

ORTAOKUL MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ GEOMETRİK CİSİMLERE İLİŞKİN ALGILARININ VE İLİŞKİLENDİRMELERİNİN İNCELENMESİ

INVESTIGATION OF PRE-SERVICE MIDDLE SCHOOL MATHEMATICS TEACHERS' PERCEPTIONS AND ASSOCIATE FOR GEOMETRIC OBJECTS

Funda GÜNDOĞDU ALAYLI¹

ÖZ: Bu çalışmanın amacı öğretmen adaylarının geometrik cisimlere ilişkin algılarını ve ilişkilendirmelerini incelemektir. Bu amaçla nitel araştırma desenlerinden durum çalışması kapsamında 35 ortaokul matematik öğretmen adayı ile çalışılmıştır. Veri toplama aracı olarak araştırmacı tarafından geliştirilen ve üç bölümden oluşan geometrik cisim formu kullanılmıştır. Bu formda açık uçlu soruların yanı sıra doğru yanlış soruları yer almıştır. Verilerin analizinde içerik analizi kullanılmıştır. Sonuç olarak öğretmen adaylarının geometrik cisimlere yönelik üç boyutlu olmalarını temel alan bir algıya sahip oldukları belirlenmiştir. Öğretmen adaylarının geometrik cisimlere günlük hayattan örnekler verirken, çeşitlendirmekte zorlandıkları görülmüştür. Bununla birlikte geometrik cisimleri ilişkilendirmekte sıkıntı yaşadıkları saptanmıştır. Ayrıca öğretmen adaylarının geometrik cisimler için parçalı sınıflama yaptıkları, geometrik cisimlerin hiyerarşik ilişkilerini temel alan hiyerarşik sınıflama yapmadıkları belirlenmiştir. Bu sonuçta rağmen öğretmen adaylarının, doğru yanlış sorularında, bazı geometrik cisimler için hiyerarşik ilişkilere dair ifadeler kullandıkları da görülmüştür.

Anahtar sözcükler: Geometrik cisim, geometrik cisim algısı, geometrik cisimlerin ilişkilendirilmesi, ortaokul matematik öğretmen adayları

Bu makaleye atf vermek için:

Gündoğdu Alaylı, Funda. (2023). Ortaokul matematik öğretmen adaylarının geometrik cisimlere ilişkin algılarının ve ilişkilendirmelerinin incelenmesi, *Trakya Eğitim Dergisi*, 13(3), 2148-2164.

Cite this article as:

Gündoğdu Alaylı, Funda. (2023). Investigation of pre-service middle school mathematics teachers' perceptions and associate for geometric objects. *Trakya Journal of Education*, 13(3), 2148-2164.

ABSTRACT: The aim of this study is to examine pre-service teachers' perceptions and associations about geometric objects. For this purpose, 35 pre-service teachers were studied within case study. The geometric object form, which was developed by the researcher and consisted of three parts, was used as a data collection tool. This form included true-false questions as well as open-ended questions. Content analysis was used in the analysis of the data. As a result, it was determined that the pre-service teachers had a perception based on the three-dimensionality of geometric objects. It was observed that pre-service teachers had difficulties in diversifying geometric objects while giving examples from daily life. However, it was determined that they had difficulties in associating geometric objects. In addition, it was determined that pre-service teachers made partial classifications for geometric objects and did not make hierarchical classifications based on the hierarchical relationships of geometric objects. Despite this result, it was also observed that prospective teachers used expressions regarding hierarchical relationships for some geometric objects in true-false questions.

Keywords: Geometric object, perception of geometric objects, associating geometric objects, pre-service middle school mathematics teachers

¹ Dr. Öğr. Üyesi, Trakya Üniversitesi, Edirne/Türkiye, fundagundogdu@trakya.edu.tr, ORCID 0000-0002-0382-9610

EXTENDED ABSTRACT

Introduction

Concepts in mathematics, especially in the field of geometry, which is a sub-branch of mathematics, are related to previously learned low-level concepts (Skemp, 1971). Geometry helps to understand the world more easily and also contributes to the understanding of mathematical concepts. Therefore, it is very important to establish relationships between concepts for meaningful learning of geometric concepts. The subject of geometric objects, which is in the field of geometry learning, requires students to think abstractly and complex by using their spatial thinking skills (Yıldız, 2009). According to the TIMSS 1999-2011 reports, the success rankings of Turkish students in geometry are quite low (Gökkurt et al., 2015; Koç & Bozkurt, 2011). Since the subject of geometric objects involves visualizing three-dimensional objects in the mind, it is one of the geometry subjects in which students have difficulty and fail (Mistretta, 2000). Studies revealing that primary and secondary school students have difficulties in tasks related to geometric skills. However, there are studies that found that pre-service teachers also have difficulties in geometric objects. In these studies, some or all of the geometric objects that are generally covered in the primary and secondary school curriculum were discussed and the knowledge of pre-service teachers about geometric objects was examined. Contrary to the studies based on the definition, properties and drawings of geometric objects, the number of studies revealing the knowledge of geometric objects on the basis of pre-service teachers' associations with geometric objects is very few. In the present study, it was aimed to examine the pre-service middle school mathematics teachers' perceptions of geometric objects and their associations. In line with this purpose, "How are the pre-service middle school mathematics teachers' perceptions of geometric objects?" and "How are the pre-service middle school mathematics teachers' associations of geometric objects?" answers to the questions were sought.

Method

This study, which examines pre-service teachers' approaches to associating solid objects, is a case study. The participants of the research are 35 third-year students studying at a state university in the department of primary education mathematics teaching. The data of the research were collected with the "Geometric object form" developed by the researcher and consisting of three parts. In the first part of the form, which consists of three parts, there are four open-ended questions in order to reveal the perceptions of the pre-service teachers about the concept of geometric object. In the second and third parts of the form, it is aimed to reveal the knowledge of the pre-service teachers about associating geometric objects. Content analysis was used in the analysis of the data obtained in the research.

Findings

According to the findings of the study, it is seen that the most frequently used expression by pre-service teachers (66%) is "being three-dimensional". On the other hand, the least used expression is "The Surfaces Are Geometric Shapes". Apart from the aforementioned expressions, it was seen that two of the PTs used the figure expression instead of the geometric object. Most of the daily life examples given by PTs to geometric objects are similar; It has been determined that the examples given for geometric objects other than prisms are very few.

It has been observed that PTs usually make a comparison according to critical properties when comparing geometric objects during their comparison of objects. PTs considered critical features in the comparison of prism-pyramid objects (91%) more than when comparing other geometric objects. While almost all of the PTs expressed the difference between a prism and a pyramid, they were able to express critical features such as apex and side faces.

When the classifications made by PTs were evaluated, it was determined that all PTs classified geometric objects separately according to certain properties by making a partial classification.

Although some PTs still make separated classification, it has also been observed that they establish hierarchical relations between some geometric objects. However, it was observed that PTs could not make these associations correctly, so they set up family relations incorrectly. On the other hand, it was observed that PTs were able to make correct definitions in true-false questions and in expressions of hierarchical relations for some geometric objects.

Discussion and Conclusion

In this study, it was aimed to examine the perceptions of PTs towards geometric objects and their associations with geometric objects. For this purpose, various questions were asked to 35 pre-service middle school mathematics teachers to reveal their perceptions of geometric objects and their associations.

It was seen that most of the PTs explained the concept of geometric object by making use of the properties of objects. It was determined that more than half of the PTs (66%) used the three-dimensional expression especially in their explanations. PTs counted the most cylinder and sphere among the geometric objects they knew. After these geometric objects, the most numerous geometric objects were the cube, then the pyramid, cone and rectangular prism. It was determined that although PTs could give one example each, they had difficulty in diversifying and they gave the same examples for some objects.

In order to reveal the geometric object associations of the PTs, their responses to the expressions about the comparisons and classifications of geometric objects and family relations were evaluated. Firstly, comparisons of objects are discussed. It is understood that most of the PTs make a comparison according to critical properties when comparing geometric objects.

When the geometric object classifications made by PTs were evaluated, it was determined that PTs could not make a hierarchical classification, but made a segmented classification. It has been observed that PTs classify geometric objects according to their properties, types, or being regular or not.

It has been observed that some PTs use some hierarchical relationships in their classification, although they do not make hierarchical classification. However, most of these relationships are set up incorrectly. Other studies (Isiksal Bostan & Yemen Karpuzcu, 2017; Zeybek Şimşek, 2019) reveal this result. Contrary to this situation, it was determined that the PTs had hierarchical relationships that they established correctly in their true-false statements about family relations.

GİRİŞ

Bilginin ezberlenmesi durumunda, zihinde yeni bilgiler ile önceki bilgiler arasında bağ kurulması söz konusu olmadığından, bir süre sonra bilgi unutulmaktadır. Diğer yandan anlamlı öğrenmede yeni bilgi ile karşılaşıldığında, bu bilginin zihinde anlamlandırılması için var olan bilgilerle benzerliklerin ve farklılıkların ortaya koyulması, yanı sıra ilişkilerin kurulması gibi bir takım zihinsel süreçler söz konusudur (Yanık, 2016). Matematik eğitiminde de birçok öğretim programı anlamlı öğrenmenin öneminden bahsetmiş ve kavramsal öğrenmeye vurgu yapmıştır (Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], 2009, 2013; National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000). Kavramsal öğrenme, kavramları yorumlamanın yanında aralarındaki ilişkileri anlamayı gerektirmektedir (Arslan 2010). Matematikte özellikle matematiğin bir alt dalı olan geometri alanında kavramlar, daha önce öğrenilen alt düzey kavramlarla ilişkilidir (Skemp, 1971). Geometri, içinde bulunulan dünyanın daha kolay anlaşılmasına yardımcı olmakta ve bununla birlikte matematik kavramlarının anlaşılmasına katkı sağlamaktadır. Dolayısıyla geometrik kavramların anlamlı öğrenilmesi için kavramlar arası ilişkilerin kurulması oldukça önemlidir. Geometrik ilişkiler doğru kurulabilirse, matematiksel ilişkilerin doğru kurulması da daha olasıdır.

