



Elektriksel ve kimyasal kuplajlı izhikevich nöron modelinin geri adımlamalı kontrol yöntemi ile senkronizasyonu

Synchronization of electrically and chemically coupled izhikevich neuron model via backstepping control method

Zühra Karaca^{1,*}, Nimet Korkmaz², Recai Kılıç³

¹ Niğde Ömer Halisdemir Üniversitesi, Elektrik- Elektronik Mühendisliği Bölümü, 51240, Niğde Türkiye

² Kayseri Üniversitesi, Elektrik- Elektronik Mühendisliği Bölümü, 38280, Kayseri Türkiye

³ Erciyes Üniversitesi, Elektrik- Elektronik Mühendisliği Bölümü, 38039, Kayseri Türkiye

Öz

Bu çalışmada, elektriksel ve kimyasal kuplajlı iki Izhikevich nöron modelinin geri adımlamalı kontrol yöntemi kullanılarak senkronizasyonu ele alınmıştır. Literatürde elektriksel olarak kuplajlanan Izhikevich nöron modeliyle yapılan çalışma sayısı fazlayken, kimyasal kuplaj ile oluşturulan yapıya ait çalışmalar sınırlıdır ve çift yönlü kimyasal olarak kuplajlanan Izhikevich nöron modelinin geri adımlamalı kontrol yöntemi kullanılarak senkronizasyonu ilk defa bu çalışmada ele alınmıştır. Geri adımlamalı kontrol yönteminin uygulandığı sistemin, kuplajlama ağırlığından bağımsız bir şekilde eş zamanlı olarak ateşlendiği, hem standart sapma analizi ile hem de simülasyon sonuçları gösterilmiştir.

Anahtar kelimeler: Izhikevich nöron modeli, Senkronizasyon, Geri adımlamalı kontrol yöntemi, Kimyasal kuplaj.

1 Giriş

Biyolojik nöron modelleri, sinir sistemindeki belirli hücrelerin, hücre zarları boyunca aksiyon potansiyelleri veya ani yükselmeler olarak adlandırılan elektriksel potansiyellerinin matematiksel tanımlarıdır. Nöronlar, impulsları elektriksel veya kimyasal iletim yoluyla ileterek, canlılarda bilgi taşıma işlemini üstlenmektedir.

Nöronlar arasındaki kuplajlama türü ya elektriksel ya da kimyasal olmaktadır ve bu kuplajlamalar beyinde bilgi işlemenin temelini oluşturmaktadır. Kimyasal sinapslarda bilginin aktarılması için iki hücre arasında nörotransmitter adı verilen bir madde salgılanırken, elektriksel sinapsta, iki hücre arasında boşluk bağlantıları bilgi aktarılmasına aracılık etmektedir [1]. Hesaplamalı sinirbilimde, nörolojik bozuklukları ve altında yatan sebepleri araştırmak, beynin nasıl çalıştığını anlamak, nöronları modelleyebilmek, nöronlar arasındaki iletişimlerini anlayabilmek ve nöronların patlama davranışlarını simule edebilmek amacıyla literatürde biyolojik nöron modelleri tanımlanmıştır. Hodgkin-Huxley (HH)[2], Wilson-Cowan (WC) [3], FitzHugh-Nagumo (FHN) [4], Morris-Lecar (ML) [5], Hindmarsh-Rose (HR) [6] ve Izhikevich [7] gibi nöron

Abstract

This study addresses the synchronization of two Izhikevich neuron models, coupled electrically and chemically, using the backstepping control method. While there are numerous studies in the literature regarding the electrical coupling of Izhikevich neuron models, research on synchronization of structures created through chemical coupling is limited. This study is the first to tackle the synchronization of a bidirectionally chemically coupled Izhikevich neuron model using the backstepping control method. The system subjected to the backstepping control method was observed to trigger synchronization independently of the coupling weight. This observation is confirmed through both standard deviation analysis and simulation results.

Keywords: Izhikevich neuron model, Synchronization, Backstepping control method, Chemically coupling.

modelleri literatürde sıklıkla incelenen ve diferansiyel denklemlerle ifade edilebilen nöronal ağ yapılarıdır.

Izhikevich nöron modeli, nöron davranışlarından çoğalma ve patlama davranışını yeniden üretebilmektedir. Ayrıca nöron davranışlarını iyi bir şekilde sergileyebilen Hodgkin-Huxley nöron modelinin biyolojik olarak uygunluğu ve nöron modelleri arasında basit, hesaba dayalı olan ve nöronal sistemlerde sıklıkla kullanılan Integrate-and-Fire nöron modelinin hesaplama etkinliği Izhikevich nöron modeli ile birleştirilebilmektedir. Izhikevich [7] tarafından yapılan çalışmada, Izhikevich nöron modelinin parametreleri ayarlanarak, nöronların, ani yükselme, patlama ve karma mod ateşleme kalıpları gibi davranışlarını yeniden üretebildiği gösterilmiştir.

Canlı beynindeki nöronlar arasındaki gerçek etkileşimi belirlemek çok zor olduğundan nöronal modellerin senkronizasyonu, nöral sinyal işlemede önemli bir rol oynamaktadır. Ayrıca senkronizasyon süreci beynin bilgi işleminde kritik bir role sahiptir ve bu süreç bireysel nöronlarla değil, kolektif nöronların işbirliği ile gerçekleştiği ortaya çıkmıştır. Kolektif nöronlar arasındaki bir dengesizlik durumu ise şizofreni, epilepsi gibi birçok klinik hastalığa sebep olmaktadır. Bu nedenle nöronların senkronizasyonu, sinirbilimi için önemli çalışmalardan biri haline gelmiştir [8,

* Sorumlu yazar / Zühra KARACA, e-posta / e-mail: zuhra.karaca@ohu.edu.tr

Geliş / Received: 09.08.2023 Kabul / Accepted: 20.09.2023 Yayımlanma / Published: 15.10.2023

doi: 10.28948/ngumuh.1340148

9]. Literatürde de nöronların senkronizasyon konusu ile ilgili yapılan çalışmalar genellikle sinaptik eşleşme türleri, senkronizasyon türleri, senkronizasyonun kontrolü ve nöron modellerinin pratik uygulamalarda kullanımı gibi başlıklar altında toplanmaktadır [10].

