının bireysel olarak kare tangramı nasıl oluşturduklarına odaklanılarak bu süreçte kullandıkları akıl yürütme stratejileri, süreçte yaşadıkları zorluklar ve baş etme stratejileri belirlenmiştir. Toplam üç akıl yürütme stratejisi ortaya çıkmıştır: verilen şekli kopyalama, bütünden parçaya ulaşma ve parçadan bütüne ulaşma. Öğretmen adaylarının kendilerine verilen şekli kopyalayarak en düşük düzeyde akıl yürütme gerçekleştirdiğini, bütünden parçaya ve parçadan bütüne stratejilerinde doğru ya da yanlış çeşitli varsayımlarla doğrulama sürecine girdikleri söyleyebiliriz.

Verilen şekli kopyalama stratejisini kullanan öğretmen adayları kare tangramı oluşturan şekillerdeki temel elemanlar ve bu elemanlar arasındaki matematiksel ilişkilendirmelerden/özelliklerden yararlanmadan orijinal şeklin ölçülerini kullanacak şekilde kopyalayarak oluşturmuşlardır. Bu strateji öğretmen adayları için geometrik şekiller arasındaki ilişkiyi fark etme gereği olmadan kullanabildikleri bir yoldur. Bu strateji, kare tangram üzerinde herhangi bir matematiksel varsayım ve ispat uygulamasına gerek bırakmamaktadır. Bu yönüyle, öğretmen adaylarının en düşük düzeyde kullandıkları akıl yürütme, kare tangramın ‘kare’ olması olmuştur. Bu durum, öğretmen adaylarının aç, yükseklik, köşegen kavramları ile ilgili bilgilerinin zayıf olmasından (Bütüner, 2017) kaynaklanmış olabilir.

Bütünden parçaya giden stratejide farklı uzunluklarda kareden başlayarak orta nokta kavramını, dik açı kavramını ya da rasgele belirlenen kenar uzunluklarını kullanarak kare tangramın içerisindeki şekiller elde edilmiştir. Parçadan bütüne gitme stratejisinde de benzer şekilde kare tangram içerisindeki üçgenler, kare ve paralelkenarın rastgele belirlenen uzunlukları yoluyla kareye ulaşılmıştır. Buna ek olarak bu stratejide küçük boyuttaki ikizkenar dik üçgenin hipotenüsünün uzunluğu ile paralelkenarın uzun kenarının uzunluğunun eş olması ve yine aynı üçgenin dik kenarlarından birinin uzunluğu ile karenin bir kenarının uzunluğunu belirlemek için kullanılmıştır. Dolayısıyla parçadan bütüne stratejisinde verilen görseldeki eş uzunlukların kullanımı dışında rasgele uzunluklarla karenin elde edildiği ortaya çıkmıştır. Dolayısıyla verilen şekli kopyalama stratejisinde sadece görselin kopyalanması, parçadan bütüne stratejisinde ise sadece az önce bahsedilen paralelkenar, kare ve küçük ikizkenar dik üçgen arasındaki görsele dayanan eş uzunlukların kullanımı, bütünden parçaya stratejisini kullanan öğrencilerdeki rasgele uzunluk kullanımları düşünüldüğünde öğretmen adaylarının üçte birinden daha fazlasının tangram parçalarının aralarındaki ilişkilerden hareketle herhangi bir varsayım oluşturma ve bunu doğrulama girişimi göstermeme eğiliminde olduğunu ortaya koymuştur. Öğretmen adaylarının çoğunluğunun kare tangramı kendi belirledikleri ölçüler yoluyla çizdiklerini ve bir başka deyişle kare tangramı doğru veya yanlış geometrik ilişkilendirmeler yoluyla yeniden oluşturduklarını söyleyebiliriz. Bu durum, öğretmen adaylarının geometrik ilişkileri tanıma ve daha derinlemesine geometrik düşünme stratejilerine ihtiyaç duyduklarını göstermektedir. Tangram parçalarıyla şekil oluşturma etkinliklerinde deneme-yanılma yöntemiyle yapılmamasının önerildiği gibi (Topbaş-Tat ve Bulut, 2012) tangram uzunluklarının belirlenmesinde de bu yöntemin kullanılmamasının öğrencileri matematiksel ilişkilendirmeleri farketme noktasında destekleyeceğini düşünüyoruz.

