

Özgen, K. (2017). Matematiksel Öğrenme Etkinliği Türlerine Yönelik Kuramsal Bir Çalışma: Fonksiyon Kavramı Örnekleme. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17 (3), 1437-1464.

Geliş Tarihi: 09/02/2017

Kabul Tarihi: 14/08/2017

MATEMATİKSEL ÖĞRENME ETKİNLİĞİ TÜRLERİNE YÖNELİK KURAMSAL BİR ÇALIŞMA: FONKSİYON KAVRAMI ÖRNEKLEMESİ*

Kemal ÖZGEN**

ÖZET

Matematik eğitiminde öğrenen merkezli eğitimin önemli unsurlarından birisi etkinlik temelli öğrenmedir. Bu doğrultuda etkinlikler matematiği öğrenme-öğretme sürecinin temel yapıtaşları olarak görülebilir. Etkili öğrenme etkinliklerinin özellikleri, yapısı ve hangi amaçla tasarlandığı önemli konular arasında yer almaktadır. Ayrıca etkinlik türlerinin ve sınıflandırmasının neler olduğunun bilinmesi önemli görülmektedir. İlgili alan yazında etkinlik türleri ve sınıflandırılmaları farklı kuramsal yaklaşımlar ve çerçeveler açısından ele alındığı belirlenmiştir. Ancak özellikle matematiksel etkinliklere yönelik yapılan çerçeve ve sınıflandırmalarda amaç, bilişsel süreçler, matematiksel yeterlikler ve becerilerin odak noktada olduğu söylenebilir. Bu çalışmada matematiksel öğrenme etkinliklerine yönelik önemli konulardan biri olan etkinliklerin türleri ve sınıflandırılması üzerinde durulacaktır. Çünkü matematik öğretmenlerinin etkinlik türleri arasındaki farklılıkları anlamaları ve özellikle öğretim amaçları ile öğrencileri için daha uygun etkinlikleri seçebilmeleri önemlidir. Bu doğrultuda, bu çalışmada etkinlik türleri; amaç, bilişsel süreçler, matematiksel yeterlik ve beceriler açısından incelenecektir. Bu farklı türlerdeki matematik öğrenme etkinliklerini somutlaştırmak amacıyla fonksiyon kavramına yönelik örneklemeler yapılacaktır.

Anahtar Kelimeler: Etkinlik türleri, fonksiyon kavramı, matematik dersi

A THEORETICAL STUDY ON MATHEMATICAL LEARNING ACTIVITIES: A CASE OF FUNCTION CONCEPT

ABSTRACT

One of the important elements of student-centered education in mathematics education is activity-based learning. In this sense, activities can be seen as the capstone of the mathematics learning-teaching process. The characteristics, structure, and purpose of effective learning activities are among the most important topics. It is also important to know what kinds of activities and their classification are. In the related literature, it was determined that the types of activities and classifications were considered in terms of different theoretical approaches and frameworks. However, it can be said that the purpose, cognitive processes, mathematical competencies, and skills are the focus points in the frameworks and classifications, especially for mathematical activities. This study will focus on the types and classification of activities that are important topics for mathematical learning activities. It is important for mathematics teachers to understand the differences between the types of activities, and to be able to choose more appropriate activities for their students, especially for teaching purposes. In this respect, the types of activities in this study will be examined in terms of purpose, cognitive processes, mathematical competencies, and skills. To embody mathematical learning activities in these different types samples for function concept should be shown.

Key Words: Types of activities, function concept, mathematics course

* Bu çalışma *International Conference on Education in Mathematics, Science & Technology* konferansında sunulan sözlü bildirden uyarlanmıştır.

** ozgenkemal@gmail.com

1.GİRİŞ

Öğrencilerin etkinliklerle matematik öğrenmesi, öğrenme sürecinin temel yapıtaşı olarak görülebilir. Çünkü öğrencilerin öğrenme etkinlikleri ile öğrenme sürecinde zihinsel ve fiziksel olarak aktif olmaları ve bir uğraş içine girmeleri beklenmektedir. Bu yüzden öğrenme-öğretme süreçlerinde amaca uygun etkinliklerin geliştirilmesi ve sınıf ortamında uygulanması önemli görülmektedir (Özgen ve Alkan, 2014).

Matematik öğretiminin nasıl yapılması gerektiği konusundaki arayışlardan ve öğrencilerin daha aktif hale getirilmesine yönelik sorulardan “etkinliklerle matematik öğretimi” yaklaşımı ortaya çıkmıştır (Savaş, Obay ve Duru, 2006). “Etkinlik” ya da bazı kaynaklarda belirtildiği gibi “öğrenme etkinliği” ya da “öğretim etkinliği” kavramlarının öğrenme-öğretme süreçlerinin temel yapı taşları olarak görülebilir. Diğer disiplinlerde ve özellikle matematik eğitiminde hemen herkes etkinliklerle öğrenme-öğretme süreci ve bunun öğrenmeye faydaları üzerinde ortak görüş birliğine ulaşmıştır. Ancak öğrenme etkinliğinin ne olduğu ve sınıflandırılması konusunda çok net görüş birliğinin olduğu söylenemez (Özgen ve Alkan, 2011).

Stein ve Lane (1996), öğretim etkinliklerini belirli kavram, beceri ya da fikrin gelişimine yönelik amaçlanan sınıf içi öğretimleri boyunca öğretmen ve öğrenci tarafından işlenen etkinlikler olarak tanımlamaktadırlar. Öğretim etkinlikleri, sınıf etkinlikleri ve öğrencilerin öğrenmeleri arasında bir köprü görevi görür çünkü öğrencinin meşgul olacağı içeriği açıkça ayrıntıları ile belirler (Doyle, 1983).

Doyle (1988) ise etkinliğin, ürün, operasyon, kaynak ve sorumluluk olmak üzere dört temel bileşenden oluştuğunu bildirmiştir. Özmantar, Bozkurt, Demir, Bingölbali ve Açıl (2010), etkinlik kavramında öne çıkan noktaları özetle; öğrencilerin sorumluluklar üstlenerek aktif katılımlarını gerektiren araç ve kaynak kullanarak eylem yapmayı içeren, sonuçta belirli kazanım ya da kazanımlara yönelik bir ürün ortaya koymayı amaçlayan, ilgi çekici ve merak uyandırıcı eğitsel çalışmalar olarak vermektedir.

Öğrenme etkinliğinin tanımı konusunda farklı yaklaşımlar olduğu görülmektedir. Northcote, Kendle, Ingram ve Thompson (2001) öğrenme etkinliklerini öğrencilerin öğrenmelerini geliştirmede özel olarak tasarlanan görevlerdir diye tanımlamışlardır. Uğurel, Bukova-Güzel ve Kula (2010) çalışmalarda geçen bazı tanımları aşağıdaki biçimde bir araya getirmişlerdir:

Öğrenme etkinliği; ilgi çekici, günlük yaşamla ilişkili ve öğrenci merkezli (Bukova-Güzel ve Alkan, 2005), bireyin ön öğrenmelerinden yararlanarak kendi bilgilerini yapılandırmasına ve sonrasında bu bilgileri yeni durumlara uygulamasına fırsat veren (Gömlüksiz, 2005; Hugener et.al., 2009), bireysel ve grup çalışmaları şeklinde uygulanabilen (Baki ve Gökçek, 2005; Baki, 2008), matematiksel ifadeleri ve sembolleri kullanma, model oluşturma, mantıksal çıkarımlarda bulunma ve soyutlama gibi süreçleri gerektiren (Baki, 2008) ve öğrencilerin iletişim kurarak kavramları anlamalarını sağlayan (Suzuki & Harnisch, 1995) yapıdır (Uğurel, Bukova-Güzel ve Kula, 2010: s.105'teki alıntı).

Etkinlik ile ilgili alan yazındaki bazı çalışmalarda alana özgü etkinlik kavramı yani matematik eğitiminde olduğu gibi “matematiksel etkinlik” kavramından söz edilmektedir. Bu bağlamda, Chapman (2013) matematiksel etkinlikleri, öğrencilerin gerçek hayat durumlarında ilişkileri ve uygulamaları kapsayan matematiksel kavram ve işlemler hakkındaki düşüncelerini geliştirmeyi hedefleyen yapı olarak tanımlamaktadır.

Bozkurt (2012) ise matematiksel etkinlik ile ilgili, “herhangi bir matematiksel kazanıma yönelik gerçekleştirilmesi mümkün olan bir görevin, öğrencilere sorumluluk verilerek ve birtakım araç-gereçler kullanılarak, uygulamaya geçirilmesi sonucu belirli bir ürün ortaya koymaktır” tanımını vermektedir. Bu doğrultuda, matematik derslerinde öğrencilerin zihinsel ya da fiziksel olarak aktif katılımının sağlandığı ve öğrenme süreçlerinde çaba ve uğraş içinde oldukları öğrenme-öğretme durumlarına matematiksel öğrenme etkinliği söylenebilir.

Başka bir bakış açısıyla Wasserman, Davis ve Astrab (2007) öğretim tasarımının temel biriminin öğrenme etkinliği olduğunu belirtmektedirler. Ayrıca etkinliklerin sınıf içi ya da dışında olabileceğini ve öğrenme etkinliği türlerinin bilginin verilmesinden (sunum/anlatım) öğrenenlerin öğrenme becerilerini geliştirmeye (problem çözme) kadar çok çeşitli olabileceğini bildirmişlerdir. Simon ve diğer. (2010) etkinliği, öğrencilerin belirli bir matematiksel görevi (task) başarmadaki girişimlerinde amaca yönelik zihinsel ve fiziksel eylem olarak tanımlamaktadırlar. Burada özellikle etkinliğin amacına ve zihinsel eylemlere dikkat çekilmektedirler.

“Etkili öğrenme etkinliklerinin özellikleri ve yapısı nasıl olmalıdır?” konusuna yönelik çeşitli açıklamalar ve sorular bulunmaktadır. Baki (2008) etkinliklerin özelliklerine ve yapısına yönelik soruları gündeme getirmiştir:

Öğrenci etkinlikler yoluyla keşfederek, bularak, kullanarak öğrenecekse, öğrencinin öğrenmesini istediğimiz kavramları ilişkileri çalışma yapraklarının içine nasıl gömmeliyiz? Veya etkinliklerin içine nasıl bir matematik bilgi gömmeliyiz? Gizlenen bilgiyi öğrenci nasıl kazıp çıkarmalı ve anlayabilmeli? (Baki, 2008: 504).

“Matematiksel etkinlikler, etkili matematik öğretiminde anahtar bir role sahip ise etkinliklerin seçimi hakkında nasıl düşünmeliyiz?” (Simon & Tzur, 2004) sorusunun da önemli olduğu söylenebilir. Chapman (2013), bu sorulara cevap niteliğinde olabilecek değerli matematiksel etkinliklerin özelliklerini şöyle belirtir: önemli matematiksel içerik, çoklu yollar, çoklu temsiller, öğrencilere doğrulama, yorumlama ve tahmin becerileri sağlar. Benzer şekilde, Stein ve Smith’e (1998) göre öğrencilere rutin bir yol içinde işlemleri ezberlemesini ortaya koyan etkinliklerin sorulması öğrencilerin düşünceleri için bir türlü fırsat ortaya koyar. Öte yandan, öğrencilerin kavramsal düşüncelerini ve ilişkilendirme yapmalarını uyaran etkinlikler, öğrencilerin düşünceleri için farklı fırsatlar kümesi ortaya koyar. Bu kapsamda etkili matematik etkinliklerinin seçiminde; matematiksel içerik, pedagoji, hedeflenen matematiksel yeterlik ve becerilerin önemli unsurlar olduğu söylenebilir.

Öğrenme etkinlikleri tasarlamak için yapılandırmacı öğrenme yaklaşımı da güçlü kuramsal temeller sağlar. Yapılandırmacı öğrenme yaklaşımına göre iyi bir öğrenme etkinliği en azından şu özellikleri içermelidir (Northcote ve diğer., 2001): çoklu bakış açıları sağlamalı, gerçekçi, ilişkili ve uygulamaya dayalı, içeriği farklı yollarla sunmalı, öğrencilerin kendi anlamlarını oluşturmalarına izin vermeli, öğrencilere öğrenmenin sahipliğini sağlamalı ve öğrenme sürecinin öz farkındalığı için izin vermelidir.

