Görme Yetersizliğinden Etkilenen Bir Öğrenciyle Koordinat Sisteminin İnşasına İlişkin Bir Öğretim Deneyi*

Fatma Nur Aktaş, Ziya Argün*****

Makale Geliş Tarihi: 15/08/2023 *Makale Kabul Tarihi: 22/10/2023*

DOI: 10.35675/befdergi.1343644

Öz

Bu araştırmada görme yetersizliğinden etkilenen bir öğrencinin koordinat sisteminin inşasına dair öğrenme süreçlerinin öğrenme yol haritasıyla incelenmesi amaçlanmaktadır. Araştırma somut materyal destekli tahmini öğrenme yol haritasına göre tasarlanan bir öğretim deneyidir. Öğretim deneyi, görme yetersizliğinden etkilenen bir öğrenciyle ön bilgilerin belirlenmesi, sayı doğrusunun inşası ve koordinat sisteminin inşası için yürütülen klinik görüşmelerle gerçekleştirilmiştir. Video kayıtlarından elde edilen veriler süregelen ve geriye dönük analiz yoluyla analiz edilmiştir. Görsel unsurlar içermesine ve öğretim programındaki kazanımlardan farklı hedefler üzerine inşa edilmesine rağmen, öğretim oturumları sonunda görme yetersizliğinden etkilenen öğrencinin orijini belirleyebildiği, başlangıç noktasını referans alarak sabit bir birimle eksenleri koordinatlandırabildiği, sıralı ikilileri koordinat sisteminde belirleyebildiği ve sembolik olarak temsil edebildiği ortaya konulmuştur. Tahmini öğrenme yol haritası hedeflerinin diziliminde farklılık olsa da yararlanılan somut materyallerin etkinliklerin amacına hizmet ettiği ve öğrencilerin stratejiler geliştirmesine fırsat verdiği tespit edilmiştir. Böylece, tasarlanacak olan öğretim programları, bireyselleştirilmiş eğitim programları ve destek eğitim materyalleri için kılavuz niteliğinde sonuçlar sunulmuştur.

Anahtar Kelimeler: *Görme yetersizliğinden etkilenen öğrenci, öğrenme yol haritası, sayı doğrusu, koordinat sistemi, öğretim deneyi*

A Teaching Experiment on the Construction of a Coordinate System with a Student with Visual Impairment

Abstract

This study aims to investigate the learning processes involved in constructing a coordinate system with a learning trajectory by a student with visual impairment. The study is a teaching

[*] Bu makale Fatma Nur Aktaş'ın Ziya Argün danışmanlığında yürütülen "Görme engelli öğrencilerin cebirsel düşünme süreçlerinin incelenmesi: Öğrenme yol haritaları" başlıklı doktora tezinden üretilmiştir.

[**] Kahramanmaraş Sütçü İmam Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Özel Eğitim Bölümü, Kahramanmaraş, Türkiye, fatmanuraktas@ksu.edu.tr, ORCID: 0000-0002-3804-3650

[***] Gazi Üniversitesi, Gazi Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Ankara, Türkiye, ziya@gazi.edu.tr, ORCID: 0000-0001-8101-7215

Kaynak Gösterme: Aktaş, F. N. & Argün, Z. (2023). Görme yetersizliğinden etkilenen bir öğrenciyle koordinat sisteminin inşasına ilişkin bir öğretim deneyi. *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi*, 18(40), 1423-1459.

experiment designed according to the concrete material-supported hypothetical learning trajectory. The teaching experiment was conducted through clinical interviews with a student with visual impairment for the determination of pre-knowledge, construction of the number line and construction of the coordinate system. The data obtained from the video recordings of the sessions were analysed through ongoing and retrospective analysis. Despite containing visual elements and having learning outcomes different from those in the curriculum, it was discovered at the end of the teaching sessions that a student with visual impairment was able to identify the origin, coordinate axes using a fixed reference unit, determine ordered pairs in the coordinate system, and represent them symbolically. Although the hypothetical learning trajectory's objectives varied in sequence, it was determined that the concrete materials used served the purpose of the activities and allowed students to develop strategies. Thus, the results were presented as a guide for designing curricula, individualized education plans, and educational support materials.

Keywords: *Student with visual impairment, learning trajectory, number line, coordinate system, teaching experiment*

Giriş

Öğretim uygulamalarının tasarlanmasında önbilgilerin tespit edilmesi kadar öğrencilerin ihtiyaçlarının ve yetersizliklerinin tespiti önemlidir. Eğitim yöntemleri ve materyalleri bağlamında yetersizlikleri olan eğitim ortamlarında engellenmiş bireyler niteliklerine uygun tasarlanmış öğretim uygulamalarına ihtiyaç duymaktadır. Ancak, özel gereksinimi olan bu öğrenciler arasında yer alan görme yetersizliğinden etkilenen [GYE] öğrenciler için ihtiyaçlarını karşılayacak öğretim programı, materyaller ve değerlendirme süreçleri yer almamaktadır (Zorluoğlu & Sözbilir, 2017). GYE öğrenciler için görme engelliler ilkokulu ve ortaokulu olmasına rağmen ortaöğretim kurumlarında kaynaştırma sınıflarında ve destek eğitim odalarında aldıkları eğitimle sınırlandırılmışlardır. Her ne kadar destek eğitim uygulamalarının yer aldığı Özel özel eğitim kurumları olsa da bu kurumların ileri düzey matematik eğitimi sunacak müfredatı ve öğretmen donanımı yer almamaktadır (Aktaş & Argün, 2021; MEB, 2014). Kaynaştırma uygulamalarına yer veren okullarda ise öğretmenlerin bireysel merak ve fırsatları olmadığı sürece özel eğitim ve erişilebilir matematik öğretimi sunacak tecrübeleri ve meslek bilgileri yetersizdir (Aktaş & Argün, 2021; Hacısalihoğlu-Karadeniz, 2017; Karshmer vd., 2007). Dolayısıyla, GYE bireylerin öğrenme süreçlerinin incelenerek ilgili kurumlara öğretim programı tasarlamada, öğretmenlere ve araştırmacılara uygulamada, ders ve materyal tasarlarken kılavuz olacak ipuçlarına ihtiyaç vardır. Bunun için GYE öğrencilerin öğrenme yol haritalarına ihtiyaç duyulmaktadır.

Görme Yetersizliğinden Etkilenen Bireyler ve Matematik Eğitimi

Görme yetersizliğini eğitim uygulamalarında görme duyusundan yararlanma düzeyine göre sınıflandırmak mümkündür. Bütün düzeltmelere rağmen iki gözle görmesi onda birden aşağı olan ve eğitim uygulamalarında görmesinden yararlanması mümkün olmayan bireyler kör olarak tanımlanmaktadır. İki gözle görmesi onda bir ile onda üç arasında olan, büyüteç ve gözlük gibi özel bir takım araç ve yöntemler kullanarak eğitim uygulamalarını sürdürmesi gereken bireyler de az gören olarak tanımlanmaktadır (Aydın & Akça-Bayar, 2017). Bu öğrencilerin yetersizliklerine göre uzun ve kısa dönem olmak üzere ölçülebilir amaçları ve destek hizmetleri içeren yazılı bir bireyselleştirilmiş eğitim programı tasarlanır (Özyürek, 2004).

GYE öğrenciler için uygun, başka bir ifadeyle erişilebilir, öğretim uygulamaları ve teknikleri görme duyusunun gerçekleştiremediği işlevi işitme ve dokunma duyularıyla karşılama çabasını içermektedir. Nitekim, GYE bireylerin işitme ve dokunma duyuları olağan gelişim gösteren akranlarına göre daha gelişmiştir (Goldreich & Kanics, 2003). GYE bireyleri bilişsel gelişimin kapsadığı kavram gelişiminde de görme duyusunun yerine diğer duyularını ve sözel betimlemeleri kaynak olarak kullanmaktadır. Ancak, gören diğer bireylerin betimlemesine dayanan kavram gelişimi doğru ve zengin öğrenmeyi sınırlandırabilir. Bu nedenle, kavram öğrenme önce dokunsal ve ardından dokunsal-işitsel yaklaşımlarla gerçekleştirilmelidir (Gürel Selimoğlu, 2017). Fakat bazı kavramlar dokunsal algılama için soyut, büyük veya küçük kalabilir. Örneğin matematiksel dil; cebirsel ve geometrik gibi diğer gösterimlerin yazımı, grafikler, şekiller vb. gibi görsel ve soyut olarak nitelendirilen kavramlar bütünüdür (Edwards vd., 1995). Dolayısıyla dokunma duyusu gelişen GYE öğrenciler için kavramları öğrenme süreçleri ve düşünme becerilerinin gelişimi dikkat çekmektedir (Stevens vd., 1997). Groenveld'e (1993) göre GYE bireyler gözlemleyemedikleri nesne, sembol, şekil ve bunlar arasındaki ilişkiler gibi görsel unsurlar için öğrenme deneyimlerinden eksik kalabilirler veya öğrenmede güçlükler yaşayabilirler. Zira, görme yetersizlik seviyesi arttıkça öğrencilerin başarı seviyelerinin düştüğü ve buna bağlı olarak matematik kavramları için öğrenme çıktılarının azaldığı belirlenmiştir (Zebehazy vd., 2012). Ancak, bireyselleştirilmiş ve farklılaştırılmış bir programa göre öğretim uygulamalarının tasarlanmasıyla ve öğretim materyallerinin kullanılmasıyla öğrenme hızı ve motivasyon artmakta ve anlama güçlenmektedir (Agrawal, 2004).

GYE öğrencilerin bireyselleştirilmiş uygulamalarla eğrileri, yüzeyleri ve açıları anlamalarını sağlayan başka bilişsel süreçler geliştirdikleri belirlendiğinden, simetri, asimptotlar ve grafik davranış özellikleri gibi ileri matematiksel kazanım hedeflerini ele alan matematik standartları vardır (Van Scoy vd., 2005). Türkiye'de ise MEB Özel Eğitim Hizmetleri Yönetmeliği'ndeki (2018c) değişiklik ile bu öğrencilerin uygun destek eğitim araçlarıyla daha önce muaf oldukları görsel içeriğin bireyselleştirilmiş eğitim programında yer alması uygun bulunmuştur. Bu kararın gecikmesi, GYE bireyleri soyut ya da görsel matematiksel içerikleri öğrenme süreçlerine ilişkin detaylı bilgiye sahip olunmamasından (Agrawal, 2004; Stevens vd., 1997) kaynaklanmış olabilir. Dolayısıyla bu çalışmanın özel eğitim yönetmeliğinin gerekliliklerine göre öğreticilere önemli bir kaynak olacağı düşünülmektedir.

Öğrenme Yol Haritası ve Koordinat Sistemi

Öğrenenin kavrayışı ve düşünmeleri doğrudan gözlemleme fırsatı olmasa da öğrenme yol haritaları, gözlemlenebilen ana hedefleri, becerileri ve davranışları tanımlayarak bu süreçleri yorumlamayı mümkün kılar. Öğrenme yol haritaları, her seviyede öğretim programına dair öğretmenlerin bilgilendirilmesi ve aktivite seçimi (Barrett vd., 2012) ve hedeflerin ve öğrenme sürecinin değerlendirilmesi (Battista, 2004) için etkili bir çerçeve sunar. Bu çerçeveye göre öğretmenler öğrenme yol haritalarıyla belirlenen öğrenci düşünmeleri hakkında önbilgiler ışığında, öğrencilerin gelişimsel düzeylerine dayalı bilgilere erişebilir (Confrey vd., 2008). Dolayısıyla, öğrenme yol haritaları etkili öğrenme ortamları tasarlama, program geliştirme ve materyal tasarlama için önemli ipuçları sunmaktadır. Şimdiki araştırmanın perspektifinde nispeten daha az öğrenci bilgisine sahip olduğumuz GYE öğrencilere matematik eğitimi süreçleri için elde edilecek olan öğrenme yol haritasının, etkinlik ve materyal geliştirmeden bireyselleştirilmiş eğitim programına kadar öğrenme süreçlerini açıklayıcı ve destekleyici tasarılar hazırlanmasına katkı sunacağı düşünülmektedir.

Farklı teorik yaklaşımlar sunsalar da araştırmacılar, öğrenme yol haritalarının tahmini öğretim dizilerini (Simon, 1995), sınıf uygulamalarında etkileşimleri (Steffe, 2004) ve kavram odaklı öğretim dizilerini (Clements & Sarama, 2004) temel alan öğrenme yol haritalarının etkinlikler yoluyla elde edileceği noktasında mutabıklardır. Bu nedenle öğrenme yol haritası, belirli bir matematiksel kavramın ve becerilerin gelişim süreçlerinin haritalanması ve bu matematiksel kavram için öğrenenin düşünmelerinin betimlenmesi şeklinde açıklanabilir. Ancak, bu sürecin incelenmesinde öğretmenin ders planının kritik rol aldığını vurgulayan Simon (1995), tahmini öğrenme yol haritaları kavramı altında öğretmen bilgisi, öğrencinin matematiksel görev tercihi ve etkinlik sırası bileşenlerinden bahsetmektedir. Ayrıca bu süreç, öğrenci önbilgisinin ve amaçlanan kavrama ilişkin öğrenme süreçlerinin planlamasında bir dizi görevin -etkinlik veya hedefler dizisinin- belirlenmesidir (Simon, 2017; Simon & Tzur, 2004). Ayrıca, Simon (1995) bir tahmini öğrenme yol haritası için kavramın doğasının, öğrenme ortamının, muhtemel öğrenci yanılgılarının ve güçlüklerinin ve hazır bulunuşluk düzeylerinin göz önüne alınmasını belirtmiştir. Nitekim, GYE öğrencilerle öğretim uygulamaları öncesinde öğretmenin iyi tasarlanmış bir öğretim programı olmalı ve uygulanacak stratejilere ve destek eğitim araçlarına hâkim olmalıdır. Spindler (2006) GYE öğrencilerle problem çözme ya da kavram öğretimi uygulamalarında sık sık strateji değişikliğinin kafa karıştırıcı olduğunu vurgulamaktadır. Ayrıca, öğretmenin basit ya da etkili olarak belirlediği stratejiler GYE öğrenci için benzer nitelikler taşımayabilir. Cowan (2011) GYE öğrencilerin matematiksel kavramları yapılandırma süreçlerine ilişkin çalışmaların yetersizliğini vurgulayarak bu öğrencilerin tercihlerinin incelenmesinin gerekliliğini işaret etmiştir. Dolayısıyla, GYE öğrenciler için öğretim ortamları tasarlamaya dair araştırmalar da ihtiyaçtır (Buhagiar & Tanti, 2013). GYE öğrencilerle yapılan araştırmalar erişilebilirlik için sunulan veya tasarlanan materyallerin işlevselliğine veya kavrayış üzerindeki rollerine odaklanmaktadır (Bülbül vd., 2012; Cansu Kurt, 2015; Cowan, 2011; Dick & Kubiak, 1997; Haber vd., 1993; Horzum, 2016; Horzum & Arikan, 2019; Horzum & Bülbül, 2017; Van Scoy vd., 2005). Bu çalışmalar öğrencilerin öğrenme yol haritalarının belirlenmesinin oluşturacağı kılavuz bilgileri sunmasa da, öğrenme yol hartalarının tespitine temel oluşturabilir.

GYE öğrencilerin özellikle şekil, resim, grafik gibi görsel temsilleri içeren kavramları algılamada zorlandıkları için sıklıkla fen, matematik ve yeni bir dil öğrenmede güçlük yaşadıkları genel geçer bir gerçektir (Okcu vd., 2016). Ancak, matematik ve fen bilimleri kavramlarının temelini şekil, notasyon ve grafik gibi görsel unsurlar oluşturmaktadır. Özel olarak, grafikler bilgileri aktarma ve verileri anlama için temel araçlardandır. Gerçekten çeşitli okul seviyelerinde sayı doğruları, karmaşık fonksiyon grafikleri, eğriler ve yüzeyler gibi kavramlar için grafikler matematik öğretiminin temel kavramlarındandır. Fakat GYE öğrenciler grafiklere sınırlı eriştiklerinden bir dezavantaja sahip oldukları düşünülebilir (Van Scoy vd., 2005). Halbuki, Spindler (2006) GYE öğrencilerin uygun materyal tercihi ve sözlü betimlemeler yoluyla çok katlı integral eğrilerini bile hayal edebildiğini ve bu eğriyi betimleyebildiğini ortaya koymuştur. Haber vd. (1993) GYE bireylerin gündelik yaşam içerisinde mekânsal algıları incelendiklerinde de referans noktası belirlemede başarılı olduklarını, sadece bu noktalar arasındaki rotayı bir doğru ya da eğri olarak algılamakta güçlük çektiklerini tespit etmişlerdir.

