

Dengesiz Denemelerde Grup Karşılaştırmalarında Farklı Dağılımlardan Alınmış Örneklerde Toplanmış Varyans Yerine Büyük Grup Varyansının Kullanımı

Özgür KOŞKAN*1, Neslihan ŞEN1

¹Süleyman Demirel Üniversitesi, Ziraat Fakültesi, Zootečni Bölümü, 32260, Isparta

(Alınış / Received: 06.09.2016, Kabul / Accepted: 08.10.2016, Online Yayınlanma / Published Online: 11.10.2016)

Anahtar Kelimeler

Toplanmış varyans,
Student t-testi,
I.tip hata,
Testin gücü,
Monte Carlo simülasyon
metodu.

Özet: Çalışmada t testi ve dengesiz iki grup olduğunda toplanmış varyans yerine gözlem sayısı büyük olan grup varyansı kullanılarak hesaplanan t testi I.tip hata ve testin gücü bakımından karşılaştırılmıştır. Çalışmada farklı gözlem adetleri kombinasyonlarındaki gruplar, varyans büyüklükleri bakımından çeşitli ikişerli grupların oluşturulmasında kullanılmıştır. Z, $t(10)$, $\chi^2_{(3)}$ dağılımlarından tamamen tesadüfen çekilen tesadüf sayılarından yararlanılmıştır. Her bir I. tip hata ve testin gücü değeri 100000 simülasyon denemesi sonucunda elde edilmiştir. Sonuç olarak dağılımın şekli normal olduğunda I. Tip hata bakımından her iki testte benzer sonuçlar vermiştir. Her iki test de I. Tip hatayı % 5 seviyesinde korumuştur. Ancak dağılım şekli değiştiğinde özellikle eğri olduğunda $\chi^2_{(3)}$ gözlem adedi büyük grup varyansının toplanmış varyansa tercih edildiği yöntem de I. tip hataların % 5 seviyesini koruyamayıp bir miktar yüksek değerler almıştır. Testin gücü bakımından ise gözlem adedi büyük olan grup varyansının toplanmış varyansa tercih edildiği yöntem her durumda daha yüksek güç değeri almıştır.

Using Large Sample Variance Instead of Pooled Variance in Samples Taken From Different Distributions Comparing Groups in Unblance Designs

Keywords

Pooled variance,
Student t-test,
Type I error rate,
power of tests,
Monte Carlo simulation
method.

Abstract: In this study, t-test and using high variance group t-test were compared in terms of type I error rate and power of the test. In the experiments, the samples including unequal observations were drawn from populations, Z(0, 1), Student t(10), $\chi^2_{(3)}$ distributions. Type I error rate and power of the test were obtained from the samples of 100000 simulation trials. As a result, new test provided more reliable results than the other for both small sample size and heterogeneous variances. But new test is more high with regard to type I error rate than 0.05 error rate.

1. Giriş

Bir deneme ya da araştırma sonucunda elde edilen sayısal verilerin değerlendirilmesinde kullanılacak istatistik teknikler; verilerin elde edilmiş şekli, alınmış oldukları varsayılan popülasyonların dağılımı, örnek genişliği ve denemenin dengeli veya dengesiz oluşu gibi faktörlere bağlı olarak değişmektedir. Dolayısıyla elde edilen verilerin istatistik analizinde kullanılacak birçok istatistik teknik, söz konusu verilerde bazı ön şartların sağlanmasını gerektirmektedir [1].

Student t testi ile F testi arasındaki $F=t^2$ ilişkisi göz önünde bulundurularak iki grup olduğunda t testi ile elde edilen sonuçların varyans analizi tekniği için de geçerli olduğu unutulmamalıdır. Varyans analizi ve dolayısıyla t testi, varyansı bilinmeyen bir popülasyondan her defasında tamamen tesadüfen alınan örneklerden hesaplanan ortalamaların arasındaki farklılığı irdeler. Bilinmeyen popülasyon varyansına ilişkin yapılan iki tahminin birbirine oranlanması ile elde edilen F değerinin hipotez testidir. Bunlardan ilk tahmin örnek ortalamalarının varyansından yola çıkılarak yapılan bir tahmindir.

Bunlardan birisi de varyans analizinin iki grup için özel hali olan Student t testidir.

$$S^2_x = S^2_{\bar{x}} * n \quad (1)$$

Popülasyon varyansının 2. tahmini ise toplanmış varyans adı verilen örneklerin varyanslarının serbestlik dereceleri ile tartılı ortalamasıdır.

$$S^2_x = \frac{(n_a-1)S_a^2 + (n_b-1)S_b^2}{(n_a-1) + (n_b-1)} \quad (2)$$

Bu çalışma 2. tahmin yerine büyük grup varyansının kullanımını içermektedir. Gruplardaki gözlem adetleri eşit olduğu zaman toplanmış varyans artık varyansların aritmetik ortalaması olmaktadır. Oysa gruplardaki gözlem adetleri farklı olduğunda, özellikle bir gruptaki gözlem sayısının diğer grupların birkaç katı kadar fazla olduğu durumlarda, popülasyon varyansının en iyi tahmininin gözlem adedinin çok olduğu grup düşünülerek gruplar arasındaki farklılığı belirlemek için dengesiz deneme desenlerinde büyük örnek hacimli grubun varyansının kullanılmasının sonuçları daha doğru hale getireceği düşünülmektedir. Dolayısıyla bu çalışmada çeşitli dağılımlardan alınmış değişik örnek genişliklerindeki örneklerde toplanmış varyans kullanılarak yapılan t testi yanında büyük örnek genişliğine sahip grubun varyansı kullanılarak yapılan t testi I. tip hata ve testin gücü bakımından irdelenmiştir.