Geometri ve üç boyutlu düşünme, matematik müfredatındaki her konu ve gerçek hayattaki birçok durumla bağlantılıdır (Jones ve Mooney, 2004; Presmeg, 2006). Matematik öğretim programlarına üç boyutlu geometrinin dahil edilmesinin birçok sebebi vardır. Üç boyutlu düşünme, öğrencilerin yalnızca uzamsal farkındalığını, geometrik sezgisini ve görselleştirme yeteneğini geliştirmekle kalmaz. Aynı zamanda geometrik bilgi ve anlayışını yanı sıra geometrik özellikleri kullanma yeteneğini geliştirmek için fırsatlar sağlamaktadır (Jones, 2002). Geometrinin önemli konularından biri olan geometrik cisimler, cisimlerin anlaşılması, birbiri ile ilişkilendirilmesi ve uzamsal düşünme bilgi ve becerilerini gerektirir (Yıldız, 2009). Bazı öğretim programları da öğrencilerin geometrik şekil ve cisimlerin tanım ve özelliklerini bilmenin ötesinde, geometrik şekilleri ve cisimleri ilişkilendirmenin önemini vurgulamaktadır (MEB, 2018; NCTM, 2000). Ayrıca geometrik şekiller arasındaki hiyerarşik ilişkilerin, sorgulama ve muhakeme yeteneğini geliştirdiği de bilinmektedir (Clements, 2003; Fujita ve Jones, 2008). Geometrik şekillerde örneğin, dikdörtgenin özel bir paralelkenar, paralelkenarın bir yamuk olduğu ilişkisini anlamak demek şekillerin tüm özelliklerini bilmek, bu özellikleri karşılaştırarak şekilleri hiyerarşik olarak ilişkilendirmek ve aile ilişkilerini kurmak anlamına gelmektedir. Sonrasında bu ilişkiler problem çözümlerinde kullanılmaktadır. Geometrik şekillerin yanı sıra geometrik cisimlerde de önemli ve ilginç ilişkiler bulunmaktadır (Van de Walle, 2013). Bu bağlamda, üç boyutlu cisimler için de iki boyutlu şekillerdeki gibi aile ilişkilerini temel alan hiyerarşik ilişkilendirmeler yapılabilmektedir. Örneğin, prizmalar silindirelerin

özel bir sınıfı olarak gruplanabilir. Benzer şekilde piramitler de koninin özel bir sınıfı olarak ele alınabilir (Van de Walle, 2013). Bu ilişkiler geometride problemlerin çözümünde ve ispat çalışmalarında önemli görülmektedir. Aynı aile sınıfında yer alan geometrik cisimlerden biri için geçerli olan özellikler, çözümler, ispatlar vs. diğeri için de geçerli olacaktır.

De Villiers (1994), çokgenler için iki tür sınıflamadan bahsetmiştir. Bunlardan biri çokgenleri ayrık kümeler olarak belirli özelliklere göre sınıflamadır. Buna parçalı sınıflama demiştir. Diğeri ise çokgenleri altkümeler biçiminde sahip oldukları özellikleri göz önünde bulundurarak, ilişkilendirerek sınıflamadır. Buna da hiyerarşik sınıflama demiştir. Buradan anlaşılacağı üzere hiyerarşik sınıflama, hiyerarşik ilişkileri dolayısıyla aile ilişkilerini ortaya koyan bir sınıflamadır. Bu yüzden de bazı araştırmacılar (De Villiers, 1994; Fujita, 2012) bu sınıflamayı daha önemli görmektedir. Her ne kadar De Villiers (1994) bu sınıflamaları çokgenler için tanımlamış olsa da geometrik cisimler için de hiyerarşik sınıflamanın yani cisimlerin özelliklerini temel alarak yapılan ilişkilendirmeler sonucunda birbirini kapsayacak şekilde yapılan sınıflamanın aile ilişkilerini ortaya koyacağı söylenebilir. Geometrik cisimler için de bu şekilde yapılan sınıflamalar birbirinden bağımsız belirli özellikleri temel alarak ayrık kümeler biçiminde yapılan sınıflamadan (parçalı sınıflama) daha kıymetlidir.

Geometri öğrenme alanı içinde yer alan geometrik cisimler konusu soyut olmasının yanında öğrencilerin uzamsal düşünme becerilerini kullanarak kompleks düşüncelerini gerektirmektedir (Yıldız, 2009). TIMMS (Trends in International Mathematics and Science Study) 1999- 2011 raporlarına göre geometride Türk öğrencilerinin başarı sıralamaları oldukça düşüktür (Gökkurt vd., 2015; Koç ve Bozkurt, 2011). Geometrik cisimler konusu üç boyutlu cisim zihinde canlandırmayı içerdiğinden öğrencilerin zorlandığı ve başarısız olduğu geometri konularındandır (Mistretta, 2000). Okul öğretim programında, geometrik cisimler için gerekli olan beceriler (1) geometrik cisimleri temsil etme (çizme) (2) üç boyutlu geometrik cisimleri ve iki boyutlu şekilleri birbirine dönüştürme (3) birim küplerle üç boyutlu geometrik cisimleri yapılandırma (4) geometrik cisimlerin özelliklerini tanıma, geometrik cisimleri karşılaştırma ve ilişki kurma (5) geometrik cisimlerin yüzey alanı ve hacimlerini bulma şeklinde sıralanabilir (Pittalis vd., 2010). İlkokul ve ortaokul öğrencilerinin bu becerilere yönelik görevlerde zorlandıklarını ortaya koyan çalışmalar (Battista, 1999; Ben-Chaim vd, 1989; Gutierrez, 1992; İncikabı ve Kılıç, 2013; Owens ve Outhred, 2006; Parzys, 1988; Türnüklü ve Ergin, 2016) bulunmaktadır.

Literatürde öğretmen adaylarının da öğrenciler gibi geometrik cisimler konusunda zorlandığını ortaya koyan çalışmalar vardır. Bu çalışmalarda genellikle ilkök ve ortaokul öğretim programında ele alınan geometrik cisimlerden bazıları veya tamamı ele alınmış ve öğretmen adaylarının geometrik cisimlere yönelik bilgileri incelenmiştir. Mevcut çalışmaların çoğu öğretmen adaylarının geometrik cisimleri bilgilerini görsel olarak tanıma, formal tanımlama ve çizimlerini temel alarak araştırmıştır. Bu çalışmalardan biri Gökbulut ve Ubuz'un (2013) çalışmasıdır. Araştırmacılar sınıf öğretmeni adaylarının prizmaya ilişkin bilgilerini ortaya çıkarmayı amaçladıkları çalışmalarında dört öğretmen adayının tanım ve örneklerini incelemiştir. Sınıf öğretmeni adaylarının prizma için konu alan bilgilerinin yetersiz olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Ayrıca, sınıf öğretmeni adaylarının matematiksel dili yeterli düzeyde kullanmadıklarını, prizma tanımı için gerekli ve yeterli mantıksal ilkeleri bilmediklerini, tanım oluşturmak için prizmanın özelliklerinden gerekli ve yeterli olanları seçemediklerini ve kritik özellikleri belirleyemediklerini ifade etmişlerdir. Ubuz ve Gökbulut (2015) bir diğeri çalışmalarında, bu sefer piramit kavramına ilişkin sınıf öğretmeni adaylarının bilgilerini incelemiştir. Çalışmada katılımcılar tarafından yapılan tanım ve verdikleri örnekleri ele almışlardır. Öğretmen adaylarının piramide ait matematiksel tanım yapmada konu alan bilgilerindeki eksikliklerden dolayı zorluk yaşadıkları sonucuna ulaşmışlardır. Bir başka çalışmada Ertekin vd. (2014) ilköğretim matematik öğretmen adaylarının, silindir ve koni kavram tanımlarını ve çizimlerini incelemiştir. Araştırmacılar, 238 öğretmen adayı ile yürüttükleri çalışmada, öğretmen adaylarının silindir ve koninin tanımı ve çiziminde zorlandıkları sonucuna ulaşmıştır. Okul öncesi öğretmen adaylarıyla yürüttüğü çalışmasında Ulusoy (2019) ise okul öncesi öğretmen adaylarının silindir ve prizmalara yönelik tanımlarını ve silindir ve prizmalarla ilgili örneklerini incelemiştir. 72 katılımcının bulunduğu çalışmada okul öncesi öğretmen adaylarının silindir ve prizmanın tanımlarında kritik ve kritik olmayan özellikleri önemsemedikleri ve örneklerde geometrik cisimleri birbiri ile karıştırdıkları sonucuna ulaşmıştır. Çakmak vd. (2014), ilköğretim matematik öğretmen adaylarının üç boyutlu cisimlere ilişkin konu alan bilgilerini kavramsal boyutta ele alarak, geometrik cisimleri çizme, tanımlama, örneklendirme, tanıma ve uzamsal düşünme kategorileri altında incelemiştir. Öğretim programında yer alan geometrik cisimlerin hepsini ele aldığı çalışmasında ilköğretim matematik öğretmen adaylarının cisimleri genel olarak çizdiklerini ancak prototip örnekleri çizdikleri sonucunu ortaya koymuştur. Ayrıca araştırmacılar ilköğretim matematik öğretmen adaylarının cisimleri matematiksel olarak tanımlayamadıklarını, genel bir tanım yaptıklarını ve cisimlerin özelliklerini görüşlerine göre

yorumladıklarını belirtmişlerdir. Öğretmen adaylarının büyük çoğunluğunun geometrik cisimlere yönelik en az bir günlük hayat örneği verebildiklerini ancak çeşitlendirmede zorlandıklarını ifade etmişlerdir. Geometrik cisimlerin tümünü ele alan bir diğer çalışmada Akkaş ve Gündoğdu Alaylı (2022) ortaokul matematik öğretmen adaylarının geometrik cisimlere yönelik tanım ve çizimlerini incelemiştir. 48 öğretmen adayı ile yürütülen çalışmada öğretmen adaylarının neredeyse yarısının geometrik cisimleri yanlış tanımladıkları ve geometrik cisimlerin çiziminde de zorlandıkları ve notasyona dikkat etmedikleri sonucuna ulaşmıştır. Öğretmen adaylarının çizimlerinden özellikle piramit ve üçgen prizmayı karıştırdıklarını saptamışlardır. Öğretmen adaylarının pedagojik alan bilgisine yönelik yapılan bir çalışmada da Altaylı vd. (2014) ilköğretim matematik öğretmen adaylarının üç boyutlu cisimler konusundaki pedagojik alan bilgilerini incelemiştir. Pedagojik alan bilgilerini konu alan bilgisi, öğrenciyi anlama bilgisi ve öğretimsel stratejiler bilgisi bileşenleri kapsamında ele almışlardır. 138 öğretmen adayı ile gerçekleştirdikleri çalışmalarında, öğretmen adaylarının prizma, piramit, koni kavramlarında yanlış kavramalarının olduğu, kesik koni ve kesik piramit kavramlarından haberdar olmadıkları sonucuna ulaşmışlardır.