Grafik, iki kümenin elemanlarının eşlenmesiyle elde edilen bir bağıntıdır (Argün vd., 2014). Çizgi veya serpme gibi farklı grafik temsilleri olsa da kullanım amacına göre sıklıkla çizgi grafiği ile karşılaşılmaktadır. Çünkü, spesifik olarak ortaöğretim eğitimi tamamlanana kadar müfredatta yer alan kazanımlar çizgi grafiği ile sunulması anlam kazanacak fonksiyon, hız-zaman ve veri işleme kavramlarını içermektedir (Argün vd., 2014; MEB, 2018a, 2018b). Dolayısıyla, bağıntının düzlemde görsel bir temsili sunulmak istendiğinde koordinat sisteminin ele alınmasına gerek vardır. Nitekim, koordinat sistemi düzlemdeki noktaların kümelerin elemanlarıyla eşlenmesiyle yine bu kümelerin elemanları arasındaki ilişkiyi göstermeye yarayan grafik temsillerine temel oluşturmaktadır (Argün vd., 2014; Simmons, 1996). Sınıf düzeyi ve ön bilgileri dikkate alındığında, koordinat sisteminin iki sayı doğrusunun kesişimi ile basit bir anlatımı mümkün olabilir (Kay, 2001). Birbirini belirli bir açı ile bir noktada kesen iki doğru, bir koordinat sistemi oluşturmaktadır. Bu doğruların birbirini dik açı ile kesmesiyle dik koordinat sistemi elde edilmektedir (Simmons, 1996). Bu doğrular üzerindeki noktalar uzunluk ölçü birimine göre belirlenecek bir birim uzunluk dikkate alınarak pozitif ve negatif sayılarla eşlenen birer sayı doğrusudur. Bu şekilde elde edilen doğruların her birine de koordinat ekseni denilmektedir. Böylece düzlem üzerindeki noktalar konumlandırılan eksenlere çizilen paralel doğrularla sıralı ikililerle belirlenebilmektedir (Kay, 2001; Simmons, 1996). Dolayısıyla, koordinat sisteminin inşasına ilişkin öğrenme yol haritalarının tespitinde kavramın tanımlanmasında küme, eşleme, doğru ve sayı doğrusu gibi alt kavramların dikkate alınmasının gerekliliği açıktır.

Koordinat sistemi için GYE bireylerin kavrayışları, yanılgıları ve güçlükleri de tahmini öğrenme yol haritasını yordamayı mümkün kılmaktadır (Simon, 1995; Steffe & Thompson, 2000). Örneğin; GYE olan bireyler matematiksel içeriklerle çalışırken yetersizliği olmayan akranların aksine not tutmak yerine daha fazla hafızalarına güvenmektedir (Cahill vd., 1996). Benzer şekilde anlamada duyulardan yararlanma farklılığı daha fazla bilişsel çabayı gerektirecektir. Örneğin koordinat sisteminde doğrusal ilişkiyi gösteren bir doğrunun eğimi görsel olarak algılanabilir olacaktır. Fakat koordinat eksenlerini ve bu doğruyu sözel betimlemelerle dinlemek veya kabartma çizgilere dokunarak takip etmek bilişsel bir çaba gerektirecektir (Dick & Kubiak, 1997). Cowan (2011), GYE üniversite öğrencilerinin koordinat sisteminde noktaları belirlemekte güçlükler yaşadığını ve somut materyaller ile çalışmayı tercih ettiklerini belirlemiştir. Somut materyallerin seçiminde ise kabartma kâğıtlardan ziyade, plastik materyaller ve kablo gibi sert dayanıklı ve aynı zamanda kolay şekil alabilen malzemelerle çalışmaları koordinat sistemi kavrayışlarını güçlendirmektedir (Bülbül, 2013; Cowan, 2011). Elbette az gören öğrenciler için koyu renk keçe kalemler ve büyük punto çizimlerle kavram temsilleri oluşturmak mümkündür. Ancak, kör bireyler için basit somut materyaller ve kabartma yazı etiketler kavramı dokunsal hale getirmektedir. Kabartma braille graf kâğıdı, nokta temsili için raptiye, grafik temsili için ip ve kablo, yapışkan kâğıt ve çubuklar, rulet ve cetvel gibi materyaller GYE bireylerin kendilerine ait koordinat sistemi tasarlamalarını mümkün kılmaktadır (Dick & Kubiak, 1997). Başka bir örnek; GYE öğrencileri için kaynaştırma sınıfında akranlarının da kullanabileceği bir materyal olarak tasarlanan iğneli sayfanın (iğneli tahta) tasarımı üç boyutlu birim karelere ayrılmış bir kâğıt formundadır (Bülbül vd., 2012). Buna göre şimdiki araştırmada iğneli sayfa materyali, tasarımında GYE öğrencilerin dikkate alınması, benzer diğer basit somut materyallerle kıyaslanarak şekillendirilmesi, taşınabilir, ekonomik, esnek kullanımlı ve en önemlisi matematik öğretmenleri ve öğrencileri tarafından kolay erişilebilir olmasından dolayı tahmini öğrenme yol haritasının tasarımında kullanılmıştır.

GYE öğrenciler yetersizlik derecesi, başka bir yetersizliğin olması, zekâ düzeyi, yaşantısı, diğer duyularını farklı derecelerde ve sıklıkta kullanmayı öğrenmesi gibi değişkenlere göre farklı özelliklere sahip olabilir (Edwards & Stevens, 1994). Örneğin; ilerleyen yaşlarda görme yetersizliği yaşan bir öğrenci parmağıyla masanın üzerine bir grafik temsili çizebilirken, doğuştan kör bir öğrencinin bu beceriyi edinmesi için dokunsal tecrübelere ihtiyacı vardır (bkz. Spindler, 2006). Nitekim, Warren (1994) çok boyutlu düşünerek bireyi bütüncül duyularla incelemenin gerektiğini vurgulamıştır. Dolayısıyla, GYE olmayan, az gören ya da kör bireyleri kıyaslamak yerine bu niteliklere sahip gruplardan birinde derinlemesine araştırmaların önemini işaret etmiştir. Bu araştırmada daha fazla dezavantajlı grup olan ve zihinleri birer ‘kara tahta’ (Enç, 2005) olarak tanımlanan doğuştan kör bir öğrenci için öğrenme yol haritasını incelemek amaçlanmıştır. Sonuç olarak görsel algıdan bütünüyle mahrum olan bireylerin soyut ve görsel koordinat sistemi kavramına dair düşünmeleri diğer grupların düşünme süreçlerine de rehber olacağı düşünülmektedir. Bu nedenle araştırmanın amacı, GYE öğrencilerin koordinat sisteminin inşasına dair kavrayışları, düşünmeleri ve öğrenme süreçlerini somut materyal destekli tahmini öğrenme yol haritalarıyla incelemektir. Buna göre araştırma sorusu şöyledir:

Görme yetersizliğinden etkilenmiş bir 9.sınıf öğrencisinin koordinat sistemi inşasına ilişkin öğrenme yol haritası nasıldır?

Yöntem

Bu araştırmanın amacı bir öğrencinin matematiksel kavrama ilişkin bilişsel yapılarını araştırmak olduğundan (Cobb & Steffe, 1983), araştırma öğretim deneyi olarak tasarlanmıştır. Öğretim deneyi bir bireyin ya da bir kavramın belirlenen süreç boyunca gelişiminin incelenmesine ve yorumlanmasına fırsat sunan etkili bir tekniktir (Steffe & Thompson, 2000). Bu araştırma, küme, kümelerin elemanlarının belirli bir ilişkiye göre eşlenmesi ve bu eşlemenin grafik temsili kavramlarına ilişkin hedefleri içeren kapsamlı bir öğretim deneyinin koordinat sisteminin inşası için gerçekleştirilen öğretim oturumlarını içermektedir.

Araştırma Süreci ve Veri Toplama Araçları

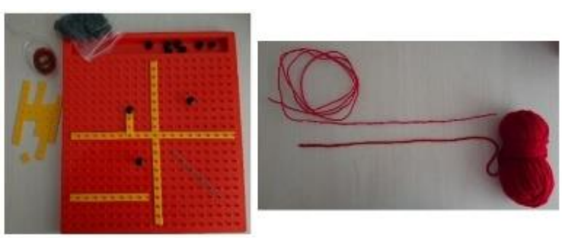
Tahmini öğrenme yol haritasının tasarlanması ve uygulanması için öncelikle öğrencinin önbilgilerinin tespitine ihtiyaç vardır (Simon, 1995). Ayrıca tasarlanan etkinlikler uygulanırken öğretim deneyinin süregelen ve geriye dönük analizleri için kamera kayıtları alınarak verilere sıklıkla başvurma ve zengin veri sağlama mümkün olacaktır. Bu nedenle araştırmanın veri toplama araçları; (i) öğrencilerin önbilgilerini ortaya koymayı amaçlayan ön görüşme, (ii) haftalık klinik görüşmeler (öğretim oturumları), (iii) klinik görüşmelerde ele alınan öğretim etkinlikleri/adımlar ve (iv) öğretim oturumlarına dair video kayıtlarıdır.

Koordinat sistemi ve uygulamalarına ilişkin katılımcının önbilgilerini belirlemek ve demografik özellikleri için ön görüşme yapılmıştır. Bu görüşmede katılımcının niteliklerini ortaya çıkarmak için görme kaybı, eğitim uygulamalarındaki ihtiyaçları, sıklıkla kullandığı araçlar gibi sorulara yer verilmiştir. Daha sonra kavrama dair ön bilgilerin tespiti için; "Doğru kavramı hakkında neler söylersin? Örnek verebilir misin?", "Sayı doğrusunu biliyor musun?", "Orijin ve eksenleri açıklayabilir misin?" ve "Hiç grafik inceledin mi? Tecrübelerini paylaşır mısın?" benzeri sorular sorulmuştur.

Öğretim deneyinde seçilen kavramların doğası dikkate alınarak tasarlanan etkinliklerle öğretim oturumlarında klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Görüşmelerdeki sorular öğretim programları, kavramların tarihsel gelişimi ve doğası, alan yazında yer alan kavram yanılgıları veya öğrenci kavrayışları üzerine çalışmalar dikkate alınarak tasarlanmıştır (Argün vd., 2014; Beswick, 2011; Capraro vd., 2005; Friedlander & Tabach, 2001; Kay, 2001; Klingenberg, 2007; Roth & Lee, 2004; Shanty, 2016; Tall & Baker, 1991; Tekay & Doğan, 2015; Yu vd., 2009). Öğretim deneyinde katılımcıların mevcut ön bilgileri, matematiksel ve sezgisel düşünmeleri, alternatif kavramları ve stratejileri göz önüne alınmıştır (Steffe & Thompson, 2000). Öğretim etkinlikleri kabartma yazılı etiketler ve cetvel, köpük, ip ve iğneli sayfa gibi somut materyaller ile desteklenmiştir. Belirlenen hedefler ile öğretim programlarında (MEB, 2018a, 2018b) yer alan kazanımlar karşılaştırılmıştır. GYE bireyler için matematik eğitimi uygulamalarına ilişkin öneriler (Arieli-Attali vd., 2012; Bülbül, 2013; Cansu, 2014; Chew vd., 2014; Cowan, 2011; Horzum, 2016; Toennies vd., 2011; Yu & Brewster, 2003) dikkate alınarak etkinliklerin adımları oluşturulmuştur.

GYE öğrencilerle öğretim uygulamalarında matematiksel kavramların braille kodların, dokunsal materyallerin ve somut materyallerin harmanlanmasıyla sunulması faydalıdır (Brawand & Johnson, 2016). Öğretim etkinliklerinde materyaller kavramları somutlaştırmaları veya öğrencinin görsel içeriklere hakim olması için kullanılmıştır. Kabartma yazı tableti ve kalemi öğrencinin not tutması için kullanılmıştır.

Şekil 1'deki GYE öğrencilerin ders aletleri merkezinden edinebileceği grafik oluşturma, işlem yapma ve diyagram oluşturma amacıyla kullanabileceği iğneli sayfa materyali öğretim etkinliklerinin temel materyalidir. Koordinat sistemlerin inşa edileceği düzlemi temsil etmesi amacıyla kullanılmıştır. Uzun çubukların doğruyu temsil ettiği ve sayı boncuklarının da noktaları temsil ettiği kabul edilmiştir. Kısa çubuklardan ise sıralı ikilileri işaretleme kullanılan doğru parçalarını temsil etmesi için yararlanılmıştır. Çubukların üzerindeki delikler ve bu deliklerle eşlenen iğneler arasındaki uzaklık birim uzunluk olarak kabul edilmiştir. Doğruyu ve grafikleri temsil etmesi için ip ve elektrik kablosundan yararlanılmıştır (bkz. Şekil 1).



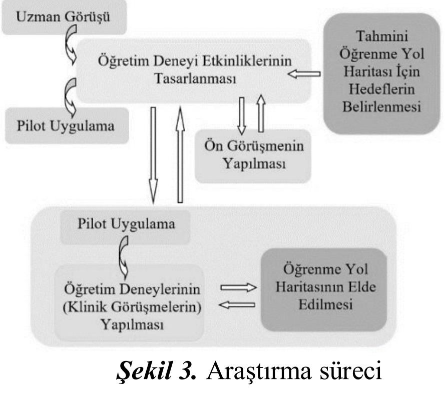
Şekil 1. İğneli sayfa materyali

Şekil 2'de sayı doğrusunun konumlanacağı düzlemi temsil etmesi için köpük ve düzlemdeki noktaları temsil etmesi için raptiyeler yer almaktadır. Ayrıca, doğru üzerindeki noktaları eşlemesi için kabartma yazı sayı etiketleri oluşturulmuştur. Braille yazılmış tamsayıların yer aldığı sayı etiketlerinin rakam işareti yardımıyla doğru okunabilir olması sağlanmıştır.

Şekil 2. Sayı doğrusu temsili için materyaller

Tasarlanan öğretim etkinlikleri alanlarında doktoralarını tamamlamış matematik, matematik eğitimi ve görme engelliler eğitimi uzmanından alınan uzman görüşleriyle düzenlenmiştir. Uzmanlara tasarlanan tahmini öğrenme yol haritası ve kavramlar için oluşturulan çerçeveler sunulmuştur. Belirlenen hedeflerin yeterliliği, örneklerin uygunluğu ve materyal seçimi gibi bağlamlara dair uzmanlardan görüş alınmıştır. Buna göre, örnek seçiminde, adımların sıralamasında ve sayısının artırılmasında, materyal kullanımında değişiklikler yapılmıştır.

Ön görüşme ve iki öğretim oturumu olmak üzere öğretim deneyi üç hafta sürmüştür. Öğretim deneyleri için tasarlanan etkinliklere ilişkin pilot çalışmalar, her bir öğretim oturumundan bir hafta önce gerçekleştirilmiştir. Pilot çalışmalar bireysel klinik görüşmeler şeklinde Faruk (kod isim) ile kaynaştırma okulundaki destek eğitim odasında yürütülmüştür. Pilot çalışmalarla, adımların hedefleri gerçekleştirmeye hizmet etme derecesi, örneklerin ve soruların öğrenci düşüncelerini ortaya çıkarma düzeyi ve kullanılan materyallerin algılanabilirliği tespit edilmiştir. Tasarlanan öğretim etkinlikleri ve tahmini öğrenme yol haritasının hedefleri Tablo 1’de sunulmuştur. Ayrıca, pilot çalışmalar araştırmacıya GYE öğrenciye matematik öğretimi için destek uygulama ihtiyacını belirleme ve gerekeni işe koşma süreçlerine ilişkin deneyim kazanma fırsatı sunmuştur. Öğretim oturumlarında “Soruyu çözerken yüksek sesle düşüncelerini paylaşır mısın?”, “Nasıl çözdüğünü açıklar mısın?”, “Nasıl karar verdin?” gibi sorulara yer verilmiştir (Clement, 2000).