İki nöron sistemi elektriksel veya kimyasal olarak kuplajlanarak birleştirilebilir. Kuplajlanan nöronlar arasındaki senkronizasyon, geri beslemeli kontrol yöntemi, kayan kipli kontrol yöntemi, geri adımlamalı kontrol yöntemi gibi çeşitli kontrol metotları ile kontrol edilebilir. İki nöron arasındaki senkronizasyon düzeyi ise özdeğer yaklaşımı, lineer matris eşitsizlik yöntemi, ana kararlılık fonksiyonu, standart sapma yöntemi, ortalama mutlak hata yöntemi gibi çeşitli yaklaşımlarla belirlenebilir [11-14].

Harici akımlarla uyarılan kuplajlı iki nöronun eşzamanlı dinamik davranışlar sergileyebilmesi için geri adımlamalı kontrol yöntemi (GAKY) kullanılabilir [15]. GAKY kullanılarak, eş zamanlı davranış göstermeyen iki sistem eş zamanlı hale getirilebilir ve bunun için sadece bir kontrolöre ihtiyaç duyulmaktadır. Doğrusal olmayan sistemlerin harici uyarım tanımlaması içerip içermediğine bakılmaksızın pek çok sisteme uygulanabilmektedir. Geri adımlamalı kontrol yöntemindeki temel fikir, tüm sistemdeki tasarım problemini bir dizi alt probleme bölmek ve Lyapunov kontrol fonksiyonu ile kontrol yasalarını elde etmek ve bunları yinelemeli olarak yapabilmektir [16-18]. Bu yinelemeli süreç, nihai kontrolör elde edilinceye kadar devam etmektedir. Bu kontrolör ile sistemin asimptotik kararlılığı garanti edilmektedir ve nöronların davranışı eş zamanlı hale getirilebilmektedir [19].

Bu çalışmada zengin dinamiklere ve hesaplama kolaylığına sahip Izhikevich nöron modeli ele alınmaktadır. Izhikevich nöron modeli elektriksel ve kimyasal olarak kuplajlanarak, literatürde, sınırlı sayıda bulunan kimyasal olarak kuplajlanan nöronların senkronizasyon konusuna katkıda bulunmak amaçlanmaktadır [20]. Çalışmada ilk olarak Lyapunov üstelleri verilerek, Izhikevich nöron modelinin kaotik davranış sergileme yeteneği gösterilmek istenmektedir. Bunun için sinaptik akımı temsil eden 'I' nin değeri, nöron modelinin kaotik davranış sergilediği 'I=-99' olarak alınmıştır ve nörona ait zaman alanı ve faz düzlemi sonuçları verilmiştir. Çalışmanın devamında iki adet sinir hücresine kontrol metodu uygulamadan sadece kuplajlanmıştır. Kuplajlama için hem elektriksel hem de kimyasal kuplaj kullanılarak nöronlar birbirine bağlanmıştır. Hem elektriksel hem de kimyasal olarak kuplajlanan nöronların, kuplajlama ağırlığının değişimine bağlı olarak hücre zarı potansiyellerinin nasıl değiştiği ve kuplajlı iki nöronun hücre zarlarının potansiyellerinin arasındaki standart sapma sonuçları verilmiştir. Sonrasında elektriksel ve kimyasal kuplajlı iki Izhikevich nöron modeline ilk defa bu çalışmada geri adımlamalı kontrol yöntemi uygulanarak sistem eş zamanlı hale getirilmiştir. Geri adımlamalı kontrol yöntemi ile eş zamanlı hale getirilen sistemin grafikleri Bölüm 3'te verilmiştir.

2 Izhikevich nöron modeli

Izhikevich nöron modeli, gerçek nöronların ateşleme dinamiklerini gözlemleme yeteneğini sunan ve biyolojik

nöronların simülasyonları alanında diğer biyolojik nöron modelleriyle birlikte yaygın olarak kullanılan ve gerçek zamanlı uygulamalar için literatürde sıklıkla incelenen bir biyolojik nöron modelidir [7, 21].

Izhikevich nöron modeline ait denklemler aşağıda verilmektedir.

$$\begin{aligned} \dot{v} &= 0.04v^2 + 5v + 140 - u + I \\ \dot{u} &= a(bv - u) \\ v &\geq 30mV \begin{cases} v \leftarrow c \\ u \leftarrow u + d \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

Yukarıdaki denklemlerde her bir parametre nörona ait bir durumu tanımlamaktadır. Denklemlerde yer alan 'v' parametresi membrane ait potansiyeli ifade ederken, sodyum (Na+) iyonunun geri kazanımı 'u' parametresi ile, hücre zarındaki harici akımlar ise 'I' parametresi ile ifade edilmektedir. Denklemlerdeki diğer parametrelerden 'a' parametresiyle, 'u' parametresine ait zaman ölçeğinin iyileştirme değişkeni tanımlanmaktadır. 'b' parametresiyle, 'u' parametresinin duyarlılığı ifade edilmektedir. Denklemlerdeki 'c' parametresi ile 'v' nin ani yükselme sonrası sıfırlama durumu tanımlanırken, 'd' parametresiyle de 'u' nun ani yükselmesi sonrasında sıfırlama durumu tanımlanmaktadır [7, 22]. Çalışmada Izhikevich nöron modelinin kaotik davranışını gözlemleyebilmek için parametre değerleri; a=0.2, b=2, c=-55, d=-16 [7] alınarak simülasyon sonuçları verilmektedir. Izhikevich nöron modelinin harici DC akım parametresi 'I' nin değerlerine göre kaotik davranış sergileme durumu Lyapunov üstelleri vasıtasıyla gözlemlenebilmektedir. Sistemin kaotik davranış sergilediğinin göstergesi ise bu üstellerden en az birinin pozitif bir değere sahip olmasıdır. Bunun için [Denklemler](#) 2'de verilen doğrusal olmayan modeller için kullanılan Lyapunov üstelleri adlı yöntem kullanılmıştır [23]. Lyapunov üstelleri yöntemi kullanırken söz konusu sistemin analizi için, [Denklemler](#) 3'te verilen Jacobian matrisinin kullanılması gerekmektedir.

