



Öğrencilerin Hata ve Kavram Yanılgıları Üzerine Bir İnceleme: Denklem Örneği*

Zeynep Çavuş Erdem** Ramazan Gürbüz***

Öz: Bu araştırmanın amacı, öğrencilerin denklemler konusundaki hata ve kavram yanılgılarını belirlemektir. Bir ildeki 6 farklı ortaokulda öğrenim gören 193 7. sınıf öğrencisiyle yürütülen bu araştırmanın verileri, literatürden yararlanılarak araştırmacılar tarafından geliştirilen “*Denklem Konusundaki Hata ve Kavram Yanılgılarını Belirleme Ölçeği*” kullanılarak toplanmıştır. 15’i çoktan seçmeli ve iki aşamalı, 6’sı ise açık uçlu olmak üzere toplam 21 sorudan oluşan ölçekten elde edilen bulgular ışığında, amaçsal örneklem yöntemiyle tespit edilen 11 öğrenciyle görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Yapılan analizler, öğrencilerin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem konusunda bir kısmı pedagojik kaynaklı olan işlemsel hatalara ve kavram yanılgılarına sahip olduklarını göstermektedir.

Anahtar Kelimeler: Denklem, Hata, Kavram Yanılgısı.

* Bu makale Prof. Dr. Ramazan GÜRBÜZ danışmanlığında, Zeynep ÇAVUŞ ERDEM tarafından yapılan ‘Öğrencilerin Denklem Konusundaki Hata ve Kavram Yanılgılarının Belirlenmesi ve Bu Hata ve Yanılgıların Nedenleri ve Giderilmesine İlişkin Öğretmen Görüşleri’ tezinden derlenmiştir.

** Öğretmen Zeynep Ç. Erdem, Milli Eğitim Bakanlığı, Adıyaman Mehmet Akif Ersoy Ortaokulu,
E-posta: zcavuserdem@hotmail.com

*** Prof. Dr. Ramazan Gürbüz, Adıyaman Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, E-posta: rgurbuz@outlook.com



An Analysis on Students' Mistakes and Misconceptions: The Case of Equations

Abstract: The purpose of this research is to determine students' mistakes and misconceptions on equations. The data of this research, carried out by 193 7th grade students studying in 6 different secondary schools, were collected by using the the "*Defining the Mistakes and Concepts Misconceptions on Equation Scale*" which is developed by the reserachers. Based on the findings of the scale that consisting of 21 questions, 15 of which were multiple choice and were two phases, and 6 of which were open ended questions, semi-structured interviews were conducted with 11 students who were determined by objective sampling method. The results showed that the students had several procedural mistakes and conceptual misconceptions on the first degree one variable equations, some of which were partly pedagogic oriented.

KeyWords: Equations, Mistake, Misconception.

Giriş

Matematik eğitiminde yapılan araştırmaların temel hedefi, matematiğin anlamlı bir şekilde öğrenilmesini sağlamaktır. İşlemsel bilgi boyutuna ağırlık vermek yerine, işlemsel ve kavramsal bilgilerin dengeli bir şekilde öğrenilmesi, bu hedefin gerçekleşmesinde önemli bir etkidir. Fakat matematik için bu dengenin sağlanması kolay bir iş değildir. Çünkü, işlemsel ve kavramsal bilginin çok yoğun ve iç içe olduğu ve genel anlamda soyut olarak ifade edebileceğimiz bir disiplinin üst düzeyde öğrenilmesinin kolay olmadığı, birçok faktörün bu durumu zorlaştırdığı bilinmektedir. Özellikle matematiksel kavramların öğrenilmesinde yaşanan güçlükler, matematik öğreniminin ve öğretiminin zor olarak algılanmasının önemli kaynaklarından biridir (Kar, Çiltaş ve Işık, 2011). Kavramların öğreniminde çeşitli



<http://dx.doi.org/10.23891/efdyyu.2017.25>

ISSN:1305-020

nedenlerden dolayı ortaya çıkan yanlışlar, yaşanan güçlüklerden biridir. Bu nedenle matematik öğretimi alanında yapılan çalışmaların önemli bir bölümü, öğrencilerin kavram yanlışlarını, hatalarını ve bilgi eksikliğini belirlemek ve bunları giderme yollarına ilişkin yapılan çalışmalardan oluşmaktadır (Akkaya, 2006; Bayar, 2007; Soylu, 2008; Alkan, 2009; Ayyıldız, 2010; Baysal, 2010; Kaygusuz, 2011; Gürbüz ve Birgin, 2012; Fırat, Gürbüz ve Doğan, 2016).

Kavram yanılması, öğrencinin doğru olarak kabul ettiği, uzun süreden beri öğrencide var olan ve birden fazla durumda ortaya çıkan, matematiksel doğrularla çelişen, kavramların bilimsel olarak kabul edilen şeklinden farklı olarak algılanması olarak ifade edilmektedir (Ubuz, 1999; Çakır ve Yürük, 1999; Erbaş, Çetinkaya ve Ersoy, 2010). Kavram yanlışları bilgilerin doğru bir şekilde öğrenilmesini engeller (Baki ve Bell, 1997) ve var olan yanlışlar çoğu zaman yanlış cevaplarla sonuçlanır. Ama öğrencide tespit edilen her yanlış bir kavram yanılması olmayabilir ve öğrencilerin yanlış cevapları bazen bir hataya işaret ederken, bazen bir kavram yanılmasına işaret edebilir. Zira bu iki kavram zaman zaman birbirine karıştırılmaktadır. Hata, matematiksel ifadelerin yanlış kullanılması, işlem veya hesaplama yanlışlığı olarak ifade edilmektedir (Erbaş, Çetinkaya, Ersoy, 2010; Biber, Tuna ve Korkmaz, 2009). Bu şekilde bakıldığında kavram yanılması, hatayı içine alan daha geniş bir kavram olduğunu söylemek mümkündür. Çünkü kavram yanılması çoğu zaman, öğrencinin yaptığı hatalarda kendini gösterir. Bununla birlikte, nadiren doğru cevabın ardında da kavram yanılması olabilmektedir. Örnek vermek gerekirse, karşılaştırılan iki kesirden ‘payı ile paydası toplamı büyük olan kesir, daha büyüktür’ yanılmasına sahip bir öğrencinin ‘ $1/3$ ile $3/5$ kesirlerini karşılaştırınız.’ sorusu için cevabı doğru iken ‘ $2/3$ ile $3/5$ kesirlerini karşılaştırınız.’ sorusu için cevabı yanlış olacaktır. Bazen kavram yanılması varlığına rağmen doğru cevap bulursa da kavram yanılması genel olarak süreklilik arz eden hatalar



<http://dx.doi.org/10.23891/efdyyu.2017.25>

ISSN:1305-020

doğurur. Aynı hatanın süreklilik arz etmesi, kurallaşmış bir form alması, hatanın büyük olasılıkla kavram yanlışlığı kaynaklı olduğunu göstermektedir. Başka bir deyişle kurallaşmış hatalar, sıradan yapılan bir işlem hatasından farklı olup, kendisini ortaya çıkaran ve kontrol eden bir kavram yanlışlığının varlığına işaret etmektedir. Her kavram yanlışlığı nihayetinde bir hata doğurur, fakat her hata bir kavram yanlışlığı değildir (Yenilmez ve Yaşa, 2008). Dikkatsizlik ve acele etme gibi anlık durumlar basit bir hataya sebebiyet verebilir. Hem kavram yanlışlığı hem de hata, öğrenilen konuyla ilgili yeni öğrenmeleri daha karmaşık ve anlaşılması zor bir hale getirmekte, dolayısıyla öğrencinin akademik başarısını etkilemekte veya duruma göre engelleyebilmektedir. Bu nedenle, etkili öğretimlerin gerçekleştirilmesi için öğrencide var olan hata ve kavram yanlışlıklarının bilinmesi ve nedenlerinin belirlenmesi gerekmektedir.

Kavram yanlışlığının birçok nedeni olabilir. Öğrenilen bilginin aşırı bir şekilde genelleştirilmesi veya aşırı bir şekilde özelleştirilmesi kavram yanlışlığına sebep olabilmektedir. Bireyin bir kavrama ilişkin eski öğrenmelerinde var olan yanlışlıklar da yeni kavramla ilgili yanlışlıkları oluşturabilmektedir. Öğretmenin kullandığı yöntem ve teknikler gibi pedagojik nedenler de bazen kavram yanlışlığına sebep olabilmektedir. Bireylerde görülen hataların yapılma nedenlerine ilişkin çok sayıda faktörden bahsedilebilir. Bu nedenlerin başında, dikkatsizlik, kaygı ve sezgisel düşünme gibi psikolojik nedenlerden bahsetmek mümkündür. Öğrenciler dikkatsizlik sonucu hata yapabilirler. Sleeman (1984) öğrencinin doğru kuralı bilmesine rağmen bilişsel olarak aşırı yüklenme veya dikkatsizlik nedeni ile hata yapabildiğini ifade etmiştir. Öğrencilerin hata sebepleri arasında soruları test çözme mantığıyla cevaplamaya çalışmaları ve kendi yorumları ile hareket etmekten çekinmeleri de yer almaktadır (Yenilmez ve Avcu, 2009). Aynı şekilde öğrencilerin benzer işlemlerle uğraşması da, hataya sebep olabilir. Çünkü benzer işlemler öğrenciyi rutinleştirir



ve rutinleşme fazla dikkat gerektirmez ve bazen hata yapılmasına sebebiyet verebilir. Örnek vermek gerekirse, tamsayılarla dört işlem soruları çözen bir öğrencinin, mutlak değer içeren bir işlem sorusunda mutlak değeri dikkate almadan alışıldık bir şekilde çözümü gerçekleştirmesi, rutinleşmenin neden olduğu bir hatayı doğurur. Öğretim programı süresi, öğretim teknikleri, öğretilen disiplinin özelliği gibi öğrenci kaynaklı olmayan durumlarda hataya sebep olabilmektedir. Örneğin, bir kavramın öğretim programındaki süresi ile söz konusu kavramın öğrenci tarafından öğrenilme süresi her zaman birebir örtüşmemektedir (Charnay, 1986). Sürenin yeterli olmamasından dolayı da öğrencilerde gerekli kazanımlar oluşmamakta ve öğrenciler hata yapmaktadır. Ayrıca kavram yanılgısı da hataya sebep olabilmektedir.