Şekil 3. Araştırma süreci

Şekil 3'teki araştırma süreci, tasarlanan tahmini öğrenme yol haritasının öğretim deneyleri ile test edilmesini betimlemektedir. Araştırma sürecinde her öğretim oturumunun ardından analizler yapılarak uzman görüşü alınmış ve bir sonraki oturum için gerekli uyarlamalar yapılarak pilot çalışmalar gerçekleştirilmiştir. Uzman görüşü ve pilot çalışma sonuçlarına göre hedef sıralamalarında değişiklik yapılmıştır. Öğretim oturumların her birinin ardından yapılan analizlerle öğrenme yol haritası tekrar incelenmiştir ve bir sonraki öğretim oturumu etkinliği düzenlenmiştir. Pilot çalışmalar, tahmini öğrenme yol haritasını gözden geçirme ve sonraki öğretim oturumu etkinliğini düzenleme süregelen analizlere göre döngüsel olarak yapılmıştır. Bu süreç belirlenen hedefler için katılımcının öğrenme yol haritası tespit edilene kadar tekrarlanmıştır. Öğretim deneyi tamamlandıktan sonra geçmişe dönük analizler öğrenci düşünmeleri ve öğrenme yol haritası elde edilmiştir. Şimdiki çalışma, kapsamlı bir öğretim deneyinin iki öğretim oturumunu kapsamaktadır. Dolayısıyla Tablo 1'de sunulan hedefler ve adımlar belirli önbilgilerin kabulü ışığında verilmiştir. Ancak, kapsamlı araştırmada (Aktaş, 2020) birim, uzunluk, birim uzunluk, standart birim, küme, kümenin elemanı ve iki kümenin elemanları arasında eşleme kavramlarına dair öğretim oturumları düzenlenmiştir. Bu öğretim oturumlarında da iğneli sayfa materyali ve çeşitli basit somut materyaller dokunsal materyaller olarak kullanılmıştır. Öğretim oturumları için hedef dizleri ve adımlar tasarlanmış ve ayrı oturumlarda uygulanmıştır (ayrıntılı bilgi için bkz. Aktaş, 2020).

Tablo 1.

Öğretim Etkinlikleri ve Tahmini Öğrenme Yol Haritası Hedefleri (Aktaş, 2020, s.612-616)

Hafta 2

Sayı Doğrusu (Cetvelleme) Fikrinin İncelenmesi

Birim, Uzunluk, Birim Uzunluk ve Standart Birim kavramlarına ilişkin önbilgiler üzerine inşa edilmiştir.

Hedefler:

- Nokta ile bir reel sayıyı eşleyebilme
- Bir doğruyu cetvelleyebilme
- Sayı doğrusunu açıklayabilme

Kullanılacak Araçlar: Cetvel, farklı uzunlukta çubuklar, iğneli sayfa materyali, ip, köpük karton, sayı etiketleri, raptiye

Adımlar		Açıklama ve Tahmini Öğrenci Düşünmeleri
1.	Aşağıdaki sorularla oturuma başlanır: İncelemen için verdiğim çubuk doğruyu temsil etsin (iğneli sayfa aparatı). İğnelerin her biri bu doğru üzerindeki bazı özel noktalar olsun. İnceleyebilir misin? Bu iğneleri sayılar ile eşleyebilir miyiz? Nasıl bir eşleme yaparsın? Birim belirledin mi? Başka nasıl bir eşleme yapılabilir? Reel sayılar ile doğru üzerindeki noktaları eşleyebilir miyiz? Nasıl? Bu eşleme birebir midir? Her reel sayı için bu doğru üzerinde eşleyebileceğimiz (farklı) bir nokta var mıdır?	Öğrenci iğneli sayfa materyalinde doğru ve üzerindeki bazı özel noktaların temsillerini inceler. Öğrencinin sayıları eşleme süreçleri tartışılır. Tamsayılar ya da sayma sayıları kullanmada ve dilediği birimi belirlemede öğrenci özgürdür. Ancak, iğneli sayfanın iğnelerinin standart birimle yerleştirildiği belirtilir. Doğru üzerindeki noktaları reel sayılarla eşlemesi beklenir. Öğrencinin dilediği noktayı dilediği sayıyla eşlemesine fırsat verilir. Reel sayılardan oluşan ve bir doğru üzerindeki noktalardan oluşan iki kümenin varlığı tartışılır. Bu eşlemenin birebir bir eşleme olduğu fikrine ulaşılması beklenir. İpin sürekli istenildiği kadar sündürülebileceği hayal edilir ve doğru üzerinde reel sayılarla eşlemeye yetecek kadar noktanın bulunduğu sezdirilir.
2.	İncelediğin ip bir l doğrusunu ve bu köpük plaka da düzlemi temsil etsin. Doğruyu nasıl konumlandırmak istersin? (yatay, dikey veya eğimi olacak şekilde) Bu doğru üzerindeki noktalar ile reel sayıları eşleyebilir misin? Nasıl? Örneğin sıfır reel sayısını hangi nokta ile eşlersin?	Köpük plakada düz bir çizgi halindeki ip bir l doğrusunu temsil edecek şekilde öğrenciye sunulur. Kabartma yazılı reel sayı etiketleri raptiyeler yardımıyla sabitlenerek doğru üzerindeki noktalarla eşlenmesi beklenir. l doğrusu üzerinde seçilen bir nokta referans noktası (O) olarak belirlenir ve 0 ile eşlemesi beklenir. Bu noktanın "orijin" olduğu belirtilir. Semboller kabartma etiketler yoluyla braille ve latin gösterimlerle aparatlar aracılığıyla öğrenciye açıklanır.
3.	l doğrusu üzerinde başka bir nokta belirler misin? Belirlediğin bu noktayı hangi reel sayı ile eşleyebilirsin? Neden? "Orijine olan uzaklık" eşleyeceğin reel sayıyı belirlemene yardımcı olabilir mi? Bu belirleme işini yaparken noktalar arasındaki uzaklıklar nasıl belirlenmeli? Birim belirledin mi? Nasıl? (Birim belirleyebilmesi için farklı uzunluklarda çubuklar ve cetvel öğrenciye sunulur)	Orijinin sağında bir nokta seçerse pozitif bir sayı ile ve solunda bir sayı seçerse negatif bir sayı ile eşlemesi beklenir ve bu kabul açıklanır. Öğrenci belli bir birime göre noktaları belirlemez ise işaretlediği ardışık sayılar arasındaki uzaklıklar tartışılır. Örneğin; "0 ile 1 noktası arasındaki uzaklığı belirleyebilir misin? İki uzaklık arasında nasıl bir ilişki olursa işaretleme düzgün olur?" soruları yöneltilir. Tartışmada yararlanması için doğru parçaları ve cetvel öğrenciye sunulur. Eğer öğrenci hali hazırda birim ile eşlemeleri yaptıysa negatif reel sayıları doğru üzerindeki noktalar ile eşlemesi için oturuma benzer sorularla devam edilir (5.soruya geçilir). Belirlediği birime göre noktaları işaretlemesi için bir çubuk, cetvel ya da ip parçası kullanabilir.
4.	Doğru üzerinde bir nokta işaretlemeni istiyorum. Bu noktanın orijine olan uzaklığını belirleyebilir misin? Nasıl? Bu noktayı hangi reel sayı ile eşlersin? Negatif kısımda (veya pozitif kısımda) orijine eşit uzaklıkta olan noktayı hangi reel sayı ile eşlersin? Başka noktalar için de benzer şekilde eşlemeleri yaparken nelere dikkat edersin?	Bu adımda 3.soruda belirlediği birimi kullanarak işaretlediği noktanın orijine olan uzaklığını tespit etmesi beklenir. Bu nokta ile O noktasını birleştiren doğru parçasının uzunluğu bir pozitif reel sayı ile eşlenir. l doğrusu üzerindeki diğer noktalar için de bu eşlemenin yapılabileceği tartışılır. Pozitif ve negatif reel sayılar dikkate alınarak noktaların orijine olan uzaklıkların eşit olacağı tartışılır. Doğrunun konumuna göre sağ-sol veya yukarı ve aşağı olarak pozitif ve negatif sayların konumlandırılması gerekçesiyle belirtilir. Öğrencinin etiketlediği noktaların her birine karşılık gelen reel sayının bu noktanın koordinatı olduğu açıklanır. Böylece bir doğrunun koordinatlanmış halinin sayı doğrusu olduğu söylenir. Eğer 2.soruda l doğrusunun konumu yatay değilse konumun önemli olmadığı vurgulanarak genellikle sayı doğrusunun yatay konumlandırıldığı belirtilir.
5.	Reel sayılar kümesini düşündüğünde cetvelleme işi biter mi? İpi sündürme işlemi biter mi? O zaman reel sayılar kümesi nasıl bir kümedir?	Sonsuz küme fikri sezgisel olarak açıklanmalıdır. Reel sayılar kümesinin sonsuz bir küme olduğu ve sayı doğrusunun sonsuz kümeleri temsil edebildiği belirtilmelidir.

Hafta 3	**Koordinat Sistemine Geçiş** Küme, Kümenin elemanı, İki kümenin elemanları arasında eşleme kavramlarına dair ön bilgiler üzerine inşa edilmiştir. **Hedefler:** • Sayı doğruları ile koordinat ekseni oluşturabilme • Eksen ve orijin fikrinin oluşması • Sıralı ikilileri açıklayabilme • Koordinatları verilen noktayı işaretleyebilme • İşaretlenen noktanın koordinatlarını belirleyebilme **Kullanılacak Araçlar:** İğneli sayfa materyali, ip, cetvel	
Adımlar		Açıklama
1.	Sayı doğrusu bir küme midir? Nasıl? Bu kümenin elemanları nelerdir? Elimizdeki iki sayı doğrusu birer küme olduğuna göre bunları nasıl adlandıralım?	Öğrenciden iğneli sayfa materyaliyle sunulan sayı doğrularının birer cetveli temsil ettiğini düşünmesi istenir. Cetvellerin birer küme ve reel sayıların bu kümelerin elemanları olduğu tartışılır. Kümelerin düz bir çizgi ile temsil edildiği belirtilir. Öğrenciden bu kümeleri adlandırması istenir.
2.	Bu iki küme arasında eşleme yapabilir miyiz? Nasıl? Eşlemeyi bir ilişkiye göre yaparsak nasıl olur? O halde bu iki ekseni nasıl konumlandırırsın/yerleştirirsin? Paralel mi olsun? Çakıştıralım mı? Dik mi tutalım?	İğneli sayfa materyalinin aparatlarından iki cetvellenmiş çubuk verilir. İki kümenin elemanları arasındaki eşlemenin belirli bir ilişkiye göre yapılacağı belirtilerek aparatların konumların nasıl olacağı tartışılır. Kümelerde eşleme fikrine göre öğrenci aparatları muhtemel yatay veya dik konumda paralel yerleştirecektir. Bu konumlarda öğrenciden birkaç tane reel sayı için eşlemeleri ip veya iğneli sayfa materyalinin çubukları ile yapması istenir. Sonra daha fazla sayıda eşleme yapıldığında eşlemleri belirlemede zorlanıp zorlanmayacağı sorulur.
	Sayı doğrularını kesiştirmeyi deneyelim mi? Sence hangi noktada kesişmeleri uygun olur? Neden?	Dik koordinat sistemi tasarlarken öğrencinin doğruların kesişme noktasını "sayı doğrularının ortasından" şeklinde açıklaması olasıdır. Böyle bir durumda sayı doğrusunun orta noktası olmadığı ve reel sayıları dilediğimiz noktalarla eşleyebildiğimiz hatırlatılmalıdır. Burada orijin noktasının kesişim noktası olarak kabul edildiği ve her iki sayı doğrusunun sıfırı olarak işaretlendiği belirtilir.
	Peki, bu sayı doğrularını cetvelleyebilir misin? Reel sayılar nasıl yerleşmeli? Pozitif (sonra negatif) reel sayılar doğruların hangi tarafında olmalıdır?	Yatay olarak konumlandırılan sayı doğrusunda sağa doğru pozitif ve sola doğru negatif işaretli sayıların yerleştirildiği açıklanır. Düşey olarak konumlandırılan sayı doğrusunda yukarı doğru pozitif ve aşağı doğru negatif işaretli sayıların yerleştirildiği tartıştırılır. Elde edilen iki küme arasındaki ilişkiyi eşlemeler yardımı ile ifade edebileceğimiz bu yapıya "koordinat ekseni" denildiği, yatay eksenin genellikle *x*- ve düşey eksenin genellikle *y*-ekseni olarak adlandırıldığı belirtilir. *x*-ekseninin apsis ve *y*-ekseninin ordinat ekseni olarak adlandırıldığı belirtilir. Eksenlerin kesişmesi ile oluşan dört bölgeden eli ile dokunması sağlanarak sırasıyla söz edilir.
3.	Bu oluşturduğumuz koordinat ekseninde iki küme arasındaki ilişkiyi nasıl kurmalıyız? Noktalar arasındaki eşlemeyi nasıl yapacağız?	Öğrenci eksenler üzerindeki noktaları doğru parçaları yardımı ile eşlemek isterse, o zaman ip veya iğneli sayfa materyalindeki doğru parçası temsilleri ile birkaç noktayı eşlemesi ve bu eşlemelere dokunması istenir. Ayrıca, bu eşlemelerin bir ilişkiyi belirtme başarısı sorgulanır. Örneğin; *x*-eksenindeki her tamsayıyı kendisinin iki katı olacak şekilde *y*-eksenindeki elemanlar ile eşlemesi istenir. Öğrenciye eşleme için alternatif olarak ne yapılabileceği sorulur. Öğrenci fikirlerinin incelenmesinden sonra birkaç nokta için eşleme örneklendirilir. Örneğin (1,2) noktasını göstermek için apsiste 1 noktasından ve ordinatta 2 noktasından birer doğru parçası materyali konulur ve doğru parçalarının kesiştiği noktanın (1, 2) noktası ile gösterildiği belirtilir. Bu gösterimin sıralı ikili olduğu, ilk bileşenin apsis kümesinin ve ikinci bileşenin ordinat kümesinin elemanları olduğu belirtilir. Kabartma yazıda ve latin olarak betimlenir.
4.	Koordinat ekseninde işaretlenen noktaların koordinatları nelerdir?	(1, 3), (5, 5), (-3, 2), (-4, -1), (2, -3), (0, 0), (0, 3), (-5, 0), (4, 0), (-6, 0) noktaları sırayla iğneli sayfa üzerinde boncuklarla işaretlenir. İşaretlenen noktaların hangi sayılara karşılık geldiği sorulur. Apsiste ve ordinatta bu nokta için karşılık gelen sayılar sorgulanır. Bu sayıların koordinatlar olduğu birkaç örnek için tekrar vurgulanır ve diğer noktalar için "koordinatları nelerdir?" sorusu yöneltilir.
5.	(2, 6), (0, -4), (0, 0), (-3, -2), (-5, 0), (-1, 3), (4, -5), (0, ½), (3/2, 0), (-2, 3) noktalarını koordinat ekseninde işaretleyiniz.	Verilen noktaları boncuklarla koordinat ekseninde işaretlenmesi beklenir. Bu noktaların kaçıncı bölgede olduğu sorgulanır. Rasyonel ifadeleri işaretlemekte sıkıntı yaşamaları durumunda bir bütünün parçaları fikrinden hareket edilerek verilen bütün bir sayı bloğunu parçalaması istenebilir.

Katılımcı

Araştırma kör ve matematiksel anlama yeterliliği kazanmadan önce (doğuştan veya erken çocukluk döneminde) görme yetisini kaybetmiş öğrenciyle yürütüleceğinden ölçüt örnekleme metodu ile katılımcı belirlenmiştir. Katılımcının belirlenmesinde; (i) Rehberlik ve Araştırma Merkezi tarafından ve doktor raporu ile görme kaybı %90 ve üzeri olduğu onaylanan, (ii) Milli Eğitim Bakanlığı tarafından özel eğitime ihtiyaç duyduğu belirtilen ve Bireyselleştirilmiş Eğitim Programına sahip olan, (iii) büyük puntolarla dahi Latin yazı kullanamama, ışık ve renk algısı olma/olmama (iv) eşlik eden başka bir yetersizliğe sahip olmama, (v) ortaöğretim düzeyinde kaynaştırma uygulamaları sunan bir okulun öğrencisi olma, (vi) braille yazı kullanıyor olma ölçütleri dikkate alınmıştır.

GYE öğrencilerin RAM tarafından belirlenmiş öğretim programı olmadığından, kaynaştırma uygulamaları için okullarda bireyselleştirilmiş öğretim programları tasarlanmaktadır. Özel özel eğitim merkezlerinde matematik dersi hedefleri için bir program (MEB, 2014) olmasına rağmen, öğrencinin bireysel taleplerine ve okullarındaki bireyselleştirilmiş eğitim programlarına göre öğretim verilmektedir. Bu nedenlerden dolayı öğretim programı ve bireyselleştirilmiş öğretim uygulamaları dikkate alınarak katılımcı ve pilot çalışma katılımcısı 9-10. sınıf düzeyinden seçilmesi ve katılımcıların eğitim aldıkları okullarda ve Özel özel eğitim merkezlerinde onlar için tasarlanan bireyselleştirilmiş eğitim programlarının incelenmesi esas alınmıştır.