Öğretmen adayları şekilleri oluştururken cetvel kullanımına karenin kenar uzunluğunu belirleme ve orta noktayı bulma şeklinde vurgu yapmıştır. Orta nokta belirlemede pergel kullanımı hiçbir öğretmen adayında gözlemlenmemiştir. Buna karşılık kare tangramı oluşturan şekillerin kenar uzunluklarında karşımıza çıkan irrasyonel sayıları düşündüğümüzde orta noktanın tespitinde pergel kullanımının cetvele kıyasla daha doğru olduğunu söyleyebiliriz. Bu yönüyle pergel yoluyla uzunluk bulmaya vurgu yapan etkinlikler yoluyla tangram materyalinin kullanımı desteklenebilir. Hatırlanacağı üzere kare yerine eşkenar dörtgen veya üçgenlerin sahip olduğu ikizkenar olma özelliği yerine eşkenar diyen öğretmen adaylarının olduğu belirlenmişti. Bu noktada kare tangramı oluşturan şekillerin açı ölçülerinin belirlenmesine de ihtiyaç duyulmuştur. Buna yönelik olarak öğretmen adaylarının açıölçer materyalini esnek kullanmalarına yönelik etkinliklerin derslerde kullanılmasının önemi ortaya çıkmıştır. Hacıömeroğlu ve Apaydın'ın (2009) çalışmasında olduğu gibi kare tangramın çevre ve alan hesabına yönelik sınıf-içi etkinliklerde öğrencilere cetvel ve açıölçerin dağıtımının önerilmesine ek olarak pergelin kullanımı da desteklenebilir.

Öğretmen adayları tarafından en az kullanılan strateji ise parçadan bütüne ulaşma stratejisi olmuştur. Bu öğretmen adayları, herhangi matematiksel bir dayanak belirtmeden küçük, orta ve büyük boy üçgenlere veya tangramın içerisinde yer alan karenin bir kenar uzunluğuna atadıkları uzunluklarla kare tangramı oluşturmaya çalışmıştır. Bu çalışmada bu stratejiyi kullanan öğretmen adayları kenar uzunluklarına atadığı değerlerle tam kare elde ettiğinden emin olmuş fakat gerçekte bir kare oluşmadığını fark etmemişlerdir. Thatcher'ın (2001) bulgusuna paralel olarak öğretmen adayları tangram parçalarını birleştirip kare oluşturmaları esnasında parçalar arasındaki ilişkiyi görüp kare yapmada zorluk yaşamıştır.

Öğretmen adayları kare tangramı oluşturan şekillerin boyutlarını belirlemede, şekillerin duruşunu ayarlama ve yapılanları ifade etme noktasında zorluk yaşadıklarını ifade etmişlerdir. Tüm öğretmen adaylarının ortak olarak şekillerin boyutlarını belirlemede zorluk yaşadığı tespit edilmiştir. Bazı öğretmen adaylarının şekillerin uzunlukları arasındaki ilişkileri belirlemede bilgi eksikliklerinin olduğu, bunu deneme-yanılma yoluyla çözdükleri ortaya çıkmıştır. Bütünden parçaya ulaşma stratejisini kullanan öğretmen adaylarından bazıları yaptıklarına dair açıklamaları yazarken zorlandıklarını ve geometrik hesaplamalara vurgu yaparak bu durumun üstesinden geldiklerini belirtmiştir. Bununla birlikte, bu stratejiyi kullanan öğretmen adaylarının alıntıları incelendiğinde kastedilen şekil, nokta, uzunluk vb. kavramları matematiksel olarak yazmadıkları ve bu yüzden araştırmacıların anlaşılabilirliği kolaylaştırmak için köşeli parantezde açıklama ekleme durumu zorunlu hale gelmiştir. Dolayısıyla geometrik hesaplamalara vurgu yaparak açıklama bir baş etme stratejisi olarak karşımıza çıkmış olsa da öğretmen adaylarının bunu tek çare olarak belirtmeleri düşündürücüdür. Bu yönüyle bazı öğretmen adaylarının yazılı sembolleri kullanma noktasında desteğe ihtiyaç duydukları ortaya çıkmıştır. Bu bulgu, öğretmen adaylarının matematiksel dil kullanımında yetersiz olduğunu gösteren çalışmaları (Yeşildere, 2007) destekler niteliktedir.