Literatürde öğrencilerin hatalarını ve kavram yanılgılarını belirlemek ve nedenlerini incelemek için matematiğin farklı konularını kapsayan birçok çalışmaya rastlamak mümkündür (Pesen, 2008; Yenilmez ve Yaşa, 2008; Özsoy ve Kemankaşlı, 2004; Turanlı, Keçeli, Türker, 2007; Ayyıldız, 2010; Alkan, 2009; Gürbüz ve Birgin, 2012; Fırat, Gürbüz ve Doğan, 2016). Benzer şekilde cebir ve cebirin alt öğrenme alanlarından biri olan bir bilinmeyenli denklem konusunda öğrenci yanılgılarını ve hatalarını inceleyen çok sayıda çalışma bulunmaktadır (Rosnick, 1981; Stacey ve MacGregor, 1996; Erbaş, 1999; Ertekin, 2002; Dede, Yalın ve Argün, 2002; Akkaya, 2006; Baysal, 2010; Akkan ve Baki, 2016). Çünkü bir bilinmeyenli denklem ve denklem çözümü soyut yapısı itibariyle öğrencilere zor gelmekte ve öğrenciler bu nedenle hata yapmakta ve yanılgıya düşmektedir (Macgregor ve Stacey, 1997). Denklem konusu, fonksiyon, polinom, grafik çizimi, özdeşlik, oran-orantı, ölçme ve en önemlisi herhangi bir konudaki problem çözme gibi birçok matematik konusunun temelinde yer almaktadır. Ayrıca denklemler, öğrencilerin günlük hayatta karşılaştıkları matematik problemlerini çözmeye imkân vermenin yanısıra öğrencilerin



günelik sorunlarını daha sistemli ve düzenli bir biçimde çözmelerine yardımcı olur (Köroğlu, Geçer, Taşçı, Ay, 2004; Akkan ve Baki, 2016). Bu konudaki kavram yanlışlığının, öğretilecek diğer konulara ilişkin kavram yanlışlarının oluşmasına neden olması aşikâr bir durumdur. Dolayısıyla bu konularda yaşanan zorluklar ve öğrencinin sahip olduğu hata ve yanlışlar oldukça önem arz etmektedir.

Literatüre bakıldığında yapılan araştırmalar, öğrencilerin denklem kurma ve çözmeden, değişken kavramından, cebirsel ifadelerin kullanımından ve problem çözmeden v.s. kaynaklı öğrenme güçlüklerinin, hatalarının ve kavram yanlışlarının olduğunu göstermektedir. Rosnick (1981) çalışmasında, üniversite öğrencilerine, “Bir üniversitedeki öğrenciler profesörlerin 6 katıdır. Öğrenciler için S, profesörler için P’yi kullanarak denklemi ifade ediniz?” şeklindeki soruyu yöneltmiş, yanlış cevaplayan öğrencilerin %68’inin $6S=P$ şeklinde denklemi kurduklarını tespit etmiş ve bu hatayı da ters hata olarak ifade etmiştir. English ve Halford (1995) harflerin farklı yorumları ve kullanımları olduğundan dolayı değişken kavramı ile bilinmeyen kavramı arasındaki farklılıkların bilinmesinin önemli olduğunu belirtmiş ve bu konuyla ilgili öğrencilerle bir çalışma yapmıştır. English ve Halford (1995) göre aynı harf hem bilinmeyen hem de değişken olarak kullanıldığı için öğrenciler iki kavramı karıştırmaktadır. Kieran (1984) yaptığı çalışmada $16x - 215 = 265$ denkleminin bir öğrenci tarafından $x - 215 = 265$ denklemine dönüştürüldüğünü belirtmiştir. Öğrencinin bu şekilde alışık olmadığı ya da yeni karşılaştığı bir denklemi, çözüm yöntemini bildiği bir denkleme dönüştürerek bilinçli ya da bilinçsiz olarak zorluklardan kaçınmış olduğu görülmektedir (akt. Oktaç,2009). Kieran (1992) öğrencilerin $3x+5$ ifadesini $8x$ olarak ya da 8 olarak sadeleştirdiklerini ve bunu da öğrencilerin aritmetik işlemleri yanlış şekilde cebire genelleştirmeleri, bunun sonucu olarak kendilerine göre evrensel bir sadeleştirme yöntemi geliştirmeleri ve harfleri somut objelerin etiketleri olarak algılamalarına bağlamıştır. Oktaç



<http://dx.doi.org/10.23891/efdyyu.2017.25>

ISSN:1305-020

(2009) çalışmasında bunu gramer hatası olarak ifade etmiş ve bu hatanın aynı zamanda öğrencilerin toplama ve çıkarma işaretlerine yükledikleri manalardan veya verilen ifadeyi bir sonuç olarak değil de bitirilmesi gereken bir işlemsel süreç olarak görmelerinden de kaynaklıyor olabileceğini belirtmiştir. Kieran (1992) ayrıca, öğrencilerin $x+37=150$ denklemi ile $x+37-10=150+10$ denkleminin ve $x+37=150$ denklemi ile $x=37+150$ denklemlerinin çözüm kümelerinin aynı olduğunu düşündüklerini ifade etmiştir. Kieran (1992), bu hataların denklemin her iki tarafına aynı işlemin uygulanması yerine denklemin öbür tarafına geçirme metodunu kullanan öğrenciler tarafından daha çok yapıldığı görüşündedir. Hall (2002)'de yaptığı çalışmada öğrenciler $4x=1$ denklemini $x=1-4$ denkleme dönüştürerek hata yaptıklarını belirtmiştir. Sleeman (1984) bu hatanın bir olası açıklamasını $4x$ 'in öğrenciler tarafından $4+x$ olarak görülmesi şeklinde belirtmiştir. Hall, öğretmenlerin ters işlemlere daha çok önem vermeleri durumunda bu kavram yanılgılarının azalacağını savunur. Erbaş (1999), dokuzuncu sınıflarla yürüttüğü çalışmasında, öğrencilerin harfli ifadeler, sayıların bazı özelliklerini genelleme gibi temel cebir konularında değişik hata ve güçlüklerinin olduğu, sözel ifadelerden denklem kurarken genel olarak söz dizimsel çeviri yaptıkları, ters dönme hatalarının öğrenciler arasında çok yaygın olduğunu ifade etmiştir. Ertekin, (2002) yedinci ve sekizinci sınıflarla yürüttüğü çalışmasında, öğrencilerin denklem çözümünde yaptıkları 26 tür hata tespit etmiş ve öğrencilerin en çok eşitliğin bir tarafındaki terimi, eşitliğin diğer tarafına işaret değiştirmeden geçirme hatasını yaptıkları, öğretmenler tarafından ifade edilen denklem çözme kurallarını çok farklı şekilde algıladıkları ve kuralları kendilerine göre farklı durumlara adapte ettiklerini ifade etmiştir. Erbaş, Çetinkaya ve Ersoy (2009) öğrencilerin basit doğrusal denklemlerin çözümünde karşılaştıkları güçlükleri, yaptıkları ortak hataları ve olası kavram yanılgılarını belirlemeyi amaçladıkları çalışmalarında, öğrencilerin yanlış kurallamalarının olduğu ve bu kurallamaların kararlı olmadığını belirtmektedir. Denklem ve



<http://dx.doi.org/10.23891/efdyyu.2017.25>

ISSN:1305-020

denklem çözümüne ilişkin farklı şekilde yapılan çalışmalar olmasına rağmen ulusal literatürdeki çalışmalara bakıldığında, ‘eşitliğin her iki tarafında aynı işlemi yap’, ‘terazi yöntemi’ gibi denklem çözüm yöntemlerinde yaşanan sıkıntılara ve var olan öğrenci yanılgılarına ilişkin yeterli çalışma bulunmamaktadır. Denklem çözümünde ‘karşı tarafa geçirme yöntemi’ en çok kullanılan yöntemdir (Çavuş Erdem, 2013) ve bu yöntem denklemin simetrisini vurgulamakta yetersiz kalmaktadır (Kieran, 1984). Bu nedenle öğrencilerin denklem çözümünde işlem (ters eleman) özelliklerinden yararlanarak bilinmeyene ulaşma yollarını öğrenmesi, bu yöntemlere ilişkin yanılgıların belirlenmesi, anlamlı öğrenmenin gerçekleşmesinde önemli bir adım olarak görülmektedir. Bu yönüyle, bir bilinmeyenli denklemler ve denklem çözüm yöntemlerine ilişkin öğrenci hata ve yanılgılarının belirlendiği bu çalışmanın literatüre katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Yöntem

Araştırmada betimsel nitelikli tarama modeli kullanılmıştır. Betimsel araştırmalar mevcut olayların daha önceki olay ve koşullarla ilişkilerini dikkate alarak, durumlar arasındaki etkileşimi açıklamaya çalışan, olayların, objelerin, varlıkların, kurumların, grupların ve çeşitli alanların ne olduğunu betimleyen araştırmalardır (Kaptan, 1995). Bu araştırmada öğrencilerin bir bilinmeyenli denklem konusundaki hataların ve yanılgılarının belirlenmesi hedeflendiğinden, betimsel araştırma yöntemi benimsenmiştir.

