Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Western Anatolia Journal of Educational Sciences, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Araştırma Makalesi / Research Paper

Teknoloji ile Zenginleştirilmiş Matematiksel Modelleme Sürecinin Kavramsallaştırılması[1]

Conceptualizing Technology-Enhanced Mathematical Modeling Process

Çağlar Naci HIDIROĞLU, Doç.Dr., Pamukkale Üniversitesi, chidiroglu@pau.edu.tr

Esra BUKOVA GÜZEL, Prof. Dr., Dokuz Eylül Üniversitesi, esra.bukova@deu.edu.tr

Geliş tarihi - *Received:* 26 Eylül 2023
Kabul tarihi - *Accepted*: 28 Ekim 2023
Yayın tarihi - *Published*: 28 Aralık 2023

[1] Birinci yazarın, ikinci yazarın danışmanlığında yürüttüğü doktora tezinden üretilmiştir.
Hıdıroğlu, Ç.N. ve Bukova Güzel, E. (2023). Teknoloji ile zenginleştirilmiş matematiksel modelleme sürecinin kavramsallaştırılması. *Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi, 14*(2), 1213-1248.
DOI. 10.51460/baebd.1366450

Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Western Anatolia Journal of Educational Sciences, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Araştırma Makalesi / Research Paper

Öz. Çalışmanın amacı, teknoloji ile zenginleştirilmiş matematiksel modelleme sürecindeki zihinsel eylemleri açıklamaktır. Kuram oluşturma çalışması çerçevesinde yürütülen çalışmanın katılımcıları seçilirken ölçüt örnekleme ve kuramsal örnekleme yöntemleri dikkate alınmıştır. Çalışma 21 ortaöğretim matematik öğretmeni adayının oluşturduğu yedi birlikte çalışma grubu ile gerçekleştirilmiştir. Veriler; tasarlanan üç matematiksel modelleme problemine yönelik grupların çözüm süreçlerini içeren video çözümlemeleri, GeoGebra çözüm dosyaları, yazılı yanıt ve karalama kağıtlarından, araştırmacıların hatırlatıcı/gözlem notlarından oluşmaktadır. Verilerin analizinde kuram oluşturma veri analizi sürecine bağlı kalınarak sürekli karşılaştırmalı analiz tekniği, açık, eksensel ve seçici kodlama süreci dikkate alınmıştır. Kuram oluşturma veri analizi sonunda, teknoloji destekli matematiksel modelleme süreci iki temel ve bir yardımcı dünya, dokuz temel bileşen, dört yardımcı bileşen ve dokuz temel basamak ile açıklanmıştır. Çalışma alanyazında hem matematiksel modelleme sürecine hem de matematiksel modellemede teknoloji entegrasyonuna yönelik gerçekleştirilmiş en kapsamlı çalışmalardan biri olduğu düşünülmektedir.
Anahtar Kelimeler: *GeoGebra, kuram oluşturma, matematiksel modelleme, teknoloji entegrasyonu.*

Abstract. The aim of the study is to elucidate the mental actions employed in technology-enhanced mathematical modeling process. Within the framework this grounded theory study, participant selection was based on criterion sampling and theoretical sampling methods. The study was conducted with seven study groups comprised of 21 prospective mathematics teachers. The data consisted of video analyses depicting the solution processes of the groups for three mathematical modeling problems, GeoGebra solution files, written responses, and scratch papers, as well as the researcher's reflective/observational notes. The data analysis adhered to theory-building data analysis procedures, employing constant comparative analysis technique and open, axial, and selective coding processes. At the end of the theory-building data analysis, the technology-enhanced mathematical modeling process was explained through two basic and one subsidiary world, nine basic components, four subcomponents and nine basic steps. The study is one of the most comprehensive studies in the literature conducted on both the mathematical modeling process and technology integration in mathematical modeling.
Keywords: *GeoGebra, grounded theory, mathematical modeling, technology integration.*

Hıdıroğlu, Ç.N. ve Bukova Güzel, E. (2023). Teknoloji ile zenginleştirilmiş matematiksel modelleme sürecinin kavramsallaştırılması. *Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi, 14*(2), 1213-1248.
DOI. 10.51460/baebd.1366450

Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Western Anatolia Journal of Educational Sciences, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Araştırma Makalesi / Research Paper

Extended Abstract

Introduction. Weak connection between instruction provided at schools and real-life applications, students' inadequacy in utilizing the knowledge and skills they acquire in school for real-world applications and solving daily life problems, their tendency to rush towards the result instead of engaging in detailed problem-solving and employing various strategies, and their inability to use the available technology for deep thinking (Mousolides, Christou, & Sriraman, 2006; National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000; Schoenfeld, 1992; Turner, 2007; Vershaffel, De Corte & Lasure, 1999) can be considered as some of the most outstanding defects of the contemporary education system. Considering the increasingly strong link between science and technology in the 21st century education, the prominence of digital competence or computational thinking skills, which encompass the ability to use technology, and mathematical modeling skills, which emphasize a robust connection between real life and mathematics, becomes evident. Besides, interdisciplinary and even transdisciplinary rich mental processes in which these skills emerge simultaneously in learning environments gain critical importance. Accordingly, the aim of the study is to explain the mental actions employed in the technology-enhanced mathematical modeling process. In this context, the research problem of the study was determined as follows: "How do the mental actions that emerge in the technology-enhanced mathematical modeling process develop?".

Method. This is a theory-building study treated with a qualitative research paradigm. The study was conducted with seven study groups consisting of 21 prospective mathematics teachers. The data of the study were obtained through video analyses depicting the solution processes of the groups for three mathematical modeling problems, GeoGebra solution files, written responses, scratch papers, and the researcher's reflective/observational notes. The data analysis adhered to theory-building data analysis procedures, employing constant comparative analysis technique and open, axial, and selective coding processes.

Results. In the study, the technology-enhanced mathematical modeling process was delineated through nine basic components (*including complex real world situation, real world problem situation, real world problem situation model, sub-mathematical models, mathematical model(s), mathematical solution, real world solution, solution decision, and solution report*), nine basic steps (*including problem analysis, constructing systematic structure, mathematization, meta-mathematization, mathematical analysis, interpretation, validation, revision, and reporting*), three worlds (*real world, mathematical world, and technological world*) and three subcomponents (*computer models, mathematical results, and real world results*) (see in Figure 1).

Hıdıroğlu, Ç.N. ve Bukova Güzel, E. (2023). Teknoloji ile zenginleştirilmiş matematiksel modelleme sürecinin kavramsallaştırılması. *Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi, 14*(2), 1213-1248.
DOI. 10.51460/baebd.1366450

Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Western Anatolia Journal of Educational Sciences, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Araştırma Makalesi / Research Paper

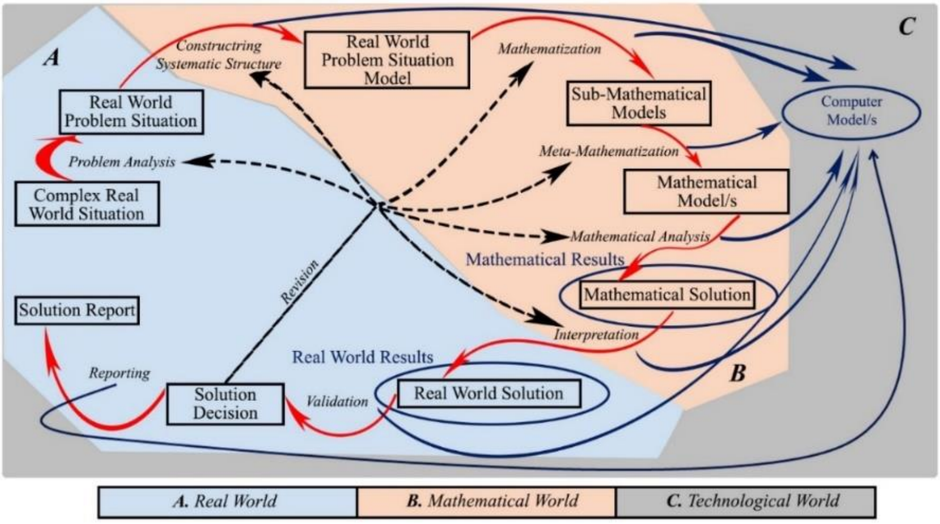


Figure 1**.** Technology- enhanced mathematical modeling process

Discussion and Conclusion. Looking at the studies on the process models explaining the mathematical modeling process, the studies conducted by Borromeo Ferri (2006) and Blum & Leiβ (2007), with no focus on technology integration, explained the process with eight basic components and seven basic steps, with very slight differences between them. In theory-building studies that consider technology integration, Galbraith & Stillman (2006) and Stillman, Galbraith, Brown & Edward (2007) defined the process with six basic components and five basic steps, while Hıdıroğlu (2012) specified it with eight basic components and seven basic steps. In this context, this study presents a more detailed distinction between basic components and basic steps. Unlike other studies, this study elaborated the roles of subcomponents and worlds in the process model in detail and presented their relationship with basic steps and basic components in the process model. In this sense, it can be claimed that the study offers a different and comprehensive view of the literature and provides novelty in the field. In parallel with the ideas of Lesh, Surber & Zawojewski (1983), Müller & Wittmann (1984), Schoenfeld (1985), Blum & Niss (1989), and Pólya (1945), it is observed that the technology-enhanced mathematical modeling process is not linear in nature as in problem solving phases, but rather involves a complex and multi-cycle process.

Unlike the process model of Galbraith & Stillman (2006) and Stillman, Galbraith, Brown & Edward (2007), in this study, real world problem situation model was added, as a new basic component, between the real-world problem situation and the mathematical model. Different from Galbraith & Stillman (2006), Stillman, Galbraith, Brown & Edward (2007), Borromeo Ferri (2006) and Blum & Leiβ (2007) and in parallel with Hıdıroğlu (2012), the mathematical model component in the process model was handled in two parts, and a distinction was made between the sub-mathematical models and the main mathematical model. In parallel with Hıdıroğlu (2012), a new basic step (*meta-mathematization*) that establishes the link between the sub-mathematical models and the main mathematical model was added to the process model.

When the reality in the context is important, as in mathematical modeling, simulations support the design of diverse, more detailed mathematical models (Siller, 2015). Therefore, the impact of dynamic mathematics/geometry software such as GeoGebra on the process can be possibly observed at every stage of the process. Also, considering the role of technology that strengthen and reorganize mental

Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Western Anatolia Journal of Educational Sciences, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Araştırma Makalesi / Research Paper

actions in the process, it can be hypothesized that individuals can be more successful in the process with software that is more suitable for their mental structure. It can be specifically revealed which software solvers with various skills for different software employ when solving such problems and why. Given that technology is an indispensable element in every field such as mathematical modeling in education, uncovering the impact of such software on the process can yield significant insights into the essential skills required for future individuals. Besides, as Blum (2015) emphasized, there is a need for more controlled and mixed-method studies about the effects of digital technologies on modeling regarding the integration of technology into mathematical modeling. In addition, it is believed that studies in which mathematical modeling is linked with computational thinking, semiotic mediation, instrumental construction, STEM, APOS, HTTM learning process will make a significant contribution to the literature.

At the end of this relevant theory-building study, the technology-enhanced mathematical modeling process was elucidated with two basic and one subsidiary world, nine basic components, four sub-components and nine basic steps. The study is one of the most comprehensive studies in the literature on both the mathematical modeling process and integration of technology into mathematical modeling.

Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Western Anatolia Journal of Educational Sciences, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Araştırma Makalesi / Research Paper

Giriş

Dünya insanlığın yaptıklarıyla sürekli değişirken, Bayesian matematiği ve büyük veriye dayalı teknoloji destekli istatistik gibi güncel ve öne çıkan matematiği anlayabilen ve gerçek yaşamda sahip olduğu matematiksel bilgi ve becerilerini etkili bir şekilde kullanabilen insanların geleceği şekillendirmede daha etkin roller alacağı kaçınılmazdır (Kılıç, 2021). Bilimde önde olan toplumların teknolojide de diğer ülkelere göre daha ileride olması ve gelişmiş ülkelerin teknolojideki bu liderliklerinin bilimdeki ilerleyişlerinde de daha büyük sıçramalara olanak sağlaması çağımızda teknoloji ve bilim ilişkisinin ne kadar önemli olduğunu göstermektedir. Okullarda, öğretimin gerçek yaşam ile bağının zayıf olması, öğrencilerin okulda aldıkları bilgi ve becerileri gerçek hayatta kullanmada ve günlük yaşam problemlerini çözmede yetersiz kalmaları, problemler üzerinde ayrıntılı düşünme ve farklı stratejiler kurma yerine bir an önce sonuca gitmeye çalışmaları ve var olan teknolojiyi derin düşünme için kullanmada yetersiz olmaları (Mousolides, Christou, & Sriraman, 2006; National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000; Schoenfeld, 1992; Turner, 2007; Vershaffel, De Corte & Lasure, 1999) günümüz eğitim sisteminin eksiklerinin en öne çıkanları olarak görülebilir. Eğitimcilerin öncelikle eğitimdeki bu engelleri fark etmeleri ve nitelikli öğrenme ortamlarını yaratacak öğretmen yeterliklerine sahip olmaları gerekmektedir. Eğitimcilerin karşılaştıkları zorluklardan biri de matematiksel modelleme problemleri gibi karmaşık yapıdaki açık uçlu ve sıra dışı problemlerin çözümlerinin teknoloji ve matematik entegrasyonu gibi disiplinlerarası bağlamlarda öğrenciye hangi yollarla öğretileceğidir. 21. yüzyıl eğitiminde bilim ve teknolojinin arasındaki gittikçe artan güçlü bağ dikkate alındığında teknolojiyi kullanma becerisini içeren dijital yetkinlik veya bilgi işlemsel düşünme becerisi ve gerçek yaşam ile matematiğin güçlü bağını önemseyen matematiksel modelleme becerisi öne çıkmakta ve öğrenme ortamlarında bu becerilerin aynı anda ortaya çıktığı disiplinlerarası hatta transdisipliner zengin zihinsel süreçler önemli olmaktadır.

Transdisipliner zengin zihinsel süreçler açığa çıkarmak için matematik eğitiminde kullanılabilecek birçok teknolojik araç olduğu gibi bu araçların nasıl kullanılacağını bilmek ve onları farklı bağlamlarda etkili bir şekilde kullanabilmek oldukça önemlidir. Öğretmenlerin ve öğrencilerin ellerinde bulunan teknolojik araçların fazlalaşması öğrenme ortamlarında etkili teknoloji entegrasyonunu garanti etmemektedir (Ertmer & Ottenbreit-Leftwich, 2010). Bu durumda teknoloji sınıf ortamında sadece kendi başına olmamalı, işbirlikli ve keşfedici ortamlarda kullanılmalıdır (Olive ve diğerleri, 2009). Matematik öğrenme sürecinde teknolojik araçların hangi yoğunlukta kullanıldığından ziyade, bu araçların uygun pedagojik yaklaşımla matematiksel kavramlarla etkili bir şekilde bütünleştirilmesi daha önemli olmaktadır (Haşlaman, Kuşkaya Mumcu, & Koçak Usluel, 2008). Bu da teknoloji ve matematik entegrasyonunun etkili bir şekilde ortaya çıktığı örnek öğrenme ortamlarını önemli bir araştırma konusu olarak öne çıkarmaktadır. Matematik eğitiminde teknolojinin doğru bir entegrasyonu matematiksel kavramların daha etkili öğretiminin yanında güncel ve önemli becerilerin gelişmesi için de önemli fırsatlar yaratacaktır.

Teknoloji ile desteklenmiş matematiksel modelleme süreci, öğrencilerin gerçek yaşamda teknoloji varken ihtiyaç duyacakları matematiği, matematik varken ihtiyaç duyacakları teknolojiyi göstermektedir. Tüm bunlardan daha önemlisi, teknoloji ve matematiğin birlikte kullanımı daha etkili bir zihinsel entegrasyonu ortaya çıkaracağı için üst düzey düşünme becerilerinin gelişeceği sınıf ortamlarını yaratmayı sağlayacaktır. Bu düşünceyi en iyi açıklayan kuramlar enstrümental oluşum

Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Western Anatolia Journal of Educational Sciences, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Araştırma Makalesi / Research Paper

teorisi ve semiyotik arabuluculuk teorisi olarak görülebilir. Bu kuramlar günümüzde hedeflenen transdisipliner STEM (Bybee, 2013) veya bütünleşik STEM (Çorlu, 2017) sınıflarının oluşmasına hem kuramsal dayanak sağlayacak hem de uygulama için araştırmacılara başlangıç noktaları veya durak noktaları sunacaktır. Bütünleşik STEM anlayışında, öğrenme sürecine teknolojinin entegrasyonu ile birlikte matematik disiplini boyutunda temel beceri olarak görülen matematiksel modellemenin ele alınması teknoloji ve matematiksel modellemenin entegrasyonunun ne kadar değerli olduğunu ortaya çıkarmaktadır.