Yapılandırmacı öğrenme yaklaşımı da etkinlik geliştirmeyi ve öğrenme-öğretme süreçlerinde kullanmayı önermektedir. Bu öğrenme yaklaşımı ile öğrenme sürecinin güncel etkinliklerle oluşturulması ve yaşam boyu sürdürülmesi savunulmaktadır (Yurdakul, 2005). Derslerde konunun etkinliklerle ve animasyonlarla işlenmesi

(Garfield, 1995; Garfield & Ahlgren, 1988) ve etkinlik temelli dersler (Garfield, 1995) gibi öğrenmeyi kolaylaştıran ve yapılandırmacılığı destekleyen stratejilerin geliştirilmesi beklenmektedir (Akt., Miller, 2002: 2). Ancak kavram ve bilgi oluşturma amaçlı kurgulanan etkinliklerin ve örneklerin, öğrenciler için anlamlı ve özgün olması istenir (Durmuş, 2001). Bu nedenle etkinlikler oluşturulurken günlük yaşamla, diğer bilim dalları ve ön öğrenmeler ile ilişki kurulması beklenir (Elçi, Bukova-Güzel ve Alkan, 2006). Brooks ve Brooks (1993), öğrencilerin öğrenme ortamında çekecekleri problemlerin ve tartışacakları etkinliklerin onların ilgisini çekecek türden seçilmesi gerektiğini bildirmiştir. Bütün bunlar sağlanabildiğinde yapılandırmacı öğrenme yaklaşımı ile hazırlanan etkinlikler, matematik eğitimine katkı sağlar, amaçlanan davranışlara ulaşmada etkili olur (Bukova-Güzel ve Alkan, 2004).

Başka bir yaklaşım ile Olkun ve Toluk (2004) bir yapılandırmacı matematik etkinliğinin bazı ana hatlarını şöyle özetlemişlerdir: “sezgisel aşama, yapılandırılmış etkinlik, tartışma- açıklama, kavrama/kurala ulaşma, uygulama ve değerlendirme”. Baki (2008) ise, anlamlı bir matematik öğrenmenin, kullanma ile anlama arasında bir dizi keşfetme ve bulma faaliyetlerinin tamamlanmasıyla ortaya çıkacağını vurgular. Ayrıca ona göre, öğrencinin kendisine sunulan etkinlikler üzerinde çalışırken matematiksel bilgilerini ortaya koyma ve kullanma fırsatını bulması gerekir.

İyi matematiksel etkinlikler geliştirmede, etkinlik tasarım sürecinin iyi planlanması gerektiği söylenebilir. Bu doğrultuda Liljedahl, Chernoff ve Zazkis (2007), iyi matematiksel etkinlikler tasarlamamanın bir öz yinlemeli süreç olduğunu belirtmişlerdir. Bu süreç, kestirimci analiz, deneme, yansıtıcı analiz ve düzenleme aşamalarından oluşur. Etkinlik tasarlama sürecindeki kestirimci analiz, öğretmen eğitimi bağlamında yeni ya da yeniden düzenlenmiş bir etkinlik kullanma deneyiminin yokluğunda nelerin yapılacağını irdelemektedir. Özellikle kestirimci analiz, öğretmenlerin etkinlik geliştirmede matematiksel ve pedagojik açıdan olası tahminleridir. İyi matematiksel etkinlik geliştirmede etkinlik ve pedagojik etkinlik bilgisi önemli unsurlar olarak yer almaktadır. Pedagojik etkinlik bilgisi, pedagojik alan bilgisi gibi gereklidir çünkü öğrencilerin yalnızca etkinlikte gömülü matematiksel bilgilerin farkında olmalarını değil, aynı zamanda etkinlikteki matematiği çıkarmalarını ve kullanmalarını bekleriz. Örneğin; öğretmenler öğrencilerin matematiksel bilgilerinin anlamlarını derin bir şekilde bilmenin yanında bu bilgieri öğrencilerin nasıl harekete geçireceklerini bilmeliler (Liljedahl vd., 2007). Ainley, Pratt ve Hansen (2006), matematik eğitimcilerinin matematik etkinliklerini planlamada karşılaştıkları paradoksu çözmek için amaç ve fayda niteliklerinin etkinlik tasarlamada önemli olduğunu önermişlerdir. Etkinlik tasarlamada amaç, öğrenme hedeflerinden ayrı olarak ancak bununla paralel olarak düşünülmesi gereken ayrı bir unsurdur. Amaçlı bir etkinlik, öğrenci için gerçek ya da sanal bir ürün ya da ilgi çekici bir problemin çözümü açısından anlamlı bir sonuç veren bir görev olarak tanımlanabilir. Etkinlik tasarlamada fayda ise, matematiğin öğrenilmesi sadece prosedürleri yerine getirme yeteneğini değil, aynı zamanda matematiksel fikirlerin yararlı olduğu yollar için anlam inşa etmeyi de kapsar. Etkinlik tasarımında amaç ve fayda birbiri ile ilişkilidir. Amaçlı bir etkinlik ile uğraşırken öğrenciler belirli bir matematiksel düşüncüyü, o fikrin yararlı olduğu ve nedenini bu amaç çerçevesinde uygulayarak anlama imkânı tanıyacak şekilde kullanmayı öğrenebilirler. Öğrenciler matematiksel fikirlerin okul dışı ortamlarda nasıl öğrenildiğini yakından takip edebilirler (Ainley, vd., 2006).

Simon (1995) ise matematik dersi planlamada önemli bir yapı olan “varsayımsal öğrenme yörüngesini” (hypothetical learning trajectory) geliştirmiştir. Bu yapıda öğrencilerin öğrenmelerinin amacı, öğrencilerin öğrenmelerini geliştirmede kullanılacak matematiksel etkinlikler ve öğrencilerin öğrenmelerinin yöntemi hakkında varsayımlar bulunmaktadır. Bu öğrenme yörüngeleri matematik öğrenimi için bir yöntem olarak görülebilir, ancak bu sürecin en önemli unsuru olarak etkinlikler karşımıza çıkmaktadır. Öğrenme yörüngelerinde, öğrencilerin öğrenmelerine ve düşüncelerine göre amaçlar belirlenmektedir ve bunun paralelinde öğretmen rehberliğinde birçok etkinlik yapılmaktadır. Öğrenciler ile etkileşim içinde onların etkinliklere aktif katılımı ve dönütleri değerlendirilerek düzeltmeler yapılmaktadır. Öğrenme yörüngelerindeki sürecin yönü öğrencilerden alınan dönütlere bağlıdır.

Günümüz öğrenme yaklaşımlarında, bir kavramın oluşturulması ve öğrenilmesi için çok yönlü öğrenme etkinliğinin birlikte gerçekleştirilmesi kaçınılmazdır. Ancak etkinliğin yapılması yanında nasıl ve ne yönde gerçekleştirileceği de önemlidir (Özgen, 2012). Çünkü Henningsen ve Stein’e (1997) göre etkinliklerin yapısı öğrencinin düşünme yolunu etkileyebilir, yapılandırabilir ve uğraştıkları konu alanının görüşünü sınırlayabilir ya da genişletebilir. Bu nedenle yapının etkinlik olup, olmaması önemlidir. Bu doğrultuda, Bukova-Güzel ve Alkan (2005), etkinliklerin basit bir soru sorma ya da bir örnek çözme olarak nitelendirilmemesi gerektiğini vurgulamışlardır. Özmantar ve Bingölbalı (2009) etkinliğin amacını; yapıma nedeni, etkinlik ile hangi kazanımların hedeflendiği ve öğrencilerin etkinlikten ne algılayacağı gibi üç boyutlu düşünmüşlerdir.

Liljedahl ve diğer. (2007), öğretmen eğitimcilerinin etkinlikleri matematiksel içeriğe ulaşmada kullandığı gibi aynı zamanda matematiksel pedagojiyle ilgili konuları vurgulamak ve örneklemek için de kullanabileceğini bildirmişlerdir. Ayrıca matematiksel etkinliklerin matematiğin doğasını, ölçme, yapılandırıcılık, sosyal yapılandırıcılık, grup çalışması vb. gibi konuların keşfi için bir bağlam sağladığını söylemektedirler. Marx ve Walsh’e (1988) göre, etkinliklerin hangi şartlar altında oluşturulduğu, öğrencilerin etkinlikleri başarımlarında kullanılan bilişsel planlar ve öğrencilerin etkinliklerde çabalarının bir sonucu olarak oluşturulan ürünleri gibi sınıf çalışmalarının üç unsuru arasındaki etkileşim amacımızı açıklayacaktır.

2. ETKİNLİK TÜRLERİ VE SINIFLANDIRMALAR

İlgili alan yazında, etkinlik türleri ve sınıflandırılmaları farklı kuramsal yaklaşım ve çerçeveler açısından ele alındığı görülmektedir. Ancak özellikle matematiksel etkinliklere yönelik yapılan çerçeve ve sınıflandırmalarda bilişsel süreçler, matematiksel yeterlikler ve becerilerin odak noktada olduğu söylenebilir.

Öğrenme etkinliklerine yönelik önemli konulardan biri de etkinliklerin sınıflandırılmasıdır. Çünkü Yeo’nun (2007) belirttiği gibi, öğretmenlerin etkinlik türleri arasındaki farklılıkları anlamaları ve özellikle öğretim amaçları ile öğrencileri için daha uygun etkinlikleri seçebilmeleri önemlidir. Bu doğrultuda öğretmenlerin etkinlik türlerine yönelik bilgi, beceri ve farkındalık düzeyleri etkinlik tasarlama ve uygulama süreçlerini etkileyebilir.

Etkinlik türleri ve sınıflandırmada, çeşitli disiplin ve bağlamlarda farklı yaklaşımların olduğu görülmektedir. Wasserman ve diğer. (2007) etkinlik türlerini sınıflandırırken, yalnız sınıf içinde, yalnız sınıf dışında ve hem sınıf içi hem de sınıf dışında yapılabilen

50'den fazla etkinlik türü (sunum, beyin fırtınası, örnek olay, problem çözme, işbirlikli öğrenme, tartışma, laboratuvar, simülasyon, proje, kavram haritası, araştırma, inceleme, rol oynama, panel vb. etkinlikler) olduğunu belirtmişlerdir. Ayrıca ortak etkinlik türlerini; yönlendirilmiş keşif öğrenme, interaktif sunum, öğrencilerin öğretimi, problem çözme, projeler, öz ve akran değerlendirme, öğrenci sunumları, bireysel çalışma, okuma, teknoloji, rol oynama ve danışma olarak belirtmişlerdir. Northcote, Kendle, Ingram, ve Thompson (2001) öğrenme etkinliklerinin bireysel ya da grupla (işbirliğine dayalı), sınıf içi ya da dışında, yazılı, online ya da medya kaynaklı olabileceğini söylemektedirler. Öğrenme etkinliği ile ilgili alan yazın incelendiğinde öncelikle etkinliğin amacı ile ilgili hususlar ön plana çıkmaktadır.

2.1. Amaca Göre Etkinlikler

Bu araştırmada öncelikle etkinlik türleri amaçlarına göre incelenecektir. Etkinlik amaçlarına ilişkin ilgili alan yazında bazı yaklaşımlar sunulacaktır.

Matematiksel etkinlik türlerinin incelenmesinde, akademik etkinlik, sıralı etkinlik, gerçekçi araştırma etkinlikleri ve izomorfik etkinlikler gibi farklı kavramların ortaya konduğu ve tartışıldığı görülmektedir. Akademik etkinlik bir diğer deyişle, öğrencilerin soruların cevaplarını elde etmede kullanabilecekleri yollar ve üretimde gerekli öğrenci cevaplarından tanımlanabilir. Etkinlik durumları; örneğin sınavlar, yaratıcı yazma, grup projeleri vb. olarak örnek gösterilebilir (Marx & Walsh, 1988).