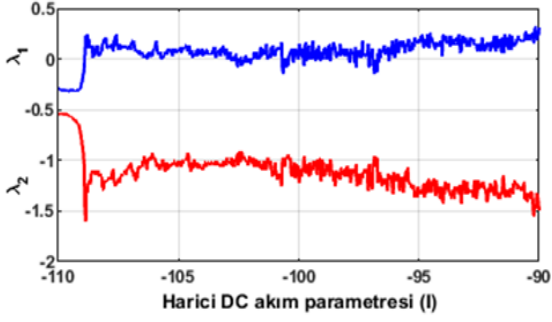
$$= \frac{1}{k} (\ln|f'_c(v_1)| + \ln|f'_c(v_2)| + \dots + \ln|f'_c(v_k)|) \quad (2)$$

$$= \begin{bmatrix} 0.08v + 5 & -1 \\ ab & -a \end{bmatrix} \quad (3)$$

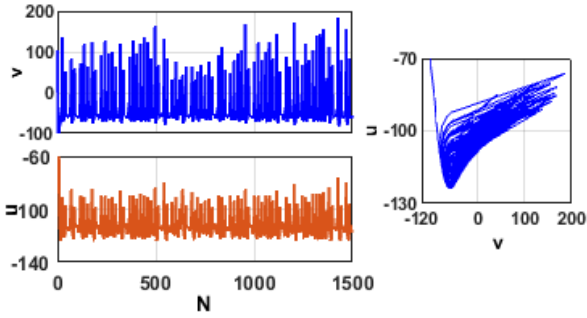
Yukarıdaki denklemlerde f'_c , 'v' parametresine bağlı olarak değişimleri gösterirken, v'_1, v'_2, \dots, v'_k parametreleri ise iterasyonları göstermektedir.

Izhikevich nöron modelinde I parametresinin farklı değerleri için, [-110, -90] aralığında Lyapunov üstelleri hesaplatılmıştır. Modele ait Lyapunov üstelleri [Şekil 1](#)'de verilmektedir.

[Şekil 1](#)'de, I=-99 değerinde üstellerden biri pozitif bir değere sahip olduğundan model kaotik bir davranış sergilemektedir. Modelin sergilediği kaotik davranışa ait simülasyon sonuçları ise [Şekil 2](#)'de verilmektedir.



Şekil 1. Kuplajsız Izhikevich nöron modelinin Lyapunov üstelleri



Şekil 2. Izhikevich nöron modeline ait kaotik davranışını gösteren zaman alanı ve faz düzlemi grafikleri

2.1 İki Izhikevich nöron modelinin elektriksel kuplajla kuplajlanması

Nöronlar arasında gerçekleşen etkileşimler, sinaps olarak adlandırılan ve anatomik tanıma sahip hüreselerde meydana gelmektedir. Sinaptik iletim konusunda literatürde geniş bir araştırma alanı bulunmasına rağmen, şu anda iki temel yöntem sinaptik iletim için kabul edilmektedir ve bunlar elektriksel ve kimyasal sinapstır. İki nöron arasında gerçekleşen bir uyartım geçişini nörotransmitter madde ile gerçekleştiriyorsa buna 'kimyasal sinaps', elektriksel olarak gerçekleştiriyorsa buna 'elektriksel sinaps' adı verilmektedir.

İki Izhikevich nöron modelinin elektriksel olarak kuplajlandığı modele ait matematiksel ifade Denklem (4)'te verilmektedir.

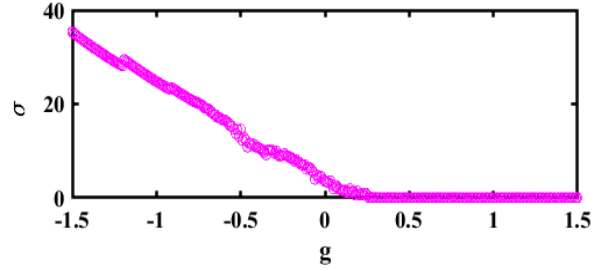
$$\begin{aligned} \dot{v}_i &= 0.04v_i^2 + 5v_i + 140 - u_i + I - I_j^{elect} \\ I_j^{elect} &= g \sum_{i \neq j, j=1}^{KN} v_i - v_j \\ \dot{u}_i &= a(bv_i - u_i) \\ v_i &\geq 30mV \begin{cases} v_i \leftarrow c \\ u_i \leftarrow u_i + d \end{cases} \end{aligned} \quad (4)$$

Denklemdaki 'g' kuplajlama parametresi, kuplajlı nöronlar arasında gerçekleşen sinyal iletim oranıdır ve sinaptik kuplajlama ağırlığı olarak adlandırılmaktadır. Denklemden yer alan 'i' ve 'j' parametrelerinin değerleri 1,2'dir. Yine burada, 'v₁' birinci nöronun, 'v₂' ikinci nöronun hücre zarı potansiyellerini ifade etmektedir. Denklem 4'te 'KN' ile gösterilen kuplajlı nöronlar, parametre

değerlerine bağlı olarak eş zamanlı ya da eş zamansız ateşlenebilir. İki Izhikevich nöronunun elektriksel olarak kuplajlandığı simülasyon sonuçları kuplajlama parametresi 'g'nin sırasıyla -0.4 ve 0.4 değerleri için Şekil 4a ve 4b'de verilmektedir

Kuplajlı iki Izhikevich nöronuna ait hata durum denklemleri Denklem 5'te verilmektedir.

$$\begin{aligned} e_v &= v_1 - v_2 \\ e_u &= u_1 - u_2 \end{aligned} \quad (5)$$



Şekil 3. Elektriksel kuplajlı iki Izhikevich nöronunun standart sapma sonucu

Şekil 3'de kuplajlanmış nöronların eş zamansız ve eş zamanlı ateşlemeleri gözlemleyebilmek için standart sapma sonuçları verilmiştir. Standart sapma sonucunun sıfıra yakınsaması nöronların aynı anda ateşlendiğini, aksi takdirde, nöronların aynı anda ateşlenmediğini göstermektedir. Elektriksel kuplajlı Izhikevich nöron modelinde, g>0.25 değerlerinde standart sapma sonuçları yaklaşık olarak sıfıra yakınsamakta ve sistem eş zamanlı hale gelmektedir.