Matematiksel modelleme özellikle 2000li yılların hemen başında önemli bir beceri olarak birçok ülkenin (Almanya, Avusturalya, Amerika, İsveç, Finlandiya, Singapur gibi) matematik dersi öğretim programlarında yerini almış ve PISA gibi uluslararası sınavlarda ülkelerin eğitimlerinin değerlendirilmesinde o zamandan bugüne kadar önemli bir rol üstlenmiştir. Bir başka ifade ile gerçek dünyayı matematiksel olarak ifade ederek gerçek yaşamdaki problemleri etkili bir şekilde çözmek için matematiksel modellemenin kullanılması PISA'nın temel hedefi olmuştur (Stacey, 2011). Turner (2007) PISA'daki problemlerin birçoğunun tam bir matematiksel modelleme problemi olmasa da modelleme sürecinin evreleriyle ilişkili olduğunu ve problemlerin güçlük düzeyinin çözümünün modellemenin temel basamaklarını içerme seviyesiyle orantılı olarak arttığını vurgulamaktadır. Bu yönüyle öğrencilerin uluslararası sınavlarda ve proje çalışmalarında başarılarının arttırılması için öğrencilerin matematiksel modelleme problemleriyle baş başa kalacağı zengin ortamların yaratılması büyük önem taşımaktadır (Turner, 2007). Bununla birlikte PISA öğrenme alanlarının içerisine 2022'den itibaren "teknolojiyi kullanma"yı da ekleyerek dört öğrenme alanı (matematik, fen, okuma ve teknolojiyi kullanma) ile sınavları gerçekleştirme kararı almıştır. Bu da öğrenme ortamlarında teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinin PISA gibi uluslararası sınavlarda başarı için oldukça önemli olacağını göstermektedir. İyi bir modellemecinin sahip olması gereken becerilerin neler olduğu sorusuna kabul edilebilir bir yanıt verebilmek için de matematiksel modelleme sürecindeki safhaların net ve ayrıntılı olarak tanımlanması ve açıklanması gereklidir (Lesh & Doerr, 2003). Buna rağmen matematiksel modelleme sürecinin açıklandığı çalışmalara bakıldığında, çalışmalarda (Berry & Davies, 1996; Blomhøj & Jensen, 2006; Fisher & Malle, 1985; Maki & Thomson, 2011, Mason, 1988; Müller & Witmann, 1988; Voskoglou, 2006) temel basamak ve temel bileşen ayrımı gözetilmeden sürecin açıklandığı ve genellikle sadece temel basamakların genel özelliklerinin belirtildiği; ancak sürecin alt basamaklarının ayrıntılı bir şekilde açıklanmadığı ve teknoloji ile zenginleştirilmiş matematiksel modelleme sürecini açıklayan çalışmaların 2010 yılından bu yana artış gösterse de hala az sayıda olduğu görülmektedir. Matematiksel modelleme sürecinin anlaşılması süreçte başarılı olmak için neleri yapmak gerektiğini göstermektedir. Teknoloji ile zenginleştirilmiş matematiksel modellemenin nasıl olduğunu keşfetmek de teknolojinin teknoloji olmayan ortamlara göre neleri arka plana attığını ve neleri öne çıkardığını ortaya koyması açısından önemlidir. 21. yüzyıl becerileri bağlamında düşünülürse, teknolojinin zaten yapabildiği şeyleri öğretmektense teknoloji ile daha ileri seviyede öğrenilebilecek becerilerin açığa çıkarılması hedef olmalıdır. Bu doğrultuda araştırmanın amacı; teknoloji ile zenginleştirilmiş matematiksel modelleme sürecindeki zihinsel eylemleri açıklamaktır. Araştırmanın problemi ise şu şekilde ifade edilmiştir: "Teknoloji ile zenginleştirilmiş matematiksel modelleme sürecinde ortaya çıkan zihinsel eylemler nasıl şekillenmektedir?".

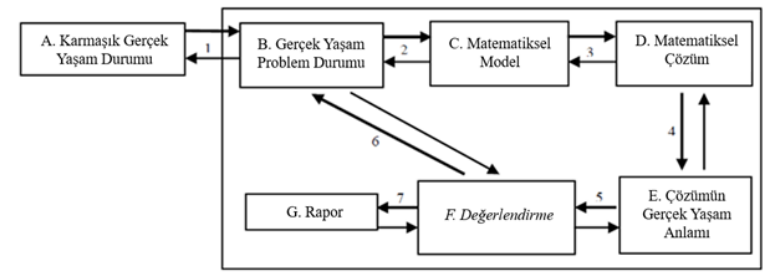
Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Western Anatolia Journal of Educational Sciences, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Araştırma Makalesi / Research Paper

Eğitimde teknoloji ve matematiksel modelleme entegrasyonu

1970 yılından bugüne kadar, eğitimde matematiksel modelleme farklı alanlarda farklı bakış açılarına sahip araştırmacılar tarafından değişik şekillerde ele alınmıştır (Hıdıroğlu, 2015). Hıdıroğlu (2021) bu çalışmaları dikkate alarak geleceğin modelleme yaklaşımlarını gelişim sıralarına göre şöyle bir sınıflama ile açıklamaktadır: (1) Gerçekçi modelleme, (2) teorik modelleme, (3) eğitimsel modelleme, (4) sosyo-eleştirel modelleme, (5) bağlamsal modelleme, (6) bilişsel ve üstbilişsel modelleme, (7) teknoloji temelli/bilgi işlemsel (computational) modelleme, (8) bütüncül pragmatik (holistic pragmatic) modelleme, (9) transdisipliner STEM temelli modelleme, (10) bağlantısal bütünsel (integrated connectivity) modelleme. Bu yaklaşımlar, teknoloji ve matematiksel modellemeden beslense de felsefesi, çıkış noktası, temel prensipleri ve arkada plana aldıkları durumlar açısından bazı farklılıklar göstermektedir. Hıdıroğlu'nun (2021) sınıflandırmasında görüldüğü gibi 21. yüzyılda öne çıkan modelleme perspektiflerinden birisi de teknoloji ile zenginleştirilmiş matematiksel modellemeyi öğrenme sürecine entegrasyonunu hedefleyen teknoloji temelli/bilgi işlemsel modelleme yaklaşımdır. Bununla birlikte, Hıdıroğlu ve Özkan Hıdıroğlu (2016) bütüncül ve pragmatik modelleme yaklaşımı ile zenginleştirilmiş matematiksel modelleme ortamlarından [HTTM (History/ Theory/ Technology/ Modeling) öğrenme süreci] bahsetmektedir. Farklı bir yaklaşım olarak bütünleşik STEM'in (Science/ Technology/ Engineering/ Mathematics) eğitimde öne çıkan rolü ve STEM'in matematik boyutunda temel becerinin matematiksel modelleme olarak görülmesi (Çorlu, 2017; Hıdıroğlu & Karakaş, 2021) ilerleyen beş yıl içerisindeki çalışmalarda teknoloji ile zenginleştirilmiş matematiksel modellemenin transdisipliner STEM merkezli rollerinin üzerine açıklamalar getirebileceğini göstermektedir. Son yaklaşım olarak bağlantısal bütünsellik ise teknolojinin fırsat verdiği büyük veriden anlam çıkarmayı ve gerçek yaşamdaki önemli problemlerin (evrenin formülü, Laniakea, beynin işleyişi gibi) bu sayede çözümlerine ulaşmayı hedeflemektedir. Bu anlamda matematiksel modellemedeki yaklaşımlarda yıllar geçtikçe disiplinlerarası ve transdisipliner bir anlayış ve bu anlayışın içinde onu besleyen teknoloji ve matematiksel modelleme entegrasyonu olduğu görülmektedir.

Bu anlamda teknoloji ve matematiksel modelleme ilişkisini öne çıkaran çalışmalara bakıldığında, Schoenfeld (1992) ve Blomhøj (1993), ilk kez teknoloji ve matematiksel modellemenin birlikte kullanıldığı öğrenme ortamlarının önemli olduğu vurgulamış ve bu iki kavramı ele alan ilk kapsamlı çalışma Lingefjärd (2000) tarafından gerçekleştirilmiştir. Galbraith ve ark. (2003), matematiksel modellemede öğrencilerin dört farklı teknoloji entegrasyon düzeyini vurgulamaktadır: *Düşükten yükseğe doğru*, hükmeden (master), hizmetçi (servant), partner, benliğin uzantısı (extension of self). Galbraith & Stillman (2006) çalışmasında ilk kez kuram oluşturma çalışması kapsamında teknolojinin matematiksel modellemedeki rollerini ortaya koymakta ve süreci yedi temel basamak, yedi temel bileşen ve ilk beş temel basamağı açıklayan 30 alt basamak (bazıları teknoloji ile doğrudan ilgili) ile açıklamaktadır (bkz. Şekil). Süreçte teknoloji rolü sadece bazı alt basamaklarla açıklanmaktadır.

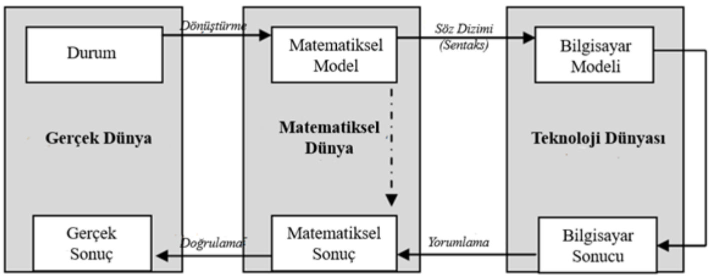
Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Western Anatolia Journal of Educational Sciences, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Araştırma Makalesi / Research Paper



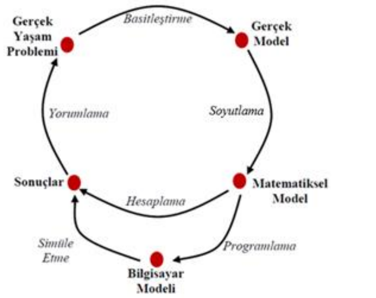
1- Anlama, yapılandırma, basitleştirme, içeriği yorumlama
2- Varsayımda bulunma, formüle etme, matematikselleştirme
3- Matematiksel olarak çalışma
4- Matematiksel çıktıları yorumlama
5- Karşılaştırma, eleştirme, doğrulama
6- İletişim kurma, çözümü savunma, rapor yazma (model tatmin ediciyse)
7- Modelleme sürecini tekrar etme (model tatmin edici değilse)

Şekil 1. Modelleme süreci şeması (Galbraith & Stillman, 2006)

Siller & Greefrath (2010), genişletilmiş modelleme döngüsünde bilgisayar modeli ve bilgisayar sonuçlarını *temel bileşen*, teknolojik dünyayı da *temel dünya* olarak ele almaktadır (bkz. Şekil 2). Ona göre, matematiksel modellemede teknoloji, teknoloji olmadan elde edilemeyecek bazı matematiksel modellerin elde edilmesini sağlar ve süreci genişletir. Bu süreç modeli gerçek yaşam ve teknoloji dünyası arasında matematiksel dünyayı olmazsa olmaz görmesi açısından farklı bakış açısı sunmaktadır.



Genişletilmiş modelleme döngüsü (Siller & Greefrath, 2010)



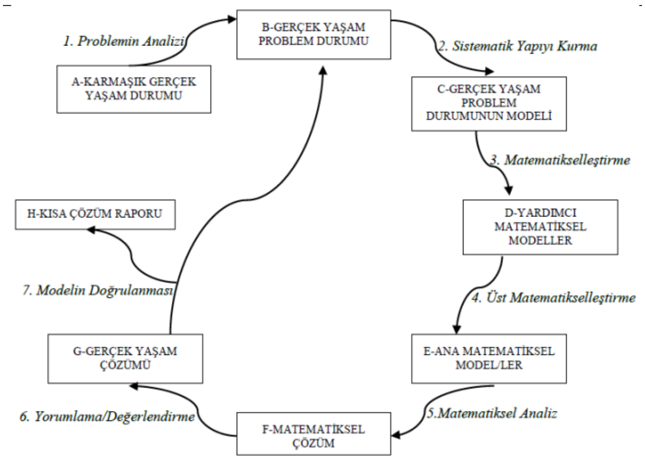
Matematiksel modelleme döngüsü (Maki & Thompson, 2011)

Şekil 2. Farklı süreç modelleri

Maki ve Thompson (2011) teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde temel bileşen olarak bilgisayar modelini, temel basamak olarak programlama ve simüle etmeyi süreçte ele alır (bkz. Şekil 2). Burada teknolojinin matematiksel modellemede sadece belli bir aşamada rol aldığı düşüncesi vardır. Siller ve Greefrath (2010) ve Maki ve Thompson'a (2011) göre matematiksel modellemede teknoloji entegrasyonu bir zorunluluk değildir. Greefrath (2011), Siller ve Greefrath'ın (2010) süreç döngüsünün matematiksel modellemeye sınırlı bir bakış getirdiğini kabul etmekte ve dijital araçların matematiksel modelleme sürecinin her basamağında rol almasının olası bir durum olduğunu vurgulamaktadır. Greefrath'a (2011) göre teknoloji, durum modelinden gerçek model elde edilirken araştırma; gerçek modelden matematiksel model elde edilirken deney yapma ve görselleştirme; matematiksel modelden matematiksel sonuçlar elde ederken simüle etme, cebirsel hale getirme ve hesaplama; matematiksel sonuçlardan gerçek sonuçlar elde ederken görselleştirme ve kontrol rollerini üstlenebilir. Hıdıroğlu (2012) teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecini açıkladığı kuram oluşturma çalışmasında süreci sekiz temel bileşen, yedi temel basamak ve kırk yedi alt basamak ile açıklamaktadır (bkz. Şekil 3). Hıdıroğlu'na (2012) göre teknoloji matematiksel modelleme sürecinde

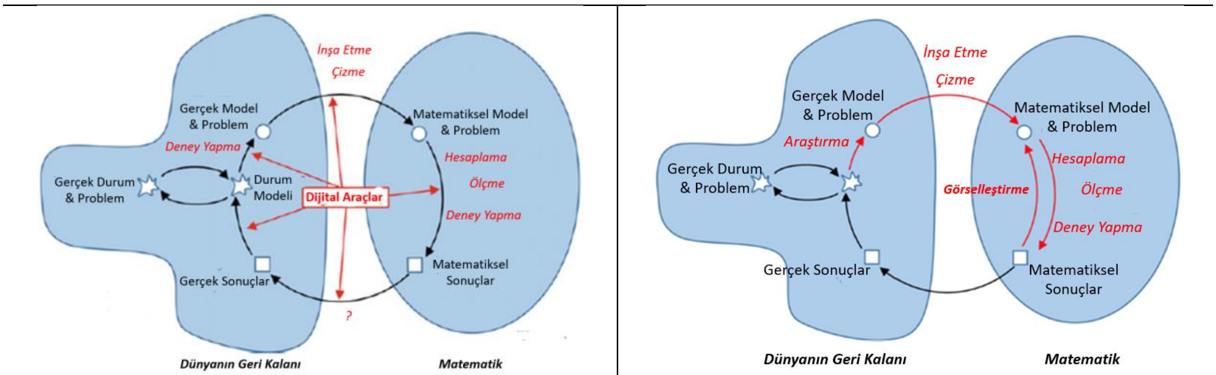
Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Western Anatolia Journal of Educational Sciences, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Araştırma Makalesi / Research Paper

temel basamak ve temel bileşen olarak doğrudan rol almasa da süreçteki temel basamakları besleyen, temel bileşenleri güçlendiren ve süreçteki alt basamakları zenginleştiren bir rol oynamaktadır.



Şekil 3. Matematiksel modelleme süreci (Hıdıroğlu, 2012)

Hegedus ve ark. (2017), teknoloji destekli simülasyonlarla matematiksel modellemenin desteklenebileceğini vurgulamaktadır. Hegedus ve ark. (2017), teknolojinin iki rolüne [araç (tool) ve aracı (medium) rolü] vurgu yapmaktadır. Teknoloji, süreçte aracı rolündeyse matematiksel düşünmeyi zenginleştirmekte, derin soyutlama ve yaratıcılığı açığa çıkarmada rol almaktadır. Teknolojinin semiyotik arabulucu rolünden beslenmeye çalıştıkları düşünülebilir. Greefrath ve Siller (2018) daha karmaşık, bilgisayar yardımı olmadan çözülmesi zor ve daha özgün matematiksel modelleme problemleri ile teknolojiyi kullanmak zorunda hisseden çözücülerin süreçteki teknolojinin rolüne ilişkin daha detaylı bilgi vereceğini ifade etmektedir. Teknoloji; farklı gösterimler oluşturma, gösterimler arasında kolayca geçiş yapma, etkileşimli olarak ilişkilendirilen çoklu temsilleri aynı anda üretme, matematiksel modeller bağlamında hesaplamalar yapma, elde edilen çözümleri kontrol etme şeklinde modelleme sürecine dahil olabilmektedir (Greefrath ve ark., 2018, bkz. Şekil 4).