Öğretmen adaylarıyla yapılan bu çalışmaların yanı sıra literatürde öğretmenlerle yapılan çalışmalara da rastlanmaktadır. Bu çalışmalardan birinde Marchis (2012) ilköğretim matematik öğretmenlerinin geometrik şekil ve geometrik cisim bilgilerini incelemiştir. Geometrik cisimlerden ise kare piramit, üçgen prizma ve dörtgen prizmayı ele almıştır. Araştırmanın sonucunda öğretmenlerin geometrik cisimlerin özelliklerini tam olarak bilmediklerini, tanım yaparken bazı özelliklerden bahsetmeyi unuttuklarını belirtmiştir. Koniye konu alan bir çalışmada Gökkurt ve Soylu (2016a) ortaokul matematik öğretmenlerinin alan bilgilerini incelemiştir. Altı matematik öğretmeni ile yürüttükleri çalışmalarında araştırmacılar, öğretmenlerin çoğunun, koniye dair alan bilgilerinin eksik veya yanlış olduğu sonucuna ulaşmıştır. Gökkurt ve Soylu (2016b) bir başka çalışmalarında, ortaokul matematik öğretmenlerinin prizma konusuna yönelik matematiksel alan bilgilerini incelemiştir. Çalışmaya altı matematik öğretmeni katılmıştır. Araştırmacılar, öğretmenlerin genellikle, prizma kavramını tanımlamada, prizmanın temel elemanlarını belirlemede ve küpün farklı yüzey açınımlarını tanımlamada zorlandıkları sonucuna ulaşmıştır.

Geometrik cisimlerin tanım, özellik ve çizimlerini temel alan çalışmaların aksine öğretmen adaylarının geometrik cisimleri ilişkilendirmelerini temel alarak geometrik cisimler bilgisini ortaya koyan çalışma sayısı oldukça azdır. Bu çalışmalardan biri Işıksal Bostan ve Yemen Karpuzcu (2017) tarafından yapılan çalışmadır. Çalışmada araştırmacılar ortaokul matematik öğretmeni adaylarının silindir ve prizmaya ilişkin tanımları ve tanımlarının prototip olan-olmayan örnekleri içeren cisimleri sınıflandırmalarındaki rolünü araştırmıştır. Ortaokul matematik öğretmeni adaylarının silindir ve prizmayı tanımlarken çoğunlukla uygunsuz terminoloji kullandıkları sonucuna ulaşmışlardır. Sadece bir ortaokul matematik öğretmeni adayının, silindirleri ve silindir olmayanları doğru bir şekilde sınıflandırdığını belirtmişlerdir. Cisimlerin ilişkilendirilmesine yönelik olan bir diğer çalışma Zeybek Şimşek'in (2019) çalışmasıdır. Araştırmacı matematik öğretmeni adaylarının dörtgenler ve geometrik cisimleri tanıma ve ilişkilendirme düzeylerini incelediği çalışmasında Fujita'nın (2012) dörtgenleri sınıflandırmaya ilişkin ortaya koyduğu seviyeleri temel almıştır. Araştırmacı kendisi de bir seviye ekleyerek öğretmen adaylarının hem dörtgenleri hem geometrik cisimleri sınıflandırmalarını dört seviyeye göre analiz etmiştir. Öğretmen adaylarının geometrik cisimleri tanıma ve örnekler seçmede prototip örneklerini temel aldıklarını, bu yüzden de geometrik cisimleri tanımlamada zorlandıkları sonucuna ulaşmıştır. Ayrıca öğretmen adaylarının geometrik cisimler arasında yanlış ilişkilendirmeler yaptıkları ve geometrik cisimler arasındaki hiyerarşik ilişkiyi kavrama konusunda zorlandıklarını belirtmiştir.

Araştırmanın Önemi ve Amacı

Literatürde var olan çalışmalar ilkökul ve ortaokul seviyesindeki öğrencilerin, matematik öğretmen adaylarının hatta öğretmenlerin geometrik cisimler konusunda zorlandıklarını ortaya koymaktadır. İlkokul ve ortaokul öğrencilerinin bu zorluklarla başa çıkabilmesinde öğretmenlerin rolü büyüktür. Matematik öğretmenlerinin, matematiksel kavramlar arasında ilişki kurma, bu ilişkileri matematik dilini kullanarak sembollerle ifade etme, örnek olan ve olmayan durumları belirleme, kavramları sınıflandırma ve çoklu gösterim kullanma gibi matematiksel yeterliklere sahip olmaları istenir (Ball, Thames ve Phelps, 2008). Ortaokul matematik öğretmenlerinin yanı sıra geleceğin öğretmenleri olan ortaokul matematik öğretmen adaylarının da bu yeterlikleri sağlaması önemlidir. Dolayısıyla geometrinin önemli konularından ve aynı zamanda zorlanılan konularından olan geometrik cisimler için de bahsedilen yeterliklerin sağlanması gereklidir. Ortaokul matematik öğretmen adayları geometrik cisimlere ilişkin algıları, ilişkilendirme ve sınıflama yaklaşımları doğrultusunda derslerinin içeriğini oluşturacak ve derslerini planlayacaklardır. Bu

da ortaokul öğrencilerinin geometrik cisimler bilgisini etkileyecektir. Bu yüzden de ortaokul matematik öğretmen adaylarının bu konudaki algı ve yaklaşımlarını belirlemek ve buna göre öğretimlerini planlamak önemli olabilir. Geometrik cisimler bilgisi sadece tanımlama, çizme ve özelliklerini bilme ile sınırlı kalmamalıdır. Yanı sıra geometrik cisimler arasında ilişki kurarak sınıflandırma ve aile ilişkilerini anlama, ilişki anlama gerçeğleşmesi bağlamında, özellikle üst düzey düşünme süreçleri gerektiren problem çözümleri için gereklilik oluşturmaktadır. Bununla birlikte literatürde tanım, özellikler, çizim vs. inceleyen birçok araştırma olmasına karşın ilişkilendirmeye odaklanan çalışmaların sayısı oldukça azdır. Mevcut çalışmada ortaokul matematik öğretmen adaylarının geometrik cisimlere yönelik algıları ve geometrik cisimleri ilişkilendirmelerini incelemek amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda “Ortaokul matematik öğretmen adaylarının geometrik cisimlere ilişkin algıları nasıldır?” ve “Ortaokul matematik öğretmen adaylarının geometrik cisimleri ilişkilendirmeleri nasıldır?” sorularına yanıt aranmıştır.

YÖNTEM

Araştırmanın Deseni

Öğretmen adaylarının katı cisimleri ilişkilendirme yaklaşımlarının incelendiği bu çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden biri olan durum çalışması kullanılmıştır. Durum çalışmaları temeline “Ne?”, “Nasıl?” ve “Niçin?” gibi soruları alan ve bir konuda derinlemesine inceleme yapmamızı sağlayan bir araştırma yöntemidir (Yıldırım ve Şimşek, 2011; Çepni, 2018). Durum çalışmalarında asıl amaç genel bir sonuca ulaşmaktan ziyade bir durumu, bir olayı ya da araştırmaya katılanların verdiği yanıtları derinlemesine incelemektir (Seggie ve Bayyurt, 2017).

Katılımcılar

Araştırmanın katılımcıları amaçlı örnekleme yöntemlerinden olan kolay ulaşılabilir örnekleme yöntemi kullanılarak oluşturulmuştur. Araştırmanın katılımcılarını bir devlet üniversitesinde ilköğretim matematik öğretmenliği bölümünde okumakta olan 35 üçüncü sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Araştırmanın üçüncü sınıf öğrencilerle yürütülmesinin sebebi öğrencilerin geometri ile ilgili dersleri almış olmalarıdır. Bu kısımdan sonra katılımcılar ÖA ile gösterilecektir.

Veri Toplama

Araştırmanın verileri araştırmacı tarafından geliştirilen “Geometrik cisim formu” ile toplanmıştır. Üç bölümden oluşan formun birinci bölümünde çalışmanın ilk sorusunu cevaplamak adına ÖA’ların geometrik cisim kavramına yönelik algılarını ortaya çıkaracak “Geometrik cisim kavramından ne anlıyorsunuz?”; “Bir cismin geometrik cisim olabilmesi için hangi özellikleri taşıması gereklidir?”; “Bildığınız geometrik cisimler nelerdir?”; “Geometrik cisimlere günlük hayattan somut örnekler veriniz.” biçiminde dört açık uçlu soru yer almaktadır.

Formun ikinci ve üçüncü bölümü de araştırmanın ikinci sorusuna yöneliktir. Dolayısıyla ÖA’ların geometrik cisimleri ilişkilendirmelerine yönelik bilgilerini ortaya koymak amaçlanmıştır. İkinci bölümde geometrik cisimlerin ikili gruplarla karşılaştırıldığı, farklarının sorulduğu 6 adet açık uçlu soru bulunmaktadır. Bu sorularda “Küp ile kare prizma arasındaki farkı açıklayın.”, “Prizmaların piramitten farkını açıklayın.” gibi sorular yer almaktadır. Formun son bölümü olan üçüncü bölümde ise ÖA’ların bildikleri geometrik cisimleri sınıflandırmaları istenmiştir. Yanı sıra, geometrik cisimlerin aile ilişkilerini ortaya koyan dokuz doğru-yanlış sorusu sorulmuştur. Bu sorularda “Küp özel bir prizmadır.” ve “Her prizma aynı zamanda bir silindirdir.” gibi ifadeler yer almakta olup ÖA’ların bu ifadelerin karşısında “D” ya da “Y” yazmaları istenmiştir. Bu ifadelerden bazılarında aynı ilişki farklı biçimde ifade edilmiştir. Örneğin; formda “Her piramit aynı zamanda bir konidir.” ifadesinin yanı sıra “Piramitler koninin özel bir biçimidir.” ifadesi de yer almaktadır. Her iki ifade de piramitlerin koni ailesi içerisinde yer aldığını kastetmektedir. Formun uygunluğu konusunda iki alan uzmanının görüşüne başvurulmuştur. Geometrik cisim formu araştırmacı tarafından ÖA’lara uygulanmıştır. Uygulama sırasında herhangi bir süre kısıtlamasına gidilmemesine karşın ÖA’ların formu doldurmaları için 40-60 dakika yeterli olmuştur.

Veri Analizi

Araştırmada elde edilen verilerin analizinde içerik analizinden yararlanılmıştır. ÖA'ların açık uçlu sorulara verdikleri yanıtlardan elde edilen veriler araştırmacının dışında bir başka uzman tarafından da kodlanmıştır. Ortaya çıkan kodlar arasında % 92 uyum hesaplanmıştır. Farklı çıkan kodlar tekrar ele alınarak fikir birliğine varılmıştır.