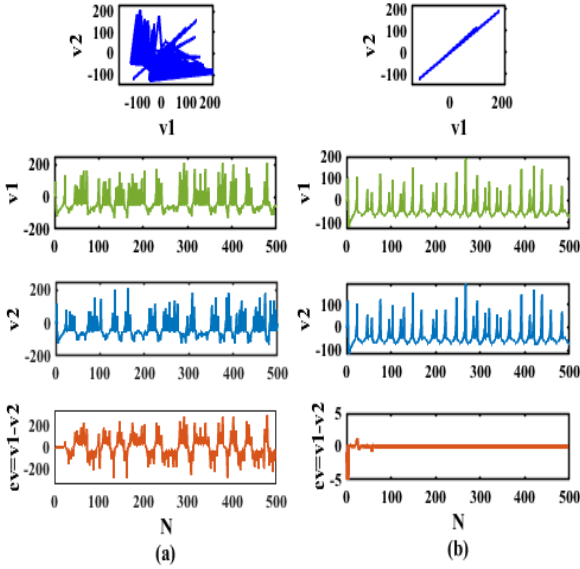
Şekil 4'te kuplajlama ağırlığının 0,4 ve -0,4 değerleri için simülasyon sonuçları verilmektedir. Şekilde de görüldüğü gibi sistem standart sapma sonuçlarına uygun olarak g=0.4 değerinde eş zamanlı olarak ateşlenirken g=-0.4 değerinde eş zamansız ateşlenmektedir. Nöronların eş zamanlı davranış gösterdiklerini gözlemlemek için sistemin zar potansiyelleri arasındaki fark sinyalleri 'ev' şekillerde verilmektedir.

2.2 İki Izhikevich nöron modelinin kimyasal kuplajla kuplajlanması

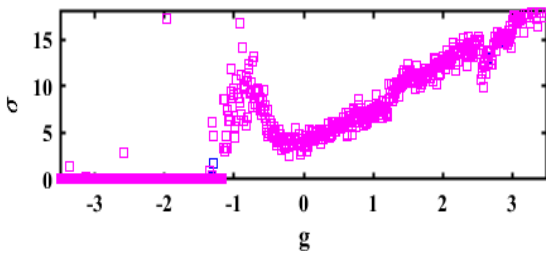
Kimyasal kuplajlı iki Izhikevich nöron modelinin denklemleri aşağıda verilmektedir.

$$\begin{aligned} \dot{v}_i &= 0.04v_i^2 + 5v_i + 140 - u_i + I - I_j^{syn} \\ \dot{u}_i &= a(bv_i - u_i) \\ v_i &\geq 30mV \begin{cases} v_i \leftarrow c \\ u_i \leftarrow u_i + d \end{cases} \\ I_j^{syn} &= - \sum_{1(i \neq j)} g_{ji} s_j (v_i - v_{syn}) \\ \dot{v}_j &= \partial(v_j)(1 - s_j) - \frac{s_j}{p} \\ \partial(v_j) &= \frac{\partial_0}{1 + e^{-\frac{v_j}{v_{shp}}}} \end{aligned} \quad (6)$$

Denklemden sinaptik ağırlıklı kupağı 'g_{ji}' parametresiyle tanımlanmaktadır. Denklem 6'da kullanılan parametrelere ait değerler $\partial_0 = 3$, $\rho = 2$, $v_{shp} = 5$ olarak alınmıştır. Modelde sinaptik bağlantı $v_{syn} = 0$ değerinde uyarıcı (ekshibitör) olurken $v_{syn} < 0$ değerinde ise engelleyici (inhibitör) olmaktadır. Standart sapma sonuçları Şekil 5'te verilen kimyasal kupağılı Izhikevich nöron modelinin grafiğine bakıldığında, standart sapma sonuçları, kupağılama ağırlığının $g < -1.1$ değerlerinde sıfır değerine yakınsamaktadır.



Şekil 4. Elektriksel kupağılı nöronların faz düzlemi, zaman alanı ve zar potansiyellerine ait fark sinyali 'ev' grafikleri a) $g = -0.4$ ve b) $g = 0.4$



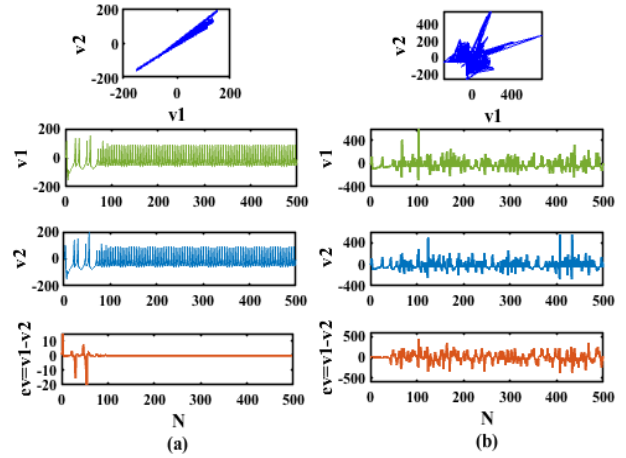
Şekil 5. Kimyasal kupağılı iki Izhikevich nöronunu ait standart sapma sonucu

Kimyasal olarak kupağılanan iki Izhikevich nöronunun kimyasal olarak kupağılandığı modele ait simülasyon sonuçları kupağılama parametresi 'g'nin sırasıyla -2 ve 2 değerleri için Şekil 6a ve 6b'de verilmektedir.

3 Elektriksel ve kimyasal olarak kupağılanan Izhikevich nöron modelinin geri adımlama kontrol yöntemi ile senkronizasyonu

Bu kısımda, mevcut olan sistemi bir kontrolörle birleştirerek yinelemeli hesaplamalar yapan ve sistemin kararlılığını garanti etmek için Lyapunov fonksiyonu kullanan geri adımlamalı kontrol yöntemi uygulanmıştır. Sonrasında

GAKY'nin uygulandığı elektriksel ve kimyasal kupağılı Izhikevich nöron modelinin dinamik davranışlarını gösteren simülasyon sonuçları verilmiştir.