Çalışma Grubu: Araştırmanın evrenini 2011 - 2012 eğitim- öğretim yılında bir ilin 7. sınıf öğrencileri oluşturmaktadır. Araştırmanın örneklemini ise bu ilin 6 ortaokulunda öğrenim görmekte olan toplam 193 7. sınıf öğrencisi (13-14 yaş) oluşturmaktadır. Okulların beşi şehir merkezinde, biri merkez ilçeye bağlı köyde yer almaktadır. Okullar belirlenirken yanılgı ve hataların belirlenebileceği ilgili matematik konusunun özellikleri dikkate alınmıştır. Zira, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler soyut yapısı itibarıyla,



öğrencilerin öğrenme sürecinde bir takım zorluklar yaşadığı konular arasında yer almaktadır. Öğrencilerin bir bilinmeyenli denklem konusunda basit işlem hatalarından öte, var olan yanlışlarını daha açık bir şekilde ortaya çıkarabilmek için öğrencilerin bazı temel işlem özellikleri bilgisine sahip olması gerektiği öngörülmüştür. Çalışma grubu oluşturulurken bu durum dikkate alınmış, genel matematik not ortalaması yüksek olan sınıflar uygulama için belirlenmiştir. Bir başka deyişle, çalışma grubunun belirlenmesinde, amaçsal örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme yöntemi benimsenmiştir. Ölçüt örnekleme, araştırmanın amacına göre önceden belirlenmiş olan ölçütleri karşılayan bütün durumların çalışılmasını içeren bir örnekleme türüdür (Yıldırım ve Şimşek, 2003). Bu bağlamda, Ortaöğretim Kurumlarına Geçiş Sınavı'nda il bazında ilk sıralarda yer alan okullar tercih edilmiş ve bu okulların matematik not ortalaması yüksek olan sınıflarında uygulama gerçekleştirilmiştir. Görüşme yapılacak olan 11 kişilik çalışma grubunun belirlenmesinde aynı yöntem benimsenmiştir. Ölçekte yer alan soruların yanlış cevaplanması bir ölçüt olarak kabul edilmiş ve sorunun çözümü ile açıklamalarında bazı yanlışlara sahip oldukları düşünülen öğrenciler belirlenmiştir. Araştırmada öğrencilerin düşüncelerini açık bir şekilde ifade edebilen ve ölçekteki sorulara mantıklı açıklamalar yapabilen öğrenciler olması istendiğinden, ölçekteki sorulara yanlış cevap veren öğrenciler arasından, öğrencilerin matematik dersi öğretmenlerinin de görüşleri dikkate alınarak çalışma grubu oluşturulmuştur.

Veri Toplama Aracı: Bu araştırmada, öğrencilerin 1. dereceden 1 bilinmeyenli denklemler konusunda var olan hata ve kavram yanlışlarını belirlemek amacıyla, 15'i çoktan seçmeli, 6'sı açık uçlu olmak üzere toplam 21 sorudan oluşan '*Denklem Konusundaki Hata ve Kavram Yanlışları Belirleme Ölçeği*' oluşturulmuştur. Ölçekte, denklem çözümü gibi işlemsel bilginin ağırlıklı olduğu sorular çoktan seçmeli olarak hazırlanırken, denklem, bilinmeyen, derece, değişken gibi kavramları açıklamaya yönelik olarak hazırlanan sorular



<http://dx.doi.org/10.23891/efdyyu.2017.25>

ISSN:1305-020

açık uçlu soru tarzında düzenlenmiştir. Çoktan seçmeli sorular, iki aşamalı şekilde hazırlanmıştır. Birinci aşama, bir soru maddesi ve onu takip eden dört cevap seçeneğinden oluşmaktadır. Bu seçenekler çeldiriciler ile doğru cevaptan oluşmaktadır. İkinci aşamada, öğrencilerden ilk aşamada işaretledikleri seçeneği, işaretleme gerekçelerini açıklamaları istenmektedir. Böylece, öğrencilerin yanlış öğrenmelerinin kaynağını tespit edebilmek amaçlanmıştır. Peterson ve Treagust (1989), iki aşamalı olarak hazırlanan testlerin öğrencinin verdiği cevabın nedenini belirtmesi bakımından çok etkili olduğunu ve bu değerlendirme ile öğretmenlerin kendi öğretimlerini de değerlendirebileceklerini belirtmiştir. Bu sebeple açık uçlu sorularda öğrencilerden cevaplarını gerekçeleriyle birlikte açıklamaları istenmiştir.

Ölçeğin oluşturulmasında, ders kitaplarından, ortaokul matematik öğretmenlerinin görüşlerinden, konuya ilişkin yapılmış araştırmalardan (Rosnick,1981; Şen, 2005; Songur, 2006; Hiçcan, 2008; Çavuş Erdem; 2013) yararlanılmıştır. Bu bağlamda, hazırlanan 25 soruluk ölçeğin, çalışmanın amacına hizmet etmesi bakımından, 1 ders saati süresi içinde uygulanabilmesi için uzman görüşleri de dikkate alınarak aynı kazanımı ölçmeye yönelik olan 8 sorudan 4'ü elenmiştir. Hazırlanan ölçekteki taslak maddelerin Türkçeye uygunluğu, dil uzmanları tarafından değerlendirilmiştir. Uzmanlardan alınan görüş ve öneriler doğrultusunda, hazırlanan sorulara ilişkin küçük değişiklikler yapılmıştır. Bu bağlamda, pilot uygulamaya hazır hale gelen 21 maddelik ölçek, uygulama ilinde yer alan ve asıl uygulamanın yapıldığı okulların haricindeki 5 farklı ortaokulda öğrenim gören öğrencilerin arasından seçilen 138 7. sınıf öğrencisine uygulanmıştır. Ölçeğin güvenilirlik analizi için SPSS programı ile sonuçlar değerlendirilmiş ve çoktan seçmeli soruların α (alfa) güvenilirlik katsayısı 0,753, açık uçlu soruların α (alfa) güvenilirlik katsayısı 0,749 olarak bulunmuştur. Bir ölçekte, alfa değerinin 0.70 ve üzerinde çıkması ölçeğin oldukça iyi derecede güvenilirliğe



sahip olduğunu göstermektedir (Özdamar, 1999). Bu aşamalardan sonra ölçek uygulamaya hazır hale getirilmiştir.

Ölçeğin uygulanmasından sonra hatalarını ve yanlışlarını daha iyi bir şekilde ortaya çıkarmak ve nedenleri inceleyebilmek için, 11 öğrenciyle yapılandırılmamış görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Açık uçlu soruların sorulduğu, esnek ve açıklayıcı, daha çok keşif amaçlı olan bu görüşme türünde (Merriam, 2009; Çepni, 2009), önceden hazırlanmış bir görüşme formu bulunmamaktadır. Yapılandırılmamış görüşme ortamında araştırma problemi, bir sınırlama getirmeksizin irdelenir. Bu bağlamda, araştırmada öğrencilerin hatalı cevaplarının nedenlerini belirleyebilmek için herhangi bir form geliştirilmemiş, bunun yerine ‘Bu soruda neden bu şıkki işaretledin?’, ‘Denklemini niçin bu şekilde çözdün?’, ‘Bu işlemi yapma gerekçen nedir?’ şeklinde, öğrencinin bilgisini ortaya çıkaran ve düşüncelerini açıkça ifade etmelerine olanak sağlayan sorular yöneltilerek görüşmeler gerçekleştirilmiştir.

Verilerin Analizi: İki aşamalı çoktan seçmeli sorulara verilen cevaplar, frekans tablosu oluşturmak için seçenekli bir şekilde (Boş 0, A seçeneği 1, B seçeneği 2, C seçeneği 3, D seçeneği 4) kodlanmış ve sorulara verilen cevaplar yüzdelerine göre yorumlanarak tablo ve grafikler yardımıyla verilmiştir. Verilerin analizinde, SPSS programı kullanılmıştır. Açık uçlu sorulara verilen cevaplar, Gürbüz ve Birgin (2012)’den faydalanılarak geliştirilen ve Tablo1’de verilen puanlama ölçeği kullanılarak analiz edilmiş ve cevaplar ile açıklamalar dikkate alınmıştır.