Bu farklı yaklaşımlardan birinde, Uğurel ve Bukova-Güzel (2010) etkinliklere bakışı sezgisel ve kavramsal anlamları çerçevesinde temelde iki boyuta (süreç belirteci ve ürün belirteci olma yönü ile) indirgemektedirler ve sonrasında matematik öğretiminde yararlanılacak etkinliklerin ürün belirteci olma özelliğine odaklanarak bir sınıflandırma sunmaktadırlar. Bu sınıflandırma ile matematiksel öğrenme etkinlikleri 4 ana başlık (izomorfik, izdüşümsel, lineer ve bileşke) altında kategorilere ayrılmış ve her kategoriye 3 temel bileşen (zemin, bağlayıcı yan ve sınırlayıcı yan) çerçevesinde incelemişlerdir. İzomorfik (eş biçimli) etkinlik, matematiksel yapının(ların), kavramların, özelliklerin ve işlemsel uygulamaların günlük yaşam ya da diğer disiplinler içerisinde modellenmesi ile kritik noktaları ortaya koyan matematiksel öğrenme etkinlikleridir. İzdüşümsel etkinlik ise matematik dışı alandan doğan/şekillenen ve matematik dünyasına geçerek orada ilerleyen matematiksel yapının(ların), kavramların, özelliklerin ve işlemsel uygulamaların algılanmasına olanak sağlayan matematiksel öğrenme etkinlikleridir. Lineer (doğrusal) etkinlik ise tümüyle matematik dünyası içerisinde kurgulanan ve matematiksel yapının(ların), kavramların, özelliklerin ve işlemsel uygulamaların algılanmasına imkân tanıyan matematiksel öğrenme etkinlikleridir. Son olarak bileşke etkinlik ise matematiksel yapının(ların), kavramların, özelliklerin ve işlemsel uygulamaların, ileri matematiksel düşünme ve akıl yürütme yoluyla çeşitli kombinasyonları üzerine çalışılmasına imkân tanıyan matematiksel öğrenme etkinlikleridir (Uğurel ve Bukova-Güzel, 2010).

Yackel, Underwood ve Elias (2007) yaptıkları çalışmada yeniden kavramlaştırmayı geliştirmek için tasarlanan matematik etkinliklerinin "sıralı öğretim etkinlikleri" yaklaşımını ortaya konmuştur. Sınıflarda kullanılan etkinliklerde, etkinliğin öğretim amacı ve öğrenme fırsatları önemlidir. Sıralı etkinlik yaklaşımı sorgulamaya dayalıdır ve kişilerin bireysel anlamlı çözümler geliştirmeleri, açıklamaları, diğer kişilere muhakemelerini doğrulamaları ve diğerlerinin muhakemelerini anlama girişimlerinde

bulunmaları beklenir. Matematiksel eylemlerin açıklanması ve muhakemesinde sorgulamaya dayalı küçük grup ve sınıf tartışmalarında argümantasyon yerini alır.

Peled (2007) ise etkinlik amaçlarının analizinde ve sınıflandırılmasında etkinliklerin doğası ve her bir amaç içinde analogik düşünmenin ve yapının farklı rolünü vurgulayan örneklerin verilmesine göre yapmıştır. Etkinlik amaçlarını; psikolojik, öğretim programı, epistemolojik ve pedagojik amaçlar olarak belirtmiştir. Yeni bir sıralı etkinliğin tasarımını şöyle belirtmiştir:

- Amaçlar: etkinliğin özel amaçları, genel pedagojik amaçları,
- Etkinlik tasarımı
- Etkinliğin uygulanması

“Sınıf içerisinde kullanılmak üzere tasarlanan etkinlikler genel anlamda hangi amaçla tasarlanmıştır?” sorusuna, Özmantar ve Bingölbali'nin (2009) alan yazın incelemelerinde etkinliklerin tasarlanma amacıyla ilgili dört farklı yaklaşım olduğunu belirtmektedirler. Aşağıda bu dört yaklaşım ve bu yaklaşımlara örnek olabilecek fonksiyon kavramına yönelik etkinlik örnekleri sunulmaktadır.

1) *Yeni bir öğrenme gerçekleştirmek üzere tasarlanan etkinlikler* (Bell, 1993)

Etkinlik:

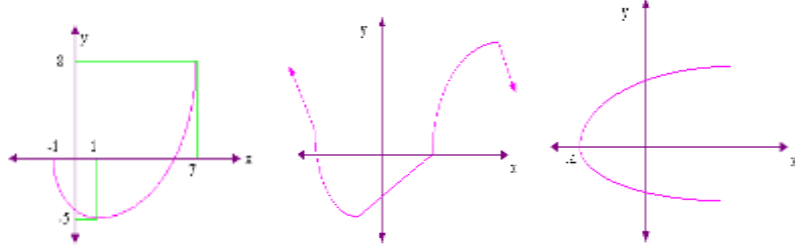
$x^2, \frac{3}{2}x^{\frac{4}{3}}, \frac{8}{5}x, x^{-2}, 5x^3, -5x^{-4}, 2x^{-5}, x^{\frac{1}{3}}, -x^7, -4x^{12}$ terimleri veriliyor.

- Bu terimleri ortak bir özelliğine göre iki kümeye (A ve B) ayırılım.
- Bu iki kümedeki elemanların ortak özellikleri nedir?
- Farklı olan özellik nedir?
- A kümesinden elemanlar alarak toplayınız ve bir $f(x)$ fonksiyonu elde ediniz.
- B kümesinden elemanlar alarak toplayınız ve bir $g(x)$ fonksiyonu elde ediniz.
- A kümesinden iki eleman ve B kümesinden iki eleman alarak toplayınız ve bir $h(x)$ fonksiyonu elde ediniz.
- $f(x)$, $g(x)$ ve $h(x)$ fonksiyonlarını karşılaştırınız.

Yukarıdaki etkinlik yeni öğrenmelere yönelik yani fonksiyon kavramını ilk defa öğrenecek olan öğrenciler için kullanılabilir. Burada öğrenciler önceki bilgilerinden yararlanarak fonksiyon kavramını oluşturma uğraşı içine girmeleri beklenir. Ayrıca fonksiyonun temel elemanları olan tanım, değer kümesi ve kuralı kavramları burada ele alınmaktadır.

2) *Öğrenilen kavramların pekiştirilmesi amacıyla tasarlanan etkinlikler* (Dreyfus & Tsamir, 2004)

Etkinlik: Aşağıdaki grafiklerin fonksiyon olup-olmadığını araştırınız. Fonksiyon ise tanım ve değer kümelerini belirtiniz.



()Evet / ()Hayır

Çünkü,

.....

.....

.....

.....

Öğrenilen kavramların pekiştirilmesi amacıyla tasarlanan yukarıdaki etkinlik ise öğrencilerin fonksiyon kavramının cebirsel gösteriminden sonra grafik gösterimindeki bilgilerini uygulama, kullanma ve pekiştirmeye yönelik tasarlanmıştır. Burada özellikle verilen grafiğin bir fonksiyona aitliği ve bunun nedeninin yazılması sorgulanmıştır. Böylelikle öğrencilerin düşünme yapıları ortaya çıkarılmış olacaktır. Ayrıca bazı grafiklerde ise yeterince sayısal veri olmadığı görülmektedir. Böyle grafiklerde öğrencilerin nasıl karar vereceği ortaya çıkabilir.

3) Öğrenci zorluk ve yanılgılarının aşılması amacıyla tasarlanan etkinlikler (Tanner & Jones, 2000)

Etkinlik: Aşağıda verilen ifadelere doğruysa (D) ve yanlış ise (Y) yazıp, nedenlerini açıklayınız.

- 1.) (...) üstel fonksiyonu bire bir fonksiyondur.
- 2.) (...) üstel fonksiyonu örten fonksiyon değildir.
- 3.) (...) üstel fonksiyonu artan ya da azalan olabilir.
- 4.) (...) üstel fonksiyonun ters fonksiyonu vardır.
- 5.) (...) üstel fonksiyonunun ters fonksiyonunun tanım kümesi R' dir.
- 6.) (...) üstel fonksiyonunun ters fonksiyonunun değer kümesi R^+ dir.

Öğrenci zorluk ve yanılgılarının aşılması amacıyla tasarlanan yukarıdaki etkinlikte özel olarak üstel fonksiyon kavramı seçilmiştir. Çünkü bu kavram birçok öğrenci tarafından fonksiyon olarak algılamada güçlükler yaşanmaktadır. Özellikle üstel fonksiyonun tanım, değer kümesi, ters fonksiyonu ya da fonksiyon olma özelliklerinde öğrencilerin zorlukları ya da yanılgıları olabilmektedir. Bu etkinlik ile bu durumların ortaya konulmasına ve tartışılmasına fırsat verecektir. Çünkü öğrencilerin düşüncelerini belirtmeleri için cevaplarındaki nedenlerini yazmaları ve sınıf ortamında bunların tartışılması bu zorluk ve yanılgıları gidermede etkili olabilir.

4) Alanın epistemolojik yapısına dair farkındalık oluşturmak amacıyla tasarlanan etkinlikler (Özmantar, 2005)

Etkinlik:

$y = x^2$ fonksiyonundan yararlanarak $y = x^2 + 1$, $y = x^2 + 2$, $y = x^2 - 2$ fonksiyonlarının grafiklerini çiziniz. Bu fonksiyonların grafiklerini inceleyiniz.

Etkinlik:

R' den R' ye tanımlı f ve g gibi iki fonksiyon tanımlayıp, bu fonksiyonlara göre aşağıda verilenlerin fonksiyon olup-olmadığını araştırınız. Fonksiyon ise tanım ve değer kümelerini belirtiniz.

- a.) $f + g$ b.) $f.g$ c.) $\frac{f}{g}$ d.) $2.f$ e.) f^2

Alanın epistemolojik yapısına dair farkındalık oluşturmak amacıyla tasarlanan yukarıdaki etkinliklerde fonksiyon kavramı özelinde matematiğin doğası ve farklılıkları ortaya konabilir. Çünkü 1. etkinlikte olduğu gibi bir fonksiyondan yararlanarak yeni fonksiyonlar ve grafikleri üretilebilir ve bunlar hakkında çok kapsamlı konuşulabilir. Ayrıca 2. etkinlikte olduğu gibi matematikteki düşünme yapımızın farklılığı ortaya konabilir. İki fonksiyon ile yapabileceklerimizin sorgulaması burada düşünülebilir.

Etkinliğin amacının yanında yapısının ve uygulanış biçiminin de önemli olduğu söylenebilir. Aslan'a (2010) göre etkinlikler; derslerin daha verimli geçmesi, daha eğlenceli bir öğrenme ortamı sağlaması, öğrencilerin katılımcı bir ortamda dersleri işlemeleri ve öğretmenlerinde etkin olarak süreci yönlendirmeleri için önemli araçlardır. Öğrenme sürecinde yapılan etkinliklerle öğrenciler kendi anlamlarını ve kavramlarını oluşturmaya çalışırlar. Bunu sağlamak için etkinliklerden, öğrencinin derse etkin katılımını ve etkileşim yolu ile doğrudan bilgiye ulaşımını sağlaması istenir (Özden, 2009). Buna karşılık sınıfta yapılan etkinliklerde, öğrencilerin keşfetmelerine ve yaparak, yaşayarak öğrenmelerine yeterince fırsat verilememesi öğrenmelerini olumsuz yönde etkileyebilir (Toptaş, 2008).

Öte yandan, MEB'in (2005) lise matematik öğretimi programının matematik öğretimi ve öğrenme başlığı altında etkinlikler ile ilgili şöyle açıklamalar bulunmaktadır:

Öğretmen, sınıfa iyi yapılandırılmış etkinlikler planlayarak gelmelidir. Yapılacak etkinlikler, öğrencilerin analiz, sentez, değerlendirme, ilişkilendirme, sınıflandırma, genelleme ve sonuç çıkarma gibi yüksek seviyede matematiksel düşünme becerileri kazanmalarına yönelik olmalıdır (MEB, 2005: 25).

Burada matematik öğretmenlerinin etkinlikler ile matematik öğretimi yaklaşımında dikkat etmesi gereken tasarım boyutuna yönelik vurguların olduğu görülmektedir. Özellikle etkinliklerde öğrencilerin kazanması hedeflenen matematiksel yeterliklerden söz edilmektedir.

2.2. Bilişsel İhtiyaçlara Göre Etkinlikler

Etkinlik türlerini sınıflandırmada bir başka yaklaşım ise bilişsel ihtiyaçlara göre etkinlikler olmaktadır.