Çalışmada kullanılan etkinliğin tangramı oluştururken, birçok matematiksel düşünceyi (geometrik şekiller arasındaki ilişkileri kullanma, geometrik özellikleri cetvel, pergel ve açıölçer kullanarak uygulama, şekillerin çiziminde hata yapma durumunda geometrik özellikleri kullanarak hatayı giderme ve doğrulama yapabilme) işe koşması açısından faydalı olacağı düşünülmektedir. Bu etkinlik uygulanırken burada belirlenen üç stratejide öğrencilerin farklı geometrik akıl yürütmeler gerçekleştirme potansiyellerini ortaya çıkarmıştır. Geometri öğrenirken öğrencilerin akıl yürütme tekniklerinden (tümdengelimli akıl yürütme, mantıksal çıkarım yapabilme, genelleme,

doğrulama) faydalanmaları yararlıdır (Van de Walle vd., 2018). Hangi strateji olursa olsun yapılacak uygulamalarda öğrencilerin gerçekleştirdikleri her adımı derinlemesine gerekçelendirmeleri önemli olmuştur. Bunun için de stratejilerin kullanımı esnasında öğretmen adaylarını geometrik alan bilgilerinin yeterli olmasının önemi ortaya çıkmaktadır. Ayrıca bu etkinlik sadece öğretmen adaylarına değil ortaokul ve lise düzeyindeki öğrencilerin kullanımı için uyarlanabilir.

Bu çalışma Hacıömeroğlu ve Apaydın'ın (2009) çalışmasını yükseköğretim düzeyine uyarlaması ve buna ek olarak uygulamaya dönük bulguları sunması açısından önemlidir. Kare tangram yoluyla çevre ve alan hesabı yapılması önerilen çalışmaların varlığı düşünüldüğünde uygulamada ortaya çıkan farklı akıl yürütme stratejileri, zorluklar ve öğretmen adaylarının bu zorlukların üstesinden nasıl geldiklerini bilmek, bu etkinliğin geliştirilerek geometri ve ölçme öğretimi derslerinde kullanımı noktasında matematik eğitimcilerine bilgi verici niteliktedir. Öğretmen adaylarının kare tangramdaki geometrik şekillerin temel geometrik özellikler olan "kenar, açı, paralellik, diklik, orta nokta, eşlik, benzerlik" özelliklerini kullanarak ve bu şekiller arasındaki ilişkilerden faydalanarak kare tangramın tamamını ve parçalarını nasıl oluşturduklarını gösteren bu çalışma öğretmen adaylarının geometrideki alan bilgilerini nasıl kullandıkları, bu bilgilerindeki eksik yönlerinin neler olduğu sorularının cevabını da ortaya çıkarmıştır.

Tangram da diğer somut materyaller gibi matematiği öğrenirken ve öğretirken kullanılacak sihirli araçlar değildir. Aksine öğrencilerin nasıl daha iyi öğreneceğini bilen ve bu materyallerin etkili kullanımını daha önce yeterince deneyimleme fırsatı bulan öğretmenlerin materyalleri etkili bir şekilde kullanmaları beklenir (Ball, 1992). Dolayısıyla tangram materyalinin, yükseköğretim düzeyinde kullanımı, hem ortaokul öğretmen adaylarının bu materyali tecrübe etmesi, hem ortaokul düzeyinde Millî Eğitim Bakanlığı'nın kullanımını önerdiği bir materyal olması itibarıyla önemlidir hem de öğretmen adaylarının bu materyale özgü farkındalıklarının gelişmesini desteklemesi açısından önemlidir. Ayrıca öğretmen adaylarının geometrik kavramları yazılı ve sözlü olarak doğru bir şekilde ifade etmelerini sağlayacak, matematiksel ilişkilendirmeleri fark etmelerine yardımcı olacak, somut materyalleri (cetvel, pergel, açıölçer) daha anlamlı olarak kullanılmasını destekleyen bir etkinlik olması yönüyle yükseköğretim düzeyinde farklı derslerde de kullanılabilir. Çalışmanın bulguları yönüyle öğretmen adaylarının kare tangram oluşturma sürecinde kullandıkları akıl yürütme stratejilerini öğretmen adaylarının kendi farkettileri durumlarla birlikte ortaya çıkarması açısından ilgili alan yazınına katkı sunmuştur.