Tablo 1. Açık uçlu soruların puanlama ölçeği

Anlama Düzeyleri	Açıklama	Değerlendirme Kriterleri 1.Aşama-2.Aşama	Puan
Doğru Gerekçe	Geçerliliği olan gerekçenin bütün yönlerini içeren cevaplar	Doğru Cevap – Doğru Gerekçe	5
		Yanlış Cevap – Doğru Gerekçe	4
Kısmen	Geçerli gerekçenin bütün	Doğru Cevap – Kısmen Doğru	3



Doğru Gerekçe	yönlerini içermeyen cevaplar	Gerekçe	
		Yanlış Cevap - Kısmen Doğru Gerekçe	2
Yanlış Gerekçe	Doğru olmayan bilgiler içeren cevaplar	Doğru Cevap – Yanlış Gerekçe	1
		Yanlış Cevap – Yanlış Gerekçe	0
Gerekçe Yok	Gerekçesi yazılmayan doğru, yanlış veya boş cevaplar	Doğru Cevap – Gerekçe Yok	1
		Yanlış Cevap – Gerekçe Yok	0
		Cevap Yok – Gerekçe Yok	0

Görüşmelerin analizinde ise betimsel analiz yöntemi kullanılmıştır. Betimsel analiz, daha önceden belirlenen bir çerçeveye göre özetlenip yorumlanan ve doğrudan alıntılara sıklıkla yer verilen bir analiz yöntemidir (Yıldırım ve Şimşek, 2005; Çepni, 2009). Elde edilen veriler betimlenir, yapılan betimlemeler neden-sonuç ilişkileri irdelenerek yorumlanır ve birtakım sonuçlara ulaşılır. Araştırmada bu doğrultuda görüşme esnasında sorulara verilen cevaplar, detaylı bir şekilde incelenmiştir ve öğrencilerin bazı görüşleri doğrudan aktarılmıştır.

Uygulamanın Gerçekleştirilmesi: Araştırmacılar tarafından hazırlanan ölçek aynı şehirde yer alan 6 farklı ortaokulda öğrenim gören 193 7. sınıf öğrencisine uygulanmıştır. Uygulama süresi bir ders saati olarak belirlenmiş ve uygulama esnasında gerekli açıklamaların yapılması ve öğrencilerin soruları ciddiyetle cevaplamalarını sağlamak amacıyla bütün uygulamalar araştırmacılar gözetiminde yapılmıştır. Uygulama sonrası ölçek cevapları analiz edilerek belirlenen 11 öğrenciyle görüşmeler yapılmıştır. Böylelikle öğrencilerde görülen hatalı uygulamaların nedenleri ve türleri belirlenmek istenmiştir. Görüşmelerde, öğrencilerin cevaplarını, rahat ve sakin bir şekilde düşünerek vermelerini sağlamak amacıyla uygun bir ortam oluşturulmuş ve görüşmeler öğrencilerin yanlış cevapladıkları sorular üzerinden yürütülmüştür. Görüşmeler ayrıntılı bir şekilde analiz edilmesi adına kayıt altına alınmış ve transkript edilmiştir.

Bulgular ve Tartışma

Araştırmada, öğrencilerin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlere yönelik birtakım yanlış ve hatalara sahip olduğu belirlenmiştir. Söz konusu yanlış ve hatalar Tablo 2’de listelenmiştir.

Tablo 2. Öğrencilerin denklem konusunda belirlenen hata ve kavram yanlışları kategorileri

Hatalar
“Eşitliğin her iki tarafına aynı işlemi yap” kuralına ilişkin hatalar
Verilen denklemin terazi ile modellenmesine ilişkin hatalar
Kavram Yanlışları
Değişkenler arasındaki kat ilişkisini görememe
Bilinmeyen sadece harf olduğunu düşünmesi ve cebir-aritmetik ilişkisiyle ilgili yanlışlar
Bilinmeyen, değişken ve derece kavramlarına ilişkin yanlışlar

Tabloda verilen hata ve yanlışlar örnek çözümleriyle birlikte detaylı bir şekilde açıklanmıştır.

Denklem Konusunda Belirlenen Öğrenci Hataları

Araştırmada öğrencilerin denklem çözümünde kullanılan yöntemlere ilişkin bilgilerini ve tercih ettiği yöntemleri belirlemek için farklı yöntemleri içeren birkaç soru kullanılmıştır. Bu amaçla, öğrencilere ‘eşitliğin her iki tarafına aynı işlemi yapma’ yöntemiyle çözülmüş olan ve Tablo 3’te verilen soru yöneltilmiş ve cevapları incelenmiştir.

Tablo 3. İkinci soruya ilişkin bilgiler

SORU	Seçenek	Sayı	Yüzde
8.2. $-2x + 65 = 3x + 12$	A	17	8,8
$-2x + 65 - 12 = 3x + 12 - 12$ → (1.adım)	B	44	22,8
$-2x + 53 = 3x$ → (2.adım)	C	33	17,1
$-2x + 53 + 2x = 3x + 2x$ → (3. Adım)	D	74	38,3
$\frac{1}{5} \cdot 53 = 5x \cdot \frac{1}{5}$ → (4. Adım)	Boş	25	13
$10,6 = x$ → Sonuç			
Yanda verilen denklemin çözüm adımlarından hangisinde yanlışlık yapılmıştır?			
a)2.adım	b)3.adım		
c)4.adım	d)Hiçbiri. İşlem doğru yapılmıştır.		

HATALI CEVAP VEREN ÖĞRENCİ AÇIKLAMALARI

B seçeneğini işaretleyen bir öğrencinin gerekçesi.

Yanlışlık olduğunu düşündüğünüz adımı doğru bir şekilde yapınız.

Önceki adım çıktı sayı
okul

$$\begin{aligned} -2x + 53 &= 3x + 2x \\ 53 &= 5x \end{aligned}$$

A seçeneğini işaretleyen bir öğrencinin gerekçesi.

Yanlışlık olduğunu düşündüğünüz adımı doğru bir şekilde yapınız.

Çünkü I. işlemlerden itibaren bir yanlışlık var.

ÖĞRENCİ AÇIKLAMALARI

Ö1: Bu soruda $-2x$ öbür tarafa $+2x$ diye geçer.

Aslında -12 'de öbür tarafa $+12$ olarak geçer.

Öğretmenimiz denklemleri ya tersten giderek çözümler, ya da karşı tarafa geçirir dedi zaten.

Onun için bu soru yanlış.

Ö8: Ben bilinenleri ve bilinmeyenleri bir araya toplarım soruyu çözmek için. Onun için

bu soru hatalı.

Tabloya bakıldığında, doğru cevap yüzdesinin (38,3) düşük olduğu ve öğrencilerin bu soruda genel olarak başarısız olduğu ifade edilebilir. Çalışmada elde edilen bulgular diğer çalışmaları destekler niteliktedir (Perso, 1992; Ersoy ve Erbaş, 2002; Bayar, 2007; Kocakaya Baysal, 2010). 'Eşitliğin her iki tarafına aynı işlemi yapma' yöntemi denklemin eşitliğine vurgu yapan bir yöntemdir. Kieran (1992) çalışmasında, denklemin her iki tarafına aynı işlemi yaparak çözüm yapmanın denklemin simetrisini vurguladığını ve bu vurgunun ters çevirme (karşı tarafa geçirme) metodunda olmadığını belirtmiştir. Eşitliğin her iki tarafına aynı işlemi yaparak denklemleri çözenlerin, daha anlamlı ve uzun süreli bir öğrenme sağladığını gösteren çalışmalar mevcuttur (Vlassis, 2002). Bu açıklamalara bakarak, eşitliğin her iki tarafına aynı işlemi yapma yönteminin, denklem çözümünün mantığını hissettirmede karşı tarafa geçirme yöntemine nazaran daha etkili olduğunu ve öğrencilerin bu yöntemle ilgili hatalı öğrenmelerinin, denklem çözümünde farklı hatalar doğuracağını söylemek mümkündür. Bu bağlamda tabloda verilen öğrenci cevapları ve açıklamaları değerlendirildiğinde, ilk örnekteki öğrencinin karşı tarafa geçirme yöntemiyle soruyu çözmeye çalıştığı görülmektedir. Öğrencinin, bu tarz bir örnekle hiç karşılaşmaması veya