Bu yaklaşımlardan biri Stein ve Lane (1996) tarafından geliştirilen ve çeşitli öğretim etkinlikleri, ilgili değişkenler ve öğrencilerin öğrenmeleri arasındaki ilişkileri vurgulayan matematiksel etkinliklerin çerçevesi aşağıda sunulmaktadır:

- 1.) Öğretimsel ve program materyallerinde sunulan öğretim etkinlikleri
- 2.) Sınıf içinde öğretmen tarafından oluşturulan öğretim etkinlikleri (etkinlik özellikleri, bilişsel ihtiyaçlar)
- 3.) Sınıf içinde öğrenciler tarafından uygulanan öğretim etkinlikleri (etkinlik özelliklerinin canlandırılması, bilişsel işleme)
- 4.) Öğrencilerin öğrenmeleri (performansın özellikleri, performans altında bilişsel işleme)

Etkileyen faktörler:

- i.) Oluşturmayı etkileyen faktörler (öğretmenin amaçları, öğretmenin konu alan bilgisi, öğretmenin öğrenciyi tanıma bilgisi)
- ii.) Uygulamayı etkileyen faktörler (sınıf normları, etkinlik durumları, öğretmenin öğretim alışkanlık ve davranışları, öğrencinin öğrenme alışkanlık ve davranışları).

Stein ve diğer. (1996) tarafından ortaya konan etkinlik çerçevesindeki 2 boyuttan ilki etkinliklerinin özelliklerinden oluşmaktadır. Etkinlik özellikleri, matematiksel anlamın, muhakemenin, his oluşumunun gelişimi için önemli olduğu düşünülen etkinliklerin yönlerini vurgular. Bu özellikler çoklu çözüm yolları, çoklu temsiller ve matematiksel ilişkilendirmeyi kapsar. Etkinliğin kuramsal çerçevesinin ikinci boyutu bilişsel ihtiyaçlar, öğretmen tarafından duyurulan etkinliğin çözümünde ihtiyaç olan düşünme süreçlerini ve uygulama aşamasında öğrencinin meşgul olduğu düşünme süreçlerini vurgular. Bu düşünme süreçleri işlemleri ve algoritmaları kullanmayı ezberlemeden (kavramlara, anlamaya ve anlama önem verilmesi ya da verilememesi) ve matematik yapmada (varsayımda bulunma, doğrulama, yorumlama vb.) tipik karmaşık düşünme ve muhakeme stratejilerinin olması aralığında sıralanabilir. Etkinliğin uygulama aşamasında sınıfa dayalı faktörler etkiler. Bu faktörler, sınıf normları, etkinlik durumları ve öğrenci ve öğretmen eğilimlerini içerir (Akt., Henningsen & Stein, 1997).

Matematiksel etkinliklere yönelik çerçeve ve sınıflandırmalarda öne çıkan diğer bir konu ise bilişsel ihtiyaçlar olduğu görülmektedir. Matematik derslerinde bilişsel ihtiyaçlar ya da düşünme süreçleri aşağıda sunulmaktadır (Stein & Smith, 1998):

- 1.) *Yüksek Düzey* – Matematik yapmak
- 2.) *Yüksek Düzey*– İşlemlerin kavramlarla, anlam ya da anlamada ilişkilendirmeler ile kullanımı
- 3.) *Düşük Düzey* - İşlemlerin kavramlarla, anlam ya da anlamada ilişkilendirme olmadan kullanımı
- 4.) *Düşük Düzey*– ezberleme
- 5.) *Düşük Düzey*– sistematik ya da üretimsel olmayan keşifler
- 6.) *Matematiksel Olmayan Düzey*– Matematiksel etkinlik yok

Smith ve Stein (1998), bir matematiksel etkinliğin iyi olarak sınıflandırılmasında ilk aşama; öğrencilerin yaşı, sınıf düzeyi, ön bilgileri ve deneyimleri ve sınıftaki çalışmalar için normlar ve beklentilerden oluştuğunu bildirmişlerdir. İkinci aşamada Stein ve Smith (1998) tarafından tanımlanan bilişsel ihtiyaçların 4 kategorisi düşünülür:

- Ezberleme
- İlişkilendirme olmadan işlemlerden kavramlara ya da anlamaya
- İlişkilendirme ile işlemlerden kavramlara ya da anlamaya
- Matematik yapma

Etkinlik analiz rehberi (Stein, Smith, Henningsen & Silver, 2000), matematiksel etkinliklerin bilişsel ihtiyaçların 4 farklı düzeyini belirlemede matematik eğitimi araştırma ve uygulamalarında geniş bir şekilde kullanılmaktadır (Akt., Tekkumru Kisa, Stein & Schunn, 2015). Tekkumru-Kisa, Stein, ve Schunn (2015) tarafından benzer bir çerçevede fen etkinliklerini analiz etmede geliştirilmiştir.

Etkinlik- ezberleme:

Cebirsel ve cebirsel olmayan (transandant) fonksiyonlar nasıl tanımlanabilir? Bu fonksiyonlara örnekler veriniz?

Yukarıdaki verilen etkinlikte öğrenciden sadece cebirsel ve cebirsel olmayan fonksiyonların tanımları yani çoğunlukla öğrencilerin ezberleyecekleri formal tanım sorgulanmaktadır. Ayrıca bu formal tanımlara dayalı örneklerin verilmesi istenmektedir. Bu etkinlik ile öğrencilerin üst düzey düşünme ve ilişkilendirme becerilerinin yoğun bir şekilde kullanılacağı söylenemez.

Etkinlik- İlişkilendirme olmadan işlemlerden kavramlara ya da anlamaya:

Aşağıdaki fonksiyonların tek ya da çift fonksiyon olduklarını inceleyiniz.

(a) $f(x) = \frac{3}{x}$ (b) $g(x) = \frac{3x}{x^4 - 3}$ (c) $h(x) = \frac{2}{x^2 + 7}$
(d) $s(x) = x^6 - 3x^2 + x - 5$ (e) $k(x) = x^2 + x^3 - 3$ (f) $m(x) = 0$ (e) $l(x) = (x-2)^2$

Yukarıdaki etkinlikte ise verilen fonksiyonların tek ya da çift olma durumlarının incelenmesi sorgulanmıştır. Burada öğrencilerin özellikle işlemsel becerilerin ön plana çıkacağı söylenebilir. Çünkü birçok öğrenci burada ilişkilendirme yapmadan hatırladığı kural ile fonksiyonların tek ya da çift olma durumlarını işlemsel kurallara incelemeye çalışacaktır.

Etkinlik - İlişkilendirme ile işlemlerden kavramlara ya da anlamaya:

Aşağıda verilen ifadelerin fonksiyon olarak kuralını belirleyiniz. Verilen fonksiyonun tersi olup-olmadığını araştırınız. Fonksiyonunun tersi varsa kuralını bulunuz ve grafiğini çiziniz.

- Karenin bir kenar uzunluğu (x) ve alanı (A) arasındaki ilişkiyi gösteren fonksiyon.
- Bir okulda her bir sınıf öğretmenine 20 öğrenci düşmektedir. Okuldaki öğrenci sayısı (s) ve öğretmen sayısı (M) arasındaki ilişkiyi gösteren fonksiyon.

İlişkilendirme yapmaya yönelik yukarıda verilen etkinlikte ise öğrencilerin gerçek hayattan ve matematiğin diğer öğrenme alanları ile ilişkiler kurması beklenmektedir. Bu etkinlik ile öğrenciler fonksiyon kavramını günlük hayat ile ilişkilendirme ve

matematiğin diğer öğrenme alanlarından biri olan geometri ile ilişkilendirme fırsatı yakalamış olurlar. Böylelikle öğrencilerin fonksiyon kavramı özelinde ilişkilendirme yaparak kavramlara ve anlamlara ulaşması hedeflenir.

Etkinlik - Matematik yapma:

Grup olarak günlük yaşamınızdaki ve diğer disiplinlerdeki örnek durumlardan ters fonksiyonu temsil eden bir model (maket, resim, tablo, grafik, vb.) oluşturun. Oluşturduğunuz modelin sınıf ortamında sunumunu gerçekleştirin.

Yukarıdaki etkinlikte ise yapılandırılmamış yani açık-uçlu bir yapının olduğu görülmektedir. Bu durum öğrencilerin fonksiyon kavramını günlük yaşamları ya da diğer disiplinler ile ilişkilendirmelerine fırsat verecektir. Ayrıca bu etkinlik ile öğrencilerin üst düzey düşünme becerilerine yönelik görevlerin istendiği söylenebilir.

2.3. Bilişsel Süreçlere Göre Etkinlikler

Etkinlik türleri ve sınıflandırmasında göze çarpan diğer bir husus bilişsel süreçlere ya da düşünme süreçlerine yönelik tasarlanan öğrenme durumlarının olduğu söylenebilir.

Kisa ve Stein (2015) etkinlik türlerinin sınıflandırılmasında düşünme becerilerinden yola çıkmışlardır. Öğrencilerin olguları ezberlemesini ve henüz gösterilen işlemleri tekrar etmesini sorgulamayı gerektiren etkinlikler öğrencilerin düşünmesinin bir türüdür. Diğer bir tür ise öğrencilerin disiplin içinde argümanları oluşturmasını, modelleme ve disiplinin fikirlerinin anlaşılmasında kanıtlara dayalı muhakeme gerçekçi şekilde meşgul olmaları sorgulayan etkinliklerdir.

Grandgenett, Harris ve Hofer (2011) ise, NCTM'in süreç standartları doğrultusunda, matematik öğrenimi için matematiksel etkinlik türlerini 7 başlık altında toplamaktadırlar. Aşağıda matematiksel etkinlik türlerine yönelik bilişsel süreçlerle ilişkili yedi başlık ve bu etkinlik türlerinin fonksiyon kavramına yönelik örnek etkinlik durumları sunulmuştur.

1.) *Düşünme:* Bir gösterime katılma, okuma parçaları, tartışma, örüntü arama, bir kavramı araştırma, bir problemi anlama ya da tanımlama.

Etkinlik: Aşağıda verilen eşitlikler bir fonksiyon belirtir mi? Nasıl? Fonksiyon belirtmiyorsa nasıl fonksiyon yapılabilir, inceleyiniz.

- $y=x^2-9x$
- $16=x^2+y^2$
- $y=7$
- $y^2=x$
- $y = \begin{cases} 1, & x \text{ teksayıise} \\ -1, & x \text{ çiftsayıise} \end{cases}$
- $y = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ -1, & x \geq 0 \end{cases}$
- $3x-5=c$

Yukarıdaki etkinlikte öğrencilerin verilenlerin bir fonksiyon olup-olmadığı ve fonksiyon değil ise nasıl fonksiyon yapılabileceğine yönelik bir kavramı araştırma süreçlerinin olduğu söylenebilir. Öğrencilerin düşünme yapılarının ortaya çıkması açısından bu yaklaşımlar önemlidir.

2.) *Uygulama:* Hesaplama, alıştırmaya ve uygulama, bir bulmaca çözme.

Etkinlik: $x \in \mathbb{R}$ olmak üzere x 'in alacağı farklı değerlere göre $\left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$ ifadesinin

alacağı değerleri hesap makinesi yardımıyla bulunuz.

x	$\left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$	x	$\left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$
1	2	-2	4
10	-10
100	-100
1000	-1000
10.000	-10.000
1.000.000	-1.000.000
...

Uygulamaya yönelik yukarıda verilen etkinlikte, tabloda yer alan değerleri hesap makinesi aracı ile verilen ifade için hesaplamaları istenmiştir. Öğrencilerin bazı matematiksel kavramları ezbere ya da öğretmenin sunumu ile öğrenmesi yerine burada verildiği gibi teknolojiyi de kullanarak hesaplaması ve uygulaması öğrenci merkezli yaklaşım olarak görülebilir.

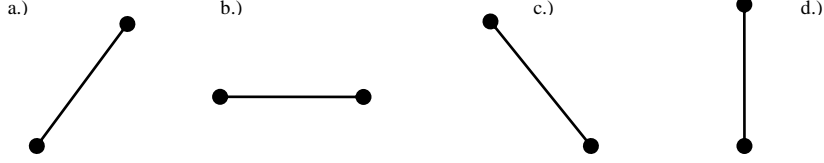
3.) *Yorumlama:* Bir varsayım kurma, bir argüman geliştirme, sınıflandırma, bir temsili yorumlama, tahmin etme, bir matematiksel olguyu yorumlama.