Formun birinci bölümündeki açık uçlu soruların analizi sırasında bir ÖA'nın cevabının birden fazla kategoriye dahil edildiği olmuştur. Örneğin geometrik cisim kavramının tanımlanmasına dair açık uçlu soruda “üç boyutlu olma”, “ağırlığı, hacmi olma /uzayda yer kaplama”, “kapalı olma”, “sert olma /şekil değiştirmeme”, “içi boş-dolu olma”, “çeşitlerinin olması”, “yüzeyleri geometrik şekil olma” ve “elle tutulabilir olma” kategorileri ortaya çıkmıştır. ÖA2'nin “İçi dolu, yüzeyi geometrik şekillerle kaplı olan üç boyutlu cisimlerdir.” açıklamasında birden fazla ifade türü yer almaktadır. Bu anlamda bu yanıt “üç boyutlu olma”, “içi boş-dolu olma” ve “yüzeyleri geometrik şekil olma” ifadelerini taşıdığı için üç kategoriye birden dâhil edilmiştir.

Formun ikinci bölümünden elde edilen geometrik cisimlerin karşılaştırılmasına dair veriler kritik özelliklere göre, kritik olmayan özelliklere göre, yanlış özelliklere göre ve boş olmak üzere dört kategoride ele alınmıştır. Kritik özellik; ders kitaplarında verilen ya da akademik olarak kullanılan tanıma ait özelliklerdir (Hershkowitz, 1990). Kritik olmayan özellik genellikle geometrik şekillerin prototip çizimlerinden kaynaklanan, kişilerin kendilerinin yorumlayıp belirledikleri özelliklerdir. Kritik olmayan özelliklerin bireylerin sahip oldukları kavram imajıyla biçimlendiği düşünülmektedir (Hershkowitz, 1990). Yanlış özellik ise aslında cismin özelliği olmayan bir durumun cismin özelliği gibi yorumlandığı özelliklerdir. Prizma için örneklendirecek olursak tabanlarının çokgensel yüzeye sahip olması kritik bir özellik iken, yan yüzeylerinin dikdörtgensel bölge olması kritik olmayan bir özellik, yan yüzlerinin üçgensel bölge olması ise yanlış özelliğe birer örnektir. Çalışmada karşılaştırılması istenen geometrik cisimlere ait kritik özellikler öğretim programları göz önünde bulundurularak ve Türk Dil Kurumu (2022) sözlük tanımlarına göre belirlenip Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1.

Geometrik cisimlere ait kritik özellikler

Cisim	Kritik Özellik
Prizma	Tabanlarının eş ve paralel olması ve çokgensel bölgelerden oluşması, yan yüzlerinin dörtgensel bölgelerden oluşması.
Küp	Bütün ayrıtlarının eşit uzunlukta olması, bütün yüzeylerinin eş karesel bölgelerden oluşması.
Kare Prizma	Tabanlarının eş ve birbirine paralel karesel bölgelerden oluşması, yan yüzeylerinin eş dörtgensel bölgeden oluşması.
Dikd. Prizması	Tabanlarının eş ve birbirine paralel dikdörtgensel bölgelerden oluşması.
Piramit	Tabanının çokgensel bölge olması, tabandaki çokgensel bölgenin kenarlarının tepelerindeki tek bir noktada birleşmesi, yan yüzlerinin üçgensel bölge olması.
Silindir	Tabanlarının eş ve birbirine paralel dairesel bölgelerden oluşması.
Koni	Tabanının dairesel bölgeden oluşması ve bir tepe noktası olması.

Araştırmanın Etik İzinleri

Yapılan bu çalışmada araştırma etiği ilkeleri gözetilmiş olup gerekli etik kurul izinleri alınmıştır. Etik kurul izni kapsamında; Trakya Üniversitesi Sosyal ve Beşeri Bilimler Araştırmaları Etik Kurulu tarafından onaylanan 13.09.2023 tarih ve 08/11 sayılı belge alınmıştır.

BULGULAR

Öğretmen adaylarının geometrik cisimlere yönelik algılarının yanı sıra ilişkilendirme ve sınıflama yaklaşımlarının incelendiği bu çalışmada bulgular iki başlık altında sunulmuştur. Yapılan analizler sonucunda ÖA'ların, geometrik cisimlere yönelik algılarına ve ilişkilendirmelerine ilişkin frekans tabloları ve örnek cevapları verilmiştir.

ÖA'ların Geometrik Cisimlere Yönelik Algılarına İlişkin Bulgular

ÖA'ların geometrik cisimlere yönelik algılarına ait bulgular bu başlık altında sunulmuştur. Geometrik cisimlere yönelik algılarını değerlendirmek için ÖA'ların geometrik cisim formunun birinci kısmındaki dört açık uçlu soruya verdikleri yanıtlar incelenmiştir. ÖA'ların geometrik cisim kavramını tanımlamalarına ait frekans ve yüzde değerleri ile örnek yanıtlar Tablo 2'de verilmiştir.

Tablo 2.

Öğretmen adaylarının geometrik cisim kavramı tanımlamaları

ÖA'ların Tanımlamaları	Frekans N	Yüzde %	Örnek ÖA Cevabı
Üç Boyutlu Olma	23	66	ÖA16: "Üç boyutlu cisimlerdir."
Ağırlığı, Hacmi Olma /Uzayda Yer Kaplama	12	34	ÖA5: "Hacim ve ağırlığa sahip cisim."
Kapalı Olma	7	20	ÖA31: "Kapalı, sınırlı, üç boyutlu cisimlerdir."
Sert Olma /Şekil Değiştirmeme	7	20	ÖA15: "Katu cisimler sert cisimlerdir, 3 boyutludurlar."
İçi Boş-Dolu Olma	6	17	ÖA32: "Katu cisimlerin içi boş da olabilir katı bir cisimle dolu da olabilir."
Çeşitlerinin Olması	6	17	ÖA4: "Katu cisim dendiğinde prizmaları, silindir, küre, piramit, küpü anlıyorum."
Yüzeyleri Geometrik Şekil Olma	2	6	ÖA2: "İçi dolu, yüzeyi geometrik şekillerle kaplı olan üç boyutlu cisimlerdir."
Elle Tutulabilir Olma	2	6	ÖA7: "Elle tutulabilir, belirli bir hacmi olan üç boyutlu şekillerdir."

Tablo 2'de görüldüğü üzere ÖA'ların geometrik cisim kavramına yönelik tanımlamaları için sekiz kategori ortaya çıkmıştır. Ortaya çıkan kategoriler değerlendirildiğinde hemen hemen hepsinin (bir tanesi hariç) geometrik cisimlerin görsel veya yapısal özelliklerine işaret ettiği görülmektedir. Bu da ÖA'ların çoğunlukla geometrik cisimlerin özelliklerinden yararlanılarak kavramı açıkladıklarını göstermektedir. Kategorilerin bir tanesinde ise ÖA'ların bildikleri geometrik cisim çeşitleri ile kavramı açıkladıkları anlaşılmaktadır. Yine Tablo 2 incelendiğinde ÖA'ların en çok kullandıkları ifadenin (%66) "üç boyutlu olma" ifadesi olduğu görülmektedir. Diğer taraftan en az kullandıkları ifade (%6) ise "yüzeyleri geometrik şekil olma" ifadesidir. Verilerin analizi sırasında ÖA'ların kullandıkları matematiksel kavramlarla ilgili de yanlış ifadeler tespit edilmiştir. ÖA'lardan ikisinin geometrik cisim yerine şekil ifadesini kullandıkları görülmüştür. Örneğin ÖA27, geometrik cisim kavramını "Üç boyutlu ve her tarafı kapalı olan geometrik şekillerdir." biçimine açıklamıştır.

ÖA'ların geometrik cisimlerin sahip olması gereken özelliklere dair verdikleri yanıtlara ait frekans ve yüzde değerleri ve örnek yanıtlar Tablo 3'te verilmiştir.

Tablo 3.

ÖA'ların geometrik cisimlerin özelliklerine yönelik yanıtları

Özellikler	Frekans N	Yüzde %	Örnek ÖA Cevabı
En-Boy-Yükseklik (3 Boyutlu)	22	63	"En, boy, yüksekliği olması gerekir." (ÖA31)
Belirli Bir Şekli-Biçimi	9	26	"Belirli bir şekli olması gerek." (ÖA14)
Ayrı ve/veya Köşe vb.	8	23	"Kenarlara ve köşelere sahip olan cisimler." (ÖA4)
Ağırlık ve/veya Hacim	7	20	"Belirli bir hacmi olmalıdır." (ÖA27)
Kapalı	6	17	"Kapalı yüzeylere sahip olmalıdır." (ÖA27)
Yüzeyleri Geometrik Şekil	6	17	"Yüzeylerinin geometrik şekillerden oluşması gerekir. Üçgen, daire, dikdörtgen vb." (ÖA5)
Yüzey Alanı	5	14	"Alanı ve yüzey alanının olması gerekir." (ÖA16)
Şekil Değiştirmeme	2	6	"Düzgün bir yapıya sahip olması lazım. Şekil değiştiren bir cisim olmamalıdır." (ÖA2)

Tablo 3 incelendiğinde, geometrik cisimlerin özellikleri için ortaya çıkan kategoriler ile Tablo 2'de görülen geometrik cisim kavramına ilişkin ortaya çıkan kategorilerin tutarlılık gösterdiği, oldukça benzer

olduğu göze çarpmaktadır. Tablo 3’de, ÖA’ların geometrik cisimlerin sahip olması gereken özellikler içinde en çok (%63) en-boy-yükseklik özelliğini vurguladıkları görülmüştür. Bunun yanında en az (%6) bahsedilen ifadenin “şekil değiştirmeyen” ifadesi olduğu anlaşılmaktadır.

Yine tablodan bazı ÖA’ların (%23) geometrik cisimlerin ayrıt ve köşelerinin olması gerektiğini belirttikleri görülmektedir. Bu ifade prizma ve piramit için uygun bir özellik iken silindir için uygun değildir. Bütün geometrik cisimlerin ortak özelliği arasında sayılamayacağından yanlış bir ifadedir. Geometrik cisim tanımlamasında olduğu gibi özellikleri belirtirken de ÖA’ların matematiksel kavramlara yönelik yanlış kullanımlarının olduğu tespit edilmiştir. Örneğin; tabloda verilen örnek yanıtta ÖA4’ün ayrıt yerine kenar ifadesini kullandığı dikkat çekmektedir. Bir başka örnek vermek gerekirse ÖA21’in “Kenarları düzgün, doğrusal olan ...” şeklinde yaptığı açıklamasında yine ayrıt-kenar kavramlarının birbiri yerine kullanıldığı görülmektedir.

ÖA’ların bildikleri geometrik cisim çeşitlerine dair frekans ve yüzde değerleri Tablo 4’te verilmiştir.

Tablo 4.