Ölçüt örneklemeye göre (i-vi) ölçütlerine göre aynı Özel özel eğitim ve rehabilitasyon merkezine gitmekte olan ve kullandıkları destek eğitim araçları benzerlik gösteren iki 9.sınıf öğrencisi belirlenmiştir. Ayrıca, renk ve ışık algısı gibi fiziksel sınırlılıklar birey için öğrenme ortamlarının tasarlanmasında önemli olduğundan (Dick & Kubiak, 1997) dikkate alınmıştır. Bu öğrencilerden ve ailelerinden araştırmaya katılım onayı alınmıştır. Pilot çalışma görüşmeleri öğrencinin okulundaki destek eğitim odasında, esas araştırmanın katılımcısıyla görüşmeler ise araştırmacının ofisinde yürütülmüştür. Katılımcılara ait bilgiler Tablo 2'de yer almaktadır.

Tablo 2.

Katılımcılara Ait Bilgiler

Adı (Kod)	Görme Kaybı (RAM ve Doktor Raporunda Oran)	Görme Kaybının Yaşandığı Zaman Dilimi	Renk ve Işık Algısı	Okul	Sınıf
Faruk (Pilot)	%96	Doğuştan	Yok	Mesleki ve Teknik Anadolu Lisesi	9. sınıf
Sema	%90	Doğuştan	Yok	Anadolu İmam Hatip Lisesi	9. sınıf

Faruk, ilk ve orta okul eğitimlerini görme engelliler okullarında tamamlamıştır ve dokuz yıldır Özel özel eğitim merkezinde destek eğitim uygulamalarını sürdürmektedir. Fakat, ortaöğretimde Özel özel eğitim merkezinde destek eğitimler okulda verilen yazılı materyallerin betimlenerek okunması ve ses kaydına alınması ile sınırlıdır. Eğitim gördüğü kaynaştırma uygulamaların yer aldığı okulunda destek eğitim odasında bireysel dersler de verilmemektedir ve tasarlanan bireyselleştirilmiş eğitim programı uygulanmamaktadır. Faruk yazı yazmak için kabartma yazı tablet ve kalemini kullanmaktadır. Ses kaydı ve ekran okuyucu program kullanmamaktadır.

Sema (kod isim) ilk ve orta okul eğitimlerini görme engelliler okullarında tamamlamıştır ve dokuz yıldır özel özel eğitim merkezinde destek eğitim uygulamalarını sürdürmektedir. Eğitim gördüğü kaynaştırma uygulamalarının yer aldığı okulunda destek eğitim odasında bireysel dersler sunulmadığından tasarlanan bireyselleştirilmiş eğitim programı da uygulanmamaktadır. Sema yazı yazmak için kabartma yazı tablet ve kalemini kullanarak not tutmaktadır. Ses kaydı ve ekran okuyucu program kullanmamaktadır.

Araştırmacının Rolü

Cobb & Steffe (1983) öğretim deneyini daha iyi öğretim uygulamaları için uygun koşullar tasarlayarak ve öğreticinin etkisini de göz önüne alarak, öğrencilerde ortaya çıkabilecek olası değişiklikleri incelemeyi amaçlayan bir araştırma metodu şeklinde açıklamıştır. Bu nedenle araştırmacı, öğrenmeleri zenginleştirmek için süreçte bazı önlemler alma ve öğretim ortamında değişiklikler yapma olanağına sahiptir. Öğrencilerin gelişimine bu değişikliklerin etkisini incelerken, araştırmacının rolü etkendir (Steffe, 1991). Dolayısıyla, tasarlanan öğretim etkinliklerinin uygulanmasında ve geliştirilmesinde bireysel klinik görüşmeler için araştırmacının rolü hem öğretici hem de araştırmacı olmaktır. Bu nedenle ilk yazar, öğretim oturumlarındaki öğretmen rolünde ve görüşmeler sürecinde hedeflere ulaşılıp ulaşılmadığını kontrol etmeyi göz önüne alarak araştırmacı rolünde yer almıştır.

Verilerin Analizi

Öğretim deneyi için veri analizi, süregelen analiz (on-going) ve geriye dönük (retrospective) analiz olarak iki düzeyde gerçekleşmektedir. Süregelen analiz, öğretim oturumlarında önceki müdahalenin sonuçlarını değerlendirerek sonraki müdahaleyi tasarlamayı mümkün kılan analiz yöntemidir. Geriye dönük analiz, veri toplama aşamasının ardından yapılarak öğrenci düşüncelerini geliştirmeye ve öğretimsel müdahalenin rolünü analiz etmeye odaklanan analiz yöntemidir (Simon, 2000; Simon & Tzur, 2004; Steffe & Thompson, 2000). Şimdiki araştırmada süregelen analiz, öğretim etkinliklerinin her birinin uygulamasının ardından video kayıtlarının analiz edilmesiyle gerçekleştirilmiştir. Geriye dönük analiz ise öğretim deneyinin tamamlanmasından sonra videoların hepsinin hedeflere ulaşmasında öğrenci düşünceleri ve öğrenme yol haritaları kapsamında analiz edilmesini sağlamıştır.

Süregelen analizler sonrasında elde edilen bulgular, öğretim oturumlarında uygulanan etkinliklerin uyarlanmasına veya bir sonraki etkinliğin geliştirilmesine ve öğrenme yol haritasının ortaya konulmasına katkı sunmuştur. Örneğin; katılımcının iğneli sayfa materyalinin iğnelerini sayarak nokta-sayı eşlemelerini yapma sürecinde sağ ve sol ellerini eş zamanlı kullanması ve ilerleyen oturumlarda tek eliyle eşlemeleri işaretleyebilmesi materyalin öğrenme sürecindeki rolü olarak analiz edilmiştir. Katılımcının öğrenme yol haritasının elde edilmesinde, öğretim oturumları sürecinde ek etkinliklerin, adımların veya hedeflerin ihtiyaç tespitinde geçmişe dönük analizler rol oynamıştır. Örneğin; katılımcının iğneli sayfa materyali yardımıyla sıralı ikilileri işaretleyebilmesi ellerini nasıl kullandığından bağımsız olarak hedef kazanıma erişim bağlamında analiz edilmiştir.

Araştırmanın Geçerliliği ve Güvenirliği

Uzun süreli etkileşim, sürekli gözlem, uzman incelemesi ve katılımcı teyidi stratejileri ile araştırmanın inanılırlığının (Patton, 2014) artırılması mümkün olmuştur. Katılımcı ile öğretim deneyinden önce Özel özel eğitim kurumlarında tanışma ve araştırma içeriğine dair kısa bilgilendirme görüşmesi yapılmıştır. Ayrıca, katılımcının ailesi ile birlikte ortalama 15 dakikalık tanışma ve katılım onayı görüşmesi yapılmıştır. Böylece, katılımcı ile iletişimin güçlenmesi sağlanmış ve katılımcıyı daha yakından tanımak için fırsat bulunmuştur. Daha sonra öğrenciyle bireysel yaklaşık 40 dakikalık ön görüşme yapılmıştır. Bu görüşmede öğrenciye öğretim oturumlarının amacı ve içeriği hakkında bilgi verilmiştir. Böylece sağlanan demokratik ortamlarla, katılımcının kendini daha iyi ifade etmesi ve tüm zihinsel süreçlerini açıklaması mümkün olmuştur. Ayrıca öğretim oturumlarından önce ön görüşmede de video kaydı alınarak katılımcının video kaydına alışması ve doğal ortamın oluşması sağlanmıştır. Katılımcıya oturumların yapıldığı ofisi incelemesi ve ortama alışması için zaman verilmiştir. Ayrıca, kameranın konumuna dair bilgilendirme yapılmıştır. Bazı oturumlarda kayıt durdurularak katılımcının dinlenmesi için zaman verilmiştir. Ayrıca, güvenirlik için etik kurul onayından sonra veri toplama süreci başlamıştır.

Araştırma sonuçlarının aktarabilirliği için ayrıntılı betimleme ve amaçlı örnekleme metoduna yer verilmiştir. Bunun için ölçüt örnekleme metodunun uygulanması, katılımcı hakkında detaylı bilgi, araştırmacının rolünün açıklanması ve verilerden yapılan doğrudan alıntılar yoluyla sonuçlar detaylı betimlenmiştir.

Veri toplama araçlarına dair uzmanlardan görüş alınması ve pilot çalışmaların yapılması, öğretim oturumları devam ederken süregelen analizler için katılımcı teyitlerin alınması ve ikinci kodlayıcı araştırmanın güvenirliği için sağlanmıştır. İkinci kodlayıcı ile haftalık analizler incelenerek analizlerdeki farklılıklar tartışılmış ve fikir birliğine varılmıştır. Örneğin; görme engelli bireylerin Latin yazıda işaretler veya semboller hakkında bilgi sahibi olmasına ilişkin analizlerde ikinci kodlayıcı 'görme yetersizliğine sahip olmayan bireylerin kullandığı harf ve semboller' şeklinde adlandırırken, araştırmacı 'Latin sembolleri bilme' olarak adlandırmıştır. Görüşme sonucunda 'Latin harfleri, rakamları ve işaretleri bilme' şeklinde ortak karar verilmiştir.

Bulgular ve Yorum

Ön Bilgiler

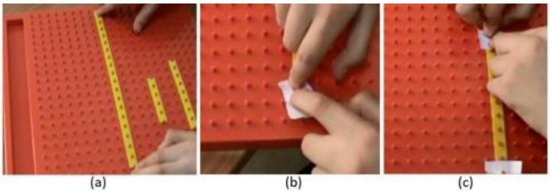
Sema daha önce koordinat sistemi ve grafik kavramlarını ders kitaplarında okuduğunu, ama öğretmenlerinin bireysel olarak ona anlatmadığını '*Koordinat falan yok o görenlerde oluyor*.' ifadesiyle vurgulamıştır. Bu nedenle koordinat sisteminin inşasından önce küme, kümelerde eşleme, doğru ve doğru parçası, uzunluk ve standart birim kavramlarına ilişkin önbilgileri belirlenmiştir. Buna göre, Sema kümeyi '*nesnelerin bir araya gelmesi*' şeklinde tanımlamıştır. Ayrıca, kümelerin elemanlarını belirleyerek liste yöntemi ile gösterimi bildiği belirlenmiştir. Birebir eşlemeyi ise kümeler için '*bir elemanı bir elemana eşleştirme*' olarak açıklamıştır. Sema doğru kavramını '*söndürmek istediği zaman söndürebildiği düz bir çizgi*' şeklinde algılamaktadır.

Sema nitelikleri aynı olan iki nesnenin uzunluğunun karşılaştırılmasına dair fikirlere sahiptir. Cetvel üzerinde birim belirleyebildiği tespit edilmiştir. İğneli sayfa materyalinde doğru parçalarının uzunluğunu belirlemek için iğneler arasındaki uzunluğu standart birim alması bu kavrama sahip olduğunun göstergesidir. İğneli sayfa üzerine yerleştirilen doğru parçası temsillerinin üzerlerindeki noktalarla iğnelerin eşlendiği fikrinden yola çıkarak doğru parçalarının uzunluklarını tespit edebilmektedir.

Sayı Doğrusunun İnşası

Adım 1 için bulgular

Sema iğneli sayfaya yerleştirilen doğru temsilini incelerken, iğneli sayfa üzerindeki iğnelerle doğru temsili üzerindeki noktaların eşlendiğini belirtmiştir. Ayrıca, tamsayılar ile doğru üzerindeki nokta temsillerin eşlenebileceğini ifade etmiştir (bkz. Şekil 4a). Sema'dan negatif ve pozitif tamsayıların olduğu sayı etiketlerini iğneler üzerine tutturarak, doğru üzerindeki noktalarla sayıları eşlemesi istenmiştir. Rastgele etiketlerden seçerken ilk önce -4 sayısı eline gelmiştir ve doğru aparatının sol en ucundaki iğneye takmıştır (bkz. Şekil 4b). Sema'nın bu seçimi gelişigüzel yaptığı düşünülerek 0 etiketini eşlemesi istenmiştir. Sema doğruyu temsil eden aparatın orta noktasını 0'ı eşlemiştir (bkz. Şekil 4c).



Şekil 4. Sema'nın sayı etiketleriyle doğru üzerindeki noktaları eşlemesi

Sonra Sema, 4 sayı etiketini 0 ve -4 sayılarının arasındaki iğnelerden biriyle eşlemek istemiştir. 0 ve -4 sayısını temsil eden iğneler arasındaki uzaklık sorulduğunda birim uzunluk kavramını hatırlayan Sema, 4 sayı etiketini eşleyebileceği sayıda materyalin iğnesinin olmadığını sezgisel olarak parmaklarını gezdirerek tahmin etmiş ve '*0'ın yerini değiştirelim'* kararını vermiştir. Yeni eşlemeye '*-4'ten 4 birim sayalım 0 olsun* (0 etiketinin yerini değiştirir). *4'ü takmaya çalışıyorum* (0'dan sağa doğru 4 birim sayarak +4'ü eşler)' şeklinde birim belirleyerek devam etmiştir. Ardından, 5 etiketini 4 etiketinin bir birim sağına takmıştır.

Doğru üzerindeki bir noktanın sadece bir sayı ile eşlendiği fikri için 5 noktasının başka bir etiketle işaretlenip işaretlenemeyeceği sorgulanmıştır. Sema '*Doğru üzerindeki noktalar sayılarla birebir eşleme olur. Ama birimle eşlememiz gerekli*.' şeklinde eşlemenin birebir olması gerektiğini ve standart birimin gerekliliğini açıkça ifade etmiştir.

Adım 2 için bulgular

Sema'ya masaya bırakılan köpüğün düzlemi temsil ettiği belirtilmiş, doğruyu temsil eden bir ip ve noktaları temsil etmesi için raptiyeler verilmiştir. Sema ipi yatay eksene paralel olarak düz bir çizgi olacak şekilde germiştir. Ayrıca, doğrunun bir noktalar kümesi olduğunu belirtmiştir. Sonra, raptiyeler yardımıyla doğru üzerindeki noktalar ile sayı etiketlerini eşlemiştir. Sema ilk önce 0 noktasını eşlemek için doğrunun konumuna göre kendisinin sağ tarafında bir nokta belirlemiştir. Sema '*negatifler oraya olsun* (belirlediği noktanın sol tarafı), *pozitifler buraya* (belirlediği noktanın sağ tarafı) *olsun.*' söylemleriyle sayıları eşleyeceği noktaların konumlarını tespit etmiştir. Sema'nın 0 noktasını eşleyeceği noktayı belirlerken '*Hocam 0 negatif mi pozitif miydi?'* sorusunu sormuştur. Böylece Sema'ya sıfırın pozitif ve negatif sayılar arasına yerleştirildiği kabulü açıklanmıştır. Sema eşlemeye devam etmek için '*cetvelle ölçmemiz gerek*' diyerek eşleyeceği noktalar arasındaki birimi cetvelle tespit etmiştir. Sema 0 noktasını önündeki gergin ipin tam ortasına konumlandırmak istemiş ve orta noktayı cetvelle ölçerek belirlemiştir.

Adım 3 ve 4 için bulgular

Sema kendisine göre 0 noktasının sağ tarafında bir noktayı belirleyerek 1 noktasıyla eşlemiştir ve 1 noktasını birim uzunluk belirlemeden gelişigüzel işaretlemiştir. Ancak 2 noktasını işaretlerken, '*Aralarında eşit mesafe olsaydı iyi olurdu*' demiştir ve 5 cm birim uzunluk belirlemiştir. Benzer şekilde Sema ipe göre 0 noktasının sol tarafında elini uzatarak '*Beş beş gideceğiz yine.*' ifadesiyle -1, -2 ve -3 tamsayıları için noktaları etiketlemiştir (bkz. Şekil 5).