Şekil 6. Kimyasal kupağılı nöronların faz düzlemi, zaman alanı ve zar potansiyellerine ait fark sinyali 'ev' grafikleri a) $g = -2$ ve b) $g = 2$

Kontrolör 'K' hem elektriksel hem de kimyasal kupağılı Izhikevich nöron modelinde, ikinci nörona ait membran potansiyelini ifade eden denkleğe eklenmiştir. İlk defa bu çalışma ile geri adımlamalı kontrol yöntemi, Izhikevich nöron modeline uyarlanmıştır. Ele alınan model Denklem (7)'de verilmektedir. Denklemden yer alan $x \in R^n$ 'ni ifade ederken, $n \geq 1$, 'z_i' ifadesi skaler bir değer ve 'u' ise sabit bir değerdir. 'f' fonksiyonu orjinde sıfır değerini alırken, 'g' fonksiyonunun değeri sıfırdan farklı olmaktadır.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f_x + g_x(x)z_1 \\ \dot{z}_1 &= f_1(x, z_1) + g_1(x, z_1)z_2 \\ \dot{z}_2 &= f_2(x, z_1, z_2) + g_2(x, z_1, z_2)z_3 \\ &\vdots \\ \dot{z}_i &= f_i(x, z_1, z_2, \dots, z_{i-1}, z_i) + \\ &g_i(x, z_1, z_2, \dots, z_{i-1}, z_i)z_{i+1} \quad \text{for } 1 \leq i \leq k-1 \\ &\vdots \\ \dot{z}_{k-1} &= f_{k-1}(x, z_1, z_2, \dots, z_{k-1}) \\ &\quad + g_{k-1}(x, z_1, z_2, \dots, z_{k-1})z_k \\ \dot{z}_k &= f_k(x, z_1, z_2, \dots, z_{k-1}) + g_k(x, z_1, z_2, \dots, z_{k-1})u \end{aligned} \quad (7)$$

Yukarıda tanımlanan denklem sistemine ait alt sistem denklemleri, Denklem (8)'de verilmektedir ve bu denklem orjinde kararlıdır.

$$\dot{x} = f_x(x) + g_x(x)u_x(x) \quad (8)$$

GAKY literatürde birçok doğrusal olmayan sisteme uyarlanmıştır [24, 25]. GAKY ile son kontrolör 'K' türetilinceye kadar 'z_i' denklemlerini kullanarak oluşturulan yeni sistemleri kararlı hale getirebilmektedir. Elektriksel ve kimyasal kupağılı iki Izhikevich nöronuna GAKY'nin uygulanması durumunda, nöron modellerine ait hata tanımları kullanılarak genel bir denklem elde edilebilir.

İlk olarak elektriksel kupağılı Izhikevich nöron modeli ele alınarak sisteme GAKY adapte edilmiştir. Sonrasında

kontrol yöntemi, kimyasal kuplajlı Izhikevich nöron modeline adapte edilmiştir.

Geri adımlamalı kontrolörün ikinci nörona adapte edildiği, elektriksel kuplajlı iki Izhikevich nöronuna ait denklemler aşağıda verilmektedir. Benzer şekilde kontrolör kimyasal olarak kuplajlanan Izhikevich nöron modeline de adapte edilmiştir.

$$\begin{aligned} \dot{v}_1 &= 0.04v_1^2 + 5v_1 + 140 - u_1 + I - g(v_1 - v_2) \\ \dot{u}_1 &= a(bv_1 - u_1) \\ v_1 \geq 30 \text{ mV} &\Rightarrow \begin{matrix} v_1 \leftarrow c \\ u_1 \leftarrow u_1 + d \end{matrix} \\ \dot{v}_2 &= 0.04v_2^2 + 5v_2 + 140 - u_2 + I - g(v_2 - v_1) \\ &\quad + K_e \\ \dot{u}_2 &= a(bv_2 - u_2) \\ v_2 \geq 30 \text{ mV} &\Rightarrow \begin{matrix} v_2 \leftarrow c \\ u_2 \leftarrow u_2 + d \end{matrix} \end{aligned} \quad (9)$$

Elektriksel ve kimyasal kuplajlı iki Izhikevich nöronuna geri adımlamalı kontrol yöntemiyle senkronize edilmesi durumunda, Denklem (5)'te verilen hata tanımlamaları kullanılarak, aşağıda verilen genel bir denklem elde edilmektedir:

$$z_1 = e_u \Rightarrow \dot{z}_1 = \dot{e}_u = abe_v - ae_u \quad (10)$$

Burada $e_v = \zeta_1(z_1)$ 'dir ve sanal bir kontrol girişi kabul edilmiştir. Burada z_1 alt sistemi kararlı hale getirilmek istenmektedir ve bunun için Denklem (11)'de verilen pozitif Lyapunov fonksiyonu seçilmiştir. Bu fonksiyonun türevine ait ifade Denklem (12)'de verilmektedir.

$$V_1 = \frac{z_1^2}{2} \quad (11)$$

$$\dot{V}_1 = z_1 \dot{z}_1 = ab\zeta_1 z_1 - az_1^2 \quad (12)$$

Eğer $\zeta_1 = 0$ seçilirse, $\dot{V}_1 = -az_1^2 < 0$ olur ve Denklem (12)'deki alt sistem z_1 asimptotik kararlı olmaktadır. Denklem (11) ve (12), elektriksel ve kimyasal olarak kuplajlı Izhikevich nöronlarına ait ortak denklilerdir. Yönteme devam edilirken, tanımlanan alt sistem z_1 'den sonra başka bir alt sistem olan z_2 tanımlanır. Tanımlanan z_2 alt sistemi e_v hata denkliği ile $\zeta_1(z_1)$ fonksiyonu arasındaki hata tanımı olarak ifade edilmektedir. z_2 alt sistemleri, elektriksel ve kimyasal kuplajlı Izhikevich nöronları için sırasıyla Denklem (13) ve (14)'te ayrı ayrı verilmektedir. Denklemlerde ' K_e ' elektriksel kuplajlı Izhikevich nöron modeline ait geri adımlamalı kontrolörü ifade ederken, ' K_k ' kimyasal kuplajlı Izhikevich nöron modeline ait geri adımlamalı kontrolörü ifade etmektedir. ' A ' ise $A = I_1^{syn} - I_2^{syn}$ şeklindedir.