GeoGebra destekli modelleme döngüsü (Greefrath & Siller, 2018)	Modelleme döngüsünde dijital araçlarını kullanımı (Greefrath ve ark., 2018)

Şekil 4. Greefrath ve ekibinin farklı süreç modelleri

Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Western Anatolia Journal of Educational Sciences, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Araştırma Makalesi / Research Paper

Greefrath ve ark. (2018) teknoloji matematiksel modelleme sürecindeki rolüne ilişkin daha fazla çalışmaya ihtiyaç olduğunu vurgulamaktadır. Yapılan araştırmalar incelendiğinde, teknoloji ile zenginleştirilmiş matematiksel modelleme sürecini açıklayan çalışmalardan sadece üçü (Galbraith ve Stillman, 2006; Hıdıroğlu, 2012; 2015) kuram oluşturma çalışmasıdır. Bu anlamda alanyazında kuram oluşturma çalışmaları ile teknoloji destekli matematiksel modellemedeki farklı durumların ortaya koyulması bir ihtiyaç olarak görülmektedir. Blum'a (2015) göre matematiksel modellemede teknoloji entegrasyonunda ihtiyacımız olan şey dijital teknolojilerin modelleme üzerindeki etkilerine ilişkin daha kontrollü çalışmalardır. Bununla birlikte, özellikle nitel ve nicel yöntemlerin bir karışımını kullanan çalışmalar olmak üzere çok daha fazla araştırmaya ihtiyaç vardır. Teknoloji ile zenginleştirilmiş matematiksel modelleme sürecini açıklamada kuram oluşturma çalışmaları, kuramsal doygunluğu önemseyen, sürekli karşılaştırmalı analiz ile çok ve çeşitli veri seti arasındaki güçlü bağı görmemizi ve doygun kod ve kategorilere ulaşılması sağlayacaktır. Bu doğrultuda çalışmanın problem cümlesi şu şekilde ifade edilmiştir: Teknoloji ile zenginleştirilmiş matematiksel modelleme sürecinde açığa çıkan zihinsel eylemler nasıl şekillenmektedir?

Yöntem

Araştırmanın modeli

Çalışma, nitel araştırma paradigmasıyla ela alınan kuram oluşturma çalışmasıdır. Kuram oluşturma çalışmalarında, bir durumda oluşan eylemlerin, hareketlerin veya betimlemelerin dayanağı ortaya çıkarılmakta ve farklı durumların birbiriyle bağlantılı olan modellerinin ilişkisi açıklanmaktadır (Charmaz, 2006; Creswell, 2013). Araştırmada kuram oluşturmanın tercih edilmesinin nedeni, teknoloji ile zenginleştirilmiş matematiksel modelleme sürecindeki zihinsel olayların özelliklerinin ve aralarındaki ilişkilerin detaylı olarak açıklanmak istenmesidir.

Katılımcılar

Charmaz (2006), Clarke (2005) ve Thornberg' in (2012) yaklaşımına paralel olarak, kuram oluşturmada ilk örneklem amaçlı örneklem yöntemiyle seçilmiş ve süreç boyunca kuramsal örnekleme dikkate alınmıştır. İlk örneklemin seçilmesinde dikkate alınan ölçüt; matematik öğretmeni adaylarının teknolojiyi matematik eğitiminde kullanma konusunda deneyimli olması, lisans düzeyinde matematiksel modelleme dersi almış ve başarılı olmuş olması ve teknoloji destekli matematiksel modelleme uygulamalarına yönelik deneyimlerinin olmasıdır. Matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme becerilerini geliştirerek daha zengin bir zihinsel ortamların sağlanması amacıyla uygulama öncesinde çalışma gruplarıyla teknoloji ve matematiksel modellemeye yönelik yaklaşık 30 saat süren uygulamalar gerçekleştirilmiştir. Bazen bireysel bazen de çalışma gruplarıyla gerçekleştirilen ön uygulamalarda çözüm süreçlerinde öğrenciler gerekli gördüklerinde teknolojiden (GeoGebra, hesap makine, video, animasyon ve fotoğraf) yararlanmışlardır. Seçilen matematik öğretmeni adaylarından kendi istekleri doğrultusunda çalışma grupları oluşturmaları istenmiştir. Araştırmada zengin ve nitelikli veri seti elde ederek kuramsal doygunluğu sağlayabilmek ve teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde başarılı olmak için gerekli zihinsel alt basamakları detaylı açıklayabilmek için Zawojewski & Lesh (2007), Lesh & Doerr (2003), Goos, Galbraith, & Renshaw (2000) ve Shahbari, Daher, & Raslaan (2014) de vurguladığı gibi matematiksel modelleme problemleri çalışma

Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Western Anatolia Journal of Educational Sciences, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Araştırma Makalesi / Research Paper

gruplarına uygulanmıştır. Katılımcılara ve çalışma gruplarına ilişkin bilgiler Tablo 1'de verilmiştir. Matematik öğretmeni adaylarının gerçek isimleri gizli tutularak, kendilerine ilişkin bilgiler verilirken ve bulgular sunulurken kod isimleri kullanılmıştır.

Tablo 1.
Katılımcıların Özellikleri

Çalışma Grupları													
G_1		*G_2*		*G_3*		*G_4*		*G_5*		*G_6*		*G_7*	
Kod İsmi	Yaş	Kod İsmi	Yaş	Kod İsmi	Yaş	Kod İsmi	Yaş	Kod İsmi	Yaş	Kod İsmi	Yaş	Kod İsmi	Yaş
Defne	18	Ela	18	Kumsal	18	Ayla	18	Canan	18	Burcu	19	Ezgin	18
Demet	21	Masal	19	Sena	18	Dila	18	Bengi	18	Simge	18	Yılmaz	18
Selen	18	Mete	19	Seray	18	Celal	18	Bülent	18	Yavuz	19	Seda	19

Veri toplama araçları

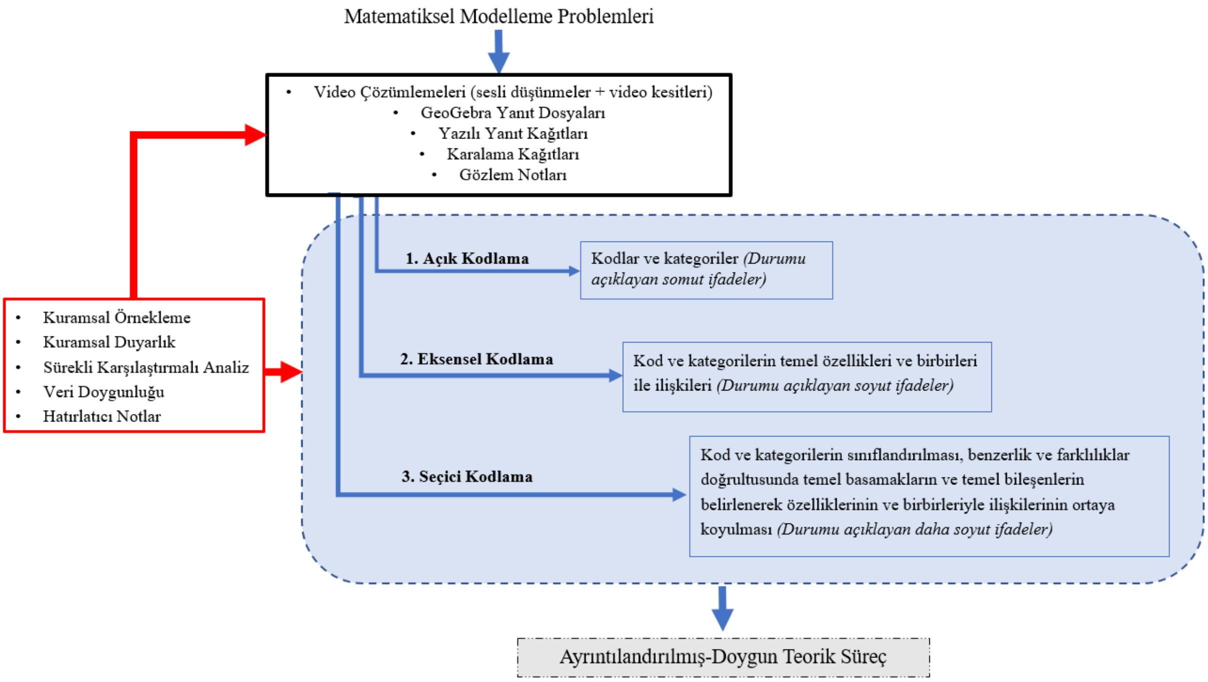
Çalışmada kullanılan matematiksel modelleme problemleri Berry & Houston'ın (1995) deneysel (Tiyatro Problemi), teorik (Düşme Problemi) ve simülasyon (Köprü Problemi) modelleme türlerinin özellikleri dikkate alınarak tasarlanmıştır (bkz. Ek 1). Uygulama öncesinde ilk olarak matematiksel modelleme üzerine çalışmaları olan üç araştırmacıdan uzman görüşleri alınmış ve dönütler doğrultusunda gerekli düzenlemeler yapılmıştır. İkinci aşamada ise bir grup ile pilot çalışmalar gerçekleştirilerek problemler son haline getirilmiştir. Araştırma kapsamında, öğrencilerin teknoloji destekli ortamda matematiksel modelleme sürecindeki zihinsel süreçlerinin ortaya koyulması için onlarla standartlaştırılmış açık uçlu görüşme ve klinik mülakatın özellikleri dikkate alınarak tasarlanmış ve ortalama 100 dakika süren görüşmeler (Büyüköztürk, Çakmak, Akgün, Karadeniz & Demirel, 2013; Piaget, 1982) gerçekleştirilmiştir. Veri toplama sürecinde, çalışma grupları ayrı ayrı boş bir sınıfta çözümlerini gerçekleştirirken araştırmacı da ortamda bulunarak zihinsel süreçlerdeki geçişleri örnekleyen gözlem notları (*memos*) almıştır. Gruplara çözümlerinde yararlanmaları için bir bilgisayar ve boş kağıtlar verilmiştir. Bu süreçte, çalışma gruplarından sesli düşünmeleri (*thinkalouds*) ve düşüncelerini nedenleriyle ayrıntılı olarak açıklamaları istenmiştir. Problemlerin çözümünü içeren yazılı yanıt kâğıtları ve GeoGebra çözüm dosyaları araştırma sırasında elde edilen dokümanlar olarak değerlendirilmiştir. Ayrıca çalışmada öğrencilerin teknoloji destekli ortamda matematiksel modelleme sürecindeki zihinsel yapılarının ortaya çıkarılması için, görüşme esnasında araştırmacı tarafından problemlerin çözüm sürecini içeren yapılandırılmamış gözlem gerçekleştirilmiştir. Bu doğrultuda araştırmanın verileri; tasarlanan matematiksel modelleme problemlerinin çözüm sürecini içeren video çözümlemeleri, GeoGebra yanıt dosyaları, yazılı yanıt kâğıtları ve uygulama süresince alınan hatırlatıcı notlar ve gözlem notlarından oluşmaktadır. Çalışmanın veri toplama araçlarına ilişkin bilgiler aşağıda ayrıntılı olarak verilmektedir.

Verilerin analizi

Araştırmada kuram oluşturma veri analizi süreci (açık kodlama, eksensel kodlama, seçici kodlama ve sürekli karşılaştırmalı analiz) dikkate alınmıştır (bkz. Şekil 5). Veri analizi boyunca genel anlamda "*satır satır kodlama*" tekniği dikkate alınmış; gerektiğinde "*kelime kelime kodlama*" ve "*durumdan duruma kodlama*" tekniklerinden yararlanılmıştır. Araştırmada gerçekleştirilen veri analizi

Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Western Anatolia Journal of Educational Sciences, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Araştırma Makalesi / Research Paper

sonucunda ortaya konulan kodlar ise bu üç kod türünden (*süreç kodları, durum kodları ve strateji kodları*) meydana gelmektedir. Kuram oluşturma veri analizinde kategorilerin ve alt kategorilerin güvenirliği için kodlayıcılar arası güvenirlik çalışması (Miles & Huberman, 1994) gerçekleştirilmiştir. Kodlayıcılar arası güvenirlik %81 olarak hesaplanmıştır. Kodlardaki anlaşmazlıklarda, kodlayıcılar ilgili kodlar arasındaki benzerlik veya farklılıkları tartışarak görüş birliği ile kodları revize etme, birleştirme veya silme yoluna gitmişlerdir.



Şekil 5. Kuram oluşturma veri analizi süreci

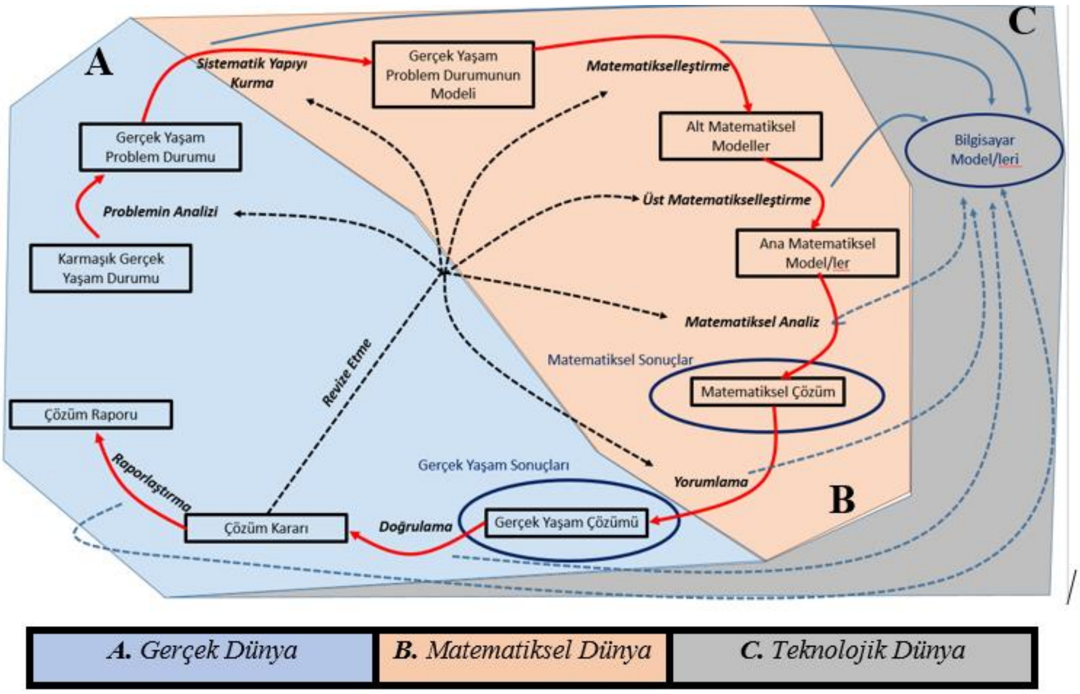
Araştırmacılar veri toplama sürecinde sadece gözlemci rolünde; veri analiz sürecinde ise kuram oluşturma veri analiz sürecine hizmet eden bir kodlayıcı rolünde olmuşlardır.

Bulgular ve Yorumlar

Teknoloji ile zenginleştirilmiş matematiksel modelleme sürecindeki zihinsel eylemleri açıklandığı çalışmada kuram oluşturma veri analizi sonunda, teknoloji ile zenginleştirilmiş matematiksel modelleme süreci üç dünya, dokuz temel bileşen ve dokuz temel basamak ile açıklanmıştır (bkz. Şekil 6).

Hıdıroğlu, Ç.N. ve Bukova Güzel, E. (2023). Teknoloji ile zenginleştirilmiş matematiksel modelleme sürecinin kavramsallaştırılması. *Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi, 14*(2), 1213-1248.
DOI. 10.51460/baebd.1366450

Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Western Anatolia Journal of Educational Sciences, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Araştırma Makalesi / Research Paper



Şekil 6. Teknoloji ile Zenginleştirilmiş Matematiksel Modelleme Süreci

1) Problemin (durum/olay) analizi

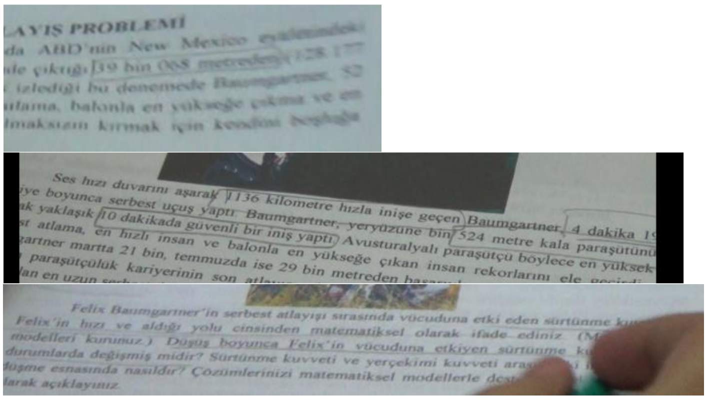
Problemin analizi; problemin okunduğu, basit ifadelerle açıklanarak sadeleştirildiği, problemdeki stratejik etkenlerin neler olabileceğinin düşünüldüğü, problemdeki verilerin incelendiği, içeriğin yorumlandığı ve basit varsayımların yapıldığı sürecin birinci temel basamağıdır. G_1'in Düşme problemi çözümünde, Demet serbest düşmeyi gerçekleştiren astronotun verilen haritadan yararlanarak beklenen yerden farklı bir yere düştüğünü, astronotun ne kadar yükseklikten atladığını, belli bir yerden sonra 1136 km/s ile inişe geçtiğini, 4 dakika 19 saniye boyunca düştüğünü yere 1524 metre kala paraşütünü açtığını ve toplamda paraşütle 10 dk. boyunca yere indiğini ifade ederek problemde verilenler içerisinde önemli olduğunu düşündüğü bilgileri arkadaşları ile paylaşıyor. Ayrıca sürtünme kuvvetini Felix'in hız ve yol cinsinden ifade edilmesi gerektiğini vurgulayarak problemdeki stratejik etkenlere ilişkin görüşlerini basit varsayımları ile destekleyerek açıklıyor. Ayrıca Demet problem durumunu okurken problemde önemli gördüğü kısımların altını çiziyor (*Üstbilişsel eylem örneği*).