Etkinlik: $f(x)=\sqrt{x}$ ve $g(x)=\sqrt{1-x}$ fonksiyonları için $f+g$ ve $f.g$ fonksiyonlarının grafiklerini çiziniz. Elde ettiğiniz grafikler ile $f(x)$ ve $g(x)$ fonksiyonlarının grafiklerini birlikte yorumlayınız.

Yorumlamaya yönelik yukarıda verilen etkinlikte, verilen iki fonksiyonu kullanarak yeni fonksiyonlar elde etme ve bu fonksiyonlar ile grafiklerini yorumlama sorgulanmıştır. Burada özellikle verilen iki fonksiyon ve elde edilen iki fonksiyon arasındaki ilişkilerin cebirsel ve grafiksel olarak öğrenciler tarafından yorumlanması beklenmektedir. Etkinlikte ayrıca tahmin etme, bir varsayım kurma, argüman geliştirme ve sınıflandırmaya yönelik sorgulamalar yapılabilir.

4.) *Üretme:* Bir gösterim yapma, bir okuma parçası yaratma, matematiksel bir nesne ya da kavramı tanımlama, bir temsil üretme, bir problem geliştirme.

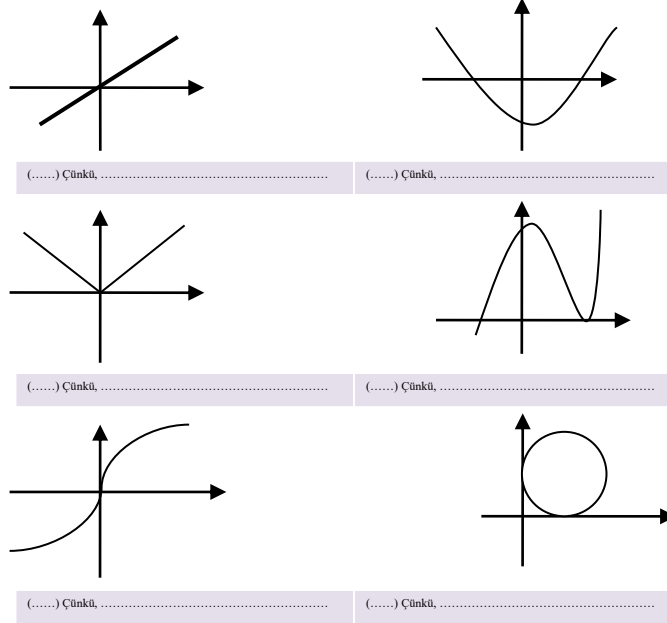
Etkinlik: Aşağıdaki şekillerin birkaçını kullanarak analitik düzlemde bir fonksiyonun grafiğini oluşturunuz. Oluşturduğunuz fonksiyonun grafiğinin noktalarını belirleyerek, fonksiyonun kuralı, tanım ve değer kümelerini tartışınız. Oluşturduğunuz fonksiyondan yararlanarak yeni fonksiyonlar elde ederek grafiklerini çiziniz.



Üretmeye yönelik yukarıda verilen etkinlikte ise öğrencilerin verilen doğru parçalarını kullanarak bir fonksiyon grafiğini, kuralını, tanım, değer kümelerini ve bu fonksiyondan yararlanarak yeni fonksiyonları üretmeleri istenmiştir. Burada özellikle cebirsel ya da aritmetik ifadelerin olmayışı farklı yön olarak görülebilir. Çünkü bu etkinlik öğrenci düşünme süreçlerini aktif bir şekilde faaliyete geçirmesi ve matematiksel anlamda bir ürün ortaya koyması beklenmektedir.

5.) *Kullanma:* Bir strateji seçme, bir testi alma, bir sunumu kullanma.

Etkinlik: Aşağıda grafiği verilen fonksiyonların, ters fonksiyonu olup-olmadığını (Evet (E) / Hayır (H)) nedenleri ile araştırınız.



Kullanmaya yönelik yukarıda verilen etkinlikte, verilen fonksiyonların ters fonksiyonlarının olup-olmadığı ve gerekçelerini sunmaları istenmiştir. Bu etkinlik ile öğrencilerin grafik üzerinde ters fonksiyonu belirlemek için bir strateji kullanmaları gerekmektedir. Başka bir deyişle grafik üzerinde ters fonksiyonu belirlemek için stratejilerini geliştirmek üzere düşünmeleri gerekir.

6.) *Değerlendirme:* Karşılaştırma ve çelişki bulma, bir çözümü test etme, bir varsayımı test etme, matematiksel çalışmalarını değerlendirme

Etkinlik:

$y = 3x$, $y = x^3$, $y = 3^x$, $y = \log_3 x$, $y = e^{3x}$ ve $y = \ln(3x)$ fonksiyonlarının tanımlı oldukları bölgeyi inceleyiniz ve grafiklerini çiziniz. Bu fonksiyonlardaki benzerlik ve farklılıkları grup olarak tartışınız.

Değerlendirmeye yönelik yukarıda verilen etkinlikte ise verilen fonksiyonların tanım bölgesi, grafikleri, benzerlik ve farklılıkları sorgulanmıştır. Polinom, üstel ve logaritmik fonksiyonların çeşitli özellikler bakımından karşılaştırılması ve matematiksel açıdan değerlendirilmesi istenmiştir. Bu etkinlik ile öğrenciler çeşitli fonksiyonlar arasındaki benzerlik ve farklılıkları karşılaştırma ve değerlendirme fırsatı ortaya konmuştur.

7.) *Oluşturma*: Bir dersi öğretme, bir plan oluşturma, bir ürün oluşturma, bir yöntem oluşturma

Etkinlik: Grup olarak günlük hayatta ya da diğer bilim dallarında gerçekleşen durumları temsil eden, mümkünse gerçek verilere dayalı bir fonksiyon belirleyip ve bu fonksiyonun grafiğini oluşturunuz. Çalışmanızı sunum haline getirerek tüm sınıfla paylaşın.

Oluşturmaya yönelik yukarıda verilen etkinlikte, öğrencilerin günlük yaşamlarından ya da diğer bilim dallarındaki durumlara yönelik gerçek veriler ile bir fonksiyon oluşturmaları ve bunu sunmaları istenmiştir. Bu etkinlik, bilişsel beceriler açısından düşünüldüğü zaman diğerlerine göre daha üst düzey bilişsel beceriler içeren bir öğrenme etkinliği olarak görülebilir. Çünkü etkinliğin açık-uçlu olması, günlük yaşam ve diğer bilim dalları ile ilişkilendirilmesi, gerçek verilerin kullanılması, fonksiyonun cebirsel ve grafiksel temsillerinin oluşturulması ve bu çalışmaların bir sunum olarak diğer arkadaşları ile paylaşılması birçok beceri ve süreci içermektedir. Ayrıca öğrencilerin matematiksel anlamda yaratıcı düşüncelerini geliştirmede önemli olduğu söylenebilir.

2.4. Matematiksel Yeterlik ve Becerilere Göre Etkinlikler

Etkinlik türlerinin sınıflandırılmasına bir diğer husus, matematiksel yeterlik ve becerilere yönelik geliştirilen etkinlikler olduğu söylenebilir. İlgili alan yazında, sınıflandırma, genelleme, problem kurma ve çözme, modelleme, ilişkilendirme gibi matematiksel yeterlik ve becerilere yönelik etkinliklerin olduğu görülür.

Yeo (2007) tarafından yapılan çalışmada öğretmenlerin öğrencileri için uygun etkinliklerin seçiminde ve araştırmacılara araştırma alanını daha açık kılmada yardımcı olacak matematiksel etkinliklerin farklı türlerinin karakterizasyonunu sağlanmıştır. Araştırmada bazı etkinlik türleri arasındaki farklılıklar tartışılmıştır. Örneğin; problem-araştırma, problem çözme-problem kurma, proje çalışması-araştırma-uygulama, akademik-yarı gerçek-gerçek yaşam, açık uçlu-açık etkinlikler şeklinde belirtilmiştir.

Yeo (2007), matematiksel etkinlikleri problem çözme, araştırma, yönlendirilmiş keşif, proje çalışmaları, gerçek yaşam etkinlikleri, problem kurma, açık etkinliklerden iyi yapılandırılmamış etkinliklere uzanan bir kapsamda ele almaktadır. Ayrıca matematiksel etkinlikler, matematiksel olarak zengin ve zengin olmayan etkinlikler olarak sınıflandırılabilir. Yeo (2007) matematiksel olarak zengin etkinlikleri, öğrencilerin yeni matematik öğrenmelerini sağlayan ve problem çözme, analitik düşünme, biliş üstü ve yaratıcılık gibi matematiksel süreçleri geliştiren olarak tanımlamaktadır. Matematiksel

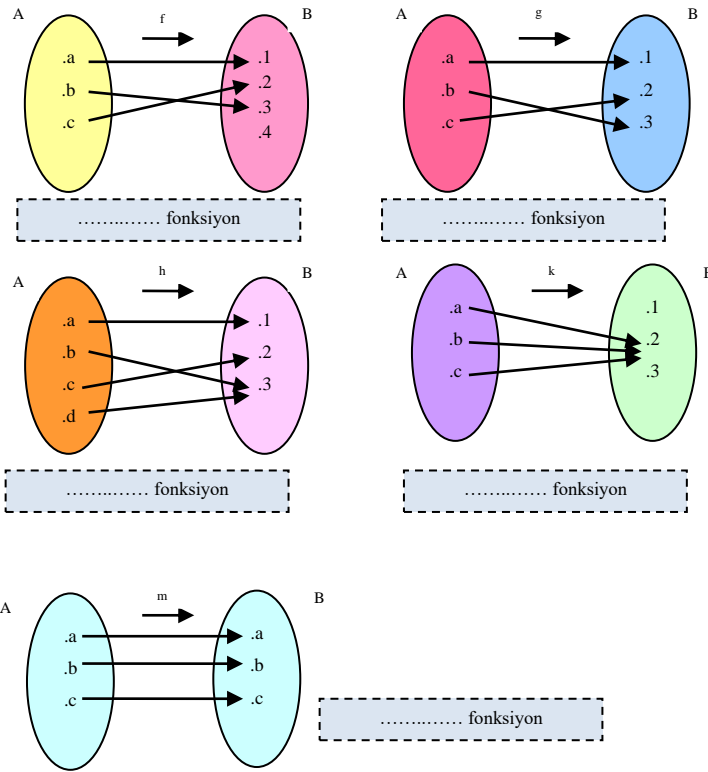
olarak zengin olmayan etkinlikleri, yalnızca öğrencilere işlemlerin pratiğini sağlayan işlemsel etkinlikleri içerdiğini belirtmiştir.

Ayrıca, Swan (2008) tarafından matematik öğretimi açısından etkinlik türlerini beş aşamalı yaklaşım ile sınıflandırılmaktadır. Aşağıda bu beş aşamalı yaklaşım ve bunlara örnek olabilecek fonksiyon kavramına yönelik etkinlikler sunulmuştur.

• *Matematiksel objeleri sınıflandırma*

Etkinlik:

Aşağıda şema ile verilen fonksiyonların türlerini belirtiniz. Fonksiyonun neden bu türe ait olduğunu gerekçeleri ile açıklayınız.



Etkinlik: Aşağıda 1. tabloda verilen fonksiyon kurallarını inceleyiniz. 2. tablodaki özelliklere göre fonksiyon kurallarını sınıflandırınız (Swan, 2007).

$y = x^2 + 2x + 4$	$y = x^2 - 5x + 4$
$y = 2x^2 - x - 3$	$y = x^2 - 4x + 4$
$y = x^2 + 7x - 3$	$y = 4 + 3x - x^2$
$y = x^2 + 5x - 2$	$y = 6x - x^2 - 9$
$y = x^2 - 3x - 1$	$y = x^2 + 10x + 9$
$y = x^2 + x + 3$	$y = x^2 + 4x + 4$
$y = x^2 - 2\sqrt{3}x + 3$	$y = 3x - x^2 + 7$

	Tamsayılarla çarpanlarına ayrılır	Tamsayılarla çarpanlarına ayrılmaz
X eksenini 2 yerde keser.		
X eksenini kesmez.		
X eksenini 2 eşit noktada keser.		
Bir minimum noktasına sahip.		
Bir maksimum noktasına sahip.		
Y eksenini kestiği nokta 4'tür.		