ÖA’ların geometrik cisim çeşitlerine yönelik yanıtları

	Silindir	Küre	Küp	Dikd. Prizması	Piramit	Koni	Prizma	Üçgen Prizma	Kare Prizma	Üçgen Piramit	Kare Piramit	Dikd. Piramit
Frekans (N)	26	26	25	20	21	21	18	13	10	6	6	2
Yüzde (%)	74	74	71	57	60	60	51	37	29	17	17	6

Tablo 4 incelendiğinde ÖA’ların çoğunun en çok silindir ardından küre, piramit, koni gibi temel geometrik cisimleri ifade ettikleri, yanı sıra bazı ÖA’ların bu geometrik cisimlerin taban şekillerine göre çeşitlendirdikleri anlaşılmaktadır. Prizma için bu durum farklı gerçekleşmiştir. ÖA’ların dikdörtgenler prizmasını (%57) ve küpü (%71), prizmadan (%51) daha çok saydıkları dikkat çekmektedir. Ayrıca az sayıda ÖA tarafından geometrik cisim olarak “konik” (2), “silindir yapı” (1) ve “çoklu prizmalar” (1) ifade edilmiştir.

ÖA’ların geometrik cisimler için günlük hayattan verdikleri örnekler Tablo 5’de verilmiştir.

Tablo 5.

ÖA’ların katı cisim örneklerine yönelik yanıtları

Geometrik cisimler	Günlük Hayat Örnekleri		
Prizma	Buzdolabı	Akvaryum	Zar
	Çamaşır Makinesi	Televizyon	Sıra
	Yatak	Kitap	Telefon
	Dolap	Uç Kutusu	Tahta takoz
	Kutu	Silgi	Bina
	Masa	Oyuncak Küpler	Oda
	Kapı	Yazı Tahtası	Küp Şeker
Piramit	Mısır Piramitleri		
Silindir	Kavanoz	Kumbara	Şişe
	Varil	Benzin Tankerleri	Sürahi
Küre	Konserve Kutusu	Boru	Bardak
	Futbol Topu	Bilye	Pilates Topu
Koni	Huni	Yılbaşı Şapkası	Külâh

Tablo 5’de ÖA’ların en çok günlük hayattan örnekler verdiği geometrik cismin prizma olduğu görülmektedir. Prizmalar için genellikle dolap, yatak, çamaşır makinesi gibi ev eşyalarından veya yazı tahtası, kitap, sıra gibi okul eşyalarından örnekler verildiği dikkat çekmektedir. Ayrıca örneklerin genel olarak dikdörtgenler prizmasına yönelik olduğu anlaşılmaktadır. Bununla birlikte prizma örneği olarak küçük yaşlarda daha çok dikdörtgen şekli için örnek olarak verilen kapı ve sıranın ifade edildiği görülmektedir. Tablo 5’den silindire ait günlük hayat örneklerinin varil, konserve kutusu gibi derslerin anlatımı sırasında ve ders kitaplarında yer alan sorularda sıklıkla karşılaşılan örnekler olduğu görülmektedir. Yine tablodan küre, koni ve piramide dair verilen örnek çeşidinin oldukça kısıtlı olduğu anlaşılmaktadır. ÖA’ların küre ve koni için üçer örnek verirken piramit için sadece “Mısır piramitleri”

örneğini verdikleri görülmektedir. Özetle ÖA'ların geometrik cisimlere verdikleri günlük hayat örneklerinin çoğunun benzer olduğu; prizma dışındaki geometrik cisimler için verdikleri örneklerin oldukça az olduğu tespit edilmiştir.

ÖA'ların Geometrik Cisimleri İlişkilendirmelerine İlişkin Bulgular

ÖA'ların geometrik cisimleri ilişkilendirmelerine ait bulgular bu başlık altında sunulmuştur. Geometrik cisimleri ilişkilendirmelerini değerlendirmek için ÖA'ların geometrik cisim formunun ikinci ve üçüncü kısmında ÖA'ların verdikleri yanıtlar incelenmiştir. ÖA'ların geometrik cisimleri ilişkilendirmeleri için ilk olarak geometrik cisimleri karşılaştırmaları ele alınmıştır. Tablo 6'da ÖA'ların geometrik cisimleri birbirleri ile karşılaştırmalarına ilişkin frekans ve yüzde değerleri verilmiştir.

Tablo 6.

ÖA'ların geometrik cisimleri karşılaştırmalarına ilişkin frekans ve yüzde değerleri

Karşılaştırılan Geometrik Cisimler	Kritik Özelliğe Göre		Kritik Olmayan Özelliğe Göre		Yanlış Özelliğe Göre		Boş		Toplam	
	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%
Prizma - Piramit	32	91	2	6	0	0	1	3	35	100
Prizma - Silindir	29	83	0	0	5	14	1	3	35	100
Piramit - Koni	29	83	1	3	4	11	1	3	35	100
Koni - Silindir	26	74	6	17	3	9	0	0	35	100
Dikd. Prizması – Kare Prizma	28	80	7	20	0	0	0	0	35	100
Küp - Kare Prizma	29	83	2	6	4	11	0	0	35	100

Tablo 6 incelendiğinde ÖA'ların çoğunun geometrik cisimleri kritik özelliklere göre karşılaştırdıkları anlaşılmaktadır. Tablo 6'ya göre ÖA'lar diğer geometrik cisimlerin karşılaştırılmasına göre daha çok prizma-piramit cisimlerinin karşılaştırılmasında (%91) kritik özellikleri dikkate almışlardır. ÖA'ların neredeyse tamamı prizma ile piramit arasındaki farkı ifade ederken tepe noktası, yan yüz gibi kritik özellikleri dile getirebilmiştir. Örneğin bir ÖA (ÖA24) prizma ile piramitti karşılaştırırken "*Prizmaların yanal yüzeylerinin oluşturan ayrıtlar bir noktada birleşmez. Fakat piramitlerin yanal ayrıtları bir noktada birleşerek tepe noktalarını oluştururlar.*" biçiminde ifade etmiştir. Diğer geometrik cisimlerin karşılaştırılmasında kritik özelliklerin dikkate alındığı örnek ifadeler aşağıda verilmiştir.

"Küp tüm yüzleri eş karelerden oluşan özel bir prizmadır. Kare prizmanın ise yan yüzleri dikdörtgensel bölgedir." (ÖA26)

"Piramitlerin tabanı düzgün geometrik çokgenlerden oluşur. Koninin tabanı dairedir." (ÖA29)

Yine Tablo 6'da ÖA'ların geometrik cisimleri karşılaştırmaları sırasında kritik olmayan özellikleri pek kullanmadıkları buna karşın en çok dikdörtgenler prizması ile kare prizma arasındaki karşılaştırmada (%20) kritik olmayan özellikleri kullandıkları görülmektedir. Örneğin ÖA6 "*Dikdörtgenler prizması ile kare prizmanın sahip oldukları yanal yüz şekilleri farklıdır.*" biçiminde yaptığı açıklamasında bu iki cismin yan yüzey şekillerinden bahsetmiştir. Bu da kritik olmayan özellik olarak değerlendirilmiştir. Başka örnek vermek gerekirse ÖA20'nin koni ve silindir karşılaştırmasındaki "*Koninin silindirden farkı hacmi, alanı farklıdır.*" ifadesi verilebilir. İki cismin alanı ya da hacmi birbirine eşit olabileceğinden bu ifade "kritik olmayan özellik" olarak değerlendirilmiştir.

Tablo 6'ya bakıldığında prizma-silindir (%14) karşılaştırmasında diğer geometrik cisimlere göre yanlış özellik kullanımının daha fazla olduğu dikkat çekmektedir. Bu duruma ÖA8'in açıklaması örnek olarak verilebilir. ÖA8'in "*Silindirin iki tabanı varken prizmanın tek tabanı vardır.*" biçimindeki açıklamasında taban sayısı ile ilgili yanlış ifade geçmektedir. Aile ilişkilerine değinen ve yanlış ifadeler kullanan ÖA'lara da rastlanmıştır. Örneğin, ÖA13 "*Prizma ile silindir arasında bence fark yoktur, silindir de daire tabanlı bir prizmadır.*" açıklamasında prizmayı silindiri kapsayan daha geniş bir kavram olarak ele almıştır. Oysaki durum tam tersi olduğundan bu yanlış bir ifadedir. Karşılaştırmalar sırasında doğru aile ilişkilerini ifade eden ÖA'lar da bulunmaktadır. Örneğin yukarıda verilen ÖA26'nın ifadesi incelendiğinde küpün özel bir prizma olduğunu belirttiği görülmektedir.

ÖA'ların geometrik cisimleri karşılaştırmalarıyla ilgili verilerin değerlendirilmesi sırasında ÖA'ların algılarına yönelik sorulara verdikleri yanıtlarda olduğu gibi cisim karşılaştırmalarında da yanlış ifadeler kullandıkları tespit edilmiştir. Yanlış ifadelere örnek olarak aşağıda bazı ÖA'ların ifadeleri verilmiştir.

“Koni, bir üçgen ve bir daireden oluşur.” (ÖA1)

“Piramitlerde üçgensel, dörtgensel vb. bölgeler tabanı oluşturur. Konide taban çember şeklindedir.” (ÖA28)

“Silindir tabanları çember olan geometrik cisimlerdir.” (ÖA11)

“Küp şeklinin tüm kenarları eşittir, kare prizmanın dik kenarları ile tabanındaki kenarlar eş değildir.” (ÖA19)

Örnek ifadelerde ÖA'ların koninin yanal yüzeyini üçgen olarak, silindir veya koninin tabanını çember olarak açıkladıkları anlaşılmaktadır. Ayrıca karşılaştırmalarda da “ayrıt” kavramı yerine “kenar” kavramının kullanıldığı görülmektedir.

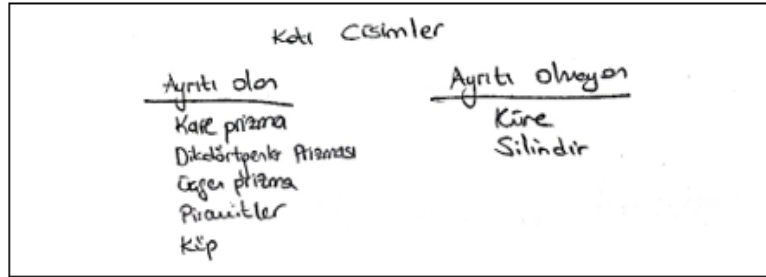
ÖA'ların geometrik cisimlerin ilişkilendirmesini değerlendirmek için incelenen bir diğer durum geometrik cisimleri sınıflamalarıdır. ÖA'ların geometrik cisimleri sınıflamalarına ait frekans ve yüzdeleri Tablo 7’de verilmiştir.

Tablo 7.