Şekil 5. Sema birim uzunluğa göre sayı doğrusunu inşa ediyor

Sıfır noktasını inceleyen Sema'ya bu noktanın orijin olarak adlandırıldığı belirtilmiştir. Pozitif ve negatif sayıların 0'a göre konumuna dair kabul açıklanmıştır. Ardından düzlem temsili olan köpüğün konumu tasarlanan doğru düşey eksene paralel olarak değiştirilmiştir. Sema düşey konumda sırasıyla orijin noktasını, bu noktaya göre pozitif ve negatif sayıların eşlenmesini açıklamıştır. Tasarlanan bu doğrunun sayı doğrusu olduğu belirtilmiştir. Sema sayı doğrusunu '*Düz bir çizgi üzerindeki noktalara sayıları etiketler ile raptiyelersek, aradaki milimine göre eşlersek sayı doğrusudur*' olarak ifade etmiştir.

Adım 5 için bulgular

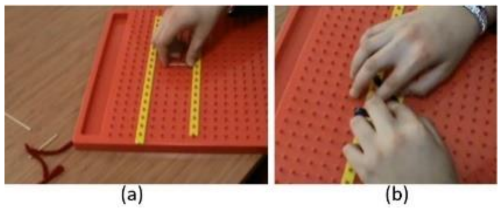
Daha önce sayı sistemlerine dair önbilgileri sorgulanan Sema'ya bir doğru üzerindeki noktalar ile reel sayılar kümesinin elemanlarının eşlenip eşlenemeyeceği sorulmuştur. İpi gergin tutan raptiyeler çıkarılarak Sema'nın ipi daha fazla sündürmesi sağlanmıştır. Böylece doğrunun istenildiği kadar sündürülebileceğini hatırlayan Sema reel sayılar ile doğru üzerindeki noktaların birebir eşlenebileceğini fark etmiştir.

Koordinat Sisteminin İnşası

Adım 1 ve 2 için bulgular

Oturuma başlarken sayı doğrusunun bir küme belirtme fikri tartışılmıştır. Sema sayı doğrusunun '*Pozitif, negatif tamsayılardır. Sıfır var bir de*' şeklinde bir küme olduğunu ifade etmiştir. Sema kümelerin elemanlarının '*Noktalar ve eşledik işte sayılar*' ifadesiyle vurgulamıştır.

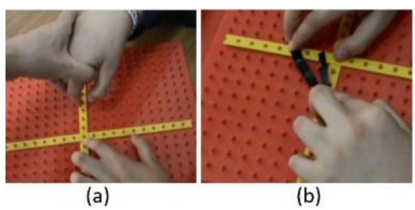
Sema'ya sunulan iğneli sayfa materyalinin doğru temsili iki çubuk aparatının sayı doğruları oldukları belirtilmiştir. Sema verilen sayı doğrularının birer küme olduğunu ve üzerlerindeki deliklerin bu kümelerin elemanları olan noktaları temsil ettiğini ifade etmiştir. Sema, bu kümeleri *k* ve *s* olarak belirlemiştir. İki kümenin elemanları olan noktaları eşlemesi istendiğinde Sema, iğneli sayfa üzerine sayı doğrularını birbirine paralel olarak konumlandırmıştır. Sema'ya eşlemeyi yapabilmesi için ip, çubuk ve bant materyalleri verilmiştir. Önce Sema bir çubuk seçmiş ve iğneler üzerinde gezdirmiştir (bkz. Şekil 6a). Çubuklarla eşleyemeyeceğini fark eden Sema, bant yardımı ile eşlemeye devam etmiştir. Sema bantları yapıştırırken güçlük yaşadığından aparatlar birbirine biraz daha yakınlaştırılarak konumlandırılmıştır. Sema iğneleri rastgele eşlemeye başlamıştır. Ancak, birkaç eşlemeden sonra eşlemeleri takip etmek ve eşlenen noktaları tespit etmek güçleşmiştir (bkz. Şekil 6b).



Şekil 6. Sema iki sayı doğrusu üzerindeki noktaları birbiriyle eşlemeye çalışıyor

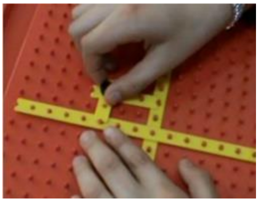
Adım 3 için bulgular

Sayı doğruları arasında eşlemeyi yapamayan Sema hemen doğruların konumunu değiştirmek istemiştir. '*Nereden aklıma geldi bilmiyorum ama böyle yapmak istedim*' diyerek doğrulardan birini çıkarıp dikey konumda yerleştirir. Doğruların kesiştiği noktayı Sema, birden '*Sıfır! Orijin.*' demiştir. Sonrasında Sema'ya orijin başlangıç noktası ve *x*- ve *y*-eksenleri açıklanmıştır. Sema'nın elinden tutularak eksenler gösterilmiştir (bkz. Şekil 7a).



Şekil 7. Dik koordinat sistemi ve Sema'nın noktaları eşleme çabası

Aparatların konumu değiştirilmeden sayı doğruları üzerindeki noktaları eşlemesi beklenmiştir. Sema yine bant ile (bkz. Şekil 7b) yaptığı eşlemeleri tekrar incelediğinde karmaşık olduğunu belirtmiştir. Sema eşlemeyi yapamasa da orijinin, pozitif ve negatif sayıların konumlarını gösterebilmiştir. Sema'ya bu yapının koordinat sistemi olarak adlandırıldığı belirtilmiştir. Ardından tekrar bu iki kümenin elemanlarını nasıl eşleyebileceği sorulmuştur. Sema sağ işaret parmağıyla +2 noktasını gösterirken sol eliyle *y*-ekseninde +3 noktasını göstermiştir. Sema bu kez kısa çubuk aparatlarını takmaya çalışırken *x*- ve *y*-eksenine paralel doğru parçaları yardımıyla eksenler üzerindeki noktaların eşlenebileceğini fark etmiştir. Sonra Sema'dan bu doğru parçalarının kesiştiği noktayı boncuk aparatıyla işaretlemesi istenmiş ve bu noktanın (2, 3) noktası olduğu açıklanmıştır (bkz. Şekil 8).

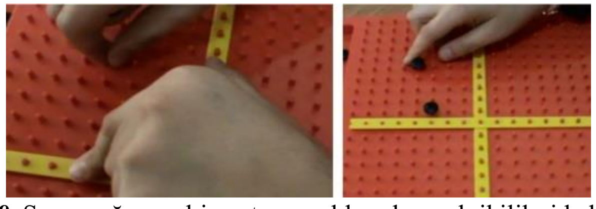


Şekil 8. Koordinat sisteminde eşlemeler yoluyla sıralı ikilileri belirleme

Adım 4 için bulgular

Sema'dan (4, 5) noktasını işaretlemesi istenmiştir. Önce Sema y-ekseninde iğneleri saymış ve 5 noktasını işaretlemiştir. Fakat 4 noktasını belirleyerek eşleyememiştir. 4 ve 5 noktalarının hangi kümelerin elemanları olduğu sorulunca Sema, hemen x-ekseninde 4 noktasını belirlemiş ve doğru parçası aparatını takmıştır. Ardından y-ekseninde 5 noktasını belirlerken önce orijini 1 olarak saymıştır. Araştırmacının '*Tekrar sayabilir misin?*' sorusundan sonra 5 noktasını doğru şekilde belirlemiştir. (4, 5) noktasını işaretlemesi istenince doğru noktayı belirleyip boncuk takmıştır.

İğneli sayfa materyalinin doğru parçası temsili olan aparatlardan yararlanmadan sunulan noktaları işaretlemesi beklenmiştir. (1, 3) noktası için Sema, sağ eliyle 1 noktasını işaretlemiştir ve sol eliyle iğneleri sayarak 3 noktasını belirlemiştir. Sonra 1 ve 3 noktalarını boncukla işaretlemiştir. Boncukları noktaları eşlerken kolay bulmak istediğinden taktığını ifade etmiştir. Sema, kendisinden 1 ve 3 noktasını eşlediğini gösteren noktayı işaretlemesi istenince (1, 3) noktasına boncuk takmıştır. Ardından (5, 5) noktasını işaretlerken Sema yine boncuklardan yararlanmıştır. Sol işaret parmağını y-ekseninde 5 noktasında sabit tutarken, sağ eliyle iğneleri tekrar sayarak x-ekseninde 5 noktasını belirlemiştir. Sema sol eliyle x- ve y-eksenleri üzerinde 5 noktalarını işaret ederek sabit tutmuş, sağ eliyle $y=5$ doğrusu boyunca iğneleri saymış ve (5, 5) noktasını tespit etmiştir (bkz. Şekil 9). Bu eşleme stratejisiyle (-3, 2), (-4, 1) ve (2, -3) noktalarını da işaretlemiştir. Artık iğneleri saymadan seri olarak noktaları işaretleyebilmişti.



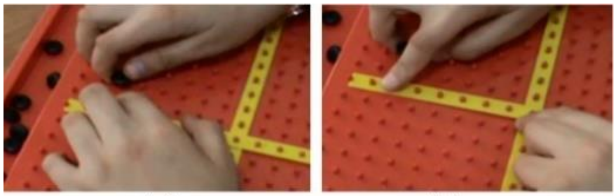
Şekil 9. Sema sağ ve sol işaret parmaklarıyla sıralı ikilileri belirliyor

(0, 0) noktasını işaretlemesi istenmiştir. Önce "*Olmaz ki öyle!*" demiş ve sonra orijini işaret ederek "*başlangıç diye düşündüm*" şeklinde fikrini açıklamıştır. Noktaları belirlerken Sema'nın bazı yanılgıları ya da güçlükleri devam ettiğinden örnek uygulamalarla devam edilmiştir. Sema (0, 3) noktasını belirlerken sol elini orijin üzerinde sabit tutarken sağ eliyle 3 birim saymıştır. Fakat Sema kendinden emin değildi ve sessiz düşünmüştü. Sema'dan *x*- ve *y*-ekseninde belirlemesi gereken noktaları düşünmesi istenmiştir. '*Burası mı o zaman?*' ifadesiyle orijini göstermiştir. Sonra sıralı ikilinin koordinatları tekrar söylenmiştir. Bu kez *y*-ekseni için 3 noktasını sayarak belirlemiş ve (0, 3) noktasını direk işaretlemiştir. Bu işaretlemeyi koordinatların farkında olarak yapıp yapmadığı anlamak için (-5, 0) noktasını işaretlemesi istenmiştir. Kendinden emin olarak Sema *x*-ekseni üzerinde birimleri sayarak -5 noktasını belirlemiş ve koordinatları sorulduğunda da '*y, 0*' demiştir. Ardından, Sema (4, 0) ve (0, -6) noktasını belirlemiştir.

Uygulamalardan sonra Sema'nın eli tutularak koordinat sistemindeki bölgeler, pozitif ve negatif sayılar vurgulanarak *x*- ve *y*-eksenlerinin elemanları açıklanmıştır. *x*- ve *y*-ekseninde eşlediği elemanların için boncuklarla temsil edilen noktaların koordinatları olduğu ifade edilmiştir. Sonra önceden işaretlediği birkaç nokta için koordinatları örneklendirilmiştir ve Sema *x*- ve *y*-eksenlerindeki noktaların bileşenlerini kendisi belirtmiştir. Braille yazıda parantez işaretinin kodu belirtilerek noktaların yazımı açıklanmıştır. Sema birkaç nokta için braille yazıyla noktaları yazmıştır. Sema (2, 3), (2, 6), (0, -4), (0, 0), (-3, -2) noktalarını kabartma yazıyla yazmış ve (0, 0) noktasını '*orijin*' olarak belirtmiştir. Parantez işaretinin kodunu önceden bildiğinden Sema virgül işaretini yazarak ilerlemiştir. Sema yazdığı (2, 3) noktasını '*2 (duraksar) 3*' olarak okumuştur, ancak sonrasında noktaları okurken virgül işaretini de ifade etmiştir. Eşlemelerin parantezle gösterimine 'sıralı ikili' denildiği belirtilmiştir. Genellikle sıralı ikililer için ilk bileşenin *x*-ekseninin ve ikinci bileşenin *y*-ekseninin elemanı olduğu kabulü açıklanmıştır.

Adım 5 için bulgular

Bu açıklamalardan sonra iğneli sayfa üzerinde boncukla sırayla işaretlenen noktaların koordinatlarını belirlemesi ve sıralı ikili olarak ifade edilmesi istenmiştir. Noktaların Sema belirledikçe teker teker işaretlenmesi Sema'nın noktaları karıştırması önlemiştir. Sol eli *y*-ekseninde ve sağ eli boncukta olan Sema (2, 6) noktasına dokununca hemen '*2!*' ve '*x*' demiştir (bkz. Şekil 10a) ve diğer bileşeni sorulduğunda '*3*' olarak belirtmiştir. Ancak koordinatları sezgisel olarak belirlemiş olabileceği düşünülmüştür. Cevabı için biraz beklenilmiştir. Sema boncuktan *y*-eksenine doğru parmağını sürüklemiş ve *y*-ekseniyle kesiştiği noktayı sağ işaret parmağıyla işaretlemiştir. Sonra sol işaret parmağıyla orijini işaretlemiştir ve sağ eliyle orijine doğru birimleri saymıştır (bkz. Şekil 10b). Böylece (2, 6) noktasının koordinatları belirlemiştir. Sema '*0'a -4*' şeklinde cevabıyla (0, -4) noktası için koordinatlarından biri 0 olan noktaları belirlemekte artık güçlük yaşamadığını ortaya koymuştur.



Şekil 10. Sema işaretlenen (2, 6) noktasının koordinatlarını belirliyor

Ardından (-3, -2) noktası işaretlenmiştir. Noktayı belirleyen Sema, ellerini *x*-eksenine doğru götürmüştür ve *x*-ekseni üzerinde kesiştiği noktayı sol eliyle işaretlemiştir. Sonra sağ eliyle orijini belirleyip birimler yardımıyla -3 noktasını işaretlemiş ve bu noktadan boncuğa doğru ilerlerken birimler yardımıyla 2 noktasını tespit etmiştir. Sema bu noktaları parantez ve virgül işaretine dikkat ederek sıralı ikili olarak ifade etmiştir. Orijin noktasının koordinatları sorulduğunda ise noktaya dokununca hemen orijin olduğunu belirtmiş ve doğru şekilde koordinatlarını yazmıştır. Buna göre orijin noktasını ve farklı temsillerini kavradığını söyleyebiliriz. Hatta, sonrasında işaretlenen (-3, 3) ve (4, -5) noktalarının koordinatlarını belirlerken artık iki eliyle birden noktaları saydığı, parmaklarını referans noktası olarak kullanmadığı ve sezgisel hızlı cevaplar verdiği belirlenmiştir.

Öğretim oturumu sonlandırılmadan önce Sema'dan bu oturumda yapılanları tekrarlaması beklenmiştir. Sema, bu yapının koordinat sistemi olduğunu, orijini ve koordinatlarını, *x*- ve *y*- eksenlerini, pozitif ve negatif sayıların eksenlerdeki konumunu, bu eksenler arasındaki eşlemenin nasıl yapıldığını, sıralı ikili kavramını ve temsilini doğru bir şekilde açıklamıştır. Sema, aparatların temsil ettiği eksenlerden ilk önce dikey olanı yerleştirilmiş ve *y*-ekseni olduğunu belirtmiştir. Ardından, yatay ekseni yerleştirdiğinde eksenlerin sırasının önemli olup olmadığını sormuştur. Eksenlerin birer sayı doğrusu olarak düz bir çizgi olduğu hatırlatılmış ve materyalin malzeme yapısındaki kabarıklığın koordinat sisteminin çizgi temsilinde yer almadığı vurgulanmıştır. Ancak Sema, iğneli sayfa materyalindeki temsil için *y*-ekseni temsilinin üste yer aldığında materyalin daha anlaşılabilir olduğunu belirtmiştir.

Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Öğretim deneyinin geriye dönük analizleri sonucunda elde edilen Sema'nın öğrenme yol haritası gelişim süreci Tablo 3'te özetlenmiştir. Tahmini öğrenme yol haritasına göre Sema'nın öğrenme yol haritasında sadece 'koordinatları verilen noktayı işaretleyebilme' ve 'sıralı ikilileri açıklayabilme' hedeflerinin sıralamasında farklılık tespit edilmiştir. Bu sonuç; öğrenme yol haritasının müfredat geliştirmeye (Barrett vd., 2012; Clements & Sarama, 2004), değerlendirme araçları (Battista, 2004) ve destek eğitim araçları (Simon ve Tzur, 2004) tasarlamaya zemin oluşturduğundan dikkate değerdir. Ancak, tek katılımcıdan elde edilen sonuçlarla tasarlanan tahmini öğrenme yol haritasının hedefleri (bkz. Tablo 1) için GYE ortaöğretim öğrencilerine genellenebilir olduğundan söz etmek iddialı olacaktır. Bunun yerine, tahmini öğrenme yol haritasıyla Sema'nın öğrenme yol haritası arasındaki benzerlikleri ve farklılıkları nedenleriyle incelemekte yarar vardır.