Matematiksel objeleri sınıflandırmaya yönelik yukarıda verilen 1.etkinlikte verilen fonksiyon grafiklerinin hangi tür fonksiyona ait olduğu ve gerekçeleri sorgulanmıştır. 2.etkinlikte ise fonksiyon kurallarını verilen özelliklere göre sınıflandırmaları istenmiştir. Matematiksel objelerin benzerlik, farklılık ya da herhangi bir matematiksel özellik açısından sınıflandırılması önemli beceriler arasında yer almaktadır. Bu yönüyle yukarıdaki etkinlikler de öğrencilerin sınıflandırma becerilerinin gelişimine yönelik kullanılabilir.

• *Farklı gösterimlerin yorumlanması*

Etkinlik: Aşağıdaki her bir durumda tabloda verilen değerler bir fonksiyon belirtir mi? Neden? Belirtiyorsa fonksiyonun kuralını belirleyip, fonksiyonu liste biçiminde yazınız. Fonksiyonun grafiğini çiziniz. Fonksiyonun tablo, liste ve grafiklerini yorumlayınız. Her biri için günlük yaşamdan örnek veriniz.

(a)	x	9	4	1	0	1	4	9
	y	-3	-2	-1	0	1	2	3

(b)	x	-3	-2	-1	0	1	2	3
	y	-6	-4	-2	0	2	4	6

(c)	x	0	1	2	3	4	5	6
	y	7	7	7	7	7	7	7

Farklı gösterimlerin yorumlanmasına yönelik yukarıda verilen etkinlikte ise öğrencilerin tabloda verilen değerlerin bir fonksiyon belirtme durumunu, fonksiyonun liste ve grafik temsillerini oluşturmalarını ve bu farklı temsilleri yorumlamaları istenmiştir. Farklı temsillerin matematik eğitiminde özelden de fonksiyon kavramı için etkili kullanılması öğrencilerin öğrenmelerinde olumlu etkiler yaratabilir. Bu etkinlik ile öğrencilerin fonksiyon kavramının cebirsel, tablo, liste ve grafik temsillerini oluşturmaları ve bunlar arasındaki ilişkileri yorumlamalarına imkan tanınmıştır.

• *Matematiksel ifadeleri değerlendirmek.*

Etkinlik: Aşağıda fonksiyonlar ile ilgili verilen ifadelerin doğru ya da yanlış olması açısından inceleyiniz. Bu ifadeleri doğrulayan ya da çelişen örnek durumlar gösteriniz.

1.) Fonksiyonlarda girdi aynı olsa bile işlem değiştikçe çıktı değişebilir.

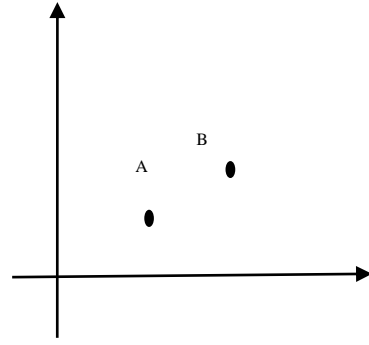
- 2.) Görüntü kümesi değer kümesinin alt kümesidir.
- 3.) Her fonksiyon bir bağıntıdır. Fakat her bağıntı fonksiyon olmayabilir.
- 4.) Fonksiyonlarda bileşke işleminin değişme özelliği yoktur.
- 5.) Her bir fonksiyon kuralı için belli bir aralıkta bir tanım kümesi yazılabilir.

Matematiksel ifadeleri değerlendirmeye yönelik yukarıda verilen etkinlikte ise fonksiyon kavramının en önemli unsurları yani tanım, değer kümeleri, kuralı ve bağıntı ile olan ilişkileri sorgulanmıştır. Bu etkinlik ile öğrencilerin fonksiyon kavramında yukarıda belirtilen önemli ifadeleri değerlendirme fırsatı elde etmiş olacaklardır.

- Öğrencinin kendi problemini oluşturması ve çözmesi

Yandaki grafikte herhangi bir A ve B noktaları verilmiştir. A ve B noktalarını belirleyerek, bu noktalardan geçen bir fonksiyon tanımlanmak isteniliyor. Buna göre;

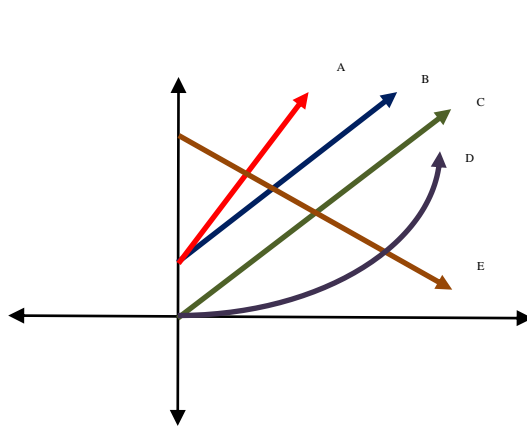
- a) Problemi kendi cümlelerinizle ifade etmeye çalışınız.
- b) Sizce, A ve B noktalarından geçen kaç tane fonksiyon tanımlanabilir?
- c) A ve B noktalarının dışında herhangi bir C noktasının bu fonksiyonun üzerinde olma koşulu nedir? Bu üç noktadan geçen kaç tane fonksiyon tanımlanabilir?
- d) Farklı varsayımlar ve yaklaşımlar ile problemi geliştiriniz ya da genişletiniz ve çözünüz.
- e) Elde ettiğiniz her sonucu göz önüne alarak çıkarımlarınızı yazınız.



Bulduğunuz fonksiyonun tanım ve değer kümesini, kuralını bulunuz ve grafiğini çiziniz.

Öğrencinin kendi problemini oluşturması ve çözmesine yönelik yukarıda verilen etkinlikte, verilen grafiğe dayalı problem oluşturma ve çözme süreçlerinin olduğu görülmektedir. Bu etkinlik ile grafikte sayıların verilmemesi de öğrencinin yaratıcı düşünme becerisi açısından önemli olduğu söylenebilir.

- Çözüm ve gerekçeleri analiz etme



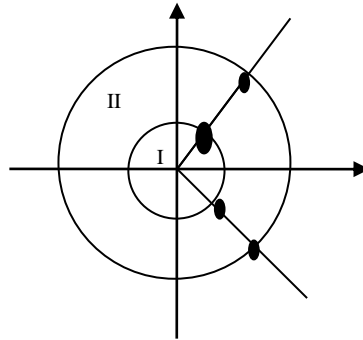
- a.) $y=x$
- b.) $y=2x+2$
- c.) $y=0.1x^2$
- d.) $y=x+2$
- e.) $y=9-0.5x$

Yukarıda beş fonksiyon ve grafik verilmiştir. Fonksiyonlar ile grafikleri eşleştiriniz. Her bir durum için eşleştirme yapmanıza yardım eden ipuçlarınızı gerekçeleri ile açıklayınız.

Çözüm ve gerekçeleri analiz etmeye yönelik yukarıda verilen etkinlikte öğrencilerin verilen fonksiyon kuralları ile grafikleri eşleştirmeleri ve bunu gerekçeleri belirtmeleri istenmiştir. Bu etkinlik ile öğrencilerin bir problemin çözümünde gerekçelerini ifade etmeleri ve bunları analiz etmeleri beklenmektedir. Bu yönüyle etkinlik öğrencilerin matematiksel öğrenmeleri gerekçelendirme süreciyle oluşturacakları söylenebilir.

- *Var olan problem durumlarından genellemeler yapmak* (Özmantar ve Bingölbali, 2009: s.317-321'deki alıntı).

Etkinlik: Grup olarak aynı merkezli iki çember tasarlayın (kağıt, maket vb.). Merkezden çizilen doğruların çemberleri kestiği noktaları birbirine eşleyen bağıntının fonksiyon olup olmadığını araştırınız. Fonksiyon ise özelliklerini araştırıp, nedenlerinizi açıklayınız.



Var olan problem durumlarından genellemeler yapmaya yönelik yukarıda verilen etkinlikte ise öğrencilerin model üzerinde birbirine eşlenen bağıntıların fonksiyon olma durumlarını incelemeleri istenmiştir. Bu etkinlik ile fonksiyonlar ve bağıntı arasındaki ilişkiler ve cebirsel ve geometrik temsiller arasındaki ilişkilerin ortaya konması ve genelleştirilmesi beklenmektedir.

3. TARTIŞMA ve SONUÇ

Bu araştırmada matematik dersi kapsamında etkinlik türlerinin sınıflandırılmasına yönelik kuramsal bir çalışma sunulmuştur. Etkinlik türlerinin sınıflandırılmasına yönelik farklı kuramsal yaklaşım ve sınıflandırmalar incelenirken bir yandan da bunları somutlaştırmak amacıyla fonksiyon kavramına yönelik somut örnekler verilmeye çalışılmıştır.

Etkinliğe yönelik yapılan tanımlarda ve iyi ya da etkili bir etkinliğin nasıl olması gerektiğine yönelik yaklaşımlarda öncelikle karşımıza etkinliğin amacı çıkmaktadır. Çünkü etkinliğe yönelik amaçlar iyi belirlenemediği zaman etkili olmasının beklenemeyeceği söylenebilir. Ayrıca Peled'in (2007) belirttiği gibi etkinlik amaçlarını; psikolojik, öğretim programı, epistemolojik ve pedagojik boyutlara göre düşünmemiz gerekir. Etkinliğin amaçları tek boyuttan ziyade böyle bir yaklaşım ile çoklu boyutlarda (çok yönlü) düşünülebilir. Böyle çoklu bir yaklaşım ile etkili öğrenme etkinliği hedefini yakalamak daha kolaylaşabilir. Çünkü etkinlik amaçlarının tek boyutlu bir şekilde ele alınması diğer boyutlarda sınırlılıklara yol açabilir. Örneğin etkinlik sadece öğretim programı ve amaçlara göre tasarımı yapılırsa diğer boyutlar ihmal edilmiş olabilir. Ayrıca yapılanın gerçekte etkinlik olup olmadığı da tartışılması ve incelenmesi gerekebilir.

Etkinliğin tanımı, etkililiği, tasarımı ve uygulanmasında ilk ön plana çıkan özelliğin amaç olduğu söylenebilir. Alan yazında etkinliğin amacının yukarıda belirtilen aşamalarda önemli bir unsur olduğu belirtilmiştir (Altun, 2002; Özmantar ve Bingölbalı, 2009; Simon vd., 2010; Tomlinson, 2007). Bu doğrultuda etkinlik tasarımı yapılırken etkinliğin amacı ile ilgili yönlere dikkat edilmelidir. Tasarlanan etkinliklerin amacının net, kapsamlı, çok yönlü ve öğrenci merkezli olmasına özen gösterilmelidir. Başka bir deyişle, matematik eğitimcilerinin matematik etkinliklerini planlamada karşılaştıkları paradoksu çözmek için amaç ve fayda niteliklerinin etkinlik tasarlamada önemli olduğunun (Ainley vd., 2006) farkına varmalıdırlar. Etkinliğin amacına yönelik yüksek bilinçlilik düzeyi etkili etkinlik tasarımlarının yapılmasına yol açabilir.

Bu çalışmada etkinliğin amaç boyutu ile ilişkili olarak 4 türde fonksiyon kavramına yönelik etkinlik örnekleri verilmeye çalışılmıştır. Matematik dersinde yeni öğrenmelere ya da öğrenilen kavramları pekiştirmeye yönelik etkinlik tasarımı öğretmenler ve araştırmacılar tarafından en çok bilinen ve incelenen etkinlik türleri olduğu söylenebilir. Yapılan araştırmalarda da bu durum matematik öğretmen adaylarının etkinlik tasarım süreçlerinde ortaya çıkmıştır (Özgen, 2017; Özgen ve Alkan, 2014). Öğrencilerin zorluk ve yanılgılarını aşmaya ve alanın epistemolojik yapısının farkındalığına yönelik etkinliklerde biraz daha sınırlı olduğumuz söylenebilir. Bu durum matematik öğretmenlerinin genel ve özel pedagojik bilgi ve deneyimlerinden kaynaklanabilir. Etkinlik geliştirmede yalnızca yeni öğrenmelere ya da pekiştirmeye yönelik etkinlikler ile sınırlı kalmamız gerekir. Bunun yanında psikolojik, öğretim programı, epistemolojik ve pedagojik unsurlar dikkate alınarak çok yönlü etkinlikler tasarlanabilir.