2. Materyal ve Metot

Bu çalışmanın materyalini, 2 grupta çeşitli dağılımlara sahip popülasyonlardan, örnek genişliği (3:2, 4:2, 5:2, 6:3, 8:4, 10:5, 15:5, 15:10, 20:5) varyans kombinasyonları (1:1, 2:2, 5:5, 10:10, 30:30) ve standart sapma (0.5, 1.0, 1.5, 2.0) cinsinden grup ortalamalarına göre Microsoft Power Station Developer Studionun IMSL kütüphanesinden yararlanılarak üretilen tesadüf sayıları oluşturmuştur. Bu çalışma için gerekli olan bütün hesaplamalar FORTRAN programlama dilinde yazılmış programlar yardımıyla yapılmıştır.

Bu çalışmada Z, 10 serbestlik dereceli t, 3 serbestlik dereceli χ^2 dağılımlarından alınan örnekler kullanılmıştır. Çalışmada grup karşılaştırılmalarında çeşitli dağılımlardan alınmış örneklerde toplanmış varyans yerine büyük grup varyansının kullanılması ile ilgili, popülasyonlardan alınan ortalamalar arasındaki farkların irdelenmesinde çeşitli aşamalar izlenmektedir. İlgili standardize edilmiş popülasyonlardan belirlenen büyüklüklerde örnekler alınmıştır. Eğer gerçekleşen I. tip hata üzerinde durulacaksa ve gruplardaki varyanslar homojen kalacaksa gözlemler aynen muhafaza edilmiş, varyansların homojenliği bozulacaksa son gruptaki gözlemler önceden belirlenen sabit sayıların karekökleriyle çarpılmıştır. Testin gücü irdeleniyor ise, ayrıca son gruptaki gözlemlere belirli sabit sayılar eklenmiştir.

Grupların ortalamaları arasındaki farkların tesadüften ileri gelip gelmediği iki grup karşılaştırılmasında t-testi ile irdelenmiştir. Yapılan

hesaplamalar sonunda hesaplanan istatistik, ilgili dağılım tablosundaki sınır değerini ($\alpha=0.05$) geçiyorsa ilgili H_0 hipotezinin t-testinde reddedildiği hükmüne varılmıştır.

Yukarıdaki irdellemeler 100000 (yüz bin) defa yapılmıştır. Yapılan 100000 (yüz bin) irdelenmede reddedilenlerin toplam deneme sayısına (yüz bin) oranı t testinde gruplardan sonuncusundaki gözlemlere herhangi bir ekleme yapılmadığında gerçekleşen I. tip hata, aksi takdirde gerçekleşen testin gücü olarak tanımlanmıştır [2].

Bağımsız iki grubun ortalamalarının karşılaştırılması söz konusu olduğunda ve kontrol hipotezine göre çekildikleri popülasyon varyansı bilinmediğinde örneklerden bu varyans tahmin edilir. Bu örneklerin aynı popülasyondan çekildikleri varsayıldığına göre her örneğin varyansı popülasyon varyansının (σ^2) bir tahminidir.

Bağımsız iki grubun ortalamalarının karşılaştırılmasında kullanılan Student t test istatistiği:

$$t = \frac{(\mu\bar{x}_A - \mu\bar{x}_B) - \mu_D}{S_D} \quad (3)$$

şeklinde hesaplanır [3, 4].

$$SD; \sqrt{\frac{(n_a-1)S_a^2 + (n_b-1)S_b^2}{(n_a-1) + (n_b-1)} \times \frac{(n_a+n_b)}{(n_a \times n_b)}} \quad (4)$$

Popülasyon varyansının 2. tahmini ise toplanmış varyans adını verdiğimiz örneklerin varyanslarının serbestlik dereceleri ile tartılı ortalaması $\frac{(n_a-1)S_a^2 + (n_b-1)S_b^2}{(n_a-1) + (n_b-1)}$ şeklinde hesaplanarak eşitlikte yerine koyulmaktadır.

Bilinmeyen popülasyon varyansının en iyi tahmininin toplanmış varyans olduğu ifade edilmektedir. Bu çalışmada dengesiz deneme desenlerinde bu tahmin yerine n'i (gruptaki gözlem adedi sayısı) büyük olan grubun varyansını koyarak t testine ilişkin hesaplamalar yapılmıştır. Böylece farklı dağılımlarda, farklı varyans büyüklüklerinde ve farklı örnek genişliklerinde gerek I. tip hata olasılığı gerekse de testin gücü bakımından bu uygulamanın nasıl değerler aldığını incelemiş olur.

3. Bulgular

Çalışmada dengesiz iki grup olduğunda toplanmış varyans kullanılarak hesaplanan t testi ve toplanmış varyans yerine gözlem sayısı büyük olan grup varyansı kullanarak hesaplanan t testi Tablo 1, 2 ve 3'de farklı örnek genişliklerindeki I. tip hatalar, varyanslar homojen iken fakat değişik varyans büyüklüklerinde incelenmiştir.

Örnek genişliği 3:2 olduğu durumda her iki grubun varyansı da 1:1 olduğunda grupların dağılımı normal iken Student t testinde toplanmış varyans kullanıldığı durumda I. tip hata 0.05 iken, tekerrür sayısı büyük olan grubun varyansı kullanıldığında I. tip hatanın 0.086 olduğu görülmektedir. Grupların dağılımı t ve χ^2 olduğunda Student t testinde toplanmış varyans kullanıldığı durumda I. tip hata sırasıyla 0.048 ve 0.049 olduğu görülmektedir. Örnek genişliği büyük olan grubun varyansının kullanıldığı durumda I. tip hatanın dağılımlar t iken 0.089; dağılımlar χ^2 iken 0.11 olduğu görülmektedir. Grupların varyansının büyümesi bu durumu değiştirmemektedir.

Örnek genişlikleri 4:2 olduğunda grupların varyansı 1:1 iken Student t testinde I. tip hata dağılımın şekli normal iken başlangıçta karşılaştırılan 0.05'lik hatayı korumaktadır. t testinde, örnek genişliği büyük olan grubun varyansı kullanıldığında I. tip hatanın 0.07'ye gerilediği görülmektedir. Dağılımın şekli normal iken grupların varyansı büyüdükçe I. tip hatanın yine 0.073 seviyelerinde kaldığı görülmektedir. Dağılımın şekli t ve χ^2 olduğunda ise büyük grup varyansı kullanılan t testinde I. tip hatanın başlangıçta karşılaştırılan seviyeyi koruyamadığı ve 0.097 seviyelerine çıktığı görülmektedir.