Sema'nın 'sıralı ikilileri açıklayabilme' hedefinden önce 'koordinat sisteminde noktaları işaretleme' hedefine erişmesinin temel nedeni hazır bulunuşluk düzeyidir. Çünkü, koordinat sistemine dair öğrenme geçmişine sahip olmadığından Sema'nın sıralı ikili gibi sembolik temsili olan bir kavramı kolaylıkla açıklaması güçtür. Nitekim, Arieli-Attali vd. (2012) öğrenme ilerlemeleri şeklinde tanımladığı hedef dizisinde kavrama ait diğer hedeflerden sonra temsil türlerine ve sembol gösterimlerine yer verilmesini belirtmiştir. Kavram tanımına hakim olmak kavrama ait temsilleri ve sembol gösterimlerini yorumlamayı sağlamaktadır (Argün vd., 2014). Zira, şimdiki çalışmada bu fikre dayanarak tahmini öğrenme yol haritası hedefleri belirlenmiştir. Hedef diziliminde Sema'nın da kavrama dair ön bilgisinden ziyade sembolik temsili yorumlamaya dair güçlüğünden kaynaklanan bir farklılaşma söz konusudur. Örneğin; Sema (0, 0) sıralı ikilisini koordinat sisteminde belirlerken güçlük yaşamıştır. Capraro vd.'e (2005) göre orijin kavramına dair yaşanılan güçlükler öğrencinin önbilgilerindeki eksikliklerle ilişkilidir. Ancak, bu işaretlemede Sema'nın güçlük yaşamasının nedeni sayı doğrularının 0 başlangıç noktasında eşlendiği fikrini algılayamaması değildir. Çünkü Sema orijin noktasını ve niteliklerini birkaç kez ifade edebilmiştir. Sadece Sema orijinin sıralı ikili yardımıyla sembolik temsilinde güçlük yaşamış ve iğneli sayfa materyalinde koordinatları eşleme fikriyle somutlaştırmaya çabalamıştır.

GYE öğrencilerin kavrayışları ve destek eğitim materyalleri arasında güçlü bir ilişki olduğu aşikârdır (Agrawal, 2004; Spindler, 2006). Gerçekten, iğneli sayfa materyalinin doğru aparatları üzerindeki noktalar ve tabladaki iğneler nokta ve sayı arasındaki eşlemeyi somutlaştırmış ve kavramları algılamada güçlük yaşanmasını önlemiştir. Örneğin; köpük ile çalışırken Sema'nın iki kümenin elemanlarını birim belirlemeden eşlemeye çabalaması köpük üzerinde iğneler gibi standart birim belirlemesini sağlayacak aparatların olmamasından kaynaklanabilir. Ancak, Sema iğneli sayfa ile çalışırken de başlangıçta doğru üzerindeki noktalarla sayı etiketlerini birim belirlemeden gelişigüzel eşleme eğiliminde olmuştur. Bu eşleme fikri, Sema'nın birim kavramına ait önbilgilerindeki eksikliklerden veya materyalin aparatlarını amaca uygun kullanmayı yorumlayamadığından kaynaklanmış olabilir. Fakat, Sema benzer şekilde sonraki sayı doğrusu inşasında tamsayılarda sıralamaya ve noktalar arasındaki uzaklığa dikkat etmemiştir. Bu nedenle, Sema'nın önbilgisindeki eksiklikten dolayı birim belirlemeyi göz ardı etmiş olma olasılığı daha kuvvetlidir. Nitekim, oturum ilerledikçe Sema'nın 0'a dair eksiklikleri tespit edilmiştir. Halbuki önbilgilerin belirlenmesinde Sema, tamsayılar kümesine dair örnekler sunmuş ve tamsayılar kümesinin elemanlarının sıralamasından doğru şekilde bahsetmiştir. Dolayısıyla bu sonuçlar, Sema'nın önbilgileriyle yeni bilgileri ilişkilendirmede güçlük yaşadığı fikrini akla getirebilir. Fakat, bu yorumun aksine Sema'nın köpük ve ip materyalleriyle sayı doğrusu temsilini tasarlarken 0 tamsayısını materyalin konumuna göre en sağda yer alan nokta ile eşlemesi önbilgileriyle irtibatlıdır. Çünkü, bu eşlemede Sema önbilgilerinde yer alan ve görüşmede sunduğu cetvel örneğinden etkilenmiş olabilir. Dolayısıyla, öğrenme yol haritasında ve kavrayışta ön bilgi ve somut materyalin eşit derecede rol oynadığı söylenebilir.

Tablo 3.

Sema'nın Öğrenme Yol Haritası

Öğretim Hedefleri	Öğretim Sürecinde İlerleme Durumu
Doğru üzerindeki noktaları reel sayılar ve/veya tamsayılar ile eşleyebilme	İki küme olarak sorgulanan doğrunun noktalar kümesi olduğunu ve sayılar kümesiyle eşlenebileceğini açıklayabilmiştir. Bu kümelerin elemanları olan sayılar ile noktaları başlangıçta gelişigüzel eşlemiştir ve sonra belirli bir birime göre eşlenmesi gerektiğini fark etmiştir. Bu eşlemenin birebir eşleme olduğunu ifade etmiştir. Pozitif ve negatif sayıların bir doğru üzerindeki konumlarını kavramış, ancak 0 noktasını belirlemede güçlük yaşamıştır.
Doğruyu cetvelleyebilme	İlk olarak orijini tespit edebilmiş, sayıların eşlenmesinde kabulü belirtebilmiş ve belirlenen bir birime göre sayıların noktalarla eşlenmesinin gerektiğini anlamıştır. Birim uzunluk belirleyerek noktaları eşlerken cetvelden yararlanmıştır. Düşey konumlanmış doğru için pozitif ve negatif sayıların konumuna dair kabulü algılayabilmiştir.
Sayı doğrusunu açıklayabilme	Belirli bir birime göre doğru üzerindeki noktalar ile reel sayıların eşlenmesiyle sayı doğrusunun elde edildiğini açıklamıştır. Bunun için düz çizgi ve noktalar kümesinin sonsuz bir küme olduğu hatırlatılması gerekmiştir.
Sayı doğruları ile koordinat ekseni oluşturabilme	Bir küme olarak belirtebildiği sayı doğrusunun elemanlarını ifade edebilmiştir. Ayrıca iğneli sayfa materyalinde çubuk aparatlarıyla temsil edilen sayı doğrularının elemanlarını belirlemiş, adlandırmış ve düzlem temsili olan iğneli sayfa tablasıyla eşleyebilmiştir. Sayı doğrularıyla temsil edilen iki kümenin elemanlarını eşleyebilmek için öncelikle sayı doğrusu aparatlarını paralel olarak konumlandırmıştır. Önce çubuk ve sonra bant yardımıyla iki kümenin elemanlarını eşlemeyi denemiştir. Başarısız olan eşlemeler sonucunda sayı doğrularını dik olarak kesişecek şekilde konumlandırmıştır.
Eksen ve orijin kavramlarını açıklayabilme	Dik olarak kesişecek şekilde konumlandırdığı sayı doğrularının kesişim noktasının orijin olduğunu belirtmiştir. Sayı doğrularını iki küme olarak öncelikle *k* ve *s* olarak adlandırmıştır. Sonra bu sayı doğrularının *x*- apsis ve *y*-ordinat olarak adlandırıldığı açıklanmıştır. Eksenlerdeki sayıların konumlarını bildiğinden buna göre bölgeler tanıtılmıştır. Bu sistemin koordinat sistemi olduğu açıklanmıştır.
Koordinatları verilen noktayı işaretleyebilme	Eksenler arasındaki eşlemeyi ilk önce bantlarla çapraz eşlemeler şeklinde yapmış, fakat eşlemeleri ayırt etmede güçlük yaşadığından koordinat sisteminde eşlemeler açıklanmıştır. Ardından iğneli sayfa materyalinin doğru parçası temsili çubuklarıyla eşlemeleri gerçekleştirmiştir. Noktalar boncuk aparatlarıyla temsil edilmiştir. Birkaç örnek uygulamadan sonra doğru parçalarına gereksinim duymadan noktaları tespit edebilmiştir. Doğru parçalarından yararlanıyor gibi parmaklarını kullanarak önce *x*-ekseninde ve sonra *y*-ekseninde koordinatları belirleyerek eşlemeleri yapabilmiştir. Orijini *x*- ve *y*-eksenlerinde sıfır noktalarını düşünerek işaretleyebilmiştir. Önce apsisi ya da ordinatı sıfır olan noktaları belirlemede güçlük yaşamıştır. Ancak, ikinci örnekten sonra başarıyla işaretlemeleri gerçekleştirmiştir.
Sıralı ikilileri açıklayabilme	Sıralı ikilileri boncuklar yardımıyla temsil etmiştir. Koordinatlarını belirlediği noktaları kodlara hâkim olduğundan kabartma yazıda sembol gösterimlerini kolaylıkla yazabilmiştir. Burada iki küme arasındaki eşlemeler için işaretlenen noktalara sıralı ikili denildiği ifade edilmiştir. Sıralı ikililerde koordinatlar yazılırken önce apsis ve sonra ordinat elemanlarının yazıldığını algılamış ve uygulamalarda belirtmiştir. Verilen sıralı ikilileri koordinat sisteminde gösterebilmiştir.
Koordinat sisteminde işaretlenen bir noktanın koordinatlarını belirleyebilme	Önce iğneli sayfa materyalinde konumlandırılan koordinat sisteminde işaretlenen bir noktanın koordinatlarını belirleyebilmiştir. Bunun için verilen noktadan eksenlere parmağı ile hayali doğru parçaları çizmiş ve bu doğru parçalarının eksenlerle kesiştiği noktaları belirleyip orijine olan birim uzaklıklarını tespit etmiştir. Böylece işaretlenen noktaların koordinatlarını belirlemiştir. Sıralı ikili olarak noktaları yazabilmiştir. Orijinin koordinatlarını ve apsisi ya da ordinatı sıfır olan noktaların koordinatlarını kolaylıkla ifade edebilmiştir.

İğneli sayfa materyalinin düşünme süreçlerindeki rolü, Sema'nın doğru temsili üzerindeki noktaları tamsayılarla eşlerken 0'ı orta nokta ile eşleme fikrinde de ortaya çıkmıştır. İğneler arasındaki uzunluğu standart birim kabul ederek doğru parçası aparatlarının uzunluğunu belirleyebildiğinden, aynı malzeme ile tasarlanan doğru aparatı için de uzunluk belirleyerek 0 ile eşlemek için aparatın orta noktasını tespit etmiştir. Sema'nın doğrunun uzunluğu yanılgısına düşmesinde materyalin doğru ve doğru parçası aparatlarının aynı olmasının payı olabilir. Burada kavram yanılgısı oluşmaması için öğrencinin uyarılması veya materyalin aparatlarında dokunsal malzeme değişikliğine gidilmesi uygun olacaktır. Diğer taraftan Yu vd. (2009) içgüdüsel olarak belirlenen ilk temsilin prototip oluşturduğunu belirtmiştir. Dolayısıyla, aşina olunan sayı doğrusu temsilinin de içgüdüsel temsillerle belirlendiği düşünülebilir. Nitekim, Sema köpük ile çalışırken de sayı doğrusu temsilinde istenildiği kadar söndürebileceği belirtmesine rağmen cetvelle ip temsilinin uzunluğunu ölçmüş ve orta nokta ile 0 tamsayısını eşlemiştir. Bu nedenle, Sema'nın doğrunun uzunluğuna dair bir yanılgısı söz konusu değildir. Çünkü, Sema'nın bu eşlemelerde uzunluk ölçmesindeki ana neden kendisine sunulan tüm etiketleri materyalin izin verdiği en uzun doğru temsilinde eşit birimlerle eşlemek istemesidir. Gerçekten, 0 referans noktası belirlenirken öğrenci düşüncelerine dair kritik ipuçları elde edilmektedir (Shanty, 2016).

Sayı doğrusunun bir küme olduğunun farkında olduğundan Sema, doğruları adlandırmış ve bu paralel doğruların elemanlarını kümelerdeki eşleme temsillerine benzer şekilde bant ve çubuklar yardımıyla eşlemeye çabalamıştır. Ancak bu temsil ile yapılan eşlemenin karmaşık olduğunu fark ettiğinde, Sema doğruları neden dik kesiştirdiğini açıklayamamıştır. Bu sonuç bir prototipi (bkz. Yu & Brewster, 2003; Yu vd., 2009) işaret etmekten ziyade, kavramsal olarak koordinat sistemine hakim olmasa da Sema'nın önbilgilerinde kavrama ilişkin bir yapının var olduğunu vurgulamaktadır. Çünkü, Sema orijin noktasının doğruların kesiştiği nokta olduğunu açıklayabilmiştir. Sema'nın fark etmediği önbilgisine veya prototipine göre düşünmesine dair diğer bir sonuç, nedenini açıklayamadığı halde sayı doğrusunda 0 referans noktasına göre pozitif sayıları sağ tarafa yerleştirmesidir. Dahası, pozitif ve negatif sayıların konumlarını x-ekseni için sağ-sol ve y-ekseni için yukarı-aşağı ifadeleriyle açıklamıştır. Burada sadece ön bilgilerin öğrenme yol haritasına başlangıç oluşturması (Simon, 1995) değil, aynı zamanda aparatların dik veya yatay doğrultudan başka bir konuma yerleştirmeye imkân vermemesi de materyalin öğrenme yolunun gidişatını şekillendirmesinde (Simon & Tzur, 2004) rol aldığını sonucu elde edilmektedir.

İğneli sayfa materyalinin doğru temsili aparatlarının kullanıma dair farklı sonuçlar da dikkat çekmektedir. Sema'nın iki sayı doğrusu arasında elemanları bantla eşleme yaparken seçtiği iki elemanın birbirine olan uzaklığı arttıkça referans noktası seçerek parmaklarıyla eşlemeyi bir doğru boyunca takip etmekte zorlandığı belirlenmiştir. Bu nedenle Sema sayı doğrusu temsillerini birbirine yaklaştırmak zorunda kalmıştır. Bu durum materyalin bir sınırlılığı olabilir. Ancak, bu sınırlılık gibi görünen yapı öğrenciyi farklı eşleme stratejileri düşünmek zorunda bıraktığından iki sayı doğrusu arasında eşleme yoluyla dik koordinat sisteminin inşasına temel oluşturmuştur.

Benzer şekilde materyalde yer alan doğru temsili aparatları sadece yatay ve düşey konumda tablaya yerleştirilebildiğinden, sayı doğrusu temsilleri farklı açılarla kesiştirilememiş ve öğrenci dik kesişime doğru yönlendirilmiş olabilir. Ayrıca, yine eksenlerin noktaları arasındaki eşleme temsilinde de Sema'nın doğru parçalarını dik kesiştirmek zorunda kalması kavramsal yapının inşasına zemin hazırlamıştır. Dolayısıyla, öğretim etkinliklerinde rol alan materyallerin seçimi kavramın doğasını ve inşasını destekler nitelikte olmalıdır (Agrawal, 2004; Brawand & Johnson, 2016; Dick & Kubiak, 1997; Simon & Tzur, 2004).

Burada farklı bir yorumdan daha söz etmek gereklidir. Sema'nın eşlemedeki ve sıralı ikilileri tespit etmedeki başarısı uygulama sayısı artmasından da kaynaklanabilir. Çünkü, Sema materyali kullanmaya zamanla alışmış, materyalin her noktasını dokunsal olarak inceleme fırsatı bulmuş ve zihnine yerleştirmiş olabilir. Nitekim, Sema koordinat sistemi temsiline alışana dek eşleyeceği noktaların sıralı ikili bileşenlerinin eksenler üzerindeki konumuna boncuk takarak referans noktalarını belirleyici kılma çabasındaydı. Zamanla bu stratejisinden vazgeçerek önce parmaklarını doğru parçası temsili gibi kullandı ve daha sonra hiçbir desteğe ihtiyaç duymadan sezgisel olarak sadece iğneleri sayıp eşlemeyi pratikleştirdi. Benzer şekilde Toennies vd. (2011) de GYE öğrenciler için gridli bir yapı tasarlamış ve öğrencilerin uygulamadan önce bu yapıyı incelediklerinde noktaların koordinatlarını belirlerken veya noktaları işaretlerken daha başarılı olduklarını belirlemiştir. Cowan (2011) ise daha genel olarak GYE olan bireylerin yararlanılacak olan somut materyalleri ders öncesinde incelediklerinde ve aşina olduklarında kavramlara dair uygulamalarda başarılarının arttığını işaret etmiştir.