Etkinlik türlerini sınıflandırmada bir diğer yaklaşım ise bilişsel süreçler açısından kategorilendirmedir. Bu kapsamda Grandgenett ve diğer. (2011) tarafından NCTM'in süreç standartları doğrultusunda, matematik öğrenimi için geliştirilen 7 matematiksel etkinlik türleri bulunmaktadır. Bu yaklaşımda, düşünme, uygulama, yorumlama, üretme, kullanma, değerlendirme ve oluşturma etkinlik türleri yer almaktadır. Bu çalışmada da bu süreçlere uygun fonksiyon kavramına yönelik örnek etkinlikler sunulmuştur. Bu etkinlik türlerinin sınıflandırma yaklaşımında amacın yanında etkinlikteki bilişsel ya da zihinsel faaliyetin

önemine değinilmektedir. Etkinlik tanımında vurgulandığı gibi öğrencilerin zihinsel bir eylem içerisinde bulunmaları (Simon vd., 2010) amaçlanmaktadır. Etkinlik tanımının bu yönü ile öğrencileri zihinsel bir davranış sergilemelerine yönelik öğrenme durumlarının yaratılması ön plana çıkmaktadır.

Etkinlik ile hedeflenen zihinsel süreçlerin ne olduğu ya da olacağı ve öğrencilerin bu etkinliği aktif katılımları ile gerçekleştirmeleri sonucu kazanımlarının ne olacağı önemli hususlardır. Burada etkinlik ile amaçlanan ve ortaya çıkacak olan ürün ya da fayda boyutunun olduğu söylenebilir. Etkinliklerdeki amaç ve fayda arasındaki sıkı ilişkiyi (Ainley vd., 2006) bilişsel süreçler açısından çok iyi ele almak gerekir. Simon'ın (2005) belirttiği öğrenme yörüngeleri modelinde uygulanan etkinliklerde olduğu gibi öğrencilerin düşünmeleri, öğrenmelerinin değerlendirilmesi ve düzeltilmesi matematiği öğrenme süreci için çok etkili olacaktır. Öğretmenlerin tasarladıkları etkinliklerde öğrencilerin düşünme süreçleri ve yapılarını ortaya çıkarma ve düzenleme ve değiştirme fırsatı bulacakları etkinlikler hedeflenmelidir. Bu yaklaşımın gerçekleşebilmesi ise daha çok üst düzey düşünme etkinlikleri ile gerçekleşebilir. Bu doğrultuda Liljedahl ve diğer. (2007) tarafından belirtildiği gibi iyi matematiksel etkinlikler tasarlanmanın bir öz yinelemeli süreç olduğu benimsenmelidir ve bu süreçte; kestirimci analiz, deneme, yansıtıcı analiz ve düzenleme aşamaları etkili kullanılmalıdır. Matematik öğretmenlerinin etkinlik tasarlama ve uygulama süreçlerinde genel ve özel pedagojik bilgi ve deneyimleri bilişsel süreçler ve düşünme açısından yeterli düzeylerde olmalıdır.

Özellikle matematik eğitiminde etkili öğrenme etkinliklerinin tasarımı ve uygulanması içerdiği zihinsel eylemler ile ölçülebileceği söylenebilir. Çünkü matematiğin doğası, matematiksel bilginin elde edilmesi ve öğrencinin öğrenme sürecine aktif olarak zihinsel eylem boyutu ile katılımı için etkinliklerde bilişsel yönlerin zengin ve kapsamlı olmasına özen gösterilmelidir. Grandgenett ve diğer. (2011) tarafından matematik öğrenimi için geliştirilen 7 matematiksel etkinlik türleri matematik eğitimcileri için bir rehber olabilir.

Matematiksel yeterlik ve becerilere göre etkinlik türlerinin sınıflandırıldığı görülmektedir. Alan yazında, problem çözme ve kurma, ilişkilendirme, modelleme, genelleme, tahmin, soyutlama vb. matematiksel yeterlik ve becerilere yönelik etkinliklerin tasarımı ve uygulamasının yapıldığı görülmektedir. Bu sınıflandırma yukarıda belirtilen amaç ve bilişsel süreçlere göre türler ile tamamen ayrı bir sınıflandırma olduğu söylenemez. Burada, matematik eğitimcileri ve araştırmacılar tarafından ilgili alanlarda yeterlik ve becerilere yönelik etkinliklerin ortaya konulduğu görülmektedir. Bu konuda Yeo (2007), öğretmenlerin öğrencileri için uygun etkinliklerin seçiminde ve araştırmacılara araştırma alanını daha açık kilmada yardımcı olabilecek matematiksel etkinliklerin farklı türlerinin sınıflandırmasını ortaya koymuştur. Ayrıca Yeo (2007), problem-araştırma, problem çözme-problem kurma, proje çalışması-araştırma-uygulama, akademik-yarı gerçek-gerçek yaşam, açık uçlu-açık etkinlikler gibi etkinlik türleri arasındaki farklılıkları açıklamıştır.

Tomlinson'un (2007) belirttiği gibi etkinlik, öğrencinin ana fikirler üzerinde çalışırken bir ana beceri kullanmasını sağlamalıdır. Bu görüşten yola çıkılarak matematik eğitimcisi öğretmenler ve araştırmacılarında yukarıda belirtilen matematiksel yeterlik ve becerilere yönelik etkinlik türlerini etkin ve kapsamlı biçimde bilmelidirler ve uygulamaya yansıtılmaları gerekir. Çünkü etkinlikte amaç ve bilişsel süreçlerden sonra matematiksel yeterlik ve becerilerin öğretimsel program ve pedagojik yaklaşımlar açısından önemli olduğu söylenebilir. Örneğin; problem çözme etkinliği için amaç ne olmalıdır? Öğrenciden beklenen zihinsel ve fiziksel eylemler neler olmalıdır? Problem çözme etkinliği için nasıl

bir bağlam oluşturulmalıdır ve uygulanmalıdır? vb. sorular akla gelebilir. Bu şekilde belirtilen sorular gibi diğer beceriler için de bunlar ya da farklı yönler düşünülebilir. Ayrıca matematik eğitimcilerinin bu tür etkinlikleri neden geliştireceklerini ve nasıl uygulayacakları konusunda belirli bir düzeyde bilgi ve becerilere sahip olmaları önemlidir.

Bu araştırmada Swan (2008) tarafından belirtilen etkinlik türleri fonksiyon kavramı bağlamında incelenmiştir. Etkinlik türlerinde matematiksel objeleri sınıflandırma, farklı gösterimleri yorumlama, matematiksel ifadeleri değerlendirme, öğrencilerin kendi problemlerini oluşturması ve çözmesi, çözüm için gerekçeleri analiz etme ve var olan problem durumlarından genellemeler yapmak yer almaktadır. Önerilen yapıda matematiksel problem kurma, çözme, muhakeme yapma, yorumlama, değerlendirme, analiz etme, genelleme ve sınıflandırma gibi matematik eğitimi açısından önemli yeterlik ve becerilerin vurgulandığı söylenebilir. Matematik dersi öğretim programlarında da (MEB, 2013a; 2013b) sözü edilen matematiksel yeterlik ve becerilerin önemine, derslerde etkinlikler ile uygulanmasına ve öğrenme süreçlerinde dikkate alınmasına yönelik açıklamalar görülmektedir. Bu bağlamda, matematik etkinliklerinin önemli bir boyutunun öğrencilerde kazanmalarını hedeflediğimiz matematiksel yeterlik ve becerilerin olduğu söylenebilir. Bu nedenle tasarlanan etkinliklerde matematiksel yeterlik ve becerilerin, etkinliğin amacı ve bilişsel süreçler ile ilişkilerine odaklanmamız ve bu unsurları birlikte düşünmemiz etkili öğrenme süreçlerini kolaylaştıracaktır.

Bu araştırma ile matematik eğitiminde etkinlik türlerine yönelik sınıflandırmalara ilişkin kuramsal temeller ve özelde fonksiyon kavramına ilişkin örneklemeler yapılmaya çalışılmıştır. Bu kapsamda etkinliklerin amaç, bilişsel süreçler ve matematiksel yeterlik ve beceriler açısından türleri incelenmiştir. Bu araştırmada özetle söz edilen ya da hiç değinilmeyen başka etkinlik türleri ve yaklaşımları da başka araştırmalarda ele alınabilir. Ayrıca özelde fonksiyon kavramına yönelik verilen etkinlik örnekleri diğer matematiksel kavramlar için de tasarlanabilir. Matematik öğretmeni ve öğretmen adaylarının sözü edilen etkinlik türlerine yönelik bilgi, beceri ve deneyimlere sahip olması önemli olduğu düşünülmektedir. Bu bağlamda matematik eğitimcilerinin etkinlik türlerine yönelik kapsamlı ve etkili araştırma, proje ve eğitimler ile yoğunlaşmaları gerektiği söylenebilir. Özellikle öğretmen ve öğretmen adaylarının bu etkinlik türlerini bilmeleri, tasarlayabilmeleri ve sınıf ortamında uygulayabilmeleri öğrenci merkezli öğrenme yaklaşımı için büyük adımlar olduğu söylenebilir. Matematik eğitimi alanındaki araştırmacılarının da etkinlik türlerine yönelik kuramsal ve uygulamalı araştırmaları gerçekleştirmeleri gerekir.

KAYNAKÇA

- Ainley, J., Pratt, D., & Hansen, A. (2006). Connecting engagement and focus in pedagogic task design. *British Educational Research Journal*, 32(1), 23-38
- Altun, M. (2002). *Matematik öğretimi* (10.Baskı). Bursa: Alfa.
- Aslan, B. (2010). *Matematiksel etkinliklerin uygulanması sırasında ortaya çıkan öğretmen ve öğrenci rolleri*. Yayınlanmamış Yüksek lisans Tezi, Gaziantep Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Gaziantep.
- Baki, A. (2008). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi* (3. Baskı). Ankara: Harf Eğitim Yayıncılığı.
- Bell, A. (1993). Principles for the design of teaching. *Educational Studies in Mathematics*, 24(1), 5-34.
- Bozkurt, A. (2012). Matematik öğretmenlerinin matematiksel etkinlik kavramına dair algıları. *Eğitim ve Bilim*, 37, 101-115.
- Brooks, J. G. & Brooks, M. G. (1993). *Insearch of understanding: The case for constructivist classrooms*. Alexandria: VA: Association for Supervision and Curriculum Development.
- Bukova-Güzel, E. ve Alkan, H. (2004). *Matematik öğretiminde, geliştirilen öğrenme etkinlikleri ile yapılandırmacı yaklaşımın örneklenmesi*. VI. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, Marmara Üniversitesi, 9-11 Eylül 2004, İstanbul, 671-677.
- Bukova-Güzel, E. ve Alkan, H. (2005). *Yapılandırmacı öğrenme yaklaşımına dayalı matematik öğretimine hazır mıyız?* XIV. Ulusal Eğitim Bilimleri Kongresi, 28-30 Eylül, Pamukkale Üniversitesi, Denizli.
- Chapman, O. (2013). Mathematical-task knowledge for teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 16, 1-6. Doi: 10.1007/s10857-013-9234-7.
- Doyle, W. (1983). Academic work. *Review of Educational research*, 53, 159-199.
- Doyle, W. (1988). Work in mathematics classes: The context of students' thinking during instruction. *Educational Psychologist*, 23(2), 167-180.
- Dreyfus, T., & Tsamir, P. (2004). Ben's consolidation of knowledge structures about infinite sets. *Journal of Mathematical Behavior*, 23(3), 271-300.
- Durmuş, S. (2001). Matematik eğitime oluşturmacı yaklaşımlar. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri Dergisi*, 1(1), 91-107.
- Elçi, A. N., Bukova-Güzel, E. ve Alkan, H. (2006). *Ülkemiz matematik öğretmen adaylarının profilinin yapılandırmacı öğrenme yaklaşımına uygunluğu*. VII. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi, 7-9 Eylül 2006, Ankara, 1273-1277.
- Grandgenett, N., Harris, J., & Hofer, M. (2011). Mathematics learning activity types. Retrieved from College William and Mary, School of Education, Learning Activity Types Wiki: Retrieved April 24, 2011 from <http://activitytypes.wmwikis.net/file/view/MathLearningATs-Feb2011.pdf>.
- Henningsen, M., & Stein, M. K. (1997). Mathematical tasks and student cognition: Classroom-based factors that support and inhibit high-level mathematical thinking and reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(5), 524-549.