### Çalışmanın sınırlılıkları

Bu çalışma, belirli bir grup matematik öğretmeni adayı üzerinde gerçekleştirilmiştir. Bulgular, farklı demografik özelliklere sahip ve farklı eğitim geçmişine sahip öğretmen adayları için geçerli olmayabilir. Çalışmada kullanılan veri toplama yöntemleri öğretmen adaylarının tüm akıl yürütme süreçlerini tam olarak yansıtamayabilir. Öğretmen adaylarının düşüncelerini ve stratejilerini daha derinlemesine anlamak için ek veri toplama yöntemleri kullanılabilir. Çalışma belirli bir zaman diliminde gerçekleştirilmiştir. Daha uzun süreli çalışmalar, öğretmen adaylarının akıl yürütme stratejilerindeki gelişimi daha ayrıntılı bir şekilde ortaya koyabilir. Bu çalışmada kullanılan etkinlikler, belirli geometrik kavramlar ve akıl yürütme stratejileri ile sınırlıdır. Farklı geometrik kavramlar ve daha çeşitli etkinlikler, öğretmen adaylarının akıl yürütme becerilerini farklı şekillerde etkileyebilir.

**Not.** 92405296-302.08.01 sayılı belgeye istinaden KSU Kahramanmaraş Sütçü İmam Üniversitesi Rektörlüğü Fen ve Mühendislik Bilimleri Etik Kurulu tarafından etik kurul izni verilmiştir.

### Kaynaklar

- Arıcı, S. & Aslan-Tutak, F. The effect of origami-based instruction on spatial visualization, geometry achievement, and geometric reasoning. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 13,179-200. <https://doi.org/10.1007/s10763-013-9487-8>
- Bolster, L. C., & Maletsky, E. M. (Eds.). (1977). Activities: Tangram Mathematics. *The Mathematics Teacher*, 70(2), 143-146.
- Bottino, R. M., Ferlino, L., Ott, M., & Tavella, M. (2007). Developing strategic and reasoning abilities with computer games at primary school level. *Computers & Education*, 49(4), 1272-1286.
- Brodie, K. (2010). *Teaching mathematical reasoning in secondary school classrooms*. Springer Science+Business Media, London.
- Bütüner, S. Ö. (2017). Matematik öğretmeni adaylarının geometri alan bilgilerinin belirlenmesi: Açı, köşegen, yükseklik, dörtgen. *Amasya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 6(2), 501-530.