Gruplardaki birey adedi 5:2 olduğunda yani örnek hacimlerindeki dengesizlik arttığında ve dağılımlar Z ve t iken, büyük grup varyansının kullanıldığı t testinde I. tip hatanın 0.06'lara geldiği yani bir miktar gerilediği görülmektedir. Gruplardaki varyanslar büyüdükçe bu durum çok az etkilenmektedir. Dağılımın şekli normal değil de χ^2 olduğunda ise yine I. tip hatanın 0.05 seviyesinde korunamadığı ve 0.09 seviyelerinde değer aldığı görülmektedir.

Tablo 2 incelendiğinde Gruplardaki gözlem adedi sayısı 6:3 olduğunda ise yine dağılımın şekli normal iken, varyans oranları 1:1 iken büyük grubun varyansı kullanıldığında I. tip hata 0.065 olarak bulunmuştur. t testinin I. tip hata değeri ise başlangıçta karşılaştırılan 0.05'i koruduğu görülmektedir. Dağılımın şekli t veya χ^2 olduğunda büyük grup varyansının kullanımında başlangıçta karşılaştırılan I. tip hata 0.05 seviyesinde korunamamıştır. Her iki gruptaki varyansın büyük olması bu durumu pek değiştirmemiştir.

Gruplardaki gözlem adedi 8:4 olduğunda grupların varyansı 1:1 ve eşit, aynı zamanda dağılımlar normal olduğunda Student t testindeki I. tip hata başlangıçta karşılaştırılan 0.05'lik I. tip hatayı korurken büyük grup varyansının kullanıldığı grup karşılaştırılmasında I. tip hata 0.06 olarak bulunmuştur. Dağılımın şekli χ^2 olduğunda yani normalden uzaklaştığında büyük grup varyansının kullanımını başlangıçta karşılaştırılan I. tip hatayı koruyamayıp 0.09 civarında olduğu görülmektedir. Bu durum grupların varyanslarının her ikisinin büyüdüğü durumlarda da benzer şekilde seyretmektedir.

Tablo 1. 100000 Simülasyon Sonucunda Gerçekleşen I. Tip Hata Değerleri I

I. Tip Hata				
n ₁ :n ₂	$\sigma_1^2 : \sigma_2^2$	Dağılımlar	t	t _{BV}
3:2	1:1	Z	0.051	0.086
		t(10)	0.048	0.089
		$\chi^2(3)$	0.049	0.114
	2:2	Z	0.050	0.086
		t(10)	0.047	0.089
		$\chi^2(3)$	0.050	0.115
	5:5	Z	0.050	0.087
		t(10)	0.048	0.090
		$\chi^2(3)$	0.050	0.116
	10:10	Z	0.050	0.086
		t(10)	0.048	0.089
		$\chi^2(3)$	0.050	0.117
30:30	Z	0.050	0.085	
	t(10)	0.047	0.088	
	$\chi^2(3)$	0.050	0.116	
4:2	1:1	Z	0.051	0.070
		t(10)	0.048	0.073
		$\chi^2(3)$	0.049	0.097
	2:2	Z	0.051	0.070
		t(10)	0.048	0.074
		$\chi^2(3)$	0.049	0.096
	5:5	Z	0.051	0.070
		t(10)	0.048	0.074
		$\chi^2(3)$	0.049	0.097
	10:10	Z	0.051	0.069
		t(10)	0.048	0.074
		$\chi^2(3)$	0.049	0.097
30:30	Z	0.050	0.069	
	t(10)	0.048	0.074	
	$\chi^2(3)$	0.049	0.098	
5:2	1:1	Z	0.049	0.061
		t(10)	0.049	0.067
		$\chi^2(3)$	0.049	0.087
	2:2	Z	0.050	0.062
		t(10)	0.048	0.066
		$\chi^2(3)$	0.051	0.089
	5:5	Z	0.050	0.062
		t(10)	0.050	0.068
		$\chi^2(3)$	0.049	0.088
	10:10	Z	0.050	0.061
		t(10)	0.050	0.067
		$\chi^2(3)$	0.049	0.087
30:30	Z	0.049	0.060	
	t(10)	0.049	0.067	
	$\chi^2(3)$	0.047	0.085	

t; t testi
t_{BV}; Tekerrür sayısı büyük olan grubun varyansı kullanıldığında t testi

Gruplardaki gözlem adedi 10:5 olduğunda yani gözlem adetleri giderek arttığında grupların dağılımı normalden büyük grup varyansının kullanıldığı yöntem başlangıçta karşılaştırılan I. tip hataya yani 0.05 seviyesine yaklaştığı görülmektedir. Dağılımların şekli normalden uzaklaştıkça büyük grup varyansının kullanıldığı yöntemin I. tip hata

değerleri 0.08 civarında seyretmektedir. Her iki grubun varyansı eşit fakat varyanslar büyüdükçe bu durum benzer şekilde seyretmektedir.