<http://dx.doi.org/10.23891/efdyyu.2017.25>

ISSN:1305-020

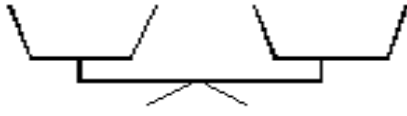
yetersiz kullanımdan dolayı yöntemi unutması sebebiyle böyle bir hataya düştüğü söylenebilir. Görüşmelerden elde edilen bulgular da bu düşüncüyü desteklemektedir. Yapılan görüşmelerde, öğrencilerin bir kısmının bu yöntemi bilmediği, yöntemi bilen öğrencilerin ise soru çözümünde pek tercih etmedikleri belirlenmiştir. Karşı tarafa geçirme yönteminin sıklıkla tercih edilmesi, öğrencilerde denklem çözümüne yönelik birtakım yanlışlara sebep olabilir. ‘Eşitliğin bir tarafına yapılan işlemin, tersi öbür tarafta yapılır’ kavram yanlışlığına sahip öğrencilerin olduğunu gösteren çalışmalar (Sleeman, 1984; Erbaş ve Ersoy, 2002) bu düşüncüyü desteklemektedir. Öğrencilerden beşi, öğretmenlerinin bu yöntemden bahsetmediğini ifade ederken, diğer öğrenciler ise öğretmenin konunun giriş bölümünde bir ya da iki örnekle bu yönteme değindiğini ama genel olarak karşı tarafa geçirme yöntemiyle soruları çözdüğünü belirtmiştir. Açıklamalar hatanın kısmi olarak pedagojik kaynaklı olduğunu göstermektedir. Oysa denklem çözümüne ilişkin doğru bir cebirsel çalışma, eşitliğin her iki tarafında bulunan değerlerle denklem çözmeyi gerektirir (Fillooy ve Rojano, 1989) ve öğretmenlerin anlamlı öğrenmeyi sağlamak için bütün stratejilere yer vermesi gerekmektedir. Öte yandan, soruda yapılan hatalar öğrenciden kaynaklanan bilişsel bir zorluk ya da konunun doğasından kaynaklanan bir zorluktan dolayı, öğrenci veya konu kaynaklı da olabilir. Perso (1992) yaptığı çalışmada, “eşitliğin her iki tarafına aynı işlemi yap” kurallarının nasıl çalıştığının, öğrenciler tarafından anlaşılmadığı sonucuna ulaşmıştır. Öğrencilerin bu kuralları hatırlamaya çalışırken kafalarının karıştığını ve kuralları çarpıttıklarını ifade etmiştir.

Çalışmada öğrencilere terazi yöntemine ilişkin bir soru yöneltilmiş ve cevapları incelenmiştir. Yapılan incelemede denklemi ve çözümünü terazide modelleyebilen öğrenci olmadığı, denklemi terazide modelleyen öğrencilerin ise denklem çözümünü karşı tarafa

geçirme yöntemiyle yaptığı belirlenmiştir. Soruya ilişkin detaylı bilgiler Tablo 4'te verilmiştir.

Tablo 4. Yirminci soruya ilişkin bilgiler

SORU	Anlama Düzeyi		Sayı	Yüzde
	Doğru Gerekçe	Kısmen Doğru Gerekçe		
Soru 20: $4x + 6 = 18$ denklemini terazi üzerinde modelleyerek çözümlü.	Doğru Gerekçe	0	0	
	Kısmen Doğru Gerekçe	71	36,8	
	Yanlış Gerekçe	23	11,9	
	Gerekçe yok	99	51,3	
	Top.	193	100	



HATALI CEVAP VEREN ÖĞRENCİ YANITLARI

$$\begin{array}{l}
 \begin{array}{|c|c|}
 \hline
 4x+6 & 18 \\
 \hline
 \end{array} \\
 \hline
 4x+6 = 18-6 \\
 \frac{4x}{4} = \frac{12}{4} = 3
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \begin{array}{|c|c|}
 \hline
 4x+6 & 18 \\
 \hline
 \end{array} \\
 \hline
 4x+6 = 18 \\
 4x = 18-6 \\
 4x = 12 \\
 x = 3
 \end{array}$$

ÖĞRENCİ AÇIKLAMALARI

Ö5: Bu soruyu anlamadım. Bu yöntemi bilmiyorum, hocamız göstermedi. Onun için böyle yaptım.

Ö7: Öğretmenimiz anlattı ama ben pek hatırlamıyorum. Onu için böyle yaptım.

Tabloya bakıldığında ilk örnekte, öğrencinin terazi kefelerine denklemi modellemeden cebirsel ifade şeklinde yerleştirdiği, ikinci örnekte ise öğrencinin denklemi terazide modelleyebildiği, fakat her iki örnekte de, öğrencilerin denklemin çözümünü modelleyemedikleri görülmektedir. Öğrencilerin denklemin iki tarafının eşit olma durumunu terazi ile gösterdikleri söylenebilir. Yapılan görüşmelerde ise öğrencilerin bir bölümünün bu yöntemi bilmediği, bilen öğrencilerin ise denklem öğretiminde bir-iki örnekle bu yöntemi öğrendikleri belirlenmiştir. Terazi metoduyla çözme yöntemi, denklemin simetrisini



vurgulayan bir yöntemdir (Kieran, 1992). Revize edilen matematik öğretim programı somut araç-nesne kullanımını özendirilmekte, araçların kullanımını destekleyen etkinliklere yer vermektedir. Özellikle ilkökuller yıllarında somut nesne kullanımının, ilerleyen öğrenim yıllarındaki öğrenmelerini de olumlu yönde etkileyeceği vurgulanmaktadır (Kutluca ve Akın, 2013). En zor matematik konuları bile somut materyallerle daha anlaşılır olmaktadır (Kennedy ve Tipps, 1994). Terazi yöntemi, denklem öğretiminde somut model olarak kullanılabilir (Akkaya ve Durmuş, 2006). Bu bağlamda terazi yöntemi denklem öğretiminde kuralların kavramsal anlayışı verebilmesi adına etkin bir araç olarak görülmektedir ve ders kitaplarında da yerini almış durumdadır. Bir başka deyişle terazi yöntemi, denklem çözümünde öğretilmesi gereken yöntemler arasındadır. Yapılan çalışmalar, öğretmenlerin terazi yöntemini denklem öğretiminde pek tercih etmediklerini göstermektedir (Çavuş Erdem, 2013). Bütün açıklamalar göz önüne alındığında, öğrencilerin bu konudaki yetersizliğinin kısmen öğretmen kaynaklı olduğunu söylemek mümkündür.

Denklem Konusunda Belirlenen Kavram Yanılgıları

Araştırmada öğrencilerin, sorularda kendini belirgin hatalarla gösteren birtakım yanılgılara sahip oldukları belirlenmiştir. Bu duruma, ölçeğin birinci sorusunda yapılan hata örnek olarak verilebilir. Birinci soruya ilişkin bilgiler ve örnek öğrenci cevapları Tablo 5'te verilmiştir.

Tablo 5. Birinci soruya ilişkin bilgiler

SORU	Seçenek	Sayı	Yüzde
Bir sınıftaki kızların sayısı, erkeklerin sayısının 3 katıdır. K: Sınıftaki kızların sayısını; E: Sınıftaki erkeklerin sayısını temsil ettiğine göre, aşağıda verilen ifadelerden hangisi doğrudur? A) $E+K=3$ b) $E=3K$ c) $K=3E$ d) $E+K=4$	A	8	4,1
	B	69	35,8
	C	97	50,3
	D	18	9,3
	Top.	193	100



HATALI CEVAP VEREN ÖĞRENCİ AÇIKLAMASI	BAZI ÖĞRENCİ AÇIKLAMALARI
<p>B seçeneğini işaretleyen bir öğrencinin gerekçesi.</p> <p>Bu seçeneği işaretlemenizin nedenini açıklayınız.</p> <p>Çünkü erkekler 3 kat ise K harfinin başına 3 getirilir. Erkek lerde zaten 1 kat olduğu için sadece E varılır.</p>	<p>Ö4: Bu soruda kızlar 3 kat ve erkekler 1 kat deniyor. Kızlar daha çok o nedenle, $3k=1e$ olur.</p> <p>Ö7: Kızlar erkeklerin üç katı mesela sınıfta 4 erkek varsa 12 kız var. Dolayısıyla doğru cevap $3k=1e$ olur.</p>

Tabloya bakıldığında, öğrencilerin en çok (%35,8) “b” seçeneğinde yanlış oldukları görülmektedir. Bu bağlamda öğrenciler literatürde “ters hata” olarak bilinen hatayı yapmış ve denklemi $E=3K$ şeklinde kurmuştur. Ters hata, öğrencilerin somut varlıkları adlandırmada, harflerin kullanımıyla ilgili zorluk yaşamalarından kaynaklanan bir durumdur (Rosnick, 1981; Clement, Lochhead ve Mork, 1981; Real, 1996). Yapılan görüşmelerde, soruya hatalı cevap veren öğrencilerin geçerli bir açıklamada bulunmadıkları görülmüştür. Öğrenci yanıtı ve açıklamaları ele alındığında hata, öğrencinin eşitlik işaretini göz ardı etmesinden veya bilinmeyen yanlış tanımlamasından kaynaklanabilir. Denklem öğretiminde, problemi denkleme dönüştürmede bilinmeyenler tanımlanır. Bu soru için tanımlama genel olarak, erkekler x , kızlar $3x$ şeklinde yapılmaktadır. Bu yöntemi, aşırı derecede genelleyen öğrencilerin eşitliği de aynı şekilde düşünüp hata yaptıkları düşünülebilir. Her iki durumda da yapılan hatanın, basit bir işlem hatasından ziyade değişkenleri tanımlama ile ilgili bir kavram yanlışlığına işaret ettiği söylenebilir. Öğrencilerin eşitlik işaretine ilişkin yanlış anlamaları ve kavrayışları da bu hataya gerekçe olarak gösterilebilir. Eşitlik işareti aritmetikte ve cebirde kullanılan ortak sembollerden biridir. Eşitlik işareti aritmetikte sonuç belirtirken, cebirde denklik belirtir (Akkaya, 2006). Yapılan çalışmalar, öğrencilerin eşitlik kavramını ve eşittir işaretini tam olarak kavrayamadıklarına işaret etmektedir (Sharma, 1987; Rittle-Johnson ve Alibali, 1999; Erbaş ve Ersoy, 2002).