- Clements, D. H., & Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial reasoning. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, (pp. 420-464). New York: Macmillan.
- Creswell, J. W. (2013). *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches* (4th ed.). Thousand Oaks, CA: Sage.
- Çelik, H. C., Obay, M. & Özdemir, F. (2020). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel akıl yürütme ve problem çözme becerilerine ilişkin görüşleri. *Turkish Studies Education*, 15(3), 1651-1673. <https://dx.doi.org/10.29228/TurkishStudies.42682>
- DeLoach Johnson, I. (2006). Grandfather Tang Goes to High School. *The Mathematics Teacher*, 99(7), 522-526.
- Dokumacı-Sütçü, N (2018). Geometrik-mekanik zekâ oyunlarının öğretmen adaylarının geometrik düşünme düzeylerine etkisi. *Elektronik Eğitim Bilimleri Dergisi*, 7(14), 154-163.
- Dunkels, A. (1990). Making and exploring tangrams. *The Arithmetic Teacher*, 37(6), 38-42. <http://www.jstor.org/stable/41193841>
- Hacıömeroğlu, G. ve Apaydın, S. (2009). Tangram etkinliği ile çevre ve alan hesabı. *İlköğretim Online*, 8(2), 1-6.
- İlhan A. & Aslaner R. (2018). Matematik öğretmeni adaylarının geometrik şekiller üzerine akıl yürütme becerilerinin üniversite ve sınıf düzeyi değişkenleri açısından incelenmesi. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 19(2), 82-97.
- Jamski, W. D. (1989). Six hard pieces. *The Arithmetic Teacher*, 37(2), 34-35.
- Kriegler, S.G. (1991). The Tangram: It's More than an Ancient Puzzle. *The Arithmetic Teacher*, 38, 38-43.
- Mason, J. (2001). *Questions about mathematical reasoning and proof in schools*. Opening address to QCA Conference, UK.
- MEB, (2013). *İlköğretim matematik dersi (6-8) öğretim programı*. Milli Eğitim Bakanlığı, Ankara.
- MEB, (2018). *Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve ortaokul 1,2,3,4,5,6,7 ve 8. sınıflar)*. Milli Eğitim Bakanlığı, Ankara.
- Merriam, S. B. (2009). *Qualitative research: A guide to design and implementation*. John Wiley & Sons.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Öz, T. & Işık, A. (2017). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel akıl yürütme becerisi üzerine görüşleri. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 19(2), 228-249. DOI: 10.17556/erziefd.292622
- Özüm-Bülbül, B., & Güven, B. (2019). Geometrik düşünme alışkanlıkları ile akademik başarı arasındaki ilişkinin incelenmesi: Matematik öğretmeni adayları örneği. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 10(3), 711-731.
- Patton, M. (1990). *Qualitative evaluation and research methods (2nd ed.)*. Newbury Park, CA: Sage.
- Renavitasari, I. R. D., & Supianto, A. A. (2018). *Educational game for training spatial ability using tangram puzzle*. In 2018 International Conference on Sustainable Information Engineering and Technology (SIET), 174-179. IEEE.
- Shulman, L. (1986). Those who understand knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Strauss, A., & Corbin, J. (1998). *Basics of qualitative research: Techniques and procedures for developing grounded theory* (2nd ed.). Sage Publications, Inc.
- Taş, İ. D. & Yöndemli, E. N. (2018). Zekâ oyunlarının ortaokul düzeyindeki öğrencilerde matematiksel muhakeme yeteneğine olan etkisi. *Turkish Journal of Primary Education*, 3(2), 46-62. Retrieved from <https://dergipark.org.tr/en/pub/tujped/issue/42070/497233>
- Thatcher, D. H. (2001). The tangram conundrum. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 6(7), 394-399.
- Topbaş-Tat, E. & Bulut, S. (2012). A study on use of egg tangram in mathematics lessons. *Elementary Education Online*, 12(1), 12-19.
- TTKB (2013). *Ortaokul ve İmam Hatip Ortaokulu Zekâ Oyunları Dersi (5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) Öğretim Programı*.
- Umay, A. (2003). Matematiksel muhakeme yeteneği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24(1), 234-243.
- Umay, A., & Kaf, Y. (2005). Matematikte kusurlu akıl yürütme üzerine bir çalışma. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 28(28), 188-195.
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Williams, J. M. B. (2018). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally (7th ed.)*. (S. Durmuş, Çev.) Ankara: Nobel Yayınevi.
- Van Hiele, P. M. (1986). *Structure and insight. A theory of mathematics education*. London: Academic Press.
- Yeşildere, S. (2007). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel alan dilini kullanma yeterlikleri. *Boğaziçi Üniversitesi Eğitim Dergisi*, 24(2), 61-70.

YÖK, (2018). *İlköğretim matematik öğretmenliği lisans programı*. Retrieved from [https://www.yok.gov.tr/Documents/Kurumsal/egitim\\_ogretim\\_dairesi/Yeni-Ogretmen-Yetistirme-Lisans-Programlari/Ilkogretim\\_Matematik\\_Lisans\\_Programi.pdf](https://www.yok.gov.tr/Documents/Kurumsal/egitim_ogretim_dairesi/Yeni-Ogretmen-Yetistirme-Lisans-Programlari/Ilkogretim_Matematik_Lisans_Programi.pdf)