Tablo 2. 100000 Simülasyon Sonucunda Gerçekleşen I. Tip Hata Değerleri II

$n_1:n_2$	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	Dağılımlar	t	t _{BV}
6:3	1:1	Z	0.050	0.065
		t(10)	0.049	0.069
		$\chi^2(3)$	0.043	0.089
	2:2	Z	0.050	0.065
		t(10)	0.050	0.071
		$\chi^2(3)$	0.043	0.089
	5:5	Z	0.050	0.064
		t(10)	0.048	0.070
		$\chi^2(3)$	0.044	0.091
	10:10	Z	0.050	0.063
		t(10)	0.048	0.068
		$\chi^2(3)$	0.045	0.093
30:30	Z	0.050	0.064	
	t(10)	0.050	0.070	
	$\chi^2(3)$	0.044	0.089	
8:4	1:1	Z	0.050	0.061
		t(10)	0.049	0.067
		$\chi^2(3)$	0.043	0.084
	2:2	Z	0.050	0.061
		t(10)	0.049	0.067
		$\chi^2(3)$	0.044	0.085
	5:5	Z	0.050	0.061
		t(10)	0.049	0.068
		$\chi^2(3)$	0.045	0.086
	10:10	Z	0.049	0.061
		t(10)	0.049	0.067
		$\chi^2(3)$	0.044	0.084
30:30	Z	0.050	0.062	
	t(10)	0.049	0.067	
	$\chi^2(3)$	0.045	0.086	
10:5	1:1	Z	0.050	0.059
		t(10)	0.049	0.064
		$\chi^2(3)$	0.044	0.080
	2:2	Z	0.050	0.059
		t(10)	0.049	0.063
		$\chi^2(3)$	0.045	0.080
	5:5	Z	0.051	0.061
		t(10)	0.049	0.064
		$\chi^2(3)$	0.044	0.080
	10:10	Z	0.050	0.059
		t(10)	0.050	0.064
		$\chi^2(3)$	0.045	0.081
30:30	Z	0.050	0.059	
	t(10)	0.049	0.063	
	$\chi^2(3)$	0.046	0.081	

t; t testi
t_{BV}; Tekerrür sayısı büyük olan grubun varyansı kullanıldığında t testi

Tablo 3 incelendiğinde gruptaki gözlem adedi 15:5 olduğunda yani tekerrür sayıları arttıkça dağılımlar normal iken büyük grup varyansının kullanımında başlangıçta karşılaştırılan I. tip hata

0.05 seviyesinde kalmaktadır. Dağılımlar normal iken varyanslar büyüdükçe bu durum değişmemektedir. Fakat dağılımlar normal değil de t veya χ^2 olduğunda I. tip hatanın 0.05 olarak korunamadığı görülmektedir.

Tablo 3. 100000 Simülasyon Sonucunda Gerçekleşen I. Tip Hata Değerleri III

$n_1:n_2$	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	Dağılımlar	t	t _{BV}
15:5	1:1	Z	0.048	0.052
		t(10)	0.050	0.059
		$\chi^2(3)$	0.047	0.070
	2:2	Z	0.051	0.055
		t(10)	0.050	0.059
		$\chi^2(3)$	0.045	0.067
	5:5	Z	0.050	0.054
		t(10)	0.051	0.060
		$\chi^2(3)$	0.045	0.069
	10:10	Z	0.050	0.055
		t(10)	0.049	0.059
		$\chi^2(3)$	0.045	0.068
30:30	Z	0.051	0.055	
	t(10)	0.049	0.058	
	$\chi^2(3)$	0.046	0.070	
15:10	1:1	Z	0.051	0.057
		t(10)	0.049	0.061
		$\chi^2(3)$	0.046	0.077
	2:2	Z	0.050	0.058
		t(10)	0.049	0.061
		$\chi^2(3)$	0.045	0.074
	5:5	Z	0.050	0.058
		t(10)	0.049	0.061
		$\chi^2(3)$	0.047	0.076
	10:10	Z	0.050	0.058
		t(10)	0.048	0.060
		$\chi^2(3)$	0.047	0.076
30:30	Z	0.049	0.057	
	t(10)	0.050	0.062	
	$\chi^2(3)$	0.047	0.076	
20:5	1:1	Z	0.051	0.053
		t(10)	0.052	0.058
		$\chi^2(3)$	0.045	0.064
	2:2	Z	0.051	0.053
		t(10)	0.051	0.057
		$\chi^2(3)$	0.047	0.065
	5:5	Z	0.050	0.053
		t(10)	0.049	0.056
		$\chi^2(3)$	0.047	0.064
	10:10	Z	0.050	0.052
		t(10)	0.051	0.057
		$\chi^2(3)$	0.046	0.063
30:30	Z	0.050	0.053	
	t(10)	0.049	0.056	
	$\chi^2(3)$	0.047	0.063	

t; t testi
t_{BV}; Tekerrür sayısı büyük olan grubun varyansı kullanıldığında t testi

Grubtaki gözlem adedi sayısı 15:10 ve 20:5 gibi giderek büyüdükçe dağılımların normal olduğu

durumlarda I. tip hatanın başlangıçta kararlaştırılan 0.05 seviyesini koruduğu ve yine dağılımlar normalden varyanslar eşit ama varyanslar büyüdükçe 0.05 seviyesinde kaldığı görülmektedir. Fakat büyük grup varyansının kullanıldığı yöntemde diğer örnek genişliklerinde olduğu gibi dağılımlar normalden uzaklaştıkça (t ve χ^2) I. tip hatanın 0.08'ler seviyesine geldiği tablo 3'de görülmektedir.

Genel olarak çok küçük örnek genişliklerinde dağılımlar normalden bile büyük grup varyansının kullanıldığı yöntemin I. tip hata bakımından başlangıçta kararlaştırılan 0.05 seviyesini koruyamadığı görülmektedir. örnek hacimlerindeki dengesizlik arttığında bu durum bir miktar

düzelmektedir. Fakat büyük grup varyansının kullanımı dağılımlar normalden saptığı anda I. tip hata bakımından başlangıçta kararlaştırılan 0.05 değerlerini koruyamayıp bir miktar yüksek değerler almaktadır.

Gruplardaki gözlem adedi kombinasyonu ne olursa olsun dağılımlar Z:Z olduğunda t testinde gerçekleşen I. tip hata değerleri başlangıçta kararlaştırılan 0.05 değerini korumuştur. Grupların dağılımlarının normalden farklı olduğu durumlarda da I. tip hata yaklaşık 0.05 değerini almıştır. Çalışmada gruplardaki varyansların homojenliği bozulmamış fakat her iki grubun varyansı birlikte yükseltmiştir.