Demet: Araba uzaklığı aynen. Adam böyle kalkıyor. Böyle tepeden düşüyor (*Ekranı yeryüzü olarak düşünüp üç boyutlu açıklama yapıyor.*). Muhtemelen böyle bir hareket yapıyor. Şimdi ben burada bazı yerleri işaretledim. Adam 39 bin metreden atlıyor. Belli bir yerden sonra 1136 km/s hızla inişe geçiyor. 4 dakika 19 saniye serbest düşme yapıyormuş. 1524 metre kala paraşütünü açarak toplamda 10 dakikada iniş yapıyor. Şimdi sürtünme kuvvetini Felix' in hızı ve aldığı yolu cinsinden yani bir fonksiyon gibi yazmamızı istiyor bizden bunu. Sürtünme kuvvetini hız ve yol cinsinden ifade etmemizi istiyor.

DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Western Anatolia Journal of Educational Sciences, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Araştırma Makalesi / Research Paper

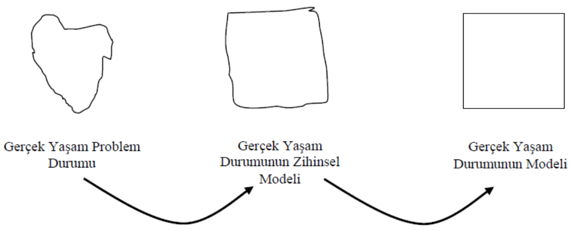
Kâğıt Alıntısı



Defne:	Doğru.
Selen:	İlk atlarken hızı ne peki? Sıfırdan başlıyor dimi?
Demet:	Hmm. Evet ya bu maksimum hızı. Şimdi bir paraşüt açılana kadar bir de paraşüt açıldıktan sonra iki farklı sürtünme kuvveti var.
Defne:	Evet.
Demet:	Sürtünme kuvveti değişkendir. Ama burada bir de serbest atlayış esnasında dediği herhalde paraşütsüz olarak inişi kastediyor. Bizden paraşütsüz kısmın sürtünme kuvveti isteniyor.

2) Sistematik yapıyı kurma

Sistematik yapıyı kurma; genel çözüm stratejisinin tasarlandığı, çözüm için gerekli/gereksiz stratejik etkenlerin ve bilgilerin ayıklandığı, stratejik etkenlerin gruplandığı, üst düzey gerekçeli varsayımlarla karşılaşıldığı, eski deneyimlerden yararlanıldığı, gerçek yaşam-teknoloji ve matematiksel dünyadaki gösterimler arasındaki basit geçişlerin başladığı sürecin ikinci temel basamağıdır. Gerçek yaşam problem durumunun modeli; öğrencilerin düşüncelerini ve zihinsel modellerini (şema) kâğıda aktarmaları ve teknoloji yardımıyla düşünceleri ve zihinsel imgeleri bir matematiksel yazılımın üzerindeki yansımaları göstermeleri olmak üzere iki farklı şekilde ortaya çıkmıştır (bkz. Şekil 7). Bu basamakta zihinsel modeller önemli bir yardımcı bileşen olarak ortaya çıkmış ve süreci desteklemiştir. Zihinsel modeller öğrencilerin düşünceleri doğrultusunda dönüştürülmüş ve problem onlar için çözülebilir hale getirilmiştir.



Şekil 7. Problem durumu, zihinsel model ve gerçek model ilişkisi

G_2'nin Tiyatro problemi çözümünde, grubun stratejik etkenleri gruplandırdıkları ve genel çözüm stratejisinde öncelikle fiyat ile kârı karşılaştırarak stratejik etkenlerden daha önemli gördükleri iki değişkeni gruplandırdıkları ve genel çözüm stratejisi için kendilerine bir yol çizmeye çalıştıkları görülmüştür.

Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Western Anatolia Journal of Educational Sciences, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Araştırma Makalesi / Research Paper

Ela: Fiyat ve kâr şeklinde yazarız.
Masal: Evet. Karşılaştıralım o ikisini.
Mete: Onu mu alacağız? Dikkatli düşünelim bak. Fiyat ile kârı yapacağız önce. Sonra da denklemi bulacağız o zaman. Bu denklemde elde etmemiz gereken de bizim bu y *(kâr)* olacak. İstediğimiz kârı bulacağız. Oradan bilet fiyatını bulacağız. Bilet fiyatını da bu denklemde yazıp gelen kişi sayısını tahmini olarak bulacağız. Dimi?
Ela: Aynen.

G_4'ün Köprü problemi çözümünde, öğrenciler köprünün tam yerini belirlerken fotoğraftaki köprünün ayaklarının gölgesinden yararlanmışlar ve bunu gerekçe göstererek üst düzey varsayımlarıyla gerçek yaşam problem durumu modellerini yapılandırmışlardır.

Celal: Bakın zaten resimde köprünün direğinin hafif bir gölgesi var farkındaysanız. Tam şu siyah kısım. Bak böyle.
Video Alıntısı: 
Ayla: Hıhı.
Dila: Nereye? Buraya mı koyacağız?
Video Alıntısı: 

Celal: Evet. Şu uç kısım alt kısımlarını dikkate alarak belirleyebiliriz.

3) Matematikselleştirme

Matematikselleştirme; bağımlı/bağımsız değişkenlerin, sabitlerin, parametrelerin belirlendiği, stratejik etkenlerin matematiksel sembollerle ifade edildiği, yardımcı matematiksel modellere [YMM] ilişkin ön tahminlerde bulunulduğu, problem durumunda verileri bulunmayan stratejik etkenlere ilişkin sayısal tahminlerden yararlanıldığı, YMMnin cebirsel/grafiksel gösterimlerinin ortaya çıkarıldığı, teknolojik ve matematiksel gösterimler arasında geçişlerin yapıldığı sürecin üçüncü basamağıdır. Matematikselleştirme; matematiksel bilgiyi etkili kullanma, matematiksel ve disiplinlerarası kavramları ilişkilendirme gibi soyut üst düzey matematiksel becerilere en çok ihtiyaç duyulan (diğeri üst matematikselleştirme) temel basamaklardan birisidir. Matematikselleştirmedeki üst düzey ve zengin düşünceler az sınırlandırmalarla etkili bir şekilde gruplandırılan YMMler olarak ortaya çıkmaktadır. G_3'ün Tiyatro problemi çözümünde, öğrenciler bilet fiyatı (x) ve biletli sayısı (y) arasındaki ilişkiyi GeoGebra'daki en iyi yaklaştırma doğrusu [1. YMM] yardımıyla belirlemişlerdir. Daha sonra kârın (z), bilet fiyatı (x), biletli sayısı (y), gider (sabit, 5000 TL) ile ilişkili olduğunu ifade etmişler ve matematiksel olarak z= x.y – 5000 [2. YMM] şeklinde yazmışlardır. Bu durumu açıklayan gözlem notu şöyledir:

> …Tablo 1'deki verileri kullanarak bilet fiyatı x, biletli sayısı y olacak şekilde verileri GeoGebra'ya girdiler. …Seray noktaların doğru boyunca ilerlediğini söyledi… Sena en iyi yaklaştırma doğrusunu kullanmayı teklif etti. …Bilet fiyatı ve biletli sayısını arasındaki ilişkiyi veren 1. yardımcı

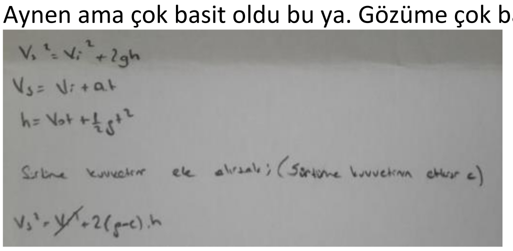
Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Western Anatolia Journal of Educational Sciences, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Araştırma Makalesi / Research Paper

matematiksel modelin grafiksel ve cebirsel gösterimini GeoGebra yardımıyla buldular. …Kâr=Gelir–Gider yaklaşımıyla 2. yardımcı matematiksel modellerini oluşturdular. z=xy-5000 şeklinde matematiksel olarak ifade ettiler. … [*Gözlem Notu: G3 Tiyatro Problemi*]

4) Üst matematikselleştirme

Üst matematikselleştirme; AMMye ait bağımlı/bağımsız değişkenlerin, sabitlerin, parametrelerin ve YMMlerin belirlendiği, YMMlerin cebirsel/grafiksel gösterimlerinden yararlanıldığı, YMMler arasındaki ilişkilerin ortaya çıkarılmasını sağlayan teknolojik sistemin kurulduğu, AMM için gerekli verilerin YMMlerden elde edildiği, stratejik etkenlerin yorumlanarak AMMye ilişkin ön tahminlerde bulunulduğu, AMMnin cebirsel/grafiksel gösterimlerinin bulunduğu sürecin dördüncü basamağıdır. Üst matematikselleştirmede YMMlerin sayıca fazla ve nitelikli oluşu, daha gerçekçi bir AMMye ulaşmak için önemli bir faktör olduğu kadar süreci de zorlaştırmıştır. Matematikselleştirme ve üst matematikselleştirme arasındaki en önemli fark; YMMler bilgi ve değişkenlerden (ilkel matematik temelli zihinsel ürünler) oluşmaktadır, AMM ise düşünsel çıktıların bir ürünü olan ve bilgi ve değişkenlerden daha karmaşık YMMlerden (üst düzey matematik temelli zihinsel yapılar) oluşmaktadır. G_6'nın Düşme problemi çözümünde, öğrenciler Felix'e etki eden sürtünme kuvvetini, Felix'in hızını, aldığı yolu arasındaki ilişkiyi ifade ederlerken YMMlerin cebirsel gösterimlerinden yararlanmışlar ve AMMnin cebirsel ifadesini $V_s^2= V_i^2+2(g-c)h$ şeklinde elde etmişlerdir.

Yavuz: O zaman biz ne dedik? Sürtünme ivmeyi azaltan ters yönde bir ivme yaratıyor değil mi?
Burcu: Evet.
Yavuz: Ona değer verelim formülde o zaman. g yerine.
Burcu: Yazamıyoruz. Çünkü g eksi bir şey olmalı burada.
Yavuz: c diyelim mesela. a eksi c gibi olmaz mı? Sürtünme ivmeyi etkiliyor. Hem burada hız da var. Direk bu formülden o zaman yazabiliriz. Yol da var burada.
Burcu: İlk hız yok burada.
Yavuz: Evet. Ama hız cinsinden yaz demiş. Ya hız olması yeterli.
Burcu: Yol da var.
Yavuz: V_{son} kare eşittir 2gh değil miydi? g eksi c çarpı h diyeceğiz burada.
Burcu: Hımm. Evet. Öyle olur değil mi?
Yavuz: Aynen ama çok basit oldu bu ya. Gözüme çok basit geldi. Biliyor musunuz?
Kağıt Alıntısı



Burcu: Basit oldu bence de. Az önce şunu da kullandık gerçi.

5) Matematiksel analiz

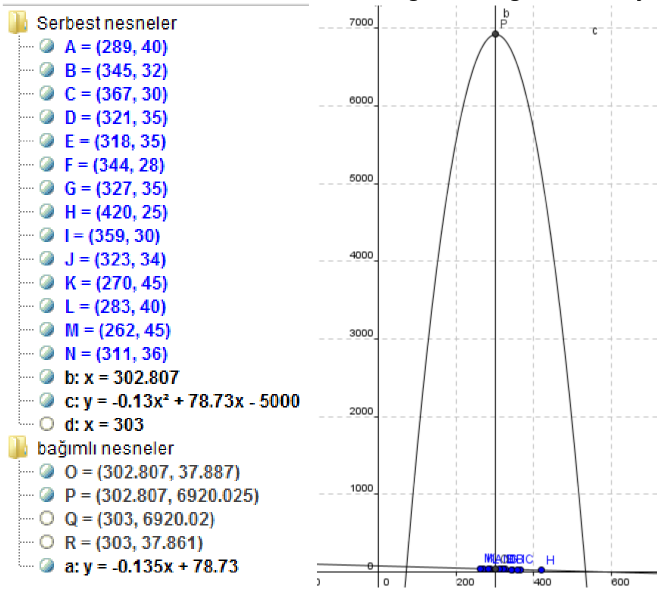
Matematiksel analiz; Y/AMMlerin grafiksel veya cebirsel gösterimlerinden yararlanıldığı, matematiksel çözüme ve sonuçlara ulaşmak için hesaplamaların yapıldığı, matematiksel çözümü ve sonuçları veren teknolojik sistemi kurulduğu, Y/AMMlerin kritik noktalarına ilişkin matematiksel

Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Western Anatolia Journal of Educational Sciences, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Araştırma Makalesi / Research Paper

sonuçların elde edildiği sürecin beşinci basamağıdır. Matematiksel analizde elde edilen temel bileşen matematiksel çözüm, AMMden elde edilen ve problem durumuna direkt olarak cevap veren matematiksel ifadelerdir (sayısal değerler veya direkt açıklamalar). AMM gerçek yaşam probleminin her durumuna ilişkin açıklama getirebildiğinden dolayı öğrencilerin matematiksel analizde matematiksel çözümle birlikte bazı matematiksel sonuçlara (yardımcı bileşen) da ulaşmışlardır. Matematiksel sonuçlar, öğrencilere bazen matematiksel çözüme ulaşmada yardımcı olmuş; bazen de onlara gerçek yaşam problem probleminin farklı durumları için AMMye genel bir bakış sağlayarak süreci zenginleştirmiştir (*Örneğin doğrulama basamağında yapılanların etkililiğine karar vermede önemli olmuştur*.). G_4'ün Tiyatro problemi çözümünde, öğrenciler hem 1. YMMyi (bilet fiyatı ve biletli sayısı arasındaki ilişki) hem de AMMyi (kâr ve bilet fiyatı arasındaki ilişki) GeoGebra'da aynı düzleme aktarmışlardır. İki matematiksel modelde xler aynı (*bilet fiyatı*) fakat yler farklıdır (AMMde kâr, 1. YMMde ise biletli sayısı). Öğrenciler de AMM üzerinde değişen bir P noktası belirlemişler ve bu noktadan geçen ve x eksenine dik olan bir b doğrusunu tanımlamışlardır. Sonrasında ise bu b doğrusu ve 1. YMM arasındaki kesişim noktasını (*O noktası*) belirlemişlerdir. Bu sayede P noktasını değiştirdikçe hem biletli sayısını veren matematiksel sonuçları hem de kârın değerini (matematiksel sonuçlar) cebir ekranından görme imkânını sağlamışlardır. Tasarladıkları teknolojik sistem onların hem matematiksel çözüme ve sonuçlara ulaşmalarını hem de zengin bir matematiksel analiz süreci gerçekleştirmelerini sağlamıştır.

Celal: Tamam. Bekle bir bakalım. Bak dik doğru ile doğrunun kesişimine bakalım.

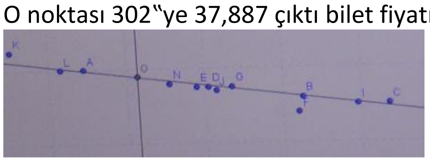
GeoGebra Alıntısı



Dila: Tamam bakalım.

Celal: O noktası 302"ye 37,887 çıktı bilet fiyatı.

Kağıt Alıntısı



Dila: Hımm. Anladım.

Celal: Fiyatı bu kadar çıktı işte.

Hıdıroğlu, Ç.N. ve Bukova Güzel, E. (2023). Teknoloji ile zenginleştirilmiş matematiksel modelleme sürecinin kavramsallaştırılması. *Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi, 14*(2), 1213-1248.
DOI. 10.51460/baebd.1366450

Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Western Anatolia Journal of Educational Sciences, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Araştırma Makalesi / Research Paper

Dila: O bulduğumuz doğru ile bunu kesiştirdik. Evet. Zaten mantıken x'imiz buydu ya. xler aynıydı yani. Çok mantıklı. Aslında x yerine bunu *(302,81)* yazmış olduk.
Celal: Evet. Sonucu da verdi bize zaten.