ÖA'ların geometrik cisimleri sınıflama türleri

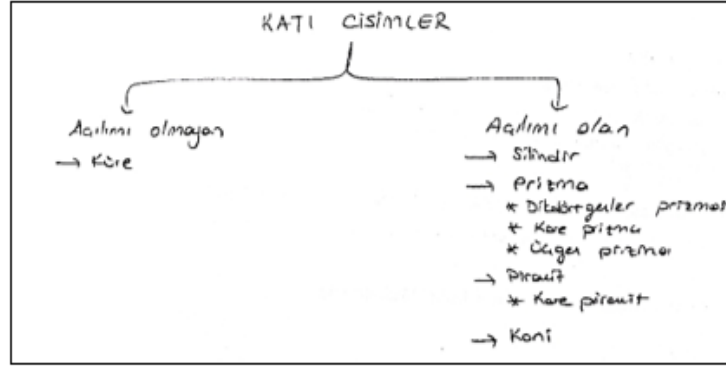
Sınıflandırma Türü	Frekans (N)	Yüzde (%)
Cisimlerin Özelliklerini Dikkate Alan Sınıflama	18	51
Çeşitlerine Göre Sınıflama	14	40
Düzgün / Düzgün Olmama Durumuna Göre Sınıflama	2	6
Boş	1	3
Toplam	35	100

Tablo 7’ye göre ÖA’lar geometrik cisimleri en çok cisimlerin özelliklerini dikkate alarak sınıflamışlardır. Cisimleri özelliklerine göre sınıflarken ayrıtı olan-olmayan, açınımlı olan-olmayan diye ve taban şekline göre sınıflamışlardır. Şekil 1’de ayrıtı olan- olmayan biçimindeki sınıflama örneği olarak ÖA4’ün sınıflaması verilmiştir.



Şekil 1. ÖA4’ün Ayrıtı Olan - Olmayan Biçimindeki Sınıflama Örneği

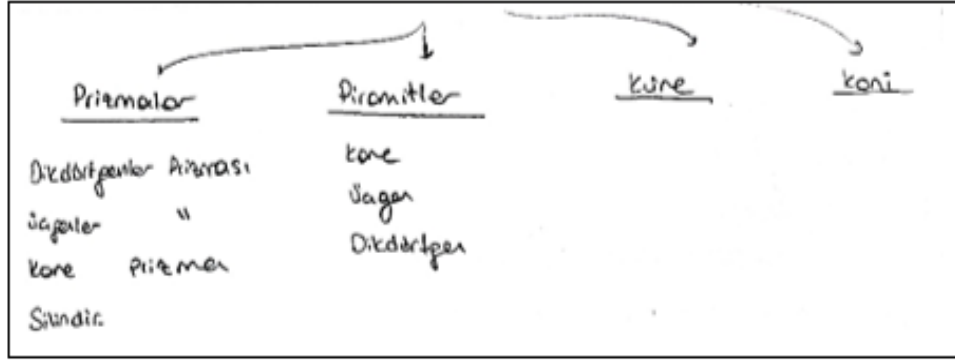
Şekil 1’de ÖA4’ün ayrıtı olmayan cisimlerde küre ve silindiri, ayrıtı olan cisimlerde ise prizma ve piramit cisimlerini saydığı görülmektedir. Şekil 2’de ise açınımlı olan-olmayan sınıflama örneği olarak ÖA33’ün sınıflaması verilmiştir.



Şekil 2. ÖA33'ün Açınımı Olan - Olmayan Biçimindeki Sınıflama Örneği

Şekil 2'de ÖA33'ün küreyi açınımı olmayan cisim, silindir, prizma, piramit ve koniyi ise açınımı olan olarak sınıfladığı görülmektedir.

Tekrar Tablo 7'ye bakıldığında ÖA'ların önemli bir kısmının (%40) geometrik cisimleri çeşitlerine göre sınıfladığı görülmektedir. Şekil 3'de çeşitlerine göre geometrik cisimleri sınıflamaya örnek olarak ÖA15'in sınıflaması verilmiştir.



Şekil 3. ÖA15'in Çeşitlerine Göre Sınıflama Örneği

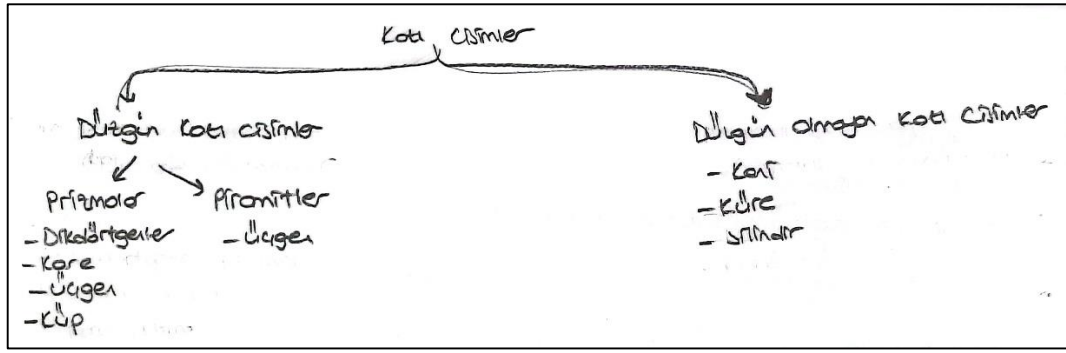
Şekil 3'te ÖA15'in çeşitlerine göre prizma, piramit, küre ve koni olarak dört gruba ayırdığı görülmektedir. Prizmanın içinde taban şekline göre prizmaları çeşitlendirdiği ve yanı sıra silindiri de prizmanın altında saydığı görülmektedir. Şekil 4'de yine bir çeşitlerine göre sınıflama örneği olarak ÖA27'nin sınıflama örneği bulunmaktadır.



Şekil 4. ÖA27'nin Çeşitlerine Göre Sınıflama Örneği

Şekil 4'e bakıldığında ÖA27'nin katı cisimleri prizmalar ve piramitler olarak iki gruba ayırdığı görülmektedir. ÖA27'nin piramitlere ait gruplamada piramit çeşitlerine yer verirken prizmalara ait gruplamada prizma çeşitlerinin yanı sıra silindir, koni ve küreye de yer verdiği görülmektedir.

ÖA'ların yapmış olduğu son sınıflama türü olarak düzgün-düzgün olmama durumuna göre sınıflama örneği olan ÖA30'un sınıflaması Şekil 5'te verilmiştir.



Şekil 5. ÖA30 'un Düzgün-Düzgün Olmama Durumuna Göre Sınıflama Örneği

Şekil 5'de ÖA30'un yaptığı sınıflamada düzgün kati cisimler grubunda prizma ve piramidin yer aldığı, düzgün olmayan kati cisimler grubunda ise koni, küre ve silindirin yer aldığı anlaşılmaktadır.

ÖA'ların yapmış olduğu sınıflamalar değerlendirildiğinde ÖA'ların hepsinin parçalı sınıflama yaparak geometrik cisimleri ayrı ayrı belli özelliklere göre sınıfladıkları tespit edilmiştir. Örneğin, Şekil 1'de ÖA4, ayrıtı olan-olmayan; Şekil 2'de ÖA33 açınımlı olan-olmayan; Şekil 5'de düzgün olan-olmayan diye geometrik cisimleri iki ayrı gruba ayırdıkları görülmektedir. Yine ÖA'ların birçoğu geometrik cisimleri ayrı ayrı prizma, piramit, silindir, koni şeklinde gruplayarak parçalı sınıflama yapmıştır. Şekil 3'de verilen ÖA15'in sınıflaması bu duruma örnektir. Bazı ÖA'ların parçalı sınıflama yapmalarına karşın bazı geometrik cisimler arasında hiyerarşik ilişkiler kurduğu da görülmüştür. Ancak ÖA'ların bu ilişkilendirmeleri doğru yapamadıkları dolayısıyla aile ilişkilerini yanlış kurdukları anlaşılmıştır. Örnek olarak Şekil 4'de ÖA27 sınıflamasında geometrik cisimleri, prizma ve piramit diye temelde ikiye ayırdıktan sonra silindir koni ve küreyi de prizma grubunda göstermiş ve böylece aynı aile grubu içine dahil etmiştir.

ÖA'ların geometrik cisimleri ilişkilendirmelerini değerlendirmek için son olarak aile ilişkilerine yönelik ifadelerine verdikleri yanıtlar incelenmiştir. ÖA'ların aile ilişkilerine yönelik doğru-yanlış ifadelerine verdikleri yanıtlara ait frekans ve yüzde değerleri Tablo 8'de verilmiştir.

Tablo 8.

ÖA'ların geometrik cisimlerin aile ilişkilerine yönelik yanıtlarına ait frekans ve yüzdeleri

	Doğru Yanıtlayan		Yanlış Yanıtlayan		Toplam	
	N	%	N	%	N	%
Küp özel bir prizmadır.	34	97	1	3	35	100
Her piramit aynı zamanda bir prizmadır.	24	69	11	31	35	100
Piramitler, prizmaların özel bir biçimidir.	18	51	17	49	35	100
Piramitler koninin özel bir biçimidir.	15	43	20	57	35	100
Her koni aynı zamanda bir piramittir.	12	34	23	66	35	100
Bütün prizmalar silindirlerin özel halidir.	10	29	25	71	35	100
Her silindir aynı zamanda bir prizmadır.	10	29	25	71	35	100
Her piramit aynı zamanda bir konidir.	5	14	30	86	35	100
Her prizma aynı zamanda bir silindiridir.	3	9	32	91	35	100

Tablo 8'e göre geometrik cisimlerin aile ilişkilerine yönelik ifadelerden ÖA'lar tarafından en çok doğru yanıtlanan (%97) "küp özel bir prizmadır" ifadesidir. Yine Tablo 8'de görüldüğü üzere prizma ile piramidi ilişkilendiren her iki ifade de ÖA'ların yarısından fazlası doğru yanıt vermiştir. Piramitlerin bir prizma olmadığını belirten ÖA'lar (%69), piramitlerin, prizmaların özel hali olmadığını belirten ÖA'lardan (%51) daha çoktur. Benzer şekilde piramit ile koni aile ilişkisine yönelik iki ifadeye bakıldığında, ÖA'ların doğru cevaplama yüzdelerinin birbirinden oldukça farklı olduğu dikkat çekmektedir. Piramidi koninin özel bir biçimi olarak belirten ifadeyi doğru cevaplayan ÖA'ların (%43), piramitlerin bir koni olduğunu belirten ifadeyi doğru cevaplayanlardan (%14) çok daha fazla olduğu anlaşılmaktadır. Piramit ile koniyi içeren ifadelerine verilen doğru yanıtların sayısının düşük olması da ilişkilendirmede sorunların yaşandığını göstermektedir. Tablo 8 incelendiğinde prizma ile silindir aile ilişkisine yönelik ifadelerin doğru cevaplanma yüzdelerinin oldukça düşük olduğu ama aynı olmadığı görülmektedir. Prizmanın silindir olmasına yönelik ifade ÖA'lar tarafından en az doğru cevaplanan (%9) ifadedir. Bununla birlikte aynı anlamı içeren prizmaların özel bir silindir olduğunu belirten ifadenin doğru cevaplanma yüzdesi (%29)

daha yüksektir. Yine de bu durum silindir ile prizma arasındaki aile ilişkisinin birçok ÖA tarafından kurulamadığını göstermektedir.