Tablo 4. 100000 Simülasyon Sonucunda Gerçekleşen Testin Gücü Değerleri I

n ₁ :n ₂	$\sigma_1^2 : \sigma_2^2$	Dağılımlar	$\mu_1:\mu_2=0:0.5$		$\mu_1:\mu_2=0:1$		$\mu_1:\mu_2=0:1.5$		$\mu_1:\mu_2=0:2$	
			t	t _{BV}	t	t _{BV}	t	t _{BV}	t	t _{BV}
3:2	1:1	Z	0.070	0.109	0.124	0.172	0.213	0.268	0.331	0.385
		t(10)	0.068	0.114	0.131	0.186	0.225	0.285	0.354	0.407
		$\chi^2(3)$	0.085	0.179	0.165	0.276	0.292	0.388	0.429	0.495
	2:2	Z	0.058	0.097	0.087	0.129	0.134	0.184	0.196	0.250
		t(10)	0.058	0.102	0.090	0.139	0.139	0.194	0.210	0.270
		$\chi^2(3)$	0.069	0.158	0.115	0.220	0.183	0.293	0.265	0.366
	5:5	Z	0.054	0.091	0.065	0.105	0.082	0.125	0.109	0.154
		t(10)	0.052	0.094	0.063	0.109	0.084	0.133	0.113	0.165
		$\chi^2(3)$	0.058	0.138	0.078	0.172	0.109	0.212	0.145	0.254
	10:10	Z	0.053	0.090	0.058	0.096	0.066	0.106	0.079	0.120
		t(10)	0.049	0.092	0.056	0.098	0.066	0.111	0.079	0.127
		$\chi^2(3)$	0.054	0.131	0.065	0.150	0.080	0.176	0.103	0.206
30:30	Z	0.051	0.087	0.052	0.089	0.055	0.092	0.060	0.097	
	t(10)	0.047	0.088	0.051	0.093	0.052	0.096	0.057	0.102	
	$\chi^2(3)$	0.051	0.122	0.056	0.132	0.062	0.146	0.070	0.159	
4:2	1:1	Z	0.075	0.096	0.147	0.173	0.269	0.297	0.423	0.448
		t(10)	0.073	0.100	0.155	0.186	0.285	0.318	0.447	0.468
		$\chi^2(3)$	0.092	0.166	0.201	0.278	0.352	0.404	0.512	0.532
	2:2	Z	0.062	0.082	0.099	0.123	0.158	0.186	0.243	0.271
		t(10)	0.062	0.089	0.101	0.132	0.170	0.201	0.261	0.292
		$\chi^2(3)$	0.074	0.142	0.132	0.210	0.215	0.291	0.327	0.386
	5:5	Z	0.054	0.073	0.070	0.092	0.093	0.117	0.126	0.153
		t(10)	0.054	0.079	0.069	0.096	0.096	0.126	0.135	0.166
		$\chi^2(3)$	0.060	0.121	0.088	0.159	0.124	0.201	0.172	0.252
	10:10	Z	0.052	0.070	0.059	0.079	0.071	0.094	0.090	0.114
		t(10)	0.051	0.077	0.059	0.086	0.072	0.098	0.092	0.122
		$\chi^2(3)$	0.057	0.115	0.069	0.135	0.090	0.161	0.117	0.194
30:30	Z	0.051	0.071	0.054	0.074	0.056	0.077	0.062	0.083	
	t(10)	0.049	0.074	0.053	0.078	0.055	0.081	0.062	0.088	
	$\chi^2(3)$	0.054	0.108	0.058	0.116	0.067	0.131	0.075	0.144	
5:2	1:1	Z	0.078	0.093	0.163	0.180	0.307	0.324	0.489	0.501
		t(10)	0.081	0.101	0.175	0.195	0.328	0.347	0.515	0.525
		$\chi^2(3)$	0.101	0.159	0.219	0.274	0.394	0.421	0.564	0.565
	2:2	Z	0.064	0.078	0.105	0.121	0.180	0.198	0.281	0.298
		t(10)	0.064	0.083	0.111	0.131	0.191	0.214	0.297	0.316
		$\chi^2(3)$	0.078	0.134	0.143	0.204	0.241	0.294	0.359	0.393
	5:5	Z	0.055	0.067	0.072	0.086	0.102	0.117	0.141	0.158
		t(10)	0.057	0.075	0.074	0.094	0.105	0.125	0.149	0.169
		$\chi^2(3)$	0.063	0.111	0.092	0.149	0.136	0.196	0.191	0.250
	10:10	Z	0.052	0.065	0.061	0.073	0.076	0.090	0.097	0.110
		t(10)	0.053	0.072	0.059	0.078	0.076	0.096	0.100	0.120
		$\chi^2(3)$	0.060	0.104	0.074	0.127	0.097	0.154	0.126	0.186
30:30	Z	0.051	0.064	0.054	0.066	0.059	0.071	0.064	0.077	
	t(10)	0.050	0.068	0.052	0.070	0.058	0.076	0.067	0.085	
	$\chi^2(3)$	0.054	0.096	0.060	0.107	0.071	0.123	0.080	0.134	

t; t testi, t_{BV}; Tekerrür sayısı büyük olan grubun varyansı kullanıldığında t testi