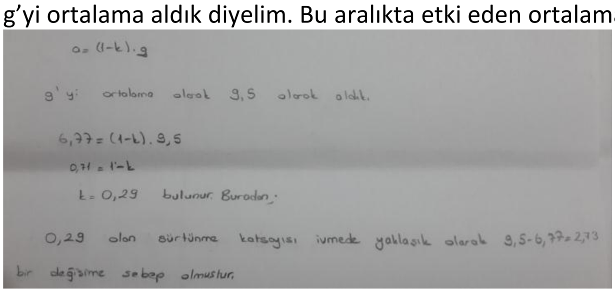
6) Yorumlama

Yorumlama, matematiksel çözüm/sonuçlarının gerçek yaşam karşılıklarının belirlendiği, gerçek yaşam durumu ile zihinsel model arasındaki ilişkinin ortaya çıkarıldığı, AMMnin kritik noktalarının gerçek yaşam karşılıklarının ortaya çıkarıldığı, gerçek yaşam çözümü ve sonuçlarının problem durumu açısından incelendiği ve varsayımları gerçek yaşam çözümü/sonuçları doğrultusunda irdelendiği sürecin altıncı basamağıdır. G_2'nin Düşme problemi çözümünde, öğrenciler varsayımları doğrultusunda üç farklı bölge (*Felix'in hızlandığı, yavaşladığı ve paraşüt ile indiği kısım*) için ayrı ayrı üç YMM tanımlamış (*Burada AMM üç YMMden oluşan bir denklem sistemi olarak ortaya çıkmıştır.*) ve bu bölgelerdeki sürtünmelerin ivmeye etkisini YMMlerden yararlanarak gerçek yaşam durumu doğrultusunda yorumlamışlardır. Bu doğrultuda hızlandığı kısımdaki ivme 6,77 m/s^2 olarak hesaplanmıştır. Gerçek yaşam durumunda yer çekimi ivmesinin de yaklaşık 9,5 m/s^2 olarak kabul edilmesiyle hava sürtünmesinin ivmeye etkisinin yaklaşık -2,8 m/s^2 olduğu vurgulamıştır.

Mete: Heh doğru. Tamam. 1170 çarpı 10. Yanına bir sıfır koy. 11700 olacak. Bölü 36.
Ela: 11700 bölü 36. 325.
Mete: Yani neymiş? Bir saniyede 325 metre gidiyormuş ortalama olarak. Bu hızı.
Masal: Evet.
Mete: Şimdi bir de bunu 48'e böleceğiz. Bu hız ya.
Masal: Evet.
Mete: Bir tane kâğıt versene ya boş olanlardan.
Ela: 6,77.
Masal: İvmesini yaz sen.
Mete: Metre bölü saniye kare.
Masal: Hıhı.
Mete: Bu hızlandığı kısımdaki ivmesiymiş.

…

Mete: Doğru ya. 6,77 oldu.
Ela: g'yi nereden bulduğumuzu yazalım.
Mete: g'yi ortalama aldık diyelim. Bu aralıkta etki eden ortalama sürtünme kuvvetinden.
Kağıt Alıntısı


a= (1-k).g
g' yi: ortalama olarak 9,5 olarak aldık.
6,77= (1-k). 9,5
0,71 = 1-k
k= 0,29 bulunur. Buradan,
0,29 olan sürtünme katsayısı ivmede yaklaşık olarak 9,5-6,77=2,73 bir değişime sebep olmuştur.

Masal: Değişmiş midir diyor sadece.
Mete: Heh değişmiştir. İvme dış etken olmasaydı 9,5 olacaktı ama 6,7 olmuş. 2,8 azalmış.

G_5'in Köprü problemi çözümünde öğrenciler köprünün uzunluğunun gerçek değerini bulmaya çalışırlarken öncelikle GeoGebra kullandıkları fotoğrafın ölçeğini belirlemişler. Öğrenciler fotoğrafın sağ

DOI. 10.51460/baebd.1366450

Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Western Anatolia Journal of Educational Sciences, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Araştırma Makalesi / Research Paper

alt tarafında bulunan ölçekten hareketle matematiksel çözümlerinin (8,06 birim) orantı yoluyla ve hesap makinesi yardımıyla gerçek yaşam çözümüne (1752 metre) ulaşmışlardır.

Bengi: Tamam.

GeoGebra Alıntısı

Bülent: Boyutu kaçmış? 8,06.

Canan: Evet.

Bülent: Burada da bakınca 200 metre 1 birim gibi oluyor *(Ölçmeden göz kararı tahmin ediyor.).*

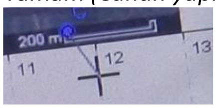
GeoGebra Alıntısı

Canan: Evet. Ama garanti olsun. Oradan da doğru parçası yapalım olmaz mı?

Bengi: Evet. Tam bu iki nokta arasında da bulacağız. Sonra oranlayacağız.

Bülent: Tamam *(Canan yapıyor.).*

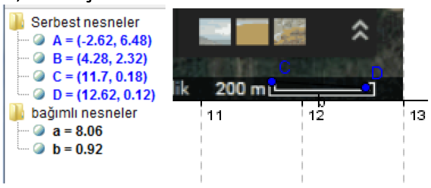
GeoGebra Alıntısı



Bengi: Tamam çıktı. Kaç oldu?

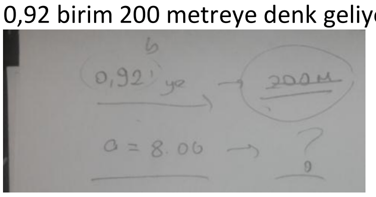
Bülent: 0,92'miş.

GeoGebra Alıntısı



Canan: 0,92 birim 200 metreye denk geliyormuş.

Yazılı kâğıt alıntısı



Bülent: 0,92'di değil mi?

Canan: Evet (*Hesap makinesinden yapıyorlar.*).

Bülent: 1752 metre.

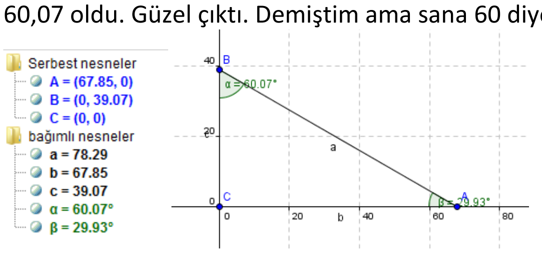
7) Doğrulama

Doğrulama, gerçek yaşam sonuçlarındaki beklenmeyen durumların irdelendiği, gerçek yaşam sonuçlarının deneyimlere dayalı tahmin/ölçümlerle, problemdeki verilerle karşılaştırıldığı, video ve

Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Western Anatolia Journal of Educational Sciences, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Araştırma Makalesi / Research Paper

fotoğraflardaki durumlarla karşılaştırıldığı, gerçek yaşam çözümü/sonuçlarının yeterliğine ilişkin karara varıldığı ve işlemlerin, düşüncelerin, basamakların kontrol edildiği sürecin yedinci temel basamağıdır. G_6'nın Düşme Problemi çözümünde öğrenciler Felix'in ortalama iniş açısını bulmaya çalışırlarken Yılmaz gerçek yaşam çözümünü bildikleri bir tan değerinden hareketle ($\tan 300^0 = \frac{1}{2}$) iniş açısının yaklaşık olarak 60^0 çıkacağını tahmin etmiştir ve bunu Burcu da onaylamıştır. Öğrenciler daha sonra GeoGebra'da ilgili üçgenin yardımıyla iniş açısının tam olarak değerini 29,930 bulmuşlardır ve önceki tahminleriyle ile buldukları gerçek yaşam çözümünün aynı çıkmasından dolayı çözümü doğru yaptıklarını düşünmüşlerdir.

Burcu: Ortalama olacaksa en tepeden. Bunlar hesap edememiş rüzgârı. Yoksa arada 70 km fark var. Az değil.
Yavuz: $\frac{1}{2}$ mi oldu o zaman? 30 falan olacak derecesi.
Burcu: Evet. 30^0 olur o zaman. Burada tanjant hesabı var mı? Arctan'dan nasıl bulacağız bunu?
Yılmaz: GeoGebra'da yok mu bu?
Burcu: Üç nokta girelim. Direk açıyı bulalım.
Yılmaz: Yani.
Burcu: Başka bir dosya açayım. Bunu kaydedeyim. Unutmayalım. Noktaları girelim direk.
Yavuz: Tamamdır. Sıfır nokta sıfırdan yazalım. 39,068 oluyor.
Burcu: Evet. 67,85.
Yavuz: 67,85'e 0 şurası.
Burcu: Ne oluyor? (0, 39.068).
Yavuz: Yuvarladı bunu.
Burcu: Tamam.
Yavuz: Şimdi bu ikisini birleştirelim.
Burcu: Bunları da birleştirdim. Şimdi de açı.
Yavuz: 60,07 oldu. Güzel çıktı. Demiştim ama sana 60 diye.
GeoGebra Alıntısı

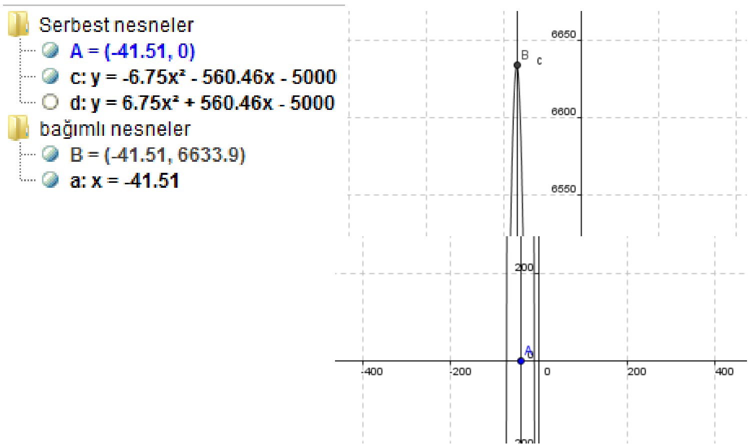


G_2'nin Tiyatro Problemi çözümünde öncelikle buldukları AMMyi GeoGebra'ya yanlış giren öğrenciler doğru grafiğin y eksenine göre simetriğini elde etmişlerdir. İlk başlarda bu grafiğin yanlış olduğunu düşünseler de x'in negatif değerini pozitif düşünerek hareket etmişlerdir. Yani x'in (bilet fiyatı) maksimum değeri -41,51 iken bilet fiyatının + 41,51 TL olduğunu vurgulamışlardır. Ayrıca grafikten İstanbul'daki maksimum karın 6633 TL çıktığını ve bunun da Ankara'daki kardan düşük olduğunu ifade etmişler ve bu nedenle işlemlerinde hata yaptıklarını düşünerek tekrar çözümlerini kontrol etmişlerdir. Fakat G_2 çözümlerindeki hatanın kaynağını ortaya çıkaramamışlardır. Bu buldukları gerçek yaşam çözümü üzerinden çözümlerini bitirmişlerdir.

Masal: Tamam.

Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Western Anatolia Journal of Educational Sciences, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Araştırma Makalesi / Research Paper

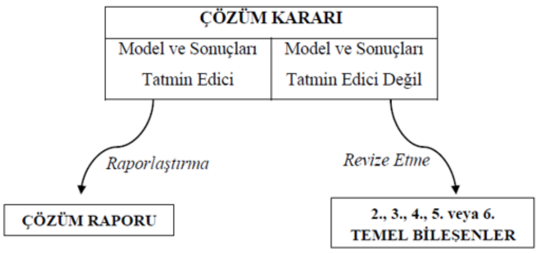
GeoGebra Alıntısı



Mete:	Dik çizelim şimdi de. Tamam bak. Şimdi de aynı şey çıktı ama negatifi. Biz doğru yaptık devam edelim.
Ela:	6633 karı oluyor. Burada gördüğümüz.
Mete:	Maksimumu Ankara'daki kardan daha düşük çıkıyor.
Ela:	Burada İstanbul'da edilebilecek en iyi kar mı demek istiyor? Yoksa diğerlerini de mi hesaba katacağız?
Masal:	İstanbul'daki bence.
Ela:	O zaman bu olabilir. 7000'i geçmek zorunda değil kar.
Mete:	Ya ne alaka ki neye göre belirleyecek İstanbul'daki karı. Nüfusa göre mi? O zaman burada birçok değişken için içine girebilir. İstanbul'un nüfusu girer. İstanbul'daki üniversite mezunu bile girer içine.
Ela:	Öyle de ona bakarsan Aydın ile Ankara arasında da fark yok çok.

G_3'ün Tiyatro Problemi çözümünde, öğrenciler problemi yorumlarken aynı zamanda yaptıklarını da kontrol etmişler ve arkadaşlarına yaptıklarını sıralı bir şekilde ifade ederek eksik bir şeyin olup olmadığı hakkında onlardan bir onay sözü beklemişlerdir. Bu şekilde çözümdeki düşüncelerinin doğruluğu hakkında bir karar verdikleri görülmüştür.

Sena:	Hıhı.
Serap:	Mesela biraz önce de demiştim ya. Bu 30 *(Muğla).* Bu 30'a *(Kayseri)* bakalım. 359 *(Kayseri)*. 367 *(Muğla).* Hani çok az değer oynuyor. O yüzden en çok burada biletin fiyatı önemli. Mesela biz ne yaptık şimdi? 45'e baktık. 40'a baktık. 32'ye baktık. 30'a ve 25'e baktık. Her değerden birine baktık. Hepsinden fiyat kazancımız daha doğrusu gittikçe artıyor bilet fiyatı artınca. O yüzden bilet fiyatının çok fazla olması gerekiyor.
Kumsal:	Şimdi 560,46'yı 13,5'a böl.

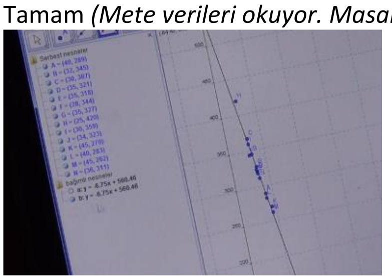


DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Western Anatolia Journal of Educational Sciences, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Araştırma Makalesi / Research Paper

8) Revize Etme

Revize etme, çözüm sürecinde hata/yanlışların kaynağının belirlendiği, işlem ve düşüncelerin tekrar gözden geçirilerek geliştirildiği, gerekirse alternatif çözüm stratejilerinin belirlendiği ve üst düzey varsayımlarda değişikliklerin yapıldığı sürecin sekizinci temel basamağıdır. G_1'in Tiyatro Problemi çözümünde öğrenciler AMMden elde ettikleri gerçek yaşam çözümü ve sonuçlarının (bilet fiyatı) negatif değerler içerdiğini ve yaptıklarında bir hata/yanlış olduğunu düşünmüşlerdir. GeoGebra'ya girilen ifadelerde hata olabileceğini düşünerek verileri tekrar girmişler ama sorunu düzeltememişlerdir. Mete bu sefer tablodaki verileri tekrar kontrol etmeyi önermiş ve GeoGebra'ya tablodaki verilerden girilmeyen olup olmadığı incelenmiştir. Verilerde de eksik olmadığı görüldükten sonra Mete kağıttaki denklemden çözümde ilerlemeyi teklif etmiş ve GeoGebra'nın grafiğinde hata olabileceğini vurgulamıştır. Bunun yanında Mete en iyi yaklaştırma doğrusunu kullanırken GeoGebra'daki her noktayı almadıklarını düşünmüştür. Fakat oradan da gene aynı şeyi bulunca grup hatalarını bulamamışlardır. Söz konusu grafik üzerinde x=-41,52 değerini pozitife çevirmişler ve bilet fiyatının maksimum 41,52 TL olacağını ifade etmişlerdir. Grubun burada hatası x'in işaretini yanlış girmelerinden dolayı grafiğin y eksenine paralel çıkmasından kaynaklanmıştır.

Mete:	Nasıl çıktı o öyle?
Masal:	Negatifte mi çıktı?
Ela:	Parabol çıktı da.
Masal:	Şimdi tepe noktası ve şey *(kar)* arasında bir şey mi bulacağız?
Mete:	Niye öyle çıktı o ya? Şimdi bu denklem sadeleşince *(1. denklem GeoGebra'da y eşittir cinsinden yazılınca onu kastediyor.).*
Ela:	x'i negatif çıktı bak.
Mete:	Evet denklemde hata var. Baştan yazalım *(GeoGebra'ya tekrardan giriyorlar denklemi.).* Şimdi nasıl oldu? Pozitif mi oldu? İyice küçültsene.
Masal:	Tamam.
Mete:	Bir yerde bir hata var. Şu sanki normalde olması gerekenin y eksenine göre simetriği oldu. Verilere tekrar baksak mı bir ya?
Masal:	Tamam *(Mete verileri okuyor. Masal GeoGebra'dan takip ediyor.).*
Video Alıntısı	

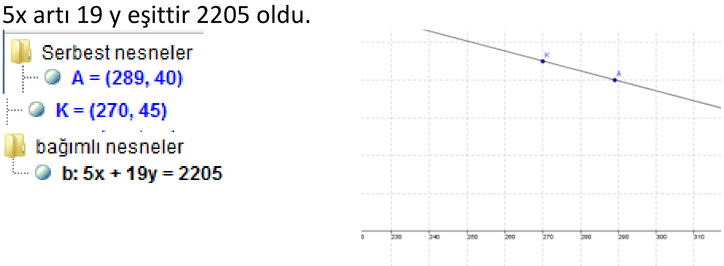
G_5'in Tiyatro Problemi çözümünde, tablodaki tüm verileri kullanarak gerçekleştirdikleri çözüm sonrasında ulaştıkları gerçek yaşam çözümünde İstanbul'daki maksimum kar için bilet fiyatının Ankara'daki bilet fiyatından fazla olmaması ve karın da bekledikleri kadar yüksek çıkmaması onları çözümlerini revize etmeye yöneltmiştir. Bu doğrultuda alternatif bir çözüm stratejisi olarak Bülent tablodaki tüm verileri kullanmanın etkili olamayacağını ifade etmiştir. İstanbul'un çok büyük bir şehir olduğu ve tabloda bu şehre en yakın İzmir ve Ankara'nın olduğu varsayımıyla çözümlerini bu iki veri

Hıdıroğlu, Ç.N. ve Bukova Güzel, E. (2023). Teknoloji ile zenginleştirilmiş matematiksel modelleme sürecinin kavramsallaştırılması. *Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi, 14*(2), 1213-1248.
DOI. 10.51460/baebd.1366450

Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Western Anatolia Journal of Educational Sciences, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Araştırma Makalesi / Research Paper

üzerinden tekrar gerçekleştirmişler ve yeni bir AMM üzerinden yeni bir gerçek yaşam çözümüne ulaşmışlardır.