Sonuçlara göre GYE bireyler için koordinat sisteminin yapılandırılmasında materyal tercihi, dokunma duyusu yardımıyla sezgisel hareketlere yer verme ve akılda tutmayı kolaylaştıracak stratejilere yer verme veya not tutmaya fırsat sunma önemlidir. Bu genel sonuç için iğneli sayfa materyalinin de rolüyle koordinat sisteminde sıralı ikilileri işaretlerken Sema'nın farklı stratejilerden yararlanması kapsayıcı bir örnektir. Sıralı ikilileri belirlerken Sema'nın kullandığı ilk strateji, işaretleyeceği noktanın apsisi ve ordinatı için eksenlere boncuk takmaktı. Bu stratejiyi Sema, iki eli yardımıyla sıralı ikilinin temsil ettiği noktayı belirlediğinden tercih etmiştir. Çünkü, böylece eşleyeceği sayıları x- ve y-eksenleri üzerinde tekrar belirlemeden sadece belirlediği noktalara dokunarak hissedebilmiştir. Sema koordinat sisteminde belirlemesi gereken nokta sayısı artınca ve iğneli sayfa materyaliyle çalışmaya aşina olunca boncuk takma stratejisini kullanmamıştır. Sonraki stratejide ise önce x-ekseninde apsisi ve sonra y-ekseninde ordinatı belirleyerek x-ekseninde apsis ile belirli doğru (x=2 doğrusu gibi) boyunca ordinattaki noktaya kadar parmağıyla ilerleyerek eşlemeyi belirlemiştir. Dolayısıyla, GYE öğrencinin aşinalık düzeyleri artana kadar farklı stratejiler ve uzun incelemelerle materyale tekrar dokunması gerekebilir (Cowan, 2011; Spindler, 2006; Toennies vd., 2011). Ayrıca, Sema'nın materyalin doğasıyla uyumlu geliştirdiği stratejiler, yetersizliği olmayan öğrencilerin de yanılgılarının olduğu (Tekay & Doğan, 2015) bileşenlerinden biri 0 olan sıralı ikileri işaretlerken yaşadığı güçlüğü de ortadan kaldırmıştır. Diğer taraftan, Sema'nın sıralı ikilinin koordinatlarını karıştırması apsisin ve ordinatın eksenlerdeki temsillerini karıştırdığı şeklinde yorumlanmıştır. Ancak, ilerleyen süreçte koordinatları tekrar sorduğundan ya da kâğıttan kontrol etmek istediğinden veya sıralı ikili bileşenleri için eksenlere boncuk taktığından sadece akılda tutmasının güç olduğu anlaşılmıştır. Gerçekten, GYE bireyler için hafızada tutamamak önemli bir güçlüktür (Cahill vd., 1996).

Koordinat sistemindeki işaretli noktaların koordinatlarını belirlemesi beklendiğinde Sema, birden fazla boncuk takılıyken başlarda güçlük yaşamıştır. Bu nedenle sorgulanacak her sıralı ikili ayrı ayrı iğneli sayfada temsil edilmiş ve tek tek boncuk takılarak sıralı ikililer sorgulanmıştır. Bu sonucu ortaya çıkaran unsur Sema'nın sıralı ikileri belirlemede geliştirdiği stratejidir. Sema'nın seçtiği stratejiden dolayı iki eliyle işaretli noktadan eksenlere doğru hareket ettirmesi, koordinatları belirlerken yeniden sıralı ikili nokta temsiline dokunması gerektiğinde işaretli noktaları karıştırmasına neden olmuştur. Esasında Sema'nın bu stratejiyi seçmesi de yetersizliğinin bir ürünüdür. Nitekim GYE bireyler bütünü algılamakta güçlükler yaşadığından (Thinus-Blanc & Gaunet, 1997; Roth & Lee, 2004), bireylerin öncelikle parçaları inceleyerek bütünü algılamaları ardından parçaları yeniden incelemeleri gerekmektedir. Bu nedenle Sema işaretli noktaların hepsini inceledikten sonra bireysel incelemelere dönmektedir.

Simon ve Tzur'un (2004) kesir kavramına dair öğrenme yol haritasını inşa ettiği 'bar' materyalinin yerini bu araştırmada iğneli sayfa, köpük ve ip gibi basit somut materyaller almıştır. Bu materyallerin öğretim oturumlarında sebep olduğu güçlükler araştırmanın birer sınırlılığı değildir. Çünkü somut materyaller, tahmini öğrenme yol haritasındaki hedeflerin gerçekleştirilmesi için bir araçtır (Simon, 2017; Simon & Tzur, 2004). Örneğin; iğneli sayfa tablasına koordinat sistemini konumlandırırken eksendeki iğne sayısının belirlenen birime göre eşlenecek eleman sayısına göre yetersiz olması bir sınırlılık olarak algılanabilir. Ancak, bu yetersizlik öğrencinin her örnek için birim ve iki küme arasındaki eşleme kavramlarını tekrar etmesi deneyimini ve kavrayışını artırmıştır. Diğer taraftan, Sema'nın yatay ve düşey eksenleri konumlandırırken doğru temsili aparatları tablaya yerleştirme sırasını merak etmesinin bir yanılgıya sebep olacağı düşünülebilir. Ancak, aparatların üst üste orijinde kesişmesi GYE öğrenciler için orijini ayırt edici bir kabarıklık sağlamıştır. Genel olarak sonuçlar değerlendirildiğinde; yararlanılan materyalin öğrenme yol haritasındaki önemi, GYE öğrencilerin bilişsel süreçleri incelenirken yetersizliği olmayan öğrencilere göre daha fazla öne çıkmaktadır. Ayrıca, iğneli sayfa materyalinin tasarlanan öğretim etkinlikleri için kullanışlı olması tahmini öğrenme yol haritasındaki hedeflere erişme başarısını artırmıştır. Gerçekten, Cowan'ın (2011) GYE bireylerle araştırmasındaki sonuçların aksine, Sema koordinat sisteminde noktaları işaretlerken ve işaretli noktaların koordinatlarını belirlerken başarılı olmuştur.

Sınırlılıklar ve Öneriler

Şimdiki araştırma GYE bireylerin grafik temsilini kavrayışlarına ilişkin yürütülmüş kapsamlı bir araştırmanın bir bölümünü oluşturmaktadır. Koordinat sisteminin inşasının başlı başına incelenmesi gereken esas kavramlardan biri olması (Argün vd., 2014), GYE öğrencilere matematik eğitimine ilişkin araştırmaların söylemler, dokunsal unsurlar ve materyal desteği (Dick & Kubiak, 1997; Spindler, 2006) gibi derinlemesine incelenmesi gereken zengin bulgular sunması ve öğrenme yol haritası için kavramsal odaklanmanın gerekliliği (Simon, 1995; Simon & Tzur, 2004) araştırmayı sınırlandırmayı zorunlu kılmaktadır. Bu nedenle, bu araştırma koordinat sisteminin inşasına odaklanarak kümelerin elemanları arasında eşleme veya grafik temsili gibi ilişkili kavramları ele almamıştır. Bu sınırlandırma yoluyla sonuçlarda, hem GYE öğrencilerin düşünme süreçleri daha iyi yordanması hem de ilerleyen araştırmalara temel teşkil edecek ipuçları ortaya çıkarılması mümkün olmuştur. Böylece, koordinat sistemi ve ilişkili kavramlar için öğretim programı ve materyal tasarlama, ders planı geliştirme ve değerlendirme süreçleri için öğretmenlere, uzmanlara ve araştırmacılara kılavuz niteliğinde sonuçlar ve öneriler sunulmuştur.

Öğretim oturumlarında bir destek eğitim aracından yararlanılacak ise uygulamadan önce GYE öğrencilerin materyali incelemesi uygulamalara katılımı artıracak ve kavrayışlarını destekleyecektir (Cowan, 2011; Toennies vd., 2011). Nitekim katılımcının iğneli sayfa materyaliyle deneyimi arttıkça sıralı ikileri belirlemede ve işaretlemede daha başarılı olduğu tespit edilmiştir. Bu nedenle, koordinat sitemini temsil etmesi için seçilen somut materyali de GYE öğrencilerin önce incelenmesi orijini ve sıralı ikilileri belirleme başarılarını artıracaktır. Ancak, basit önlemlerle bertaraf edilebilecek materyalin yapısından kaynaklanan güçlükler de söz konusu olabilir. Örneğin; öğrenciler iğneli sayfa materyalinde orijini belirlerken güçlükler yaşayabilir. Eğer bu güçlük kesişim noktasının 0 referans noktasında gerçekleştiğinin açıklanmasıyla çözüme ulaşmayacaksa, öğrencinin dokunsal olarak orijini hissedememesinden kaynaklanmış olabilir. Bunun için koordinat sisteminin inşasında tablaya önce *x*-ekseni ve sonra *y*-ekseni konumlandırılmalıdır. Böylece, GYE öğrenciler orijinde oluşan kabarık yapıdan (0, 0) noktasını parmaklarıyla dokunarak kolayca hissedebileceklerdir. Sıralı ikililerin belirlenmesinde ise başlangıç uygulamalarında doğru parçası aparatlarını kullanmaları, öğrencilerin eşlemeleri temsil etmedeki anlamalarını güçlendirmesi beklenir. Bununla birlikte, sıralı ikililerin apsisi ve ordinatı için farklı bir boncuk aparatından yararlanılarak işaretlenmeleri, GYE öğrencilerin sıralı ikilileri belirlemesini kolaylaştırabilir. Materyalin nokta temsili için kullanılan boncuk aparatından farklı boncukların seçilmesi, öğrencinin işaretli noktalarla bu noktaların apsis ve ordinatlarını karıştırmasını önleyecektir. Dahası, sıralı ikililerin belirlenmesinde GYE öğrencilerin parmaklarını doğru parçası temsili yerine kullanması, noktaların koordinatlarını sezgisel olarak belirlemelerine yardımcı olacaktır. Daha sonraki uygulamalarda öğrenci boncuk aparatlarını kullanmasına gerek kalmadan noktaları belirleyebilecektir. Buna göre, GYE öğrenciler için tahmini öğrenme yol haritaları sadece bilişsel süreçlere, söylemelere veya denklemlere dair hedefleri değil dokunsal ve betimsel unsurlara ilişkin hedefleri de içermelidir. Örneğin; öğrencinin ‘sıralı ikili temsilinde parmaklarını referans olarak kullanması’ veya ‘öğrencinin elini tutarak koordinat sistemin tanıtılması ve betimlenmesi’ gibi hedeflere yer verilmelidir.

Sonuçlara göre, GYE öğrencilerin eksenler üzerindeki (x, 0) ve (0, y) gibi bileşenlerinden biri 0 olan noktaları belirlemekte güçlük yaşamaları olasıdır. Bunun için, uygulamalarda sayı doğruları üzerindeki noktaların koordinatlarının incelenmesi yararlı olacaktır. Koordinat sistemi inşasında sıralı ikili kavramının tanıtımı incelenirken eksenler üzerindeki noktaların koordinatları önemle belirtilmelidir. Bu nedenle tahmini öğrenme yol haritasına 'sayı doğrusu üzerindeki noktaların koordinatlandırılması' hedefinin eklenmesi bir gerekliliktir. Dolayısıyla öğretim uygulamalarında sayı doğrusu üzerindeki noktaların düzlemde yatay eksende $(x, 0)$ ve düşey eksende $(0, y)$ olduğu üzerinde durulmalıdır.

İlkokul ve ortaokul düzeylerinde öğretim programlarında (MEB, 2018a, 2018b) koordinat sistemi kavramının bu araştırmada olduğu gibi sayı doğrusu, birim, eşleme fikirlerine dayalı inşa edilmediği dikkat çekicidir. Ayrıca, kümeler arasındaki eşlemeleri temsil ederek sıralı ikilileri elde etme fikri de öğretim programlarında yer bulamamıştır. Ancak sonuçlara göre GYE öğrenciler için bu fikirlere dayanarak tahmini öğrenme yol haritasına göre tasarlanan öğretim oturumları koordinat sistemi kavramına ilişkin kavrayışı artırmıştır. Benzer şekilde tasarlanan hedef dizisinin yetersizliği olmayan veya az gören öğrencilerle takip edilerek gerçekleştirilecek öğretim deneyleri kaynaştırma sınıflarında koordinat sisteminin öğretimi ve materyallerin rolü hakkında önemli sonuçlar sunacaktır. Diğer taraftan, koordinat sisteminin sayı doğrularıyla inşa edilmesi ve böylece eksenlerin sayı kümeleri temsili olduğu fikrinin kavranması grafik temsili kavramının öğretimi için bazı ön bilgiler kazandırmaktadır: eksenleri konumlandırabilme, birim belirleyebilme, birime göre eksenleri ve düzlemi koordinatlandırabilme, eksenler arasında eşleme yapabilme. Dolayısıyla Friedlander ve Tabach'ın (2001) görsel temsiller için dezavantaj olarak ele aldığı cetvelleme kriterlerinin, esasında ilişkilerin görsel temsilini anlamaya katkı sunduğunu söyleyebiliriz. Böylece, ileriki kazanımlarda yer alan grafik kavramının öğrenilmesi için de önemli bir zemin oluşturulmuş olacaktır.

Teşekkür

Araştırmaya burs desteği sağlayan TUBİTAK'a teşekkür ederiz.

Etik Kurul Beyanı

Bu çalışmaya ilişkin Gazi Üniversitesi Etik Komisyonu'ndan (Karar tarihi:14.05.2018-E.76241) etik kurul onayı alınmıştır.

Çıkar Çatışması Beyanı

Yazarlar arasında herhangi bir çıkar çatışması bulunmamaktadır.

Kaynakça

Agrawal, S. (2004). *Teaching mathematics to blind students through programmed learning strategies.* Abhijeet Publications.

Aktaş, F. N. (2020). *Görme engelli öğrencilerin cebirsel düşünme süreçlerinin incelenmesi: Öğrenme yol haritaları* (Tez Numarası: 611057) [Doktora tezi, Gazi Üniversitesi]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.

Aktaş, F. N., & Argün, Z. (2021). The needs and problems of individuals with visual impairment in mathematics education: The context of algebraic concepts. *Ankara University Faculty of Educational Sciences Journal of Special Education, 22*(3), 699-723. https://doi.org/10.21565/ozelegitimdergisi.750682

Arieli-Attali, M., Wylie, E. C., & Bauer, M. I. (2012). *The use of three learning progressions in supporting formative assessment in middle school mathematics* [Paper presentation]. In annual meeting of the American Educational Research Association, Vancouver, Canada.

Argün, Z., Arıkan, A., Bulut, S., Halıcıoğlu, S. (2014). *Temel matematik kavramların künyesi*. Gazi Kitabevi.

Aydın, P., & Akça-Bayar, S. (2017). Görme yetersizliği: Tanım, sınıflama, yaygınlık ve nedenler. In H. Gürgür, & P. Şafak (Eds.), *İşitme ve görme yetersizliği* [Hearing and visual impairment] (pp. 128-151). Pegem Akademi.

Battista, M. T. (2004). Applying cognition-based assessment to elementary school students' development of understanding of area and volume measurement. *Mathematical Thinking and Learning, 6*(2), 185-204.

Barrett, J. E., Sarama, J., Clements, D. H., Cullen, C., McCool, J., Witkowski-Rumsey, C., & Klanderman, D. (2012). Evaluating and improving a learning trajectory for linear measurement in elementary grades 2 and 3: A longitudinal study. *Mathematical Thinking and Learning, 14*(1), 28-54. https://doi.org/10.1080/10986065.2012.625075

Beswick, K. (2011). Positive experiences with negative numbers. *Australian Association of Math Teachers, 67*(2), 31–41.

Brawand, A., & Johnson, N. (2016). Effective methods for delivering mathematics instruction to students with visual impairments. *Journal of Blindness Innovation and Research, 6*(1). https://nfb.org/images/nfb/publications/jbir/jbir16/jbir060101.html

Buhagiar, M. A., & Tanti, M. B. (2013). Working toward the inclusion of blind students in Malta: The case of mathematics classrooms. *Eğitimde Kuram ve Uygulama, 7*(1), 59-78.

Bülbül, M. Ş. (2013). Görme engelli öğrenciler ile grafik çalışırken nasıl bir materyal kullanılmalıdır. *Fen Eğitimi ve Araştırmaları Derneği Fen Bilimleri Öğretimi Dergisi, 1*(1), 1-11.