Tablo 5. 100000 Simülasyon Sonucunda Gerçekleşen Testin Gücü Değerleri II

$n_1:n_2$	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	Dağılımlar	$\mu_1:\mu_2=0:0.5$		$\mu_1:\mu_2=0:1$		$\mu_1:\mu_2=0:1.5$		$\mu_1:\mu_2=0:2$	
6:3	1:1	Z	0.095	0.113	0.231	0.253	0.452	0.465	0.683	0.685
		t(10)	0.094	0.118	0.247	0.269	0.469	0.483	0.697	0.699
		$\chi^2(3)$	0.115	0.187	0.292	0.345	0.518	0.525	0.720	0.695
	2:2	Z	0.071	0.086	0.141	0.160	0.255	0.275	0.408	0.424
		t(10)	0.072	0.094	0.147	0.173	0.271	0.292	0.429	0.444
		$\chi^2(3)$	0.084	0.152	0.177	0.249	0.317	0.367	0.485	0.501
	5:5	Z	0.059	0.075	0.085	0.102	0.131	0.149	0.195	0.215
		t(10)	0.056	0.077	0.087	0.110	0.136	0.161	0.205	0.229
		$\chi^2(3)$	0.062	0.124	0.104	0.176	0.168	0.239	0.248	0.309
	10:10	Z	0.054	0.068	0.067	0.083	0.090	0.107	0.121	0.140
		t(10)	0.053	0.075	0.069	0.091	0.090	0.114	0.127	0.151
		$\chi^2(3)$	0.056	0.114	0.077	0.144	0.108	0.182	0.154	0.226
30:30	Z	0.052	0.068	0.056	0.071	0.064	0.078	0.073	0.089	
	t(10)	0.050	0.071	0.055	0.076	0.063	0.085	0.074	0.097	
	$\chi^2(3)$	0.049	0.102	0.057	0.115	0.071	0.135	0.086	0.156	
8:4	1:1	Z	0.116	0.129	0.313	0.327	0.602	0.606	0.834	0.831
		t(10)	0.119	0.139	0.330	0.346	0.613	0.617	0.839	0.835
		$\chi^2(3)$	0.139	0.205	0.371	0.405	0.642	0.625	0.834	0.798
	2:2	Z	0.082	0.095	0.181	0.198	0.345	0.361	0.550	0.557
		t(10)	0.089	0.103	0.190	0.209	0.365	0.379	0.563	0.568
		$\chi^2(3)$	0.095	0.160	0.221	0.279	0.405	0.432	0.600	0.590
	5:5	Z	0.062	0.074	0.101	0.114	0.170	0.185	0.263	0.277
		t(10)	0.064	0.081	0.104	0.123	0.177	0.195	0.275	0.294
		$\chi^2(3)$	0.068	0.126	0.121	0.187	0.204	0.266	0.314	0.357
	10:10	Z	0.056	0.068	0.075	0.088	0.107	0.121	0.155	0.171
		t(10)	0.055	0.074	0.076	0.094	0.111	0.131	0.106	0.181
		$\chi^2(3)$	0.057	0.110	0.086	0.149	0.131	0.197	0.189	0.251
30:30	Z	0.052	0.063	0.059	0.070	0.069	0.081	0.085	0.097	
	t(10)	0.052	0.070	0.058	0.076	0.070	0.087	0.087	0.105	
	$\chi^2(3)$	0.049	0.097	0.060	0.115	0.077	0.138	0.098	0.163	
10:5	1:1	Z	0.136	0.148	0.392	0.402	0.715	0.715	0.921	0.916
		t(10)	0.139	0.154	0.407	0.417	0.726	0.723	0.917	0.914
		$\chi^2(3)$	0.161	0.220	0.442	0.458	0.732	0.702	0.904	0.897
	2:2	Z	0.094	0.104	0.226	0.238	0.434	0.443	0.664	0.666
		t(10)	0.094	0.110	0.234	0.249	0.450	0.456	0.676	0.676
		$\chi^2(3)$	0.106	0.166	0.266	0.316	0.482	0.491	0.691	0.666
	5:5	Z	0.067	0.077	0.118	0.131	0.208	0.220	0.331	0.343
		t(10)	0.066	0.082	0.120	0.136	0.216	0.231	0.342	0.353
		$\chi^2(3)$	0.072	0.126	0.138	0.200	0.244	0.296	0.376	0.405
	10:10	Z	0.057	0.066	0.084	0.095	0.127	0.138	0.188	0.202
		t(10)	0.057	0.071	0.084	0.100	0.130	0.146	0.197	0.213
		$\chi^2(3)$	0.061	0.110	0.095	0.153	0.150	0.211	0.222	0.277
30:30	Z	0.053	0.062	0.061	0.070	0.074	0.084	0.096	0.107	
	t(10)	0.051	0.065	0.059	0.074	0.076	0.092	0.097	0.113	
	$\chi^2(3)$	0.051	0.095	0.063	0.115	0.083	0.139	0.110	0.170	

t; t testi, tBV; Tekerrür sayısı büyük olan grubun varyansı kullanıldığında t testi

Grup varyanslarının 30:30 olduğu durumlarda ve grupların dağılımlarının ikisinin de ki-kare (χ^2) olduğu durumlarda I. tip hata 0.05 değerinde bir miktar düşük değerler almıştır.

Tablo 4'deki testin gücü değerleri incelendiğinde gözlem adedinin büyük olduğu grubun varyansının toplanmış varyans yerine kullanıldığı durumda Testin gücü değerleri incelendiğinde özellikle gözlem adedinin küçük olduğu 3:2, 4:2 olduğu durumlarda açıkça görüldüğü üzere güç değerleri bazı durumlarda t testinden 0.10'lara kadar varacak daha yüksek güç değerleri almaktadır. Gözlem adedi 3:2 varyans oranları 1:1 dağılımlar ki-kare (χ^2) iken ve standart sapma cinsinden farkın 1.0 olduğu durumda Student t-testi 0.165 güç değeri alırken, gözlem

adedinin büyük olduğu grubun varyansının toplanmış varyans yerine kullanıldığı durumda ise 0.276 değerini almıştır.

Gözlem adetleri 3:2 iken, gruplardaki varyanslar büyüdükçe güç değerleri azalmış fakat gözlem adedinin büyük olduğu grubun varyansının toplanmış varyans yerine kullanıldığı durumda daima testin gücü değerleri daha yüksek bulunmuştur. Bu çalışmanın bir sonucu olarak, grupların varyansının homojen olduğu fakat grup varyanslarının büyük olduğu durumlarda da testin gücü değerlerinin düştüğünün somut bir şekilde ortaya konmasıdır.