- Kisa, M. T., & Stein, M. K. (2015). Learning to see teaching in new ways: A foundation for maintaining cognitive demand. *American Educational Research Journal*, 52(1), 105–136.
- Liljedahl, P., Chernoff, E., & Zazkis, R. (2007). Interweaving mathematics and pedagogy in task design: A tale of one task. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 10(4), 239–249.
- Marx, R.W., & Walsh, J. (1988). Learning from academic tasks. *The Elementary School Journal*, 88(3), 207-219.
- Miller, J. B. (2002). Examining the interplay between constructivism and different learning styles. ICOTS6, 2002: Retrieved April 12, 2011 from <http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/1/8a4>.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB] (2005). *Matematik dersi öğretim programı ve kılavuzu (9-12.Sınıflar)*. Ankara.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB] (2013a). *Ortaöğretim matematik dersi (9, 10, 11 ve 12. Sınıflar) öğretim programı*. Ankara.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB] (2013b). *Ortaokul matematik dersi (5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) öğretim programı*. Ankara.
- Northcote, M., Kendle, A., Ingram, D., & Thompson, E. (2001). Activities for learning. Practical advice for enhancing your teaching and learning. Retrieved from <http://www.catl.uwa.edu.au/resources/advice.html>.
- Olkun, S. ve Uçar, Z. T. (2004). *İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi (3. Baskı)*. Ankara: Anı.
- Özden, Y. (2009). *Öğrenme ve öğretme (9.Baskı)*. Ankara: Pegem Yayınları.
- Özgen, K. (2017). *Öğretmen adaylarının matematiği farklı disiplinler ile ilişkilendirme etkinlikleri tasarlama becerileri*. 26th International Conference on Educational Sciences, April 20-23 2017, Antalya, Abstract Book, pp. 2265-2268.
- Özgen, K. (2012). *Yapılandırmacı öğrenme yaklaşımı kapsamında, öğrencilerin öğrenme stillerine uygun öğrenme etkinlikleri geliştirilmesi: Fonksiyon ve türev kavramı örnekleme*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Özgen, K. ve Alkan, H. (2011). Matematik öğretmen adaylarının öğrenme stiline göre etkinliklere yönelik tercih ve görüşlerinin incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 41, 325-338.
- Özgen, K. ve Alkan, H. (2014). Matematik öğretmen adaylarının etkinlik geliştirme becerilerinin incelenmesi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 14(3), 1179-1201. Doi:10.12738/estp.2014.3.1866.
- Özmantar, M. F. ve Bingölbali, E. (2009). Etkinlik tasarımı ve temel tasarım prensipleri. E. Bingölbali ve M. F. Özmantar (Ed.), *İlköğretimde karşılaşılan matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri* (s. 313-348). Ankara: Pegem Akademi.
- Özmantar, M. F., Bozkurt, A., Demir, S., Bingölbali, E. ve Açıl, E. (2010). Sınıf öğretmenlerinin etkinlik kavramına ilişkin algıları. *Selçuk Üniversitesi Ahmet Keleşoğlu Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30, 379-398.

- Peled, I. (2007). The role of analogical thinking in designing tasks for mathematics teacher education: An example of a pedagogical ad hoc task. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 10(4), 369-379.
- Pesen, C. (2006). *Yapılandırıcı öğrenme yaklaşımına göre matematik öğretimi*. Ankara: Nobel Yayınları.
- Savaş, E., Obay, M. ve Duru, A. (2006). Öğrenme etkinliklerinin öğrencilerin matematik başarıları üzerindeki etkisi. *Journal of Qafqaz University*, 17(1), 1-8.
- Simon, M. A. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26, 114-145.
- Simon, M., et al. (2010). A developing approach to studying students' learning through their mathematical activity. *Cognition and Instruction*, 28(1), 70-112.
- Simon, M. A., & Tzur, R. (2004). Explicating the role of mathematical tasks in conceptual learning: An elaboration of the hypothetical learning trajectory. *Mathematical Thinking and Learning*, 6(2), 91-104.
- Smith, M. S., & Stein, M. K. (1998). Reflections on practice: Selecting and creating mathematical tasks: From research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 3(5), 344-350.
- Stein, M. K., Grover, B. W., & Henningsen, M. (1996). Building student capacity for mathematical thinking and reasoning: An analysis of mathematical tasks used in reform classrooms. *American Educational Research Journal*, 33(2), 455-488.
- Stein, M. K., & Lane, S. (1996). Instructional tasks and the development of student capacity to think and reason: An analysis of the relationship between teaching and learning in a reform mathematics project. *Educational Research and Evaluation*, 2(1), 50-80.
- Stein, M. K., & Smith, M. S. (1998). Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 3(4), 268-275.
- Swan, M. (2007). The impact of task-based professional development on teachers' practices and beliefs: A design research study. *Journal of Mathematics Education*, 10(4), 217-237.
- Swan, M. (2008). Designing a multiple representation learning experience in secondary algebra. *Journal of The International Society For Design and Development in Education*, 1(1), 1-17.
- Tekumru-Kisa, M., Stein, M. K., & Schunn, C. (2015). A framework for analyzing cognitive demand and content-practices integration: Task analysis guide in science. *Journal of Research in Science Teaching*, 52(5), 659-685.
- Tomlinson, C.A. (2007). *Öğrenci gereksinimlerine göre farklılaştırılmış eğitim* (Çev. SEV Mat. ve Yay.). İstanbul: Redhouse Eğitim Kitapları.
- Toptaş, V. (2008). Geometri öğretiminde sınıfta yapılan etkinlikler ile öğretme -öğrenme sürecinin incelenmesi. *İlköğretim Online*, 7(1), 91-110. 10 Mayıs 2011 tarihinde <http://ilkogretim-online.org.tr> adresinden alınmıştır.

- Uğurel, I. ve Bukova-Güzel, E. (2010). Matematiksel öğrenme etkinlikleri üzerine bir tartışma ve kavramsal bir çerçeve önerisi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 39, 333-347.
- Uğurel, I., Bukova-Güzel, E. ve Kula, S. (2010). Matematik öğretmenlerinin öğrenme etkinlikleri hakkındaki görüş ve deneyimleri. *Buca Eğitim Fakültesi Dergisi*, 28, 103-123.
- Wassermann, J., Davis, C., & Astrab, D. P. (2007). Overview of learning activities. 1-8. Activity design handbook. Faculty Guidebook. Lisle: Pacific Crest. Retrieved April 27, 2011 from www.pcrest.com.
- Yackel, E., Underwood, D., & Elias, N. (2007). Mathematical tasks designed to foster a reconceptualized view of early arithmetic. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 10(4), 351-367.
- Yeo, J. B. W. (2007) Mathematical tasks: Clarification, classification and choice of suitable tasks for different types of learning and assessment. Technical Report ME2007-01 July 2007, Mathematics and Mathematics Education, National Institute of Education. Retrieved February, 7, 2017 from http://math.nie.edu.sg/bwjyeo/publication/MMETechnicalReport2007_MathematicalTasks.
- Yurdakul, B. (2005). Yapılandırmacılık. Özcan Demirel (Ed.), *Eğitimde yeni yönelimler*. Ankara: PegemA Yayıncılık, s.39-65.

EXTENDED ABSTRACT

1. Introduction

One of the important elements of student-centered education in mathematics education is activity-based learning. In this sense, activities can be seen as the capstone of the mathematics learning-teaching process. How should the features and structure of effective learning activities be? What are the types of activities and their classification? Such questions are considered important. In the related literature, it is seen that the types of activities and classifications are considered regarding different theoretical approaches and frameworks.

Effective mathematics learning of learners can be seen as the basic building block of the learning process. Because learning activities target the mental and physical participation of learners in the learning process. For this reason, it is important for teachers to develop mathematical concepts in the process of learning and to apply suitable activities in the classroom environment.

It appears that there are different approaches to the definition of learning activities. Northcote, Kendle, Ingram and Thompson (2001) defined the learning activities as tasks specifically designed to improve the learning of the students. Wasserman, Davis and Astrab (2007) state that the basic unit of instructional design is the learning activity. Stein and Lane (1996) describe instructional activities as activities carried out by teachers and students during classroom instruction aimed at specific concepts, skills, or idea development. Instructional activities serve as a bridge between classroom activities and students' learning because they explicitly specify what content the student will be busy with (Doyle, 1983).

If mathematical activities play such a key role in the effectiveness of mathematics instruction, how do we think about the selection of activities? (Simon & Tzur, 2004). This question is also important for development activities in mathematics education. Chapman (2013) states the worthwhile characteristics of mathematical activities that may be answering these questions: important mathematical content, multiple paths, multiple representations, providing verification, interpretation, and prediction to students.

2. Classification of Activities Types

In the related literature, it is seen that the types of activities and classifications are considered in terms of different theoretical approaches and frameworks. However, it can be said that cognitive processes, mathematical competencies, and skills are the focal points in the frameworks and classifications, especially for mathematical activities.

One of the important topics for learning activities is the classification of activities. Because, as Yeo (2007) points out, it is important that teachers understand the differences between the types of activities, and that they can choose activities that are more appropriate for their students, especially for teaching purposes. In this direction, the level of knowledge, skills and awareness of teachers about the types of activities can affect the process of designing and implementing the activities.

However, it can be said that the purpose, cognitive processes, mathematical competencies, and skills are the focus points in the frameworks and classifications, especially for

mathematical activities. This study will focus on the types and classification of activities that are important topics for mathematical learning activities. Because for mathematics teachers it is important to understand the differences between the types of activities and to be able to choose more appropriate activities for their students, especially for teaching purposes. In this respect, the types of activities in this study will be examined in terms of purpose, cognitive processes, mathematical competencies, and skills. In order to embody mathematical learning activities in these different types, samples for function concept have been shown.

In this research, firstly the types of activities will be examined according to their purposes. Some approaches will be presented in the related literature on efficacy objectives. Özmantar and Bingölbali (2009) state that in the literature review there are four different approaches to designing activities in terms of purposes. These goals are stated as follows: 1.) activities designed to perform a new learning; 2.) activities designed to consolidate learned concepts; 3.) activities designed to overcome student difficulties and misconceptions, and activities designed to raise awareness about the epistemological structure of the subject. Examples of activities for the function concept that can be examples of these four approaches presented.

Another aspect of the types and classification of activities can be said to be the learning situations designed for cognitive processes or thinking processes. Grandgenett, Harris and Hofer (2011) collected mathematical activity types for mathematics learning under seven headings in line with NCTM's process standards. These seven types of activities described as follows: consider, practice, interpret, produce, apply, evaluate, and create. Sample activity cases for the function concept of these activity types presented.

Another classification of the types of activities can be said to be activities developed for mathematical competence and skills. In the related literature, it is seen that activities related to mathematical competence and skills such as classification, generalization, problem-solving and posing, modeling, connection are seen. Swan (2008) classified activity types regarding teaching mathematics with a five-step approach. This five-stage approach and activities for the concept of function that can be an example of them are presented. These five types of activities are described as follows: 1.) classifying of mathematical objects; 2.) interpreting multiple representations; 3.) evaluating mathematical statements; 4.) creating problems and 5.) analyzing reasoning and solutions.

3. Discussion and Suggestions

In this study, a theoretical study on the classification of activity types was presented. Different theoretical approaches and classifications for classifying the types of activities have been examined while trying to give concrete examples of the function concept in order to make them concrete. Other types of activities and approaches that are mentioned or not mentioned in this study can be considered in other researches. In addition, examples of activities given in particular to the concept of function can also be designed for other mathematical concepts. It is thought that it is important that mathematics teachers and teacher candidates have knowledge, skills, and experiences about the types of activities mentioned. In this context, it can be said that we need to concentrate a little more on the types of activities of mathematics educators. Especially, it can be said that teacher and teacher candidates know, design and apply these types of activities in the class environment are great steps for student centered learning approach. Researchers in mathematics education also need to carry out theoretical and practical research on the types of activities.