$$\begin{aligned} z_{2e} = e_v - \zeta_1(z_1) &\Rightarrow \dot{z}_2 = \dot{e}_v - \dot{\zeta}_1(z_1) \\ &= ab\zeta_1 z_1 - az_1^2 \\ &\quad + 0.04z_2^2(v_1 + v_2) + 5z_2^2 - z_1 z_2 \\ &\quad - K_e z_2 - 2gz_2^2 \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} z_{2k} = e_v - \zeta_1(z_1) &\Rightarrow \dot{z}_2 = \dot{e}_v - \dot{\zeta}_1(z_1) \\ &= ab\zeta_1 z_1 - az_1^2 \\ &\quad + 0.04z_2^2(v_1 + v_2) + 5z_2^2 - z_1 z_2 \\ &\quad - K_k z_2 - 2A \end{aligned} \quad (14)$$

z_2 alt sistemleri kararlı hale getirmek için aşağıdaki gibi ikinci bir pozitif tanımlı Lyapunov fonksiyonu tanımlanmaktadır.

$$V_2 = V_1 + \frac{z_2^2}{2} \quad (15)$$

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 + z_2 \dot{z}_2 \quad (16)$$

Denklem (12) ve (13)'te verilen değişkenler, Denklem (16)'da yerlerine yazılmıştır. Böylece pozitif tanımlı Lyapunov fonksiyonuna ait türev ifadesi elektriksel kuplajlı Izhikevich nöronları için Denklem (17)'de elde edilmiştir.

$$\begin{aligned} \dot{V}_{2e} &= abz_1 z_2 - az_1^2 + 0.04 z_2^2(v_1 + v_2) + 5z_2^2 \\ &\quad - z_1 z_2 - K_e z_2 - 2gz_2^2 \end{aligned} \quad (17)$$

Benzer şekilde, Denklem (16)'ya Denklem (12) ve (14)'te yer alan ilgili değişkenlerin yerlerine yazılması ile elde edilen pozitif tanımlı Lyapunov fonksiyonunun türevi, kimyasal kuplajlı Izhikevich nöronları içinde Denklem (18)'de elde edilmiştir.

$$\begin{aligned} \dot{V}_{2k} &= abz_1 z_2 - az_1^2 + 0.04 z_2^2(v_1 + v_2) + 5z_2^2 \\ &\quad - z_1 z_2 - K_k z_2 - Az_2 \end{aligned} \quad (18)$$

Kesin negatif değerler, Denklem (17) ve (18)'de göz ardı edildiğinde, kuplajlı iki Izhikevich nöronu için elde edilen geri adımlamalı metoda ait kontrolörün matematiksel ifadesi elektriksel ve kimyasal kuplajlama durumları için sırasıyla Denklem (19) ve (20)'de verilmektedir.

$$K_e(u, v) = abe_u + 0.04e_v(v_1 + v_2) + 5e_v - e_u - 2ge_v \quad (19)$$

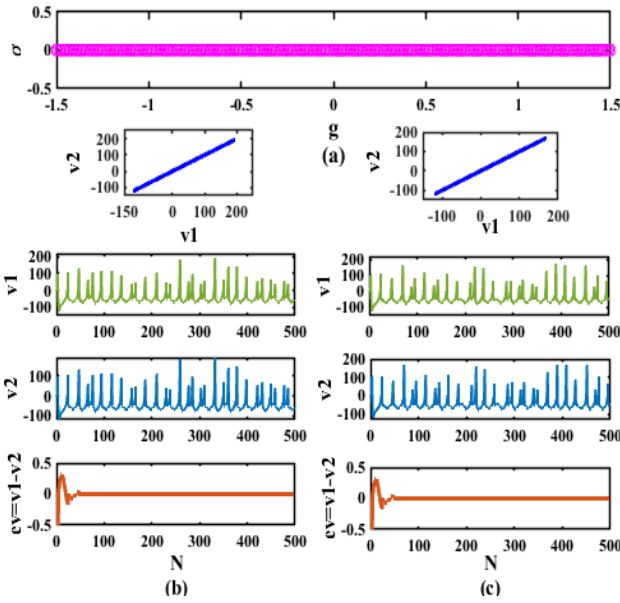
$$K_k(u, v) = abe_u + 0.04e_v(v_1 + v_2) + 5e_v - e_u - (I_1^{syn} - I_2^{syn}) \quad (20)$$

Elde edilen kontrol parametreleri daha önce Izhikevich nöron modelini kullandığımız çalışmalarımızdakilerle benzer çıkmaktadır. ' K_e ' Lyapunov kontrol yöntemi ile senkronizasyon sağladığımız çalışmamızdaki [26] kontrol parametresi ile, ' K_k ' parametresi ise yine Lyapunov kontrol metodu kullandığımız çalışmamızdaki [20] kontrol parametresi ile benzer çıkmaktadır. Bunun nedeni GAKY'nin tekrarlamalı bir yöntem olması ve Lyapunov fonksiyonun kullanılarak, nihai kontrolöre ulaşıncaya alt sistemler oluşturulup, kademeli olarak kontrol edilmesidir. Izhikevich nöron modeli 2 adet diferansiyel sistemden oluştuğu için sistemin kontrol parametresi, Lyapunov kontrol yöntemi ile bulunan sonuçlarla benzer çıkmaktadır. Bu çalışma ile Izhikevich nöron modelinin senkronizasyonu

için GAKY'nin de kullanılarak, sistem senkronizasyonun sağlanabileceği gösterilmek istenmiştir.

GAKY ile elde edilen kontrolörlerin modele entegre edildiği simülasyon sonuçlarına ait grafikler; elektriksel ve kimyasal kuplajlı nöronlar için sırasıyla Şekil 7 ve 8'de verilmektedir.