Bu çalışmada, öğrencilere, bilinmeyen farklı şekilde temsil edilen ve aynı sayıları içeren iki basit denklem yöneltilmiş ve cevapları incelenmiştir. Her iki sorunun doğru cevap yüzdesi, %70'in üstündedir. Öğrencilerin basit işlemler gerektiren denklemlerde başarılı oldukları söylenebilir. Soruların aynı çözüm kümelerine ve farklı bilinmeyenlere sahip olduğu göz önüne alınarak değerlendirme yapıldığında ise farklı sonuçlar ortaya çıkmıştır. İlgili sorulara ilişkin bilgiler Tablo 6'da verilmiştir.

Tablo 6. Altıncı ve on birinci soruya ilişkin bilgiler

SORU	Seç.	Sayı	Yüzde	SORU	Seç.	Sayı	Yüzde
S.6. $x - 128 = 176$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir? a) 176 b) 128 c) 304 d) 48	A	1	0,5	S.11. $176 = \square - 128$ ifadesinde \square yerine gelebilecek sayı aşağıdakilerden hangisidir? a) 304 b) 176 c) 128 d) 48	A	140	72,5
	B	5	2,6		B	2	1
	C	148	76,7		C	3	1,6
	D	35	18,1		D	39	20,2
	Boş	4	2,1		Boş	9	4,7
	Top.	193	100		Top.	193	100

BİR ÖĞRENCİNİN İKİ SORUYA AİT ÇÖZÜMÜ

--	--

ÖĞRENCİ AÇIKLAMASI

Ö4: Bu soru bir denklem değildir. Çünkü içinde bilinmeyen yok. Biz bu tarz soruları ilkokulda işte dördüncü ve beşinci sınıfta görürdük. O nedenle bu şekilde tersten giderek çözdüm.

Tabloya bakıldığında; öğrencinin iki soruya ait çözümlerinin farklı olduğu görülmektedir. Altıncı soruyu denklem çözümüyle cevaplayan öğrencinin, on birinci soruyu ilkokulda öğrenilen aritmetik hesaplamalarla çözdüğü görülmektedir. Görüşmelerde



öğrencilerden yedisi benzer şekilde soruları farklı yöntemlerle çözmüş ve biri hariç hepsi on birinci sorudaki eşitliğin denklem olmadığını belirtmiştir. Araştırmada iki soruyu farklı yöntemlerle çözen öğrencilerin yüzdesi 29,53 olarak belirlenmiştir. Öğrenciler cebirle ilgili fikirlerini, aritmetikle ilgili deneyimleriyle yapılandırır (Gürbüz ve Akkan, 2008). Öğretim programına genel olarak bakıldığında, ortaokul matematik programı konu itibariyle aritmetikten cebire geçişte bir köprü vazifesi görmektedir (NCTM, 1989). Öğrencilerin denklemlerle ilgili ilk deneyimi aritmetik özdeşliklerdir. Öğrenciler denklemleri aritmetik özdeşlikler üzerine inşa ederler ve cebirdeki denklem ile aritmetikte denklemin farklılıklarının ortaya konması gerekir (Herscovics ve Kieran, 1980'den akt., Gürbüz ve Toprak, 2014). Öğrenci açıklaması ele alındığında, öğrencinin 'bilinmeyen sadece harfle temsil edilir' şeklinde bir yanılgıya sahip olduğu söylenebilir. Ders kitaplarında ve denklem öğretiminde bilinmeyen genelde 'x' harfiyle temsil edilmesi ve bilinmeyen çoklu gösterimlerine yer verilmemesi öğrencilerde böyle yanlış bir algı oluşturmuş olabilir. Bilinmeyen, harf ve değişken cebirde öğrencilerin anlamakta zorlandığı kavramlardır (Kieran, 1992) ve öğrencilerin cebirde harflerin kullanımına ilişkin yanılgılarının olduğunu gösteren çalışmalar mevcuttur (Küchemann, 1978; Perso, 1992; Stacey ve MacGregor, 1997; Akkaya ve Durmuş, 2006). Harfler ve bilinmeyen değişik temsillerini bilmek, anlamak ve aritmetikte sayılarla işlem yapar gibi işlem yapmak, denklem çözme ve kurmada önemli bir süreçtir. Dolayısıyla bu kavramlarda var olan bir yanılgı, denklem çözümünde farklı yanılgılar doğurabilir ve denklem öğretiminde dikkat edilmesi gereken bir durumdur.

Denklem öğretiminde değişken ve bilinmeyen kavramları öğrencilerin sık sık birbirine karıştırdığı iki kavram olarak karşımıza çıkmaktadır. Araştırmada öğrencilere bu kavramlara ilişkin bilgilerini belirlemek için Tablo 7'de verilen soru yöneltilmiş ve cevapları incelenmiştir.

Tablo 7. On yedinci soruya ilişkin bilgiler

SORU					
Soru17: Aşağıda verilen denklemlerde x'in bilinmeyen veya değişken seçeneklerinden hangisini ifade ettiğini sebebiyle birlikte yazınız.					
a) $5x + 3y = 17$			b) $12x+32=154$		
A Seçeneği			B Seçeneği		
Anlama Düzeyi	Sayı	Yüzde	Anlama Düzeyi	Sayı	Yüzde
Doğru Gerekçe	14	7,25	Doğru Gerekçe	12	6,2
Kısmen Doğru Gerekçe	14	7,25	Kısmen Doğru Gerekçe	12	6,2
Yanlış Gerekçe	53	27,5	Yanlış Gerekçe	65	33,7
Gerekçe yok	112	58	Gerekçe yok	104	53,9
Top.	193	100	Top.	193	100

HATALI CEVAP VEREN ÖĞRENCİ GEREKÇELERİ

<p>a) $5x+3y=17$ Bilinmeyen bunu bulamaz Çünkü elimde bir sayı vermemiş</p>	<p>b) $12x+32=154$ değişken eğer 154'ten 32'yi çıkarırsak $12x=?$ buluruz</p>
<p>a) $5x+3y=17$ Bilimden Çoklu bilginiz.</p>	<p>b) $12x+32=154$ Bağıstendir. Çoklu x şiddetinde kayıp olabilir</p>

ÖĞRENCİ AÇIKLAMALARI

Ö6: Bilinmeyen ile değişken aynı şeydir. Değişken bilinmeyenin yanındaki(katsayı) şeydir. $15y$, $6x$ bunlar hep bilinmeyendir.

Ö10: Burada x'in ne olduğunu bilmiyorum, harf varsa bu bilinmeyendir, onun için buna bilinmeyen dedim.

Tabloya bakıldığında, öğrencilerin büyük çoğunluğunun (% 58, %53,9) verilen bir eşitlikte x'in bilinmeyen veya değişken kavramlarından hangisini temsil ettiğini, doğru ifade edemediği görülmektedir. Açıklamalara bakıldığında, iki öğrencinin de bilinmeyen kavramına ilişkin farklı yanılgılara sahip olduğu söylenebilir. Bu yanılgılar 'katsayının bilinmeyen olarak düşünülmesi' ve 'bilinmeyenin sadece harf olarak algılanması' şeklinde sıralanabilir. Bu durum, denklem öğretiminde işlemsel bilgiye ağırlık verilerek kavramsal



bilginin göz ardı edilmesinden kaynaklanabilir. Denklemler konusunda geçen bilinmeyen kavramı, öğrenciler tarafından öğrenilmesi ve anlaşılması kolay olmayan bir kavramdır (Macgregor ve Stacey, 1997; Davidenko, 1997). Değişken kavramı ise cebirin temel kavramıdır (Wagner, 1981). Değişken kavramının çoklu gösterimleri olan harfler ve ya sözel semboller karmaşıktır (Schoenfeld ve Arcavi, 1988) ve öğrencilerin anlamakta zorlandığı bir kavramdır. English ve Halford (1995) yaptıkları çalışmada, aynı harfin hem bilinmeyen hem de değişken olarak kullanılmasından ötürü, öğrencilerin bu iki kavramı karıştırdıklarını ifade etmiştir. Araştırmanın bulguları diğer araştırmaları da destekler niteliktedir (English ve Halford, 1995; Dede, Yalın, Argün, 2002; Akgün, 2007; Soylu, 2008). Bu nedenle, bir eşitlikteki harfin, matematiksel içeriklerde aldığı yorumlar veya diğer bir anlamıyla harflerin farklı kullanımlarının öğrencilere kavramsal olarak iyi bir şekilde öğretilmesi gerekir. Bu bağlamda, görüşmelerden elde edilen bulgular öğretmenlerin değişken kavramına yeteri kadar değinmediğini göstermektedir. Elde edilen bulgular Çavuş Erdem'in (2013) bulgularını desteklemektedir.