Tablo 4'deki testin gücü değerleri incelendiğinde örnek hacmi, varyans oranı, dağılım ve grup ortalama

Tablo 6. 100000 Simülasyon Sonucunda Gerçekleşen Testin Gücü Değerleri III

$n_1:n_2$	$\sigma_1^2: \sigma_2^2$	Dağılımlar	$\mu_1:\mu_2=0:0.5$		$\mu_1:\mu_2=0:1$		$\mu_1:\mu_2=0:1.5$		$\mu_1:\mu_2=0:2$	
15:5	1:1	Z	0.150	0.154	0.451	0.454	0.784	0.783	0.956	0.954
		t(10)	0.155	0.164	0.460	0.462	0.787	0.785	0.952	0.950
		$\chi^2(3)$	0.171	0.211	0.479	0.481	0.784	0.755	0.941	0.919
	2:2	Z	0.100	0.104	0.253	0.259	0.496	0.500	0.735	0.734
		t(10)	0.102	0.111	0.260	0.267	0.505	0.506	0.742	0.740
		$\chi^2(3)$	0.114	0.155	0.284	0.313	0.521	0.516	0.743	0.716
	5:5	Z	0.069	0.074	0.131	0.136	0.233	0.239	0.374	0.379
		t(10)	0.071	0.079	0.135	0.143	0.239	0.246	0.385	0.388
		$\chi^2(3)$	0.077	0.114	0.149	0.188	0.263	0.294	0.404	0.417
	10:10	Z	0.059	0.064	0.090	0.095	0.141	0.146	0.212	0.218
		t(10)	0.061	0.069	0.090	0.099	0.144	0.153	0.221	0.228
		$\chi^2(3)$	0.064	0.097	0.104	0.142	0.162	0.202	0.238	0.270
30:30	Z	0.054	0.058	0.062	0.067	0.079	0.085	0.102	0.107	
	t(10)	0.053	0.062	0.064	0.074	0.081	0.090	0.104	0.113	
	$\chi^2(3)$	0.054	0.083	0.069	0.104	0.089	0.127	0.118	0.158	
15:10	1:1	Z	0.217	0.228	0.649	0.651	0.940	0.936	0.997	0.997
		t(10)	0.223	0.236	0.659	0.660	0.935	0.932	0.995	0.994
		$\chi^2(3)$	0.242	0.296	0.670	0.648	0.929	0.893	0.991	0.977
	2:2	Z	0.133	0.143	0.382	0.390	0.701	0.702	0.913	0.910
		t(10)	0.134	0.147	0.390	0.400	0.705	0.705	0.909	0.906
		$\chi^2(3)$	0.147	0.208	0.415	0.439	0.716	0.687	0.903	0.864
	5:5	Z	0.082	0.090	0.181	0.192	0.350	0.358	0.556	0.562
		t(10)	0.083	0.095	0.188	0.202	0.359	0.370	0.565	0.568
		$\chi^2(3)$	0.087	0.143	0.203	0.259	0.384	0.412	0.583	0.575
	10:10	Z	0.065	0.073	0.114	0.124	0.200	0.211	0.321	0.330
		t(10)	0.067	0.080	0.117	0.129	0.206	0.219	0.327	0.337
		$\chi^2(3)$	0.067	0.120	0.128	0.188	0.223	0.278	0.351	0.387
30:30	Z	0.055	0.064	0.071	0.079	0.098	0.107	0.138	0.148	
	t(10)	0.054	0.066	0.073	0.084	0.100	0.113	0.139	0.153	
	$\chi^2(3)$	0.054	0.097	0.075	0.129	0.108	0.165	0.152	0.212	
20:5	1:1	Z	0.160	0.163	0.485	0.487	0.821	0.820	0.968	0.968
		t(10)	0.166	0.172	0.492	0.491	0.821	0.820	0.965	0.966
		$\chi^2(3)$	0.178	0.206	0.498	0.496	0.818	0.792	0.961	0.947
	2:2	Z	0.105	0.108	0.274	0.278	0.528	0.530	0.772	0.773
		t(10)	0.106	0.112	0.281	0.284	0.537	0.536	0.776	0.773
		$\chi^2(3)$	0.119	0.149	0.293	0.312	0.542	0.535	0.772	0.749
	5:5	Z	0.071	0.074	0.136	0.139	0.252	0.255	0.404	0.406
		t(10)	0.071	0.079	0.138	0.142	0.257	0.261	0.414	0.415
		$\chi^2(3)$	0.081	0.108	0.156	0.184	0.272	0.293	0.419	0.424
	10:10	Z	0.062	0.064	0.093	0.096	0.147	0.151	0.229	0.232
		t(10)	0.061	0.067	0.094	0.100	0.152	0.157	0.234	0.238
		$\chi^2(3)$	0.065	0.090	0.108	0.136	0.166	0.194	0.249	0.273
30:30	Z	0.054	0.056	0.065	0.068	0.080	0.083	0.109	0.111	
	t(10)	0.054	0.061	0.064	0.072	0.084	0.089	0.109	0.115	
	$\chi^2(3)$	0.056	0.078	0.072	0.098	0.094	0.123	0.124	0.153	

t; t testi, tBV; Tekerrür sayısı büyük olan grubun varyansı kullanıldığında t testi

ları arasındaki fark ne olursa olsun, gözlem adedinin büyük olduğu grubun varyansının toplanmış varyans yerine kullanıldığı durumda Testin gücü değerlerinin daha büyük olduğu görülmektedir.

Tablo 5 incelendiğinde gruplardaki gözlem adetleri büyümekte dolayısıyla da testin gücü değerleri artmaktadır. Gözlem adetleri büyüdükçe gözlem adedinin büyük olduğu grubun varyansının toplanmış varyans yerine kullanıldığı durumdaki Testin gücü değerleri ile t testi güç değerleri birbirine yaklaşmaktadır. Fakat yinede gözlem adedinin büyük olduğu grubun varyansının toplanmış varyans yerine kullanıldığı durumda Testin gücü değerleri, t testinin güç değerlerinden her durumda yüksektir. Özellikle

eğri bir dağılım olan Ki-kare dağılımında bu fark daha büyük farklılıkla göze çarpmaktadır.