TARTIŞMA, SONUÇ ve ÖNERİLER

Bu çalışmada, ÖA'ların geometrik cisimlere yönelik algılarını ve geometrik cisimleri ilişkilendirmelerini incelemek amaçlanmıştır. Bunun için 35 ortaokul matematik öğretmen adayına geometrik cisim algılarını ve geometrik cisimleri ilişkilendirmelerini ortaya koyacak çeşitli sorular sorulmuştur.

İlk olarak ÖA'ların geometrik cisim algılarını ortaya koymak adına sorulan sorulara verilen yanıtlarda, çoğu ÖA'nın geometrik cisim kavramını, cisimlerin özelliklerinden yararlanarak açıkladıkları görülmüştür. ÖA'ların yarısından çoğunun (%66) açıklamalarında özellikle üç boyutlu ifadesini kullandıkları saptanmıştır. Ayrıca bu durumu destekler nitelikte geometrik cisimlerin sahip olması gereken özelliklerin içinde en çok (%63) en-boy-yüksekliğinin bulunması gerekliliğini ifade etmişlerdir. Bu durumda ÖA'ların zihinlerinde üç boyut kavramı ile geometrik cisimleri eşlediği düşünülebilir. Geometrik cisim algılarına dair yanıtlarda, sayıları az olmakla birlikte cisim yerine şekil ifadesini kullanan ÖA'lar (n=2) olmuştur. Bu ifade geometrik cisimlerin üç boyutlu olmasıyla ters düşmektedir. Akkaş ve Gündoğdu Alaylı (2022) ve Zeybek Şimşek (2019) de çalışmalarında ÖA'ların geometrik cisimlerin (prizma, piramit, silindir, koni vs.) tanımlarında cisim yerine şekil kullandıklarını belirtmiştir. Benzer şekilde bazı ÖA'ların (n=4) ayrıt ifadesi yerine kenar ifadesini kullandıkları görülmüştür. Bu bulgu başka çalışmaların (Akkaş ve Gündoğdu Alaylı, 2022; Işıksal Bostan ve Yemen Karpuzcu, 2017) sonuçlarında da ortaya çıkmıştır. Bu durumda söz konusu ÖA'lar geometrik cisim konusunda kavram yanılgısına sahip olabilir. ÖA'lar bildikleri geometrik cisimler arasında en çok silindir ve küreyi saymışlardır. Bu geometrik cisimlerin ardından en çok sayılan geometrik cisimler küp, daha sonra piramit, koni ve dikdörtgenler prizması olmuştur. ÖA'ların eğitim sürecinde öğretim programlarında diğer geometrik cisimler daha çok ele alınmasına rağmen bildikleri geometrik cisimler arasında en çok silindir ve kürenin ifade edilmesi ilginç bir durumdur. Bir diğer dikkat çeken durum ÖA'ların dikdörtgenler prizmasını (%57) ve küpü (%71), daha kapsayıcı bir kavram olan prizmadan (%51) daha çok saymalarıdır. Bunun sebebi daha ilkökul öğretim programından itibaren derslerde ve ders kitaplarında küp ve dikdörtgenler prizmasının üzerinde çok durulması ve daha sonraki öğretim süreci içerisinde geometrik cisimleri birbiri ile tam olarak ilişkilendirememeleri olabilir. Geometrik cisimlere günlük hayattan örnekler vermeleri istenen ÖA'ların birer örnek verebilmelerine rağmen çeşitlendirmekte zorlandıkları, bazı cisimler için aynı örnekleri verdikleri belirlenmiştir. ÖA'larının en çeşitli ve aynı zamanda en fazla günlük hayat örneklerini prizma için verdikleri saptanmıştır. Prizma için verilen örneklerin genellikle dikdörtgenler prizmasına yönelik olduğu görülmüştür. Piramitlere ait günlük hayat örneklerinde ise sadece "Mısır piramitleri" yer almıştır. Bu bulgu başka çalışmaların sonuçları ile de benzerlik göstermektedir (Akkaş ve Gündoğdu Alaylı, 2022; Çakmak vd., 2014; Ubuz ve Gökbulut, 2015; Yıldızlı ve Sarı, 2017).

ÖA'ların geometrik cisim ilişkilendirmelerini ortaya koymak adına ÖA'ların geometrik cisimleri karşılaştırmaları, sınıflamaları ve aile ilişkilerine yönelik ifadelerine verdikleri yanıtlar değerlendirilmiştir. ÖA'ların çoğunun geometrik cisimleri karşılaştırırken kritik özelliklere göre bir karşılaştırma yaptıkları anlaşılmıştır. Çalışmanın bu sonucu bazı çalışmaların (Çakmak vd., 2014; Gökbulut ve Ubuz, 2013; Ulusoy, 2019; Zeybek Şimşek, 2019) sonuçları ile ters düşmektedir. ÖA'ların diğer geometrik cisimlere göre prizma ile piramit cisimini karşılaştırmaları sırasında daha çok kritik özelliklere odaklandıkları tespit edilmiştir. Diğer yandan dikdörtgenler prizması ve kare prizmayı karşılaştırırken de diğer geometrik cisimlere göre daha çok kritik olmayan özellikleri kullandıkları belirlenmiştir. Prizma ve silindir karşılaştırmasında ise diğer karşılaştırmalara göre en çok yanlış özellikler ifade edildiği anlaşılmıştır. ÖA'ların geometrik cisimleri karşılaştırırken kritik özellikler dışına çıkmaları ve yanlış özellikler ya da hatalı ifadeler kullanmaları cisimleri ilişkilendirmede sorun yaşadıklarını göstermektedir. Bu karşılaştırmalar sırasında ÖA'ların ayrıt yerine kenar, daire yerine çember ifadelerini kullandıkları belirlenmiştir. Bu bulgular Zeybek Şimşek'in (2019) çalışmasının bulguları ile paralellik göstermektedir. ÖA'lar karşılaştırmaları sırasında bazı aile ilişkilerini de ortaya koymuşlardır. Bunlar genellikle yanlış ilişkiler olmuştur.

Araştırmanın ikinci sorusunu yanıtlamak adına ÖA'ların yaptıkları geometrik cisim sınıflamaları değerlendirildiğinde, ÖA'ların hiyerarşik sınıflama yapamadıkları, parçalı sınıflama yaptıkları belirlenmiştir. Dolayısıyla geometrik cisimlerin aile ilişkilerini kuramamışlardır. ÖA'ların geometrik

cisimleri özelliklerine göre, çeşitlerine göre ya da düzgün olma-olmama durumlarına göre sınıfladıkları görülmüştür. Bazı ÖA'ların her ne kadar hiyerarşik sınıflama yapmasalar da bazı hiyerarşik ilişkileri sınıflamalarında kullandıkları görülmüştür. Ancak bu ilişkilerin çoğu yanlış kurulmuştur. Başka çalışmalar da (Işıksal Bostan ve Yemen Karpuzcu, 2017; Zeybek Şimşek, 2019) bu sonucu ortaya koymaktadır. Mevcut çalışmada, hiyerarşik ilişkilendirmeler arasında en sıkıntılı olanı prizma ile silindir arasındaki ilişkilendirme olduğu görülmüştür. Çoğu ÖA zaten ayrı ayrı ele alarak hiç ilişki kurmazken bazı ÖA'lar da prizmayı silindiri kapsayacak şekilde daha kapsayıcı bir kavram olarak ele almıştır. Zeybek Şimşek'in (2019) ve Işıksal Bostan ve Yemen Karpuzcu (2017) nun çalışmalarının sonuçları bu sonuçla paralellik göstermektedir. İlişki kuramalarının sebebi ÖA'ların silindirin tabanlarının daire olması gerektiğini düşünmesi olabilir. Karakuş'un (2018) çalışmasının sonuçları ÖA'ların silindir için tanımlamalarının genellikle bu şekilde olduğunu göstermiştir. ÖA'lar sınıflamalarında yanlış hiyerarşik ilişki kurmalarına rağmen aile ilişkilerine yönelik doğru-yanlış ifadelerinde ise doğru hiyerarşik ilişkilerin olması oldukça dikkat çekicidir. Örneğin ÖA'ların neredeyse tamamı (%97) hiyerarşik yapıya örnek olan küpün özel bir prizma olduğu ifadesini doğru olarak kabul etmiştir. Altaylı vd.'nin (2014) çalışmasının sonuçları da bu durumu desteklemektedir. ÖA'ların yarısından fazlası (%69) da prizma ile piramitin aynı aileden olmadığını tanımlayabilmiştir. Bazı ÖA'lar (%43) piramidi koninin özel bir biçimi olarak belirten ifadeyi doğru cevaplamalarına karşın piramitlerin bir koni olduğunu belirten ifadeyi aynı oranda (%14) doğru cevaplayamamıştır. Bu da ÖA'ların piramit ile koni ilişkisini kurmakta da sıkıntı yaşadıklarının bir kanıtıdır. Bu bulguyu ortaya koyan başka çalışmalar (Altaylı vd., 2014; Zeybek Şimşek, 2019) da bulunmaktadır. Piramit ile koni arasında ilişki kurulamamasının sebebi koniyi dairesel koni olarak düşünmeleri olabilir. Gökkurt ve Soylu'nun (2016) çalışması bu düşünceyi desteklemektedir.