Araştırmada öğrencilere ' $7(x+2)-12 = 2x+27$ denkleminin çözüm kümesini bulmak için yaptığınız her işlemi nedeniyle birlikte gösteriniz.' şeklinde bir soru yöneltilmiş ve açıklamaları incelenmiştir. %47,7'sinin doğru bir şekilde çözdüğü soruda öğrencilerin işlemlerin yapılma gerekçesine ilişkin açıklamaların yetersiz olduğu ve açıklama olarak kuralın uygulama şeklini (7'yi dağıtırız, bilinenler bir tarafa, bilinmeyenler bir tarafa...) yazdığı görülmüştür. Görüşmelerde benzer şekilde öğrencilere işaret değiştirme kuralının nedeni sorulmuş, öğrencilerin '*kural böyle, öğretmenimiz böyle öğretti*' şeklinde bir açıklamada bulunduğu görülmüştür. Oktaç (2009) çalışmasında, '*bilinmeyeni temsil eden harflerin eşitliğin bir tarafına, sayıları da öbür tarafına toplamak ve sonra da çözüm bulunmuştur*' diye sonucu ilan etmenin, öğrencinin zihninde ne gibi bir anlam oluşturduğu



sorusuna vurgu yapmıştır. Denklem konusunda etkili öğretimin gerçekleştirilmesi için işlemsel bilginin yanı sıra kavramsal bilginin ve işlemlerin altında yatan kavramsal anlayışın verilmesi gerekir. Aksi takdirde klasik ve ezbere dayalı bir öğretim kaçınılmaz olur. Alan yazında, öğretmenlerin matematik işlemlerinin altında yatan kavramsal yapıyla ilgili yetersiz bilgiye sahip olduğu ve işlemsel bilginin daha çok ön plana çıktığını gösteren çalışmalar bulunmaktadır (Ball, 1990; Eisenhart vd., 1993). Bütün (2005), öğretmenlerin öğretilen konunun kavramsal alt yapısı ve açıklamalardan ziyade, daha çok kurallara, kısa yollara ve sonuca yönelik hesaplamalara vurgu yaptıklarını belirtmiştir. Bu bağlamda araştırma bulguları, denklem çözümü öğretiminde öğretmenlerin prosedürel bilgileri birebir öğrettiği ve bu nedenle öğrencinin her sorunun çözüm yöntemini ezberleme yoluna gittiği söylenebilir.

Aynı şekilde öğrencilerden $-x+3=14$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?’ sorusunun çözüm aşamalarını göstermeleri istenmiştir. Soruyu doğru şekilde cevaplayan yedi öğrenci, $-x=11$ basamağından sonra işlem yapmadan $x=-11$ olduğunu belirtmiştir. Sonucu bulma yöntemine ilişkin açıklamalar aşağıda verilmiştir.

Ö4: $-x=11$ olduğu zaman $-x=-11$ olması lazım diye düşündüm. Öyle olması gerekiyor. 11’in başında eksi olduğu için x ’in başında da eksi olması lazım.

Ö8: $-x=11$ olunca, $x=-11$ olur. Çünkü hocamız böyle bir soru gördüğümüzde, x ’in önündeki işareti sayının önüne alın dedi. Bende onun için böyle yaptım.

Ö9: $-x=11$ olur. Çünkü her iki tarafı $-x$ ’e böleriz. Doğru cevap -11 olur.

Açıklamalara bakıldığında, öğrencilerin denklem çözümündeki bazı işlemsel bilgilerinin eksik olduğu, bu bilgilerin altında yatan kavramsal anlayışa ise öğretimde yeterli bir şekilde yer verilmediği söylenebilir. Öğretmenlerin matematiğin temel konu ve kavramlarında çoğu zaman birbirinden kopuk ve kurala bağlı bir anlayışa sahip oldukları ve



<http://dx.doi.org/10.23891/efdyyu.2017.25>

ISSN:1305-020

bu anlayışın öğretim yaklaşımını etkilediğini gösteren çalışmalar (Bütün, 2005), bu düşünceyi desteklemektedir.

Görüşme yapılan öğrencilere ' $x^2+8x-13=0$ eşitliği birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem midir? Açıklayınız?' şeklinde bir soru yöneltilmiş ve denklem olma şartlarını bilme durumları ölçülmek istenmiştir. Öğrencilerden bir kısmı '*Denklem olması için x harfinin olması gerekir*' şeklinde bir açıklama getirirken, bazı öğrenciler ise '*Denklem olması için bilinmeyen ve eşitlik olması gerekiyor*' şeklinde doğru bir açıklamada bulunmuştur. '*Verilen denklem sizce kaç bilinmeyenlidir?*' sorusuna sekiz öğrenci iki bilinmeyenli şeklinde cevap verirken, diğer öğrenciler ise üç bilinmeyenli şeklinde cevap vermiş ve öğrencilerin biri hariç tamamı x 'in aynı değeri aldığını belirtmiştir. Öğrencilerin harflerin keyfi olarak kullanımlarını anlamaları güçtür (Perso, 1992). Çalışmada yer alan öğrencilerin '*Bir harf, aynı eşitlikte kuvvetine göre farklı bilinmeyenleri temsil eder.*' şeklinde bir yanılgıya sahip olduğu söylenebilir. Buradan ve konuyla ilgili çalışmalardan (Wagner, 1983; Akkaya ve Durmuş, 2015) öğrencilerin cebirde harf-bilinmeyen ilişkisini anlamakta zorlandıklarını söylemek mümkündür. Son olarak bu soruya ilişkin olarak derece kavramının ne olduğu sorulmuştur. Doğru cevap veren öğrenci olmamakla birlikte, öğrencilerin tamamı öğretmenlerinin bu kavramdan bahsetmediğini ifade etmiştir. Öğrencilerin derece kavramına ilişkin doğru bilgilere sahip olmadığı belirlenmiştir. Elde edilen bulgular Kocakaya Baysal'ın (2010) bulgularıyla paralellik göstermektedir. Denklemlerde derece, bilinmeyenin sahip olduğu en büyük kuvvet olarak tanımlanır. Ortaokul matematik öğretim programında, denklemlerde derece kavramının verilmesi şeklinde bir kazanım yer almamakla birlikte, ders kitaplarında yer alan konu başlıklarında derece kavramı bulunmaktadır. Öğrencilerin derece kavramına farklı anlamlar yüklemesinin önüne geçebilmek için, öğretimde bu kavramın tanımlanması gerekir.



Sonuç ve Öneriler

Araştırmada, öğrencilerin değişkenler arasındaki kat ilişkisini yorumlarken hata yaptıkları ve yanılgıya düştükleri, denklem çözümü kurallarından, en çok karşı tarafa geçirme yöntemini kullandıkları, ‘eşitliğin her iki tarafına aynı işlemi yap’ ve ‘terazi yöntemi’ ni pek tercih etmedikleri belirlenmiştir. Araştırmada, öğrencilerin denklemde derece kavramını bilmedikleri ve bazı öğretmenlerin denklem öğretiminde bu kavramdan bahsetmediği tespit edilmiştir. Araştırmada öğrencilerin kutu içeren denklemi ilkokuldan kalma aritmetik yöntemlerle, x içeren denklemi de denklem çözümü ile yaptıkları ve öğrencilerin, verilen bir eşitlikteki harfin farklı kullanımlarına (bilinmeyen-değişken) ilişkin hatalı öğrenmeleri olduğu belirlenmiştir. Aynı zamanda öğrencilerin denklem çözümünde uygulanan kuralların yapıma sebebine ilişkin olarak, kuralın uygulama şeklini anlattığı ve büyük çoğunluğunun ise bir açıklama yapamadıkları ve görüşme yapılan öğrencilerin de ‘*kural böyle*’ şeklinde açıklama yaptıkları görülmüştür.

Öğrencilerin denklem kavramı ve çözümüne yönelik bir takım yanılgıları ve hatalarının belirlendiği araştırmada belirlenen hata ve yanılgıların oluşmaması ve ya giderilmesi için bir takım önerilerde bulunulabilir. Öğrencilerin cebire başladıkları ilk yıllardan itibaren, bilinmeyen farklı kullanımları gösterilebilir ve bilinmeyen olarak farklı harfler ya da semboller kullanılabilir. Bilinmeyen yerine şekil veya sembol koyarak, konu ilkokul konularıyla ilişkilendirilebilir. Öğrencilerden verilen sözel problemi, hem aritmetik yöntemle, hem de cebir yöntemiyle çözmeleri istenebilir. Böylelikle denkleme ilişkin soyut kavrayış biraz daha somutlaştırılabilir. Öğretmenler denklem çözümündeki kuralları ezberlemenin önüne geçebilmek amacıyla, öğrencilere konuya ilişkin açık uçlu sorular yönelterek, öğrencilerin kuralları nasıl algıladıklarını belirleyip, öğretimi buna göre



<http://dx.doi.org/10.23891/efdyyu.2017.25>

ISSN:1305-020

planlayabilir. Öğretmenler, denklem ve özdeşlikler gibi soyut konuların öğretiminde, yapılabilecek etkinlikler konusunda daha detaylı bilgilendirilebilir. Bu konuda, özellikle deneyimli ve eski programla daha fazla çalışmış öğretmenlerle çalışılması ve yapılandırmacı yaklaşımın benimsetilmesi için daha etkili sonuçlar verebilir.