Bülent: Aslında bakınca Ankara daha büyük değil. Ama Ankara'da daha pahalı bilet. O da ilginç. Acaba biz İzmir, Ankara ve İstanbul'u mu dikkate alıp yapsak?
Bengi: Şimdi yeni bir doğru mu çizelim diyorsun?
Bülent: Evet. Bunu kaydettiysek bir doğru daha alalım. Bakalım oradan ne gelecek. Onlar hangi noktalar GeoGebra'da bulalım. 270'e 45.
Bengi: K noktası mı oluyor?
Bülent: Evet. Diğeri peki? İzmir *(GeoGebra'dan yerine bakıyor.)*.
Bengi: A noktası.
Bülent: Başka var mı öyle İzmir, Ankara?
Bengi: Bursa olabilir mi?
Bülent: İkisinden geçen yaklaşık doğruyu çizelim. Tamam. Yeni bir doğru çıktı ne oldu 5 x.
Canan: 5x artı 19 y eşittir 2205 oldu.
GeoGebra Alıntısı

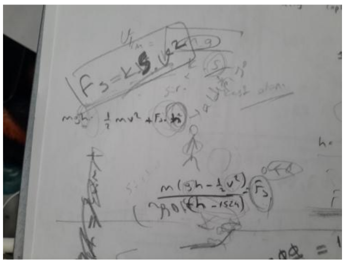


G$_6$'nın Düşme Problemi çözümünde, öğrenciler Felix'e etki eden sürtünme kuvvetini Felix'in aldığı yolu ve hızı cinsinden yazmaya çalışırlarken hız-zaman-ivme-yol ve Fs formüllerinden ulaşamayacaklarını düşününce Yavuz bu ilişkiyi enerjinin korunumu çözüm stratejisini kullanarak yapabileceklerini ifade etmiştir. Fakat daha sonra öğrenciler bu alternatif çözüm stratejisiyle çözümün üstesinden gelemeyeceklerini düşünerek farklı yaklaşımlara yönelmişlerdir.

Burcu: Az önce bulduğumuz şeyi bir de başka formülden de yapsak olur mu buradan da yapıp tutuyor mu bakalım. Şu ana kadar sürtünme kuvvetinin ivmeye negatif bir etkisini olduğunu söyleyip buna göre denklemi değiştirdik.
Yavuz Evet.
Burcu Bu mudur istenen? O kadar değer bulduk. Bunları GeoGebra'da acaba nasıl yapabiliriz?
Yavuz Formülü bilmiyoruz ama c de içimize sinmedi herhalde fazla.
Burcu Evet. Sanki daha farklı bir çözümü vardır gibi geliyor. Tamam. Bir daha bakalım. Yani sürtünme kuvveti de sürekli olarak artıyor işte.

Yavuz Enerji korunumundan yapsak?
Burcu Enerjiyi hiç karıştırma. Aslında oradan da belki yapılabilirdi.
Yavuz Potansiyel enerji ve kinetik enerji birbirlerini dengelemeyecek mi?
Burcu Sürtünme kuvvetinin harcadığı enerjiden de yapılabilir.
Yavuz Değil mi? Evet mgh eşittir 1bölü2 mvkareden. Oradan çıkmaz mı?
Burcu Deneyelim mi bir?

Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Western Anatolia Journal of Educational Sciences, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Araştırma Makalesi / Research Paper

Kâğıt Alıntısı 

(Deniyorlar)

Yavuz Buradan gelmiyor.

Burcu Evet

9) Raporlaştırma

Raporlaştırma, raporda yazılması gereken önemli düşüncelerin vurgulandığı, çözümün ayrıntılı matematiksel ifadelerle desteklendiği, raporda yazılması gerekenlerin sıralandığı sürecin dokuzuncu temel basamağıdır. G_4'ün Köprü Problemi çözümünde, Dila çözüm raporuna her şeyi yazmalarının gerekli olmadığını ifade etmiş ve bu görüşüne Celal de destek vermiştir. Dila ölçeği raporda belirtmeleri gerektiğini çünkü önemli olduğunu, Celal de köprünün uzunluğunu bulurken aslında köprünün ayakları arasındaki mesafeyi dikkate aldıklarını ve şerit genişliğini nasıl aldıklarını ve ölçeği ona göre belirlediklerini yazmalarını gerektiğini vurgulamıştır. Ayrıca Dila dört araba şeridi ve emniyet şeridini nasıl aldıklarını ve noktaları belirlerken de resimdeki direklerden ve siyah hizadan yararlandıklarını ve bunu rapora eklemeleri gerektiğini ifade etmiştir.

Dila: Tamam. Yazalım GeoGebra'daki bazı verileri. Ama bir dakika bir şey soracağım. A ve B'yi bulurken her noktayı kâğıda yazmamıza gerek yok değil mi?
Celal: Yok yok. Zaten dosyada belli ne olduğu.
Dila: Ölçeği belirtelim. Çünkü o önemli. Tamam. Bu şekilde yazalım o zaman.
Celal: Köprü uzunluğunda aslında ayakları arasındaki mesafeyi bulmuş olduk.
Dila: Diğerinde de resim 4‟ü kullandığımızı GeoGebra'da onu söyleyelim.
Celal: Şerit genişliğini nasıl aldığımızı yazalım. Kaç kabul ettik. Onu bulmazsak ölçek olmazdı.
Dila: Evet. Bir dakika. Biz emniyet şeritlerini katmış mıydık?
Celal: Kattık. Zaten A ve B noktaları arasındaki mesafede emniyet şeridi de var bizim.
Dila: Bir dakika. Dört tane dedik araba şeridi sonra ona emniyet şeridini mi ekledik?
Ayla: Evet. 4 araba şeridi artı emniyet şeridi olacak.
Celal: Evet. Yani 17 metre. 3.5 tan 14 metre şey var.
Dila: He 17 dedik. Bunu ayrıntılı yazalım
Celal: Şimdi genişlik için k dedik o zaman emniyet şeridi için de l demiş olduk
Dila: Aynen *(Kâğıda ayrıntılı çözümü yazıyorlar.).*
Celal: Resim 4'de şerit genişliği bizim ölçeklemizi sağladı onu da vurgulayalım.

Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Western Anatolia Journal of Educational Sciences, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Araştırma Makalesi / Research Paper

4. Fotoğraf

Dila: Evet. Noktaları belirlerken de direklerden yararlandık. Siyah çizgiyi hiza aldık.

Sonuç, Tartışma ve Öneriler

Çalışmada teknoloji ile zenginleştirilmiş matematiksel modelleme süreci; dokuz temel bileşen (*karmaşık gerçek yaşam durumu, gerçek yaşam problem durumu, gerçek yaşam problem durumunun modeli, yardımcı matematiksel modeller, ana matematiksel model, matematiksel çözüm, gerçek yaşam çözümü, çözüm kararı ve çözüm raporu*), bu temel bileşenleri birbirine bağlayan dokuz temel basamak (*problemin analizi, sistematik yapıyı kurma, matematikselleştirme, üst matematikselleştirme, matematiksel analiz, yorumlama, doğrulama, revize etme ve raporlaştırma*), üç dünya (*gerçek dünya, matematiksel dünya, teknolojik dünya*) ve üç yardımcı bileşen (*bilgisayar modelleri, matematiksel sonuçlar, gerçek yaşam sonuçları*) altında açıklanmıştır. Matematiksel modelleme sürecini açıklayan süreç modelleri incelendiğinde, teknoloji entegrasyonunu içermeyen çalışmalar olan Borromeo Ferri (2006) ve Blum & Leiβ (2007), aralarında çok ufak farklılıklar olmak üzere süreci sekiz temel bileşen ve yedi temel basamak ile açıklamaktadır. Teknoloji entegrasyonunu dikkate alan kuram oluşturma çalışmalarında, Galbraith & Stillman (2006) ve Stillman, Galbraith, Brown & Edward (2007) süreci altı temel bileşen ve beş temel basamak ile Hıdıroğlu (2012) sekiz temel bileşen ve yedi temel basamak ile tanımlamaktadır. Bu anlamda bu çalışma, daha detaylı bir temel bileşen ve temel basamak ayrımına gitmekte, diğer çalışmalardan farklı olarak süreç modelinde yardımcı bileşenlerin ve dünyaların rollerini de detaylı açıklayarak bunların temel basamak ve temel bileşenlerle olan ilişkisini süreç modeline yansıtmaktadır. Bu anlamda çalışmanın alanyazına farklı ve detaylı bir bakış sunduğu ve bazı yenilikler getirdiği söylenebilir. Lesh, Surber & Zawojewski (1983), Müller & Wittmann (1984), Schoenfeld (1985) ve Blum & Niss (1989), Pólya'nın (1945) düşüncelerine paralel olarak ortaya çıkan teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinin problem çözme evreleri gibi doğrusal olmadığı, karmaşık ve çok döngülü bir süreci içerdiği görülmektedir.

Galbraith & Stillman (2006) ve Stillman, Galbraith, Brown & Edward'ın (2007) süreç modelinden farklı olarak bu çalışmada, gerçek yaşam problem durumu ile matematiksel model arasına yeni bir temel bileşen olan gerçek yaşam problem durumunun modeli eklenmiştir. Galbraith & Stillman (2006), Stillman, Galbraith, Brown & Edward (2007), Borromeo Ferri (2006) ve Blum & Leiβ'den (2007) farklı ve Hıdıroğlu'na (2012) paralel olarak süreç modelinde matematiksel model bileşeni iki parçada ele alınmış ve yardımcı matematiksel modeller ve ana matematiksel model ayrımına gidilmiştir. Hıdıroğlu'na (2012) paralel olarak süreç modeline yardımcı matematiksel modellerle ana matematiksel model arasındaki bağı kuran yeni bir temel basamak (*üst matematikselleştirme*) eklenmiştir.

Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Western Anatolia Journal of Educational Sciences, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Araştırma Makalesi / Research Paper

Teknoloji ile zenginleştirilmiş matematiksel modelleme sürecinin ilk aşamasında karmaşık gerçek yaşam durumundan gerçek yaşam problem durumuna geçiş gerçekleşerek problem gerçek yaşam bağlamında anlamlandırılmakta ve gerçek yaşam durumundaki karmaşıklık ortadan kaldırılmaktadır. Müller & Wittmann (1984), Berry & Davies (1996) ve Stillman, Galbraith, Brown & Edward'ın (2007) ifade ettiği gibi "karmaşık gerçek yaşam durumu" matematiksel modelleme sürecinin ilk temel bileşeni olmuştur. Stillman, Galbraith, Brown & Edward'a (2007) paralel olarak sürecin ikinci temel bileşeni gerçek yaşam problem durumu olarak ortaya çıkmaktadır. İkinci bileşeni Borromeo Ferri (2006) farklı olarak "durumun zihinsel gösterimi" olarak ifade etmektedir. Problemin analizi temel basamağında sergilenen zihinsel eylemler problemi okuma, problemi basit ifadelerle açıklama veya sadeleştirme, problemdeki stratejik etkenleri düşünme, problemdeki verileri inceleme, içeriği yorumlama ve basit varsayımlar yapma olmuştur. Schoenfeld (1985) benzer şekilde çözüm sürecinin başlarında problem ifadesi okunduktan sonra tutarlı düşüncelerle yapıyı oluşturabilmek için problemin analiz edildiğini vurgulamaktadır. Bu çalışmaya paralel olarak, Fischer & Malle (1985) bu süreci "*durumun analizi*", Voskoglou (2006) ve Hıdıroğlu (2012) "*problemin analizi*", Galbraith & Stillman (2006) ve Borromeo Ferri (2006) "*problemi anlama*" olarak ifade etmektedir.

Teknoloji ile zenginleştirilmiş matematiksel modelleme sürecinin ikinci aşamasında, gerçek yaşam problem durumundan gerçek yaşam problem durumunun modeline geçiş gerçekleşerek problem için gerekli zihinsel modellerin yardımıyla çözüm için sistematik bir yapı ortaya koyulmaktadır. Maull & Berry (2001), Blum (1996), Borromeo Ferri (2006), Blum & Leiβ (2007), Hıdıroğlu (2012), Kaiser-Meßmer (1986), Maki & Thompson (2011), Schwarz, Wissmach and Kaiser'e (2008) paralel olarak süreç modelinin üçüncü temel bileşeni "gerçek yaşam problem durumunun modeli" şeklinde ifade edilmektedir. Farklı olarak bu bileşen için Tatsis'in (2010) "gerçekçi model" dediği, Galbraith & Stillman'da (2006) ise bu bileşenin süreç modelinde yer almadığı görülmektedir. Teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinin ikinci aşaması olan temel basamak Sistematik Yapıyı Kurma olarak ifade edilmektedir. Paralel olarak, Blomhøj & Jensen (2006) bu aşamayı araştırmanın etki alanından sistemi kurmaya geçme olarak belirtmekte ve bu aşamayı "sistematik hale getirme" olarak ifade etmektedir. Schwarz, Wissmach and Kaiser (2008) de bu aşamayı "ideal hale getirme" olarak vurgulamaktadır. Buna göre çözüm sürecinde çözücü gerçek yaşam modelini oluştururken problem durumunu ideal hale getirmektedir. Sistematik yapıyı kurmada genel çözüm stratejisini tasarlama alt basamağı öğrencilerin bu basamakta olduklarını gösteren önemli işaretlerden biridir. Pólya (1945), Penrose (1978), Abrams (2001) modelleme sürecindeki zihinsel eylemlerden biri olarak genel çözüm stratejisinden bahsetmektedir. Galbraith & Stillman (2006), Stillman, Galbraith, Brown & Edward, 2007), Hıdıroğlu'na (2012) benzer olarak çalışmada sürecin ilk aşamasında ortaya çıkan basit varsayımların yerini bu basamakta bağlantılı ve sağlam gerekçelere sahip üst düzey varsayımlar almaktadır. Galbraith & Stillman (2006) süreci açıklarken bu çalışma ile paralel olarak "uygun teknolojiyi seçme" ifadesini basamaklarda sık sık kullanmaktadır. Uygun teknolojinin kullanımı matematiksel gösterimler ve teknolojik gösterimler arasındaki ilişkinin kurulmasıyla gerçekleşmektedir. Çalışmada, çözücüler matematikselleştirmede YMMleri kurarken, üst matematikselleştirmede AMMye ulaşırken, matematiksel analizde matematiksel çözüm ve sonuçlar elde ederken "uygun teknolojiyi seçme" zihinsel eylemi açığa çıkmaktadır. Hıdıroğlu'na (2012) paralel olarak, her temel basamakta bu zihinsel eylem bir alt basamak olarak ele alınmaktadır.

Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Western Anatolia Journal of Educational Sciences, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Araştırma Makalesi / Research Paper

Sürecin üçüncü aşamasında gerçek yaşam problem durumunun modelinden YMMlere geçiş gerçekleşerek gerçek model yardımıyla çözüm için gerekli YMMler ortaya koyulmaktadır. Modelleme sürecinde bu aşamada matematiksel modeller oluşturulmuştur. Uluslararası alanyazına bakıldığında modelleme süreci çalışmalarında YMM ve AMM ayrımına sadece Hıdıroğlu'nun (2012) çalışmasında yer verildiği görülmektedir. Farklı bir bakış ile Berry & Houston (1995) çözüm sürecinde bazı alt modellerin (sub-model) oluştuğundan kısaca bahsetmektedir. Saeki & Matsuzaki (2013) çoklu (dual) modelleme döngüsü yaklaşımında farklı matematiksel modellerin çözüm sürecindeki varlığından bahsetmektedir. Fakat süreç modelinde ve süreci açıklayan yorumlarda bu iki bileşene vurgu yapılmaması bu çalışmayı diğerlerinden ayıran unsurlardan biridir. Matematikselleştirmede zihinsel eylemler YMMlerin cebirsel veya grafiksel gösterimlerini bulma, bağımlı-bağımsız değişkenleri, sabitleri ve parametreleri belirleme, stratejik etkenleri matematiksel sembollerle ifade etme, stratejik etkenleri yorumlama, YMMlere ilişkin ön tahminlerde bulunma, teknolojinin görsel olanaklarından yararlanma, problemde verileri bulunmayan stratejik etkenlere yönelik sayısal tahminlerden ve ölçümlerden yararlanma, üst düzey matematiksel ve teknolojik bilgiden yararlanma, teknolojik ve matematiksel gösterim arasında geçişi gerçekleştirmedir. Blum (1985), Blum, (1996); Kaiser-Meßmer (1986) benzer olarak gerçek modelden matematiksel modele geçilirken matematikselleştirme yapıldığından bahsetmektedir. Bununla birlikte Blomhøj & Jensen (2006), Stillman, Galbraith, Brown & Edward (2007), Schwarz, Wissmach & Kaiser (2008), Biccard & Wessels (2011), Neubrand (2013) ve Voskoglou (2006) da bu aşamayı "matematikselleştirme" olarak ifade etmektedir. Farklı olarak bu basamak için Abrams (2001) ve Berry & Houston (1995) "matematiksel modeli kurma"; Berry & Davies (1996) ve Common Core State Standards for Mathematics [CCSSM] (2010) "formüle etme" ifadesini kullanmaktadır. Hıdıroğlu (2012) ve Galbraith & Stillman (2006) matematikselleştirmede teknolojinin etkisinin öğrencileri grafiklere yönelttiğini ifade etmektedir. Galbraith & Stillman (2006) bu durumu sürecinde "modelin grafiksel gösterimini seçmek için uygun teknolojiyi seçme" şeklinde ifade etmektedir. Şen Zeytun (2013), Mason (1988), Galbraith & Stillman (2006) bu süreçte çözümde kullanılacak değişkenlerin seçimine vurgu yapmaktadır. Bu çalışma ile paralel olarak Galbraith & Stillman (2006) modelleme sürecinde "çözümde kullanılacak bağımlı-bağımsız değişkenleri belirleme" olarak ifade etmektedir. Matematikselleştirmede öğrenciler YMMleri ortaya koyarlarken stratejik etkenlere ilişkin yorumlamalarda bulunmakta, YMMlere ve onları oluşturan stratejik etkenlere ilişkin tahminler yapmaktadır. Şen Zeytun (2013) bu eylemi "Bilinmeyen değişkenler ve ilişkiler hakkında tahminde bulunma" şeklinde ifade etmektedir. Matematikselleştirmedeki zihinsel eylemlerden biri, "teknolojinin görsel olanaklarından yararlanma"dır. Öğrenciler teknoloji ile zenginleştirilmiş bir çözüm yaparlarken YMMleri daha iyi gözlemlemek için onun görsel olanaklarını dikkate almışlardır. Galbraith & Stillman (2006) da paralel olarak öğrencilerin teknolojinin görsel olanaklarının onlara çözümde faydalı olduğundan bahsetmektedir.

Üst matematikselleştirmede sergilenen zihinsel eylemler YMMlerin cebirsel gösterimlerinden yararlanma, bağımlı-bağımsız değişkenleri, sabitleri ve parametreleri belirleme, teknolojinin görsel olanaklarından yararlanma, gerekli YMMleri belirleme, YMMlerin grafiksel gösterimlerinden yararlanma, YMMlerin yorumlanmasına olanak sağlayan teknolojik sistemi kurma, AMM için gerekli verileri YMMlerden elde etme, stratejik etkenleri yorumlama ve AMMye ilişkin ön tahminlerde bulunma, üst düzey matematiksel ve teknolojik bilgilerden yararlanma, AMMnin cebirsel veya grafiksel gösterimlerini bulma, teknolojik ve matematiksel gösterim arasındaki geçişi geçekleştirmedir. Galbraith & Stillman (2006) ve Hıdıroğlu'na (2012) paralel olarak matematiksel modeller elde ederken

Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Western Anatolia Journal of Educational Sciences, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Araştırma Makalesi / Research Paper

teknoloji sayesinde matematiksel modellerin farklı gösterimlerinin elde edilmesi matematiksel analiz gibi ileriki basamaklarda daha derin ve doğru matematiksel çözüm ve sonuçlara ulaşmayı sağlamaktadır. Galbraith & Stillman (2006) bu zihinsel eylemi "çoklu durumlara göre matematiksel modelin işlevselliğini otomatik olarak sağlamak için uygun teknolojiyi kullanma" şeklinde ifade etmektedir. Ang (2010) de aynı şekilde öğrencilerin teknoloji yardımıyla matematiksel modellerin farklı değerlerine hızlı bir şekilde ulaşabildiklerini vurgulamaktadır.

Sürecin beşinci temel bileşeni AMMden elde edilen ve problemde istenilen duruma direk olarak yanıt veren "matematiksel çözüm" dür. AMMlerden matematiksel çözüme ulaşmak için gerçekleştirilen bu temel süreç ise "matematiksel analiz"dir. Matematiksel analizde matematiksel modeller yardımıyla problem durumuna doğrudan yanıt veren matematiksel çözümlerle birlikte bağlamı ve çözümün niteliğini daha iyi anlamaya fırsat veren matematiksel sonuçlara açığa çıkmaktadır. Çalışmada matematiksel sonuçlar problemde istenen duruma doğrudan yanıt vermese de durumun daha ayrıntılı incelenmesine olanak sağlayan yardımcı bileşen olarak ele alınmaktadır. Çözücüler matematiksel analizde matematiksel sonuçlar ortaya koyarken özellikle elde edilen matematiksel modellerin tanım kümesi, tanımsız noktaları, negatif değerleri, en yüksek veya en düşük değerleri gibi kritik noktalarını incelemektedir. Alanyazında bu çalışmanın yanında matematiksel çözüm ve matematiksel sonuç ayrımına sadece Hıdıroğlu (2012) vurgu yapmaktadır. Süreç modelleri incelendiğinde Hıdıroğlu (2012), Müller & Wittmann‟ın (1984) bu bileşeni "matematiksel çözüm"; Blum (1985; 1996), Kaiser-Meßmer (1986), Borromeo Ferri (2006) ve Blum (2011) ise "matematiksel sonuç" olarak ele almaktadır. Bu çalışmada matematiksel çözüm ve matematiksel sonuç ayrımına gidilmesinin temel nedeni, çözücülerin matematiksel sonuçlara ulaşsalar da problem için istenen şeyi bulamadıkları için yani matematiksel çözüme ulaşamadıkları için "yorumlama" basamağına geçmemişlerdir. Bu anlamda matematiksel analizin bittiğini gösteren temel gösterge yani temel bileşen matematiksel sonuç değil matematiksel çözümdür. Matematiksel sonuç ise bu basamakta açığa çıkan süreci zenginleştiren yardımcı bileşendir. Matematiksel analizde sergilenen zihinsel eylemler Y/AMMlerin grafiksel veya cebirsel gösterimlerinden yararlanma, teknolojinin görsel olanaklarından yararlanma, matematiksel çözüme ve sonuçlara ulaşmak için hesaplama yapma, matematiksel çözümü ve sonuçları veren teknolojik sistemi kurma, Y/AMMlerin kritik noktalarına ilişkin matematiksel sonuçlar elde etme, matematiksel ve teknolojik bilgilerden yararlanma, teknolojik ve matematiksel gösterim arasındaki geçişi gerçekleştirmedir. Galbraith & Stillman (2006) ve Hıdıroğlu (2012) da matematiksel modelin grafiksel veya cebirsel gösterimlerinin yardımıyla matematiksel sonuçlara ulaşıldığını vurgulamaktadır. Bu temel basamağı Maull & Berry (2001), Berry & Houston (1995) "matematiksel problemi çözme"; Voskoglou (2006), Mason (1988) "matematiksel modeli çözme"; Berry & Davies (1996) "matematiksel olarak çözme"; Blomhøj & Jensen (2006), Vershaffel, De Corte & Lasure (1999), Pedley (2005) "matematiksel analiz"; Borromeo Ferri (2006), Blum (2011), Stillman, Galbraith, Brown & Edward (2007), Neubrand (2013), Biccard & Wessels (2011) "matematiksel olarak çalışma" şeklinde ifade etmektedir. Çalışmada çözücülerin matematikselleştirme, üst matematikselleştirme ve matematiksel analiz basamaklarında "matematiksel olarak çalışma" yaptıkları düşünüldüğünde bu basamağı daha ön plana çıkaran "matematiksel analiz" ifadesi kullanılmıştır.

Sürecin yedinci temel bileşeni gerçek yaşam çözümüdür. Bu doğrultuda matematiksel analizde elde edilen matematiksel çözüm gerçek yaşam bağlamında ele alınarak gerçek yaşam çözümüne dönüşmektedir. Kang & Noh'un (2012) da ifade ettiği gibi elde edilen matematiksel sonuçlardan gerçek

Hıdıroğlu, Ç.N. ve Bukova Güzel, E. (2023). Teknoloji ile zenginleştirilmiş matematiksel modelleme sürecinin kavramsallaştırılması. *Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi, 14*(2), 1213-1248.
DOI. 10.51460/baebd.1366450

Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Western Anatolia Journal of Educational Sciences, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Araştırma Makalesi / Research Paper

yaşam sonuçlarına ulaşılmaktadır. Borromeo Ferri (2006), Biccard & Wessels (2011) ve Voskoglou (2006) süreç modellerinde gerçek yaşam sonuçlarını temel bileşen olarak dikkate almaktadır. Bu çalışma ve Hıdıroğlu (2012) ise gerçek yaşam çözümünü (problemde istenilen şeye doğrudan yanıt veren şeyler) temel bileşen; gerçek yaşam sonuçlarını (probleme geniş bir perspektiften bakmayı sağlayan şeyler) yardımcı bileşen olarak ele almaktadır. Yorumlamada sergilenen zihinsel eylemler matematiksel çözümün gerçek yaşam karşılığını belirleme, gerçek yaşam durumu ile zihinsel modeli arasındaki ilişkiyi ortaya çıkarma, AMMnin kritik noktalarının gerçek yaşam karşılıklarını belirleme, gerçek yaşam çözümü ve sonuçlarının problem durumu açısından incelenmesi, varsayımları gerçek yaşam çözümü ve sonuçları doğrultusunda irdelemedir. Bu basamağı Penrose (1978) “matematiksel çözümü yorumlama”, Blum (1985) “geriye doğru yorumlama ve uygulama”, Mason (1988) “çözümü yorumlama”, Berry & Houston (1995) ve Maull & Berry (2001), Borromeo Ferri (2006), Müller & Wittmann (1984), Blum (2011) “yorumlama”, Berry & Davies (1996), Schwarz, Wissmach and Kaiser, (2008), Fischer & Malle (1985), Biccard & Wessels (2011), Neubrand (2013) ve CCSSM (2010), Blum (1996), Kaiser-Meßmer (1986) “tekrar yorumlama ve doğrulama”, Blomhøj & Jensen (2006) ise “yorumlama/değerlendirme” olarak tanımlamaktadır. Benzer olarak Stillman, Galbraith, Brown & Edward (2007) çözümün gerçek yaşam anlamı bileşenine geçerken ortaya çıkan bu basamağı “matematiksel çıktıları yorumlama” olarak ifade etmektedir. Çoğu süreç modelinde ortak bir görüş olarak temel basamak kabul edilen bu aşama matematiksel olarak elde edilenlerin gerçek yaşam bağlamında ele alınmasını içermektedir. Bu basamakta Galbraith & Stillman’a (2006) paralel olarak varsayımların gerçek yaşam çözümü ve sonuçları doğrultusunda irdelenmekte, varsayımların gerçek yaşam durumunu nasıl etkilediği yorumlanmakta ve matematiksel dünya ile gerçek yaşam arasında güçlü bir bağ kurulmaktadır.

Sürecin sekizinci temel bileşeni “çözüm kararı”dır. Bu aşamada gerçek yaşam çözümünün doğruluğu incelenerek yapılan çözümün doğruluğu hakkında bir karara varılmaktadır. Paralel olarak, Kang & Noh (2012) ve Biccard & Wessels’a (2011) göre süreçte çözümün doğruluğunun incelenmesi çözüm hakkında verilecek karar ile son bulmaktadır. Doğrulamada sergilenen zihinsel eylemler gerçek yaşam sonuçlarındaki beklenmeyen durumların irdelenmesi, gerçek yaşam sonuçlarını deneyimlere dayalı tahminlerle veya ölçümlerle karşılaştırma, gerçek yaşam sonuçlarını problem verileri ile karşılaştırma, gerçek yaşam sonuçlarını video ve resimlerdeki durumlarla karşılaştırma, gerçek yaşam çözümü veya sonuçlarının yeterliğine ilişkin karara varma, işlemleri, düşünceleri ve basamakları kontrol etmedir. Schoenfeld (1985), Fischer & Malle (1985) ve Şen Zeytun (2013) da benzer şekilde modelleme sürecinin doğrulama aşamasında çözümün kontrol edildiğini vurgulamaktadır. Galbraith & Stillman (2006) karşılaştırma temelli zihinsel eylemleri benzer düşünceyle “beklenmedik sonuçlarla gerçek durumu uzlaştırma” olarak ifade etmektedir. Doğrulamada gerçek yaşam sonuçları deneyimlere dayalı tahminler, problem verileri, video ve resimlerdeki durumlarla karşılaştırılmaktadır. Şen Zeytun’un (2013) doğrulamada çözümün doğruluğunu kontrol etmek için matematiksel gerçeklerden veya değişkenlerin özel değerlerinden yararlanma ifadesi çalışmadaki sonuçlarla paralellikler göstermektedir. Hıdıroğlu & Bukova Güzel’ in (2013) düşüncesine paralel olarak teknoloji doğrulama basamağındaki zihinsel eylemlerin oluşumunda önemlidir. Galbraith & Stillman (2006) da modelleme sürecinde modelin ayrıntılı sonuçlarının gerçek dünya yeterliliğine ilişkin karara varıldığını ifade etmektedir. Bu basamağı Schoenfeld (1985) “çözümü doğrulama”, Voskoglou (2006), Berry & Houston (1995), Penrose (1978), Mason (1988) “modeli doğrulama”, Ärlebäck & Bergsten (2010), Borromeo Ferri (2006), CCSSM (2010), Neubrand (2013), Kang & Noh (2012), Biccard & Wessels (2011), Garofolo

Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Western Anatolia Journal of Educational Sciences, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Araştırma Makalesi / Research Paper

& Lester (1985), Blum (2011) “doğrulama”, Stillman, Galbraith, Brown & Edward (2007) “birleştirme, eleştirme, doğrulama”, Schwarz, Wissmach and Kaiser (2008), Blum (1996) ve Kaiser-Meßmer (1986) “tekrar yorumlama ve doğrulama”; Berry & Davies (1996) “çözümü değerlendirme”, Şen Zeytun (2013) “yorumlama ve doğrulama” olarak ifade etmektedir. Doğrulama genel olarak süreç modellerinin çoğunluğunda temel basamak olarak yer alsa da bazı araştırmalarda (Ang, 2001; 2010; Müller & Wittmann, 1984; Vershaffel, De Corte & Lasure, 1999) yorumlama basamağının içerisinde kendisine yer bulmaktadır.

Revize etmede karşılaşılan zihinsel eylemler çözümdeki hata/yanlışın kaynağını belirleme, işlemleri ve düşünceleri tekrar gözden geçirme, alternatif çözüm stratejileri belirleme, üst düzey varsayımlarda değişiklik yapmadır. Revize etme araştırmacıların çoğu tarafından modelleme sürecini açıklarken vurgulansa da bazıları tarafından süreç modelinde vurgulanmaktadır. Araştırmacılar revize etmeyi genellikle doğrulamanın sonrasında alınan karar doğrultusunda çözüme tekrar dönme olarak ifade etmektedir. Bu basamağı süreç modelinde Penrose (1978), Stillman, Galbraith, Brown & Edward (2007) “revize etme”; Berry & Davies (1996), Ang (2010), Kang & Noh (2012) “modeli revize etme”, Fischer & Malle (1985), Berry & Houston (1995) “modeli geliştirme”, Pedley (2005) “uygun bir çözüme kadar süreci tekrarlama ve geliştirme”; Abramovich (2007) “modelin değişimi” şeklinde süreç modellerinde açıklamaktadır. Bazoune (2010) da paralel olarak modellemede çözüm ikna edici olmadığında süreçte tekrar başa dönülerek çözümü iyileştirilmesi gerektiğini vurgulamaktadır. Kang & Noh’un (2012) görüşüne paralel olarak çözümde hata yapıldığı düşünüldüğünde çözüm sürecinin hangi kısmında hata yapmış olunabileceği düşünülmüştür. Bununla birlikte işlemler ve düşünceler tekrar gözden geçirilmiştir. Üstesinden gelinemeyen veya yanlış durumlar için alternatif çözüm stratejileri üretilmiş ve üst düzey varsayımlarda değişikliğe gitmeye çalışılmıştır. Berry & Houston (1995) ve Ang’e (2010) göre problemi revize etmede çözümde hata olduğu düşünülüyorsa varsayımlarda bulunma temel basamağına geri dönülerek varsayımlarda değişikliğe gidilmekte ve eski model bu doğrultuda revize edilmektedir. Kang & Noh’un (2012) da bu durumda çözümdeki seçimlerde, varsayımlarda ve yaklaşımlarda değişikliğe gidildiğinden bahsetmektedir.