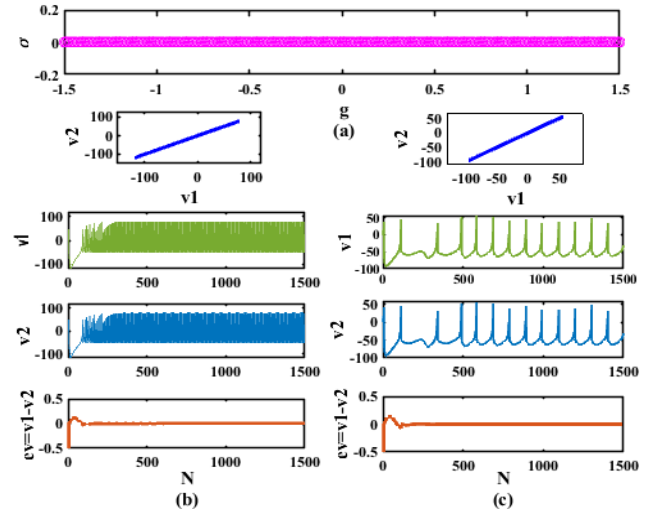
Şekil 7'de elektriksel kuplajlı yapıda kuplajlama ağırlığı 'g' değerleri sırasıyla -0.4 ve 0.4 iken Şekil 8'de verilen kimyasal olarak kuplajlanan yapıda kuplajlama ağırlıkları 'g' değerleri sırasıyla -2 ve 2 olarak alınmıştır. Bu simülasyon sonuçlarına göre, kuplajlı Izhikevich nöronlarına GAKY uygulanmasıyla, iki nöronun, kuplajlama ağırlıklarından bağımsız olarak eş zamanlı olarak ateşlendiği gösterilmektedir.



Şekil 7. GAKY ile senkron hale getirilen elektriksel kuplajlı iki Izhikevich nöronunun simülasyon sonuçları: a) Standart sapma analizi sonuçları. Elektriksel kuplajlı nöronların faz düzlemi, zaman alanı ve zar potansiyellerine ait fark sinyali 'ev' grafikleri b) $g=-0.4$ ve c) $g=0.4$ için.

4 Sonuçlar

Bu çalışmada elektriksel ve kimyasal olarak kuplajlanan Izhikevich nöron modeline Lyapunov kontrol metoduna alternatif olabilecek bir metot olan geri adımlamalı kontrol metodu uygulanarak sistem eş zamanlı hale getirilmiştir. Bu amaçla, çalışmanın ilk bölümünde farklı harici akım değerleri altında Izhikevich nöron modelinin Lyapunov üstel değerleri hesaplanmıştır. Burada harici akım parametresinin $I=-99$ değerinde Izhikevich nöron modeline ait kaotik davranış sergilediğini gösteren grafikler verilmiştir. Çalışma boyunca 'I' parametresi -99 olarak alınmış ve teorik simülasyonlar gerçekleştirilmiştir. Çalışmanın devamında, elektriksel ve kimyasal kuplajlama metodu ile ayrı ayrı kuplajlanan iki Izhikevich nöron modeline ait standart sapma sonuçlarına yer verilmiştir.



Şekil 8. GAKY ile eş zamanlı hale getirilen kimyasal kuplajlı iki Izhikevich nöronunun simülasyon sonuçları: a) Standart sapma analizi sonuçları. Kimyasal kuplajlı nöronların faz düzlemi, zaman alanı ve zar potansiyellerine ait fark sinyali 'ev' grafikleri b) $g=-2$ ve c) $g=2$ için

Sonrasında kuplajlı iki Izhikevich nöron modeline GAKY uygulanarak, hem elektriksel kuplajlı hem de kimyasal kuplajlı Izhikevich nöronları eş zamanlı hale getirilmiştir. GAKY'nin Izhikevich nöron modeline uygulanması sonucu elde edilen kontrolör, daha önceki çalışmalarımızda Lyapunov kontrol metodu uyguladığımız Izhikevich nöron modelindeki kontrolörle aynı çıktığı gözlemlenmiştir. Bunun nedeni geri adımlamalı kontrol metodunun tekrarlamalı bir sistem olması ve Izhikevich nöron modelinin iki adet diferansiyel denklemden oluşmasıdır. Ayrıca kaotik sistemler parametre değerlerine aşırı bağlıdır. Bu çalışmada diğer çalışmalarımızdan farklı olarak 'c' parametresi değeri '-55' olarak alınmıştır ve bu değerde de sistemin kaotik davranış sergilediği simülasyon sonuçları ile gösterilmiştir. Bu süreçlerin sonucunda, kontrolör yapısının kullanıldığı elektriksel ve kimyasal olarak ayrı ayrı kuplajlanan sistemde, nöron dinamiklerinin, kuplajlama ağırlığından bağımsız olarak eş zamanlı bir şekilde ateşlendiği gözlemlenmiştir.

Bu kapsamda, çalışmamızın yenilik getiren yönlerini şu şekilde özetleyebiliriz: I) kimyasal olarak kuplajlanan Izhikevich nöronlarının senkronizasyon kontrolüyle literatürdeki sınırlı sayıda çalışmaya dikkate değer bir katkı sağlanmıştır, II) elektriksel ve kimyasal kuplajlı Izhikevich nöronlarının senkronizasyon kontrolü ilk defa GAKY ile sağlanmıştır.

Çıkar çatışması

Yazarlar çıkar çatışması olmadığını beyan etmektedir.

Benzerlik oranı (iThenticate): % 14

Kaynaklar

- [1] A.E. Pereda, Electrical synapses and their functional interactions with chemical synapses, Nat Rev Neurosci., 15(4), 250-263, 2014. <https://doi.org/10.1038/nrn3708>.