MAKALENİN BİLİMDEKİ KONUMU (YERİ)

İlköğretim Bölümü / Matematik Eğitimi Anabilim Dalı

MAKALENİN BİLİMDEKİ ÖZGÜNLÜĞÜ

Matematik öğretimi alanında yapılan çalışmaların önemli bir bölümü, öğrencilerin kavram yanlışlarını, hatalarını ve bilgi eksikliğini belirleme ve bunları giderme yollarına ilişkin çalışmalardan oluşmaktadır (Akkaya, 2006; Bayar, 2007; Soylu, 2008; Alkan, 2009; Ayyıldız, 2010; Kaygusuz, 2011; Akkaya ve Durmuş, 2015). Aynı şekilde literatürde öğrencilerin denklem kurma ve çözme kaynaklı öğrenme güçlüklerinin, hatalarının ve kavram yanlışlarının olduğunu gösteren çalışmalara rastlamak mümkündür (Kieran, 1992; Hall, 2001; Ertekin, 2002; Akyüz ve Hangül, 2014). Fakat Türkiye’de yapılan çalışmalar incelendiğinde, eşitliğin her iki tarafına aynı işlemi yap kuralı ve terazi yöntemiyle denklem çözümü gibi geleneksel olmayan çözüm yöntemleri konusunda yaşanan öğrenme güçlüklerine ilişkin yeterince çalışma olmadığı görülmektedir. İlgili çözüm yöntemleri ve denklem konusundaki diğer alt başlıklara ilişkin var olan öğrenci hata ve kavram yanlışlarının ortaya konduğu çalışmanın, bu yönüyle literatüre katkı sağladığı ve özgün olduğu düşünülmektedir.

Kaynaklar

Akgün, L. (2007). Değişken kavramına ilişkin yeterlilikler ve değişken kavramının öğretimi. *Yayımlanmamış Doktora Tezi, Atatürk Üniversitesi, Erzurum.*



- Akkan, Y. & Baki, A. (2016). Doğal Sayı Sistemindeki Özellikleri Genelleme Yoluyla Görünür Kılma Bağlamında Ortaokul Öğrencilerinin Cebire Geçişlerinin İncelenmesi. *Adıyaman Üniversitesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 6(2), 198-230.
- Akkaya, R. (2006). İlköğretim altıncı sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanında karşılaşılan kavram yanlışlarının giderilmesinde etkinlik temelli yaklaşımın etkililiği. *Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Abant İzzet Baysal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bolu*.
- Akkaya, R., & Durmuş, S. (2006). İlköğretim 6-8. sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki kavram yanlışları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 31(31).
- Akkaya, R., & Durmuş, S. (2015). İlköğretim 6. Sınıf Öğrencilerinin Cebir Öğrenme Alanındaki Kavram Yanlışlarının Giderilmesinde Çalışma Yapraklarının Etkililiği. *Dumlupınar Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 27(27).
- Akyüz, G., & Hangül, T. (2014). 6. Sınıf Öğrencilerinin Denklemler Konusunda Sahip Oldukları Yanlışların Giderilmesine Yönelik Bir Çalışma. *Journal of Theoretical Educational Science/Kuramsal Eğitimbilim Dergisi*, 7(1).
- Alkan, R. (2009). İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin matematik dersi rasyonel sayılar konusu ile ilgili hata ve kavram yanlışlarının analizi. *Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara*.
- Ayyıldız, N. (2010). 6. sınıf matematik dersi geometriye merhaba ünitesine ilişkin kavram yanlışlarının giderilmesinde öğrenme günlüklerinin etkisinin incelenmesi. *Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, İstanbul*.
- Baki, A., & Bell, A. (1997). Ortaöğretim matematik öğretimi. *Ankara: YÖK Dünya Bankası*.
- Ball, D. L. (1990). The mathematical understandings that prospective teachers bring to teacher education. *The elementary school journal*, 90(4), 449-466.
- Bayar, H. (2007). 1. dereceden bir bilinmeyenli denklem konusundaki öğrenci hatalarının analizi. *Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Balıkesir*.
- Biber, A. Ç., Tuna, A., & Aktaş, O. (2013). Öğrencilerin kesirler konusundaki kavram yanlışları ve bu yanlışların kesir problemleri çözümlerine etkisi. *Trakya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 3(2).
- Bütün, M. (2005). İlköğretim matematik öğretmenlerinin alan eğitimi bilgilerinin nitelikleri üzerine bir çalışma. *Yüksek Lisans Tezi: Karadeniz Teknik Üniversitesi*.
- Charnay, R. (1986). L'erreur dans l'enseignementdes mathématiques. *Rencontre Pédagogiques*, 12, 9-32.
- Çavuş Erdem, Z. (2013). 'Öğrencilerin Denklem Konusundaki Hata ve Kavram Yanlışlarının Belirlenmesi ve Bu Hata ve Yanlışların Nedenleri ve Giderilmesine İlişkin Öğretmen Görüşleri', *Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Adıyaman Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Adıyaman*.



- Clement, J., Lochhead, J., & Monk, G. S. (1981). Translation difficulties in learning mathematics. *The American Mathematical Monthly*, 88(4), 286-290..
- Çakır, S.Ö. & Yürük, N. (1999). Oksijenli ve oksijensiz solunum konusunda kavram yanılgıları teşhis testinin geliştirilmesi ve uygulanması. *III. Fen Bilimleri Eğitimi Sempozyumu. M.E.B. ÖYGM.*
- Davidenko, S. (1997). Building the concept of function from students' everyday activities. *The Mathematics Teacher*, 144-149.
- Dede, Y., Yalın, H. İ. & Argün, Z. (2002). "İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin değişken kavramının öğrenimindeki hataları ve kavram yanılgıları ", *UFBMEK, ODTÜ, Ankara.*
- Eisenhart, M.,Borko, H., Underhill, R., Brown, C., Jones, D., &Agard, P. (1993). Conceptual knowledge falls through the cracks: Complexities of learning to teach mathematics for understanding. *Journal for Research in Mathematics Education*, 8-40.
- English, L. D., & Halford, G. S. (1995). Mathematics education. *Mahwah, NJ: LEA.* .
- Erbaş, A. K.,& Ersoy, Y. (2002). Dokuzuncu sınıf öğrencilerinin eşitliklerin çözümündeki başarıları ve olası kavram yanılgıları. *V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi.*
- Erbaş, A. K., Çetinkaya, B., & Ersoy, Y. (2010). Öğrencilerin basit doğrusal denklemlerin çözümünde karşılaştıkları güçlükler ve kavram yanılgıları. *Eğitim ve Bilim*, 34(152).
- Ertekin, E. (2002). Denklemlerin Öğretimindeki Yanılgıların Teşhisi ve Sebeplerinin Belirlenmesi (*Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi*), *Selçuk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.*
- Filloy, E.,& Rojano, T. (1989). Solving equations: The transition from arithmetic to algebra. *For the Learning of Mathematics*, 19-25.
- Fırat, S., Gürbüz, R., & Doğan, M. F. (2016). Öğrencilerin bilgisayar destekli argümantasyon ortamında olasılıksal tahminlerinin incelenmesi. *Adıyaman Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 1(3), 906-944.
- Gürbüz, R., & Birgin, O. (2012). The effect of computer-assisted teaching on remedying misconceptions: The case of the subject "probability". *Computers & Education*, 58(3), 931-941.
- Gürbüz, R., & Akkan, Y. (2008). Farklı öğrenim seviyesindeki öğrencilerin aritmetikten cebire geçiş düzeylerinin karşılaştırılması: Denklem örneği. *Eğitim ve Bilim*, 33 (148), 64-76.
- Gürbüz, R., & Toprak, Z. (2014). Designation, Implementation and Evaluation of Activities to Ensure Transition from Arithmetic to Algebra. *Necatibey Faculty of Education Electronic Journal of Science & Mathematics Education*, 8(1).
- Hiçcan, B. (2008). '5e Öğrenme Döngüsü Modeline Dayalı Öğretim Etkinliklerinin İlköğretim 7. Sınıf Öğrencilerinin Matematik Dersi Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler Konusundaki Akademik Başarılarına Etkisi' , *Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.*



- Kaptan, S. (1995). Bilimsel Araştırma ve İstatistik Teknikleri, 10. Baskı, Ankara: Rehber Yayınevi.
- Kar, T., Çiltaş, A., & Işık, A. (2011). Cebirdeki Kavramlara Yönelik Öğrenme Güçlükleri Üzerine Bir Çalışma. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, Eylül, Cilt:19 No:3, 939-952.
- Kennedy, L.M. & Tipps, S. (1994). *Guiding children s learning of mathematics*, 7th ed. Belmont, CA: Wadsworth.
- Kieran, C. (1984). Cognitive mechanisms underlying the equation-solving errors of algebra novices. *Proceedings of PME-VIII, Sydney, Australia*, 70-77.,
- Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. In D.A. Grouws (Eds.). *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, (pp