Raporlaştırmada sergilenen zihinsel eylemler raporda yazılması gereken önemli düşünceleri vurgulama, çözümü ayrıntılı matematiksel ifadelerle destekleme, raporda yazılması gerekenleri sıralama olmuştur. Bu basamağa süreç modelinde Maull & Berry (2001) rapor yazma; Ärlebäck & Bergsten (2010) yazma; Penrose (1978), Berry & Houston (1995) ve Berry & Davies (1996) raporlaştırma olarak yer vermektedir. Borromeo Ferri (2006) ve Biccard & Wessels (2011) ise bu basamağı sunma (presenting); Blum & Leiβ (2007) ise bu basamağı açığa çıkarma (exposing) olarak ifade etmektedir.

Matematiksel modellemede olduğu gibi bağlamdaki gerçeklik önemli ise, simülasyonlar çeşitli, daha ayrıntılı matematiksel modellerin tasarımını desteklemektedir (Siller, 2015). Bu nedenle GeoGebra gibi dinamik matematik/geometri yazılımlarının sürece etkisi sürecin her aşamasında olabilmektedir. Bununla birlikte süreçte teknolojinin zihinsel eylemleri güçlendirici ve yeniden düzenleyici rolleri düşünüldüğünde bireylerin zihinsel yapısına daha uygun yazılımlarla süreçte daha başarılı olabilecekleri düşünülebilir. Özellikle farklı yazılımlara ilişkin becerilere sahip çözücülerin bu tür problemleri özerken hangi yazılımları neden kullandıkları açığa çıkarılabilir. Eğitimde matematiksel modelleme gibi her alanda teknolojinin vazgeçilmez bir unsur olduğu düşünüldüğünde, bu tür

Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Western Anatolia Journal of Educational Sciences, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Araştırma Makalesi / Research Paper

yazılımların sürece etkisi ortaya çıkarılarak gelecekte ihtiyaç duyulacak bireylerde gerekli becerilerin neler olduğu konusunda önemli çıktılar açığa çıkarılabilir. Aynı zamanda Blum'un (2015) vurguladığı gibi matematiksel modellemede teknoloji entegrasyonunda dijital teknolojilerin modelleme üzerindeki etkilerine ilişkin daha kontrollü ve karma yöntemin kullanıldığı çalışmalara ihtiyaç vardır. Bununla birlikte, bilgi işlemsel düşünme, semiyotik arabuluculuk, enstrümantal oluşum, STEM, APOS, HTTM öğrenme süreci ile matematiksel modellemenin ilişkilendirildiği çalışmaların alanyazında fark yaratacağı düşünülmektedir.

Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Western Anatolia Journal of Educational Sciences, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Araştırma Makalesi / Research Paper

Kaynakça

Abramovich, S. (2010). *Topics in mathematics for elementary teachers: A Technology-enhanced experiential approach*. Information Age Publishing.

Abrams, J. P. (2001). *Mathematical modeling: Teaching the open-ended application of mathematics. http://inst-mat.utalca.cl/~cdelpino/modelos/previos/libro/numbers3.pdf*

Ang, K. C. (2001). Teaching mathematical modelling in Singapore schools. *The Mathematics Educator, 6*(1), 63-75.

Ang, K. C. (2010). *Teaching and learning mathematical modelling with technology*. Nanyang Technological University. 20.03.2012 tarihinde http://atcm.mathandtech.org/ep2010/invited/3052010_18134.pdf adresinden erişilmiştir.

Ärlebäck, J. B. & Bergsten, C. (2010). On the use of realistic Fermi Problems in introducing mathematical modelling in upper secondary mathematics. R. Lesh, P. L. Galbraith, W. Blum & A. Hurford (Eds) *Modeling students' mathematical modeling competencies- ICTMA 13* (ss. 597-609) içinde. Springer.

Bazoune, A. (2010). *Systems dynamics & control- Chapter 1: Introduction to system dynamics*. 27.1.2012 tarihinde http://faculty.kfupm.edu.sa/ME/qahtanih/ME413Note/Chapter1.pdf adresinden erişilmiştir.

Berry, J. & Davies, A. (1996). Written reports. C. R. Haines & S. Dunthorne (Eds) *Mathematics learning and assessment: Sharing innovative practices* (ss. 3.3-3.11). London: Arnold.

Berry, J. & Houston K. (1995). *Mathematical modelling*. Bristol: J. W. Arrowsmith Ltd.

Biccard, P. & Wessels, D. C. J. (2011). Documenting the Development of Modelling Competencies of Grade 7 Mathematics Students. *International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling, 1*(5), 375-383.

Blomhøj, M. & Jensen T. H. (2006). What's all the fuss about competencies? Experiences with Using a Competence Perspective on Mathematics Education to Develop the Teaching of Mathematical Modelling. W. Blum, P.L. Galbraith and M. Niss (Eds) *Modelling and applications in mathematics education* (ss. 45-56) içinde. New York: Springer.

Blomhøj, M. (1993). Modelling of dynamical systems at O-level. J. de Lange, C. Keitel, I. Huntley, & M. Niss (Eds) *Innovation in mathematics education by modelling and applications* (ss. 257-268) içinde. Ellis Horwood.

Blum, W. & Leiß, D. (2007). How Do students and teachers deal with mathematical modelling problems? The example "Sugarloaf". C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Eds) *Mathematical modelling (ICTMA 12): Education, engineering and economics* (ss. 222-231) içinde. Horwood Publishing.

Blum, W. & Niss, M. (1989). Mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects – State, trends and issues in mathematics instruction. M. Niss, W. Blum & I. Huntley (Ed.) *Modelling applications and applied problem solving* (ss.1-19) içinde. England: Halsted Pres.

Blum, W. (1985). Anwendungsorientierter mathematikunterricht in der didaktischen diskussion. *Mathematische Semesterberichte, 32*, 195-232.

Blum, W. (2011). Can modelling be taught and learnt? Some answers from empirical research. G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri & G. Stillman (Eds.) *Trends in the teaching and learning of mathematical modelling- Proceedings of ICTMA14* (ss. 15-30) içinde. New York: Springer.

Blum, W. (2015). Quality teaching of mathematical modelling: What do we know, what can, we do?. S. J. Cho (Ed.), *The proceedings of the 12th ınternational congress on mathematical education-Intellectual and attitudinal challenges* (ss. 73–96) içinde. Springer.

Borromeo Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik. 38*(2), 86-95.

Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, E. Ö., Karadeniz, Ş., & Demirel, F. (2013). *Bilimsel araştırma yöntemleri* (15. baskı). Ankara: Pegem Akademi.

Bybee, R. W. (2013). *The case for STEM education: Challenges and opportunities*. NSTA press.

Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Western Anatolia Journal of Educational Sciences, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Araştırma Makalesi / Research Paper

Charmaz, K. (2006). *Constructing grounded theory: A Practical guide through qualitative analysis*. London: SAGE Publications.

Clarke, A. E. (2005). *Situational analysis: Grounded theory after the postmodern turn*. Thousand Oaks, CA: Sage.

Common Core State Standards Initiative. (2010). *Common Core State Standards for Mathematics* (CCSSM). Washington, DC: National Governors Association Center for Best Practices and the Council of Chief State School Officers

Creswell, J. W. (2013). *Research design: Qualitative, quantitative and mixed method approaches* (4th edition). Thousand Oaks, California: Sage Publications.

Çorlu, M. S. (2017). STEM: Bütünleşik öğretmenlik çerçevesi. M. S. Çorlu, & E. Çallı (Eds) *STEM: Kuram ve uygulamalarıyla fen, teknoloji, mühendislik ve matematik eğitimi-Öğretmenler için temel kılavuz* (2. baskı) (ss. 1-9) içinde. İstanbul: Pusula.

Ertmer, P. A., & Ottenbreit-Leftwich, A. T. (2010). Instructor technology change: How knowledge, confidence, beliefs, and culture intersect. *Journal of research on Technology in Education, 42*(3), 255-284.

Fischer, R. & Malle, G. (1985). *Mensch und mathematik- Eine Einfu¨hrung in didaktischen denken und handeln*. Zurich: Bibliographisches Institut.

Galbraith, P. & Stillman, G. (2006). A framework for identifying student blockages during transitions in the modelling process. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 38*(2), 143-162.

Galbraith, P., Renshaw, P., Goos, M., & Geiger, V. (2003). Technology-enriched classrooms: Some implications for teaching applications and modelling. Y. Qi-Xiao, W. Blum, S. K. Houston, & J. Qi-Yuan (Eds), *Mathematical modelling in education and culture* (ss. 111-125) içinde. Horwood Publishing.

Garofalo, J. & Lester, F. K. (1985). Metacognition, cognitive monitoring, and mathematical performance. *Journal for Research in Mathematics Education, 16*, 163-176.

Goos, M., Galbraith, P., & Renshaw, P. (2000). A Money problem: A source of insight into problem solving action. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning, 80*, 1-20.

Greefrath G. (2011) Using technologies: New possibilities of teaching and learning modelling-Overview. G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, & G. Stillman (Eds), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling. International perspectives on the teaching and learning of mathematical modelling* (ss. 305-314) içinde. Springer.

Greefrath G., & Siller H-S. (2018). GeoGebra as a tool in modelling processes. L. Ball, P. Drijvers, S. Ladel, H-S. Siller, M. Tabach, & C. Vale (Eds), Uses of *Technology in Primary and Secondary Mathematics Education-ICME-13* (ss. 363-374) içinde. Monographs. Springer, Cham.

Greefrath, G., Hertleif, C., & Siller, H-S. (2018). Mathematical modelling with digital tools- A quantitative study on mathematising with dynamic geometry software. *ZDM-Mathematics Education 50*, 233-244.

Haşlaman, T., Kuşkaya Mumcu, F. & Koçak Usluel, Y. (2008). Integration of ICT into the teaching-learning process: Toward A Unified model. J. Luca & E. Weippl (Eds), *Proceedings of world conference on educational multimedia, hypermedia and telecommunications* (ss. 2384-2389) içinde. AACE.

Hegedus, S., Laborde, C., Brady, C., Dalton, S., Siller, H., Tabach, M., Trgalova, J., & Moreno-Armella, L. (2017). *Uses of technology in upper secondary mathematics education*. Springer International Publishing AG.

Hıdıroğlu, Ç. N. & Bukova Güzel, E. (2013). Teknoloji destekli ortamda matematiksel modellemede modelin doğrulanmasındaki yaklaşımların ve düşünme süreçlerinin kavramsallaştırılması. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri Dergisi, 13*(4), 2487-2508.

Hıdıroğlu, Ç. N. & Karakaş, A. (2022). Transdisciplinary role of technology in STEM education. *Malaysian Online Journal of Educational Technology, 10*(4), 276-293.

Hıdıroğlu, Ç. N. (2012). *Teknoloji destekli ortamda matematiksel modelleme problemlerinin çözüm süreçlerinin analiz edilmesi: Yaklaşım ve düşünme süreçleri üzerine bir açıklama*. Yüksek lisans tezi. Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Western Anatolia Journal of Educational Sciences, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Araştırma Makalesi / Research Paper

Hıdıroğlu, Ç. N. (2015). *Teknoloji destekli ortamda matematiksel modelleme problemlerinin çözüm süreçlerinin analizi: Bilişsel ve üstbilişsel yapılar üzerine bir açıklama*. Doktora tezi. Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

Kaiser-Messmer, G. (1986) (Ed). *Anwendungen im Mathematikunterricht*. Band 1: Theoretische Konzeption. Band 2: Empirische Untersuchungen. Bad Salzdetfurth: Franzbecker.

Kang, O. & Noh, J. (2012). *Teaching mathematical modelling in school mathematics*. 4.3.2013 tarihinde (http://www.icme12.org/upload/submission/1930_f.pdf adresinden erişilmiştir.

Kılıç, T. (2021). *Yeni bilim: Bağlantısallık- Yeni kültür: Yaşamdaşlık*. İstanbul: Ayrıntı Yayınları.

Lesh, R., & Doerr, H. M. (2003). Foundations of a models and modeling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving. R. Lesh, & H. M. Doerr (Eds), *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning and teaching* (ss. 3-34) içinde. Lawrence Erlbaum.

Lesh, R., Surber, D., & Zawojewski, J. (1983). Phases in modelling and phase-related processes. J. C. Bergeron, & N. Herscovics. (Ed.) *Proceedings of the Fifth Annual Meeting Psychology of Mathematics Education, North American Chapter. 2*, 129-36.

Maki, D. P., & Thompson, M. (2011). *Mathematical modelling with computer simulation.* Cengage Learning.

Mason, J. (1988). Modelling: What do we really want pupils to learn? D. Pimm (Ed.) *Mathematics, teachers and children* (ss. 201-215) içinde. London: Hodder & Stoughton.

Maull, W. & Berry, J. (2001). An investigation of Student working styles in a mathematical modelling activity. *Teaching Mathematics and its Applications, 20*(2), 78-88.

Miles, H. B. & Huberman, A.M. (1994). *Qualitative data analysis* (2. Baskı). Thousand Oaks, CA: Sage.

Mousoulides, N., Sriraman, B., & Christou, C. (2007). From problem solving to modelling: The Emergence of models and modelling perspectives. *Nordic Studies in Mathematics Education, 12*(1), 23-47.

Müller, G. & Wittmann, E. (1984). *Der Mathematikunterricht in der primarstufe*. Braunschweig: Vieweg.

National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Author.

Neubrand, M. (2013). PISA mathematics in Germany: Extending the conceptual framework to enable a more differentiated assessment. M. Prenzel, M. Kobarg, K. Schöps, & S. Rönnebeck (Eds) *Research on PISA: Research outcomes of the PISA research conference 2009* (ss. 39-49) içinde. Dordrecht: Springer.

Olive, J., Makar, K., Hoyos, V., Kor, L.K., Kosheleva, O., & Sträßer, R. (2009). Mathematical Knowledge and Practices Resulting from Access to Digital Technologies. In: Hoyles, C., Lagrange, JB. (eds) Mathematics Education and Technology-Rethinking the Terrain. New ICMI Study Series, vol 13. Springer, Boston, MA. https://doi.org/10.1007/978-1-4419-0146-0_8

Pedley, T. J. (2005). Applying mathematics. *Mathematics Today. 41*(3), 79-83.

Penrose, O. (1978). How can we teach mathematical modelling? *Journal of Mathematical Modelling for Teachers, 1*(2), 31-42.

Piaget, J. (1982). *Yapısalcılık* (Çev. Füsun Akatlı). İstanbul: Dost Kitapevi Yayınları.

Pólya, G. (1945). *How to solve it: A new aspect of mathematical method*. Princeton: Princeton University Press.

Saeki, A., & Matsuzaki, A. (2013). Dual modelling cycle framework for responding to the diversities of modellers. G. Stillman, G. Kaiser, W. Blum, & J. Brown (Eds) *Teaching mathematical modelling: Connecting to research and practice* (ss. 89-99) içinde. Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-6540-5_7

Schoenfeld, A. H (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando: Academic Press, Inc.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. D. A. Grouws (Ed.) *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (ss. 334-370) içinde. Macmillan Publishing Company.

Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Western Anatolia Journal of Educational Sciences, (2023), 14 (2), 1213-1248.
Araştırma Makalesi / Research Paper

Schwarz, B., Wissmach, B., & Kaiser, G. (2008). "Last curves not quite correct": Diagnostic compentences of future teachers with regard to modeling and graphical representations. *ZDM Mathematics Education, 40*, (5), 777-790.

Shahbari, J., Daher, W., & Raslan, S. (2014). Mathematical knowledge and the cognitive and metacognitive processes emerged in model-eliciting activities. *International Journal of New Trends in Education and Their Implications, 5*(2), 209-2019.

Siller, H. S., & Greefrath, G. (2010). Mathematical modelling in class regarding to technology. *CERME 6 – Proceedings of the sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (ss. 108-117) içinde. Institut national de recherche pédagogique.

Stacey, K. (2011). The PISA view of mathematical literacy in Indonesia. *Indonesian Mathematical Society Journal on Mathematics Education, 2*(2), 95-126.

Stillman, G., Galbraith, P., Brown, J. & Edwards, I. (2007). A Framework for success in implementing mathematical modelling in the secondary classroom. *Mathematics: Essential Research, Essential Practice. 2*, 688- 697.

Şen Zeytun, A. (2013). *An investigation of prospective teachers' mathematical modelling processes and their views about factors affecting these processes*. Doctoral thesis. Middle East Technical University The Graduate School of Natural and Applied Sciences. Ankara.

Thornberg, R. (2012), Informed grounded theory. *Scandinavian Journal of Educational Research, 56*, 243-259.

Turner, R. (2007). Modelling and applications in PISA. W. Blum, P. Galbraith, H.W. Henn ve M. Niss (Eds) *Modelling and applications in mathematics education- The 14. ICMI Study* (ss. 433-440) içinde. New York: Springer.

Verschaffel, L., De Corte, E., & Lasure, S. (1999). Children's conceptions about the role of real-world knowledge in mathematical modeling of school word problems. In W. Schnotz, S. Vosniadou, & M. Carretero (Eds.) *New perspectives on conceptual change* (ss. 175-189) içinde. Oxford: Elsevier.

Voskoglou, M. G. (2006). The use of mathematical modelling as a tool for learning mathematics. *Quaderni di Ricerca in Didattica, 16*, 53-60.

Zawojewski, J. S., & Lesh, R. (2007). A models and modeling perspective on problem solving. R. Lesh & H. M. Doerr (Eds), *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching* (ss. 317–336) içinde. Lawrence Er.