- [2] A. L. Hodgkin and A. Huxley, A quantitative description of membrane current and its application to conduction and excitation in nerve, *The Journal of Physiology* 117 (4), 500-544, 1952. [https://doi.org/10.1016/S0092-8240\(05\)80004-7](https://doi.org/10.1016/S0092-8240(05)80004-7).
- [3] H. R. Wilson and J. D. Cowan, Excitatory and inhibitory interactions in localized populations of model neurons. *Biophysical Journal* 12 (1), 1–24, 1972. [https://doi.org/10.1016/S0006-3495\(72\)86068-5](https://doi.org/10.1016/S0006-3495(72)86068-5).
- [4] R. FitzHugh, *Mathematical models for excitation and propagation in nerve*, Schawn,H.P., McGraw-Hill, New York, 1969.
- [5] C. Morris and H. Lecar, Voltage oscillations in the barnacle giant muscle fiber, *Biophysical Journal* 35 (1), 193–213, 1981. [https://doi.org/10.1016/S0006-3495\(81\)84782-0](https://doi.org/10.1016/S0006-3495(81)84782-0).
- [6] J. Hindmarsh and R. M. Rose, A model of neuronal bursting using three coupled first order differential equations, *Proceedings of the Royal Society of London. Series B. Biological Sciences* 221 (1222), 87-102,1984. <https://doi.org/10.1098/rspb.1984.0024>.
- [7] E. M. Izhikevich, Simple model of spiking neurons, *IEEE Trans. Neural Networks* 14(6), 1569–1572, Nov. 2003. <https://doi.org/10.1109/TNN.2003.820440>.
- [8] S. A. Malik, A. H. Mir, Synchronization of Hindmarsh Rose Neurons, *Neural Networks*, 123, 372-380, 2020. <https://doi.org/10.1016/j.neunet.2019.11.024>.
- [9] H. Yu, J. Peng, Chaotic synchronization and control in nonlinear-coupled Hindmarsh–Rose neural systems. *Chaos, Solit. Fractals* 29 (2), 342–348 2006. <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2005.08.075>.
- [10] Z. Çimen, N. Korkmaz, Y. Altuncu, R. Kılıç, Evaluating the effectiveness of several synchronization control methods applying to the electrically and the chemically coupled hindmarsh-rose neurons, *Biosystems*, 198, 1-14, 2020. <https://doi.org/10.1016/j.biosystems.2020.104284>.
- [11] Z.Karaca, N. Korkmaz, Y. Altuncu, R.Kılıç, An extensive FPGA-based realization study about the Izhikevich neurons and their bio-inspired applications. *Nonlinear Dyn* 105, 3529–3549, 2021. <https://doi.org/10.1007/s11071-021-06647-1>.
- [12] C.-H. Li, S.-Y. Yang, Eventual dissipativeness and synchronization of nonlinearly coupled dynamical network of Hindmarsh–Rose neurons, *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 39(21), 6631-6644, 2015. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2015.02.017>.
- [13] Y. Che, J. Wang, K. M. Tsang, W. L. Chan, Unidirectional synchronization for Hindmarsh-Rose neurons via robust adaptive sliding mode control. *Nonlinear Analysis: Real World Applications*, 11(2), 1096-1104, 2010. <https://doi.org/10.1016/j.nonrwa.2009.02.004>.
- [14] X. Liu, & C. Tianping, Synchronization analysis for nonlinearly-coupled complex networks with an asymmetrical coupling matrix, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier, vol. 387 (16), 4429-4439, 2008. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2008.03.005>.
- [15] D. Bin, W. Jiang and F. Xiangyang, Synchronizing two coupled chaotic neurons in external electrical stimulation using backstepping control, *Chaos, Solitons & Fractals*, 29 (1), 182–89, 2006. <http://doi.org/10.1016/j.chaos.2005.08.027>.
- [16] S. Zhang, E. -M. Yong, Y. Zhou and W. -Q. Qian, Dynamic backstepping control for pure-feedback nonlinear systems, in *IMA Journal of Mathematical Control and Information*, 37 (1), 670-693, 2020, <http://doi.org/10.1093/imamci/dnz019>.
- [17] H. K. Khalil, and J. W. Grizzle, *Nonlinear Systems*, Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey, 2002.
- [18] S. H. Yu, , C. H. Hyunand and M. N. Park, Backstepping control and synchronization for 4-D Lorenz-Stenflo chaotic system with single input, *International Journal of Fuzzy Logic and Intelligent Systems* 11(3), 143-148, 2011. <https://doi.org/10.5391/ijfis.2011.11.3.143>.
- [19] S. Vaidyanathan, A. T. Azar, *Backstepping Control of Nonlinear Dynamical Systems 1st*, Academic Press, Elsevier, 2020
- [20] Z. Karaca, N. Korkmaz, Y. Altuncu &R. Kılıç, Kimyasal Kuplajlı Izhikevich Nöron Modelinin Lyapunov Kontrol Metodu ile Senkronizasyonu. *Avrupa Bilim ve Teknoloji Dergisi, Ejosat Özel Sayı (RDCONF)*, 736-740, 2021. <http://doi.org/10.31590/ejosat.1042337>
- [21] N. Korkmaz, İ. Öztürk, A. Kalımlı, and R. Kılıç, Hardware verification: Determining the parameters of the modified Izhikevich neuron model with genetic algorithm, 10th International Conference on Electrical and Electronics Engineering (ELECO), pp. 588-592, Bursa, 30, 2017.
- [22] E. M. Izhikevich, Which model to use for cortical spiking neurons?, *IEEE Transactions on Neural Networks* 15(5), 1063-1070, 2004. <https://doi.org/10.1109/TNN.2004.832719>.
- [23] S. Lynch, *Dynamical systems with applications using MATLAB*. Boston: Birkhäuser. 2004.
- [24] B. Deng, J. Wang, X. Fei, Synchronizing two coupled chaotic neurons in external electrical stimulation using backstepping control. *Chaos, Solit. Fractals* 29, 182–189. 2006. <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2005.08.027>
- [25] C. C. Peng, & C. L. Chen, Robust chaotic control of Lorenz system by backstepping design. *Chaos, Solitons Fractals*, 37(2), 598–608, 2008 <https://doi.org/10.1016/J.CHAOS.2006.09.057>.
- [26] Z. Karaca, N. Korkmaz, Y. Altuncu and R. Kılıç, An extensive FPGA-based realization study about the Izhikevich neurons and their bio-inspired applications. *Nonlinear Dyn* 105, 3529–3549, 2021. <https://doi.org/10.1007/s11071-021-06647-1>.