Bülbül, M. Ş., Garip, B., Cansu, Ü., & Demirtaş, D. (2012). Görme engelliler için matematik öğretim materyali tasarımı: İğneli sayfa. *İlköğretim Online, 11*(4), 1-9.

Cahill, H., Linehan, C., McCarthy, J., Bormans, G., & Engelen, J. (1996). Blind and partially sighted students' access to mathematics and computer technology in Ireland and Belgium. *Journal of Visual Impairment & Blindness, 90*(4), 105-114. https://doi.org/10.1177/0145482X9609000206

Cansu, Ü. (2014, 20-21 March). *Perception of visually ımpaired students equal sign and equality* [Paper presentation]. International Conference New Perspectives in Science Education, Italy. https://books.google.com.tr/books.

Cansu Kurt, Ü. (2015). Görme engelliler ve matematik eğitimi. *Sürdürülebilir ve Engelsiz Bilim Eğitimi, 1*(1), 21-28. http://fizikli.com/journal/3.pdf.

Capraro, M. M., Kulm, G., & Capraro, R. M. (2005). Middle grades: Misconceptions in statistical thinking. *School Science and Mathematics, 105*(4), 165-174. https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.2005.tb18156.x

Chew, Y. C., Tomlinson, B. J., & Walker, B. N. (2014). *Graph and number line input and exploration (GNIE) tool technical report.* Georgia Institute of Technology. https://smartech.gatech.edu/bitstream/handle/1853/51943/GNIETechnical Report.pdf?sequence=1&isAllowed=y on Agus 2019.

Clements, D. H. & Sarama, J. (2004). Learning trajectories in mathematics education. *Mathematical Thinking and Learning, 6*(2), 81-89.

Cobb, P. & Steffe L. P. (1983) The constructivist researcher as teacher and model builder. *Journal for Research in Mathematics Education, 14*(2), 83–94.

Confrey, J., Maloney, A., Nguyen, K., Wilson, P.H., & Mojica, G. (2008). *Synthesizing research on rational number reasoning*. Working Session at the Research Pre-session of the National Council of Teachers of Mathematics, Salt Lake City, UT.

Cowan, H. (2011). *Knowledge and understanding of function held by students with visual impairments* [Thesis number 3493370]. [Doctoral dissertation, The Ohio State University]. ProQuest.

Dick, T., & Kubiak, E. (1997). Issues and aids for teaching mathematics to the blind. *The Mathematics Teacher, 90*(5), 344-349. https://doi.org/10.5951/MT.90.5.0344

Edwards, A. D., & Stevens, R. D. (1994). *A multimodal interface for blind mathematics students*. INSERM'94, 97-104.

Edwards, A. D., Stevens, R. D., & Pitt, I. J. (1995). *Non-visual representation of mathematical information.* University of York.

Enç, M. (2005). *Görme özürlüler gelişim, uyum ve eğitimleri*. Gündüz Eğitim ve Yayıncılık.

Friedlander, A., & Tabach, M. (2001). Promoting multiple representations in algebra. In A. A. Cuoco (Ed.), *The roles of representation in school mathematics* (pp. 173-185). National Council of Teachers of Mathematics.

Goldreich, D. & Kanics, I. M. (2003). Tactile acuity is enhanced in blindness. *Journal of Neuroscience, 23*(8), 3439-3445. https://doi.org/10.1523/JNEUROSCI.23-08-03439.2003

Groenveld, M. (1993). Effects of visual disability on behaviour and the family. In A.R. Fielder, A.B., Best, & M.C. Bax, (Eds.), *The management of visual impairment in childhood* (pp. 64-77). Cambridge University Press.

Gürel Selimoğlu, Ö. (2017). Görme yetersizliği olan bireylerin gelişim özellikleri. In H. Gürgür & P. Şafak (Eds.), *İşitme ve görme yetersizliği* (pp. 151-184). Pegem Akademi Yayıncılık.

Haber, R. N., Haber, L. R., Levin, C. A., & Hollyfield, R. (1993). Properties of spatial representations: Data from sighted and blind subjects. *Perception & Psychophysics, 54*(1), 1-13. https://doi.org/10.3758/BF03206932

Hacısalihoğlu-Karadeniz, M. (2017). Opinions of preservice teachers about special education course and mathematical applications in inclusive education. *Kalem Uluslararası Eğitim ve İnsan Bilimleri Dergisi, 7*(1), 119-158. https://doi.org/10.23863/kalem.2017.78

Horzum, T. (2016). Total görme engelli öğrencilerin perspektifinden üçgen kavramı. *Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi, 17*(2), 275-295.

Horzum, T. & Arikan, A. (2019). Understanding the polygon with the eyes of blinds. *International Journal of Progressive Education, 15*(1), 116-134. https://doi.org/10.29329/ijpe.2019.184.8

Horzum, T. & Bülbül, M. Ş. (2017). Görme engelliler için bir geometri öğretim materyali: Geometri kafesi. *Sürdürülebilir ve Engelsiz Bilim Eğitimi, 3*(1), 1-15. http://fizikli.com/journal.

Karshmer, A. I., Gupta, G., & Pontelli, E. (2007, July 7-9). *Mathematics and accessibility: A survey* [Paper presentation]. In Proc. 9th International Conference on Computers Helping People with Special Needs (Vol. 3118, pp. 664-669). https://www.utdallas.edu/%E2%88%BCgupta/mathaccsurvey.pdf

Kay, D. C. (2001). *College geometry: A discovery approach* (2nd Edit.). Adison Wesley.

Klingenberg, O. G., (2007). Geometry: Educational implications for children with visual impairment. *Philosophy of Mathematics Education (Special Issue on Social Justice, Part 1), 20,* 1-15. http://people.exeter.ac.uk/PErnest/pome20/index. htm on 10 Now 2011.

Milli Eğitim Bakanlığı (2014). *Özel eğitim mesleki eğitim merkezi eğitim programı (görme engelli için).* Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları.

Milli Eğitim Bakanlığı (2018a). *İlköğretim matematik (5, 6, 7 ve 8. sınıflar) dersi öğretim programı.* Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları.

Milli Eğitim Bakanlığı (2018b). *Ortaöğretim matematik (9, 10, 11 ve 12. sınıflar) dersi öğretim programı*. Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları.

Milli Eğitim Bakanlığı (2018c). *Özel Eğitim Hizmetleri Yönetmeliği*. https://orgm.meb.gov.tr/meb_iys_dosyalar/2018_07/09101900_ozel_egitim_hizmetleri_yonetmeligi_07072018.pdf adresinden edinilmiştir.

Okcu, B., Yazıcı, F., & Sözbilir, M.(2016). Ortaokul düzeyindeki görme engelli öğrencilerin okuldaki öğrenim sürecine dair görüşleri. *Amasya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 5*(1), 51-83. https://doi.org/10.17539/aej.57861

Özel Eğitim Hizmetleri Yönetmeliği [Special Education Services Regulation]. (2018). T.C. Resmi Gazete, (30471), 7 Temmuz 2018, 22-77.

Özyürek, M. (2004). *Bireyselleştirilmiş eğitim programı: Temelleri ve geliştirilmesi*. Kök Yayıncılık.

Patton, M. Q. (2014). *Nitel araştırma ve değerlendirme yöntemleri*. (M. Bütün & S. Demir, Çev.). Pegem Akademi.

Roth, W.M., & Lee, Y. J. (2004). Interpreting unfamiliar graphs: A generative, activitytheoretic model. *Educational Studies in Mathematics, 57*(2), 265-290. https://doi.org/10.1023/B:EDUC.0000049276.37088.e4

Shanty, N. O. (2016). Investigating students' development of learning integer concept and integer addition, *Journal on Mathematics Education, 7*(2), 57-72. https://doi.org/10.22342/jme.7.2.3538.57-72

Simon, M. A. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education, 26*, 114-145. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.26.2.0114

Simon, M. A. (2000). Research on the development of mathematics teachers: the teacher development experiment. In A. E. Kelly & R. A. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp.335-359). Lawrence Erlbaum Associates Publishers.

Simon, M. A. (2017). *Learning through activity: a developing integrated theory of mathematics learning and teaching [Paper presentation]*. The 10th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, Dublin, Ireland.

Simon, M. A., & Tzur, R. (2004). Explicating the role of mathematical tasks in conceptual learning: An elaboration of the hypothetical learning trajectory. *Mathematical Thinking and Learning, 6*(2), 91-104.

Simmons, G. F. (1996). *Calculus with analytic geomertry* (Second edition). The McGraw-Hill Companies.

Spindler, R. (2006). Teaching mathematics to a student who is blind. *Teaching Mathematics and Its Applications, 25*(3), 120-126. https://doi.org/10.1093/teamat/hri028

Steffe, L. P. (1991). The constructivist teaching experiment: Illustrations and implications. In E. V., Glasersfeld (Ed.), *Radical constructivism in mathematics education* (pp. 177-194). Springer Netherlands.

Steffe, L. P. (2004). On the construction of learning trajectories of children: The case of commensurate fractions. *Mathematical Thinking and Learning, 6*(2), 129-162.

Steffe, L. P., & Thompson, P. W. (2000). Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. In A. E., Kelly, & R. A., Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education*, (pp. 267-306). Routledge.

Stevens, R. D., Edwards, A. D., & Harling, P. A. (1997). Access to mathematics for visually disabled students through multimodal interaction. *Human-Computer Interaction, 12*(1), 47-92.

Tall, D., & Bakar, M., (1991). *Students' mental prototypes for functions and graphs*. In F. Furinghetti (Ed.), Proceedings of the 15th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, (Vol. I, pp. 104-111). Assisi, Italy.

Thinus-Blanc, C., & Gaunet, F. (1997). Representation of space in blind persons: Vision as a spatial sense?. *Psychological Bulletin, 127*(1), 20-42. https://doi.org/10.1037/0033-2909.121.1.20

Tekay, T., & Doğan, M. (2015). İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin doğrusal denklemlerin grafikleri ile ilgili soruları çözme becerilerinin değerlendirilmesi. *MATDER Matematik Eğitimi Dergisi, 2*(1), 0-0.

Toennies, J. L., Burgner, J., Withrow, T. J., & Webster, R. J. (2011). *Toward haptic/aural touchscreen display of graphical mathematics for the education of blind students* [Paper presentation]. In 2011 IEEE World Haptics Conference (pp. 373-378).

Warren, D. (1994). *Blindness and children: An individual differences approach.* Cambridge University Press.

Van Scoy, F., McLaughlin, D., & Fullmer, A. (2005). *Auditory augmentation of haptic graphs: Developing a graphic tool for teaching precalculus skill to blind students [Paper presentation]*. The 11th Meeting of the International Conference on Auditory Display (Vol. 5).

Yu, W., & Brewster, S. (2003). Evaluation of multimodal graphs for blind people. *Universal Access in the Information Society, 2*(2), 105-124.

Yu, P., Barrett, J., & Presmeg, N. (2009). Prototypes and categorical reasoning: a perspective to explain how children learn about interactive geometry. In Craine, T.V. (Ed.), *Understanding geometry for a changing World* (pp. 109–126). Seventy-first Yearbook, National Council of Teachers of Mathematics.

Zebehazy, K. T., Zigmond, N., & Zimmerman, G. J. (2012). Performance measurement and accommodation: students with visual impairments on Pennsylvania's alternate assessment. *Journal of Visual Impairment & Blindness, 106*(1), 17-30. https://doi.org/10.1177/0145482X1210600103

Zorluoğlu, S., & Sözbilir, M. (2017). Görme yetersizliği olan öğrencilerin öğrenmelerini destekleyici ihtiyaçlar. *Trakya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 7*(2), 659-682. https://doi.org/10.24315/trkefd.279369

Extended Abstract

Individuals with disabilities in inadequate educational environments need teaching practices designed in accordance with their qualifications. However, there are no appropriate curricula, course materials and assessment processes to meet the needs of students with visual impairment, who are among these students with special needs (Zorluoğlu & Sözbilir, 2017). Although there are special education institutions with support education practices, these institutions do not have the curriculum and teacher equipment to provide advanced mathematics education (Aktaş & Argün, 2021; MoNE, 2014). Therefore, by examining the learning processes of individuals with visual impairment, there is a need for clues that will guide the relevant institutions in designing curricula, teachers and researchers in practice, designing lessons and materials. For this, there is a need to predict the learning learning trajectories of students with visual impairment.

Although they present different theoretical approaches, researchers agree that learning trajectories can be obtained through activities based on hypothetical instructional sequences (Simon, 1995), interactions in classroom practice (Steffe,

2004) and concept-oriented instructional sequences (Clements & Sarama, 2004). Therefore, a learning trajectory can be explained as a mapping of the development of mathematical concepts and skills and a description of the learner's thinking and learning in a particular mathematical subject area.

For the coordinate system, the perceptions, conceptions, misconceptions and difficulties of individuals with visual impairment also make it possible to predict the hypothetical learning trajectory (Simon, 1995; Steffe & Thompson, 2000). Similarly, the difference in utilising the senses in comprehension requires more cognitive effort. For example, it is easy to visually perceive the slope of a line showing a linearly increasing relationship in a coordinate system. However, listening to the verbal description of the coordinate axes and the line or following by touching the relief lines requires cognitive effort (Dick & Kubiak, 1997). Cowan (2011) found that university students with visual impairment have difficulties in determining points in the coordinate system and prefer to work with concrete materials. Accordingly, in the present study, the needle page material was used in the design of the hypothetical learning trajectory because it was designed with students with visual impairment in mind, it was shaped by comparing it with other similar simple concrete materials, it was portable, economical, flexible in use, and most importantly, it was easily accessible by mathematics teachers and students. The aim of the research is to investigate the conceptions, thinking and learning processes of students with visual impairment regarding the construction of the coordinate system with concrete material-supported hypothetical learning trajectories.

Since the aim of this study was to investigate a student's cognitive structures related to a mathematical concept (Cobb & Steffe, 1983), the research was designed as a teaching experiment. A teaching experiment is an effective technique that provides an opportunity to examine the development of an individual or a concept through a process and to create a model with interpretation (Steffe & Thompson, 2000). Since the study will be conducted with a blind student who lost his/her sight before gaining mathematical comprehension competence (either congenitally or in early childhood), the participants were determined by criterion sampling method. Sema (code name) completed primary and secondary school at the school for the visually impaired and has been continuing support education practices at the special education centre for nine years. In the mainstreaming school where she is educated, the individualised education programme designed for her is not implemented as individual lessons are not offered in the support education room. Sema takes notes using a Braille tablet and pen. She does not use voice recording and screen reader programmes. The data collection tools of the study are; (i) pre-interview aiming to reveal students' pre-knowledge, (ii) weekly clinical interviews (teaching sessions), (iii) teaching activities/steps discussed in clinical interviews, and (iv) video recordings of teaching sessions. The research data were analysed using ongoing and retrospective analysis methods.

According to the hypothetical learning trajectory, there was a difference only in the ordering of the objectives of 'marking the point whose coordinates are given' and 'explaining ordered pairs' in Sema's learning trajectory. This result is noteworthy since the learning trajectory provides a basis for curriculum development (Barrett et al., 2012; Clements & Sarama, 2004), assessment tools (Battista, 2004) and the design of supportive educational tools (Simon & Tzur, 2004).

Sema achieved the goal of marking points in a coordinate system before explaining ordered pairs due to her level of readiness. Sema found it challenging to explain abstract concepts such as ordered pairs, represented symbolically, due to the lack of her learning background on the coordinate system. The hypothetical learning trajectory goals were determined based on this idea in the current study. The difference in goal sequencing is due to Sema's difficulty in interpreting the symbolic representation, not her pre-knowledge of the concept.

The dots on the line apparatus of the needle page and the needles on the tray established a clear mapping between dots and numbers, thereby preventing any difficulties in perceiving the concepts. The role of the needle page material in thought processes was also evident in Sema's idea of mapping 0 to the centre and the dots on the line apparatus to integers. Since she was able to determine the length of the line segment apparatus by accepting the length between the needles as the standard unit, she determined the length of the line apparatus designed with the same material and determined the midpoint of the apparatus to map 0. Examining the instructional material before starting the practice with a supporting instructional tool in the instructional sessions not only increases their participation in the practices but also supports their understanding (Cowan, 2011; Toennies et al., 2011). Indeed, it was found that the more experience participants had with the needle page materials, the more successful they were at identifying and marking ordered twos. Therefore, the prior exploration of concrete materials representing the coordinate system by visually impaired students will pave the way for them to be successful in identifying the origin and ordered pairs.