Geometrik cisimlerde hiyerarşik ilişkilerin kurulabilmesi için öncelikle cisimlerin tanımlarının bu ilişkileri destekler nitelikte hiyerarşik tanımlar olması gerekmektedir. Örneğin silindir için öğretim programlarında yanı sıra kitaplarda yer alan tanımlara bakıldığında tabanları daire olma durumunun vurgulandığı görülmektedir. Bu şekilde yapılan tanımlama ile prizma ile silindir ilişkisi kısıtlanmaktadır. Prizmaların silindir ailesi içerisinde düşünmek imkansız olmaktadır. Halbuki tanımların hiyerarşik olması iyi bir tanımın önemli kriterleri arasında yer almaktadır (Van Dormolen ve Zaslavsky, 2003). Öğretim programlarında bu durum dikkate alınmalıdır. Geometrik cisimlerin tanımların ve özelliklerinin ezberletilmesi, hiyerarşik tanımların ele alınmaması, öğrencilerin ve ÖA'larının geometrik cisimlerle ilgili oldukça sınırlı yapılar oluşturmalarına, hiyerarşik ilişkiler kuramalarına, aile ilişkilerini fark edememelerine dolayısıyla problem çözümlerinde de zorlanmalarına sebep olmaktadır. Hem ÖA'ların hem ilköğretim ve ortaokul öğrencilerinin öğretimlerinde bu durum dikkate alınmalıdır. Yanı sıra ÖA'ların uygulamalı derslerine özen gösterilmesi önemlidir. İleride ÖA'lar ile görüşmeler yapılabilir. Böylece daha detaylı bilgiler elde edilerek uygulama dersleri planlanabilir.

KAYNAKÇA

- Akkaş, E. N. & Gündoğdu-Alaylı, F. (2022). Matematik öğretmen adaylarının geometrik cisimlere yönelik tanım ve çizimlerinin incelenmesi. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 22(1), 506-528. <https://doi.org/10.17240/aibuefd.2022..-1001803>
- Altaylı, D., Konyalıoğlu, A. C., Hızarcı, S. & Kaplan, A. (2014). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının üç boyutlu cisimlere ilişkin pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi. *Middle Eastern & African Journal of Educational Research*, 10(1), 4-24.
- Arslan, S. (2010). Traditional instruction of differential equations and conceptual learning. *Teaching mathematics and its applications: An International Journal of the IMA*, 29(2), 94-107. <https://doi.org/10.1093/teamat/hrq001>
- Ball, D. L., Thames, M. H. & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389- 407. <https://doi.org/10.1177/0022487108324554>
- Battista, M. (1999). Fifth graders' enumeration of cubes in 3D arrays: Conceptual progress in an inquiry-Based Classroom. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(4), 417-448. <https://doi.org/10.2307/749708>
- Ben-Chaim, D., Lappan, G. & Houang, R. (1989). Adolescent's ability to communicate spatial information: analyzing and effecting students' performance. *Educational Studies in Mathematics*, 20, 121-146.

- Clements, D. H. (2003). Teaching and learning geometry. In J. Kilpatrick, G. Martin, & D. Schifter (Eds.), *A Research companion to principles and standards for school mathematics* (pp. 15–78). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Çakmak, Z., Konyalıoğlu, A. C. & Işık, A. (2014). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının üç boyutlu cisimlere ilişkin konu alan bilgilerinin incelenmesi. *Middle Eastern & African Journal of Educational Research*, 8(1), 28-44.
- Çepni, S. (2018). Araştırma ve Proje Çalışmalarına Giriş (8. Baskı). Trabzon: Celepler Matbaacılık.
- De Villiers, M. (1994). The role and function of a hierarchical classification of quadrilaterals. *For The Learning of Mathematics*, 14, 11-18.
- Ertekin, E., Yazici, E. & Delice, A. (2014). Investigation of primary mathematics student teachers' concept images: cylinder and cone. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 45(4), 566-588. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2013.868537>
- Fujita, T. (2012). Learners' level of understanding of the inclusion relations of quadrilaterals and prototype phenomenon. *The Journal of Mathematical Behavior*, 31, 60–72. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2011.08.003>
- Fujita, T. & Jones, K. (2008). Learners' understanding of the definitions and hierarchical classification of quadrilaterals: Toward a theoretical framing. *Research in Mathematics Education*, 9(1), 3-20. <https://doi.org/10.1080/14794800008520167>
- Gökbulut, Y. & Ubuz, B. (2013). Prospective Primary Teachers' Knowledge on Prism: Generating Definitions and Examples. *Ilkogretim Online*, 12(2), 401-412.
- Gökkurt, B., Şahin, Ö., Soylu, Y. & Doğan, Y. (2015). Öğretmen adaylarının geometrik cisimler konusuna ilişkin öğrenci hatalarına yönelik pedagojik alan bilgileri. *İlköğretim Online* 14(1), 55-71. <http://doi.org/10.17051/io.2015.55159>
- Gökkurt, B. & Soylu, Y. (2016a). Ortaokul matematik öğretmenlerinin pedagojik alan bilgilerinin bazı bileşenler açısından incelenmesi: koni örneği. *İlköğretim Online*, 15(3). <http://dx.doi.org/10.17051/io.2016.14548>
- Gökkurt, B. & Soylu, Y. (2016b). Ortaokul matematik öğretmenlerinin matematiksel alan bilgilerinin incelenmesi: Prizma örneği. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 16(2), 451-481. <https://doi.org/10.17240/aibuefd.2016.16.2-5000194937>
- Gutiérrez, A. (1992). Exploring the links between Van Hiele levels and 3-dimensional geometry. *Structural Topology*, 18, 31-48.
- Hershkowitz, R. (1990). Psychological aspects of learning geometry. In *Mathematics and cognition* (pp. 70-95). Cambridge University Press.
- Işıksal-Bostan, M. & Yemen-Karpuzcu, S. (2017). The role of definitions on classification of solids including (non)prototype examples: The case of cylinder and prism. In T. Dooley, & G. Gueudet (Eds.), *Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (Vol.5, pp. 3320-3327)*, CERME.
- İncikabı, L. & Kılıç, Ç. (2013). İlköğretim öğrencilerinin geometrik cisimlerle ilgili kavram bilgilerinin analizi. *Kuramsal Eğitimbilim Dergisi*, 6(3), 343-358. <http://dx.doi.org/10.5578/keg.5920>
- Jones, K. (2002). Issues in the Teaching and Learning of Geometry. In Linda Haggarty (Ed), *Aspects of Teaching Secondary Mathematics* (pp. 121-139). London: Routledge Falmer.
- Jones, K. & Mooney, C. (2003). Making space for geometry in primary mathematics. In I.Thompson (Ed.), *Enhancing Primary Mathematics Teaching and Learning* (pp. 3-15). London: Open University Press.
- Karakuş, F. (2018). Sınıf öğretmeni adaylarının silindir ve koniye yönelik kavram imajlarının incelenmesi. *Elementary Education Online*, 17(2), 1033-1050. <http://doi.org/10.17051/ilkonline.2018.419352>
- Koç, Y. & Bozkurt, A. (2011). Evaluating pre-service mathematics teachers' comprehension level of geometric concepts. In B. Ubuz, (Ed.), *The Proceedings of the 35th annual meeting of the international group for the psychology of mathematics education*. (pp. 335). Ankara, Turkey.
- Marchis, I. (2012). Preservice primary school teachers' elementary geometry knowledge. *Acta Didactica Napocensia*, 5(2), 33-40.
- Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) (2009). *İlköğretim matematik dersi öğretim programı* (6-8. Sınıflar). Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.

- Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], (2013). *Ortaokul matematik dersi öğretim programı ve kılavuzu (5-8. Sınıflar)*, MEB Yayınları.
- Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], (2018). *Matematik dersi öğretim program (İlkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar)*, MEB Yayınları.
- Mistretta, R. M. (2000). Enhancing geometric reasoning. *Adolescence*, 35(138), 365.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Owens, K. & Outhred, L. (2006). The complexity of learning geometry and measurement. In A.Gutierrez & P.Boero (Eds.), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future* (pp. 83-116). Sense Publishers.
- Parzys, B. (1988). “Knowing” vs “seeing”. Problems of the plane representation of space geometry figures. *Educational studies in mathematics*, 19(1), 79-92.
- Pittalis, M.; Mousoulides, N. & Christou, C. (2010). Students’ 3D Geometry Thinking Profiles, In: Durand-Guerrier, V.; Soury-Lavergne, S. & Arzarello, F. (Eds.), *Proceedings of CERME 6, January 28th-February 1st 2009, Lyon France* (pp. 816-825), INRP.
- Presmeg, N. (2006). Research on visualization in learning and teaching mathematics. In A.Gutierrez & P.Boero (Eds.), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future* (pp. 205-236). Sense Publishers.
- Seggie, F. N. & Bayyurt, Y. (2017). Nitel araştırma (2. Baskı). Ankara: Anı Yayıncılık.
- Skemp, R. R. (1971). *The psychology of learning mathematics*. Penguin Books, Ltd.
- Türk Dil Kurumu. (2022). Genel Açıklamalı Sözlük. Ankara: TDK Yayınları. <https://www.tdk.gov.tr/adresinden> 21.12.2022 tarihinde erişilmiştir.
- Türnüklü, E. & Ergin, A. S. (2016). 8. sınıf öğrencilerinin cisimleri görsel tanıma ve tanımlamaları: cisim imgeleri. *İlköğretim Online*, 15(1) 40-52. <http://dx.doi.org/10.17051/io.2016.33489>
- Ubuz, B. & Gökbulut, Y. (2015). Sınıf Öğretmeni Adaylarının Piramit Bilgileri: Tanım ve Örnekler Oluşturma. *Journal of Kirsehir Education Faculty*, 16(2), 335-351.
- Ulusoy, F. (2019). Early-Years Prospective Teachers' Definitions, Examples and Non-examples of Cylinder and Prism. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 20(2), 149-169. <https://doi.org/10.4256/ijmtl.v20i2.213>
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S. & Bay-Williams, J. (2013). *Elementary and middle school mathematics teaching developmentally (8th ed.)*. Pearson.
- Van Dormolen, J. & Zaslavsky, O. (2003). The many facets of a definition: The case of periodicity. *Journal of Mathematical Behavior*, 22(1), 91–106. [https://doi.org/10.1016/S0732-3123\(03\)00006-3](https://doi.org/10.1016/S0732-3123(03)00006-3)
- Yanık, H. B. (2016). Kavramsal ve işlemsel anlama. Ed. Bingölbali E, Arslan, S. Zembat, İ. Ö. (102-116) *Matematik Eğitiminde Teoriler*, Pegem Akademi.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2011). Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri (8. Baskı). Ankara: Seçkin Yayınları.
- Yıldız, Z. (2009). *Geometrik cisimlerin yüzey alanları ve hacimleri konularında bilgisayar destekli öğretimin ilköğretim 8. sınıf öğrenci tutumu ve başarısına etkisi*. [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Gazi Üniversitesi.
- Yıldızlı, H. & Sarı, M. H. (2017). Sınıf öğretmenlerinin geometrik cisimlere ilişkin alan bilgilerinin incelenmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30(2), 601-636. <https://doi.org/10.19171/uefad.368975>
- Zeybek-Şimşek, Z. (2019). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının dörtgenler ve geometrik cisimleri hiyerarşik sınıflandırma düzeylerinin incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 10(3), 680-710. <https://doi.org/10.16949/turkbilmat.491564>