Tablo 6 incelendiğinde gruplardaki gözlem adetleri 15:5, 15:10 ve 20:5 gibi büyük adetlere ulaştığında testin gücü değerlerinin her iki test içinde benzer değerler aldığı görülmektedir. Gözlem adedi büyüdükçe testin gücü değerleri bakımından bu durum zaten beklenilmektedir. Gözlem adetleri büyüdükçe gözlem adedinin büyük olduğu grubun varyansının toplanmış varyans yerine kullanıldığı durumdaki Testin gücü değerleri ile t testi güç değerleri birbirine yaklaşmaktadır. Fakat Ki-kare dağılımında bu fark daha büyük farklılıklarla devam etmektedir.

4. Tartışma ve Sonuç

Çalışmada gerçekleşen I. tip hata değerleri bakımından, gruplardaki gözlem adedi kombinasyonu ne olursa olsun dağılımlar Z:Z olduğunda t testinde gerçekleşen I. tip hata değerleri başlangıçta kararlaştırılan 0.05 değerini korumuştur. Grupların dağılımlarının normalden farklı olduğu durumlarda da I. tip hata yaklaşık 0.05 değerini almıştır. Bu durum; Ruxton[5], Hayes ve Cai[6], Zimmerman ve Zumbo [7], Başpınar[8], Koşkan [9], Koşkan ve Gürbüz [10] araştırmacılarının bulgularıyla uyum içindedir.

Tablo 4, 5 ve 6 incelendiğinde gruplardaki gözlem adedi büyüdükçe özellikle dağılımlar Z:Z iken testin gücü değerleri giderek büyümektedir. Grup ortalamaları arasındaki standart sapma cinsinden farkın 0.5 olduğu durumda çok açık görülmeyen bu durum grup ortalamaları arasındaki farkın 1.0 standart sapma olmasıyla birlikte açıkça görülmektedir. Gözlem adetleri 3:2, varyans oranları 1:1, dağılımlar Z:Z iken ve grup ortalamaları arasındaki fark 1.0 standart sapma olduğunda testin gücü değeri t testinde 0.124 iken, gözlem adetleri 15:10, varyans oranları 1:1, dağılımlar Z:Z iken ve grup ortalamaları arasındaki fark 1.0 standart sapma olduğunda testin gücü değeri t testinde 0.649 olarak elde edilmiştir. Grup ortalamaları arasındaki farkın büyüdüğü 1.5 ve 2.0 olduğu durumlarda bu durum daha net bir şekilde ortaya çıkmaktadır. Bu durum Keskin [11], Başpınar[8], Koşkan ve Gürbüz [10] araştırmacılarının bulguları ile uyum içindedir. Bahsedilen bu durum gözlem adedinin büyük olduğu gurubun varyansının toplanmış varyans yerine kullanıldığı durum içinde geçerlidir.

Sonuç olarak gözlem adedinin büyük olduğu gurubun varyansının toplanmış varyans yerine kullanıldığı durumda hesaplanan Student t-testinde I.tip hata değerleri başlangıçta kararlaştırıldan bir miktar yüksek bulunmuştur. Testin gücü değerleri bakımından çok yüksek oranlarda değerler aldığı görülmüştür.

Kaynakça

- [1] Mendes, M., 2002. Normal Dağılım ve Varyansların Homojenliği Ön Şartlarının Gerçekleşmediği Durumlarda Varyans Analizi Tekniğinin Yerine Kullanılabilecek Bazı Parametrik Testlerin I. Tip Hata ve Testin Gücü Bakımından İrdelenmesi. Doktora Tezi, Ankara Üniversitesi, 278, Ankara.
- [2] Koşkan, Ö., 2007. Grup Karşılaştırılmalarında Yeniden Örnekleme (Resampling) Yaklaşımı. Yayınlanmamış Doktora Tezi. 89.
- [3] Kesici, T. ve Kocabaş, Z., 1998. Biyoistatistik. Ankara Üniversitesi Eczacılık Fakültesi, 79; 359.

- [4] Sheskin, D. J., 2000. Parametric and Nonparametric Statistical Procedures. USA, Chapman&Hall/crc, 982.
- [5] Ruxton, G.D., 2006. The Unequal Variance t-test is an Underused Alternative to Student's t-test and the Mann-Whitney U test. Behavioral Ecology, 10.1093p.
- [6] Hayes, A.F. and Cai, L., 2007. Further Evaluating the Conditional Decision Rule for Comparing Two Independent Means. British Journal of Mathematical and Statistical Psychology, 60, 217-244.
- [7] Zimmerman, D.W. and Zumbo B.D., 2009. Hazards in Choosing Between Pooled and Separate Variances t Tests. Psicologia, 30, 371-390.
- [8] Başpınar, E., 2001. Değişik Varyans Oranlı Normal Popülasyonlardan Alınan Değişik Örnek Genişliğindeki İki Örnekte Student t, Welch ve Ayıklanmış t Testlerinin Uygulanması ile Elde Edilen I. Tip Hata ve Testin Gücü. Tarım Bilimleri Dergisi, 7(1), 151-157.
- [9] Koşkan, Ö. ve Gürbüz, F., 2008. Yeniden Örnekleme (Resampling) Yaklaşımı ve t Testinin Gücü ve I. Tip Hata Bakımından Karşılaştırılması. Ege Üniversitesi, Ziraat Fakültesi, Hayvansal Üretim Dergisi, 49(1), 29-37.
- [10] Koşkan, Ö. ve Gürbüz, F., 2009. Yeniden Örnekleme ve F Testinin I. Tip Hata ve Testin Gücü Bakımından Simülasyon Yöntemi ile Karşılaştırılması. Ankara Üniversitesi Ziraat Fakültesi Tarım Bilimleri Dergisi, 15(1), 105-111.
- [11] Keskin, S., 2002. Varyansların Homjenliğini Test Etmede Kullanılan Bazı Yöntemlerin I. Tip Hata ve Testin Gücü Bakımından İrdelenmesi. Doktora tezi, Ankara Üniversitesi, 210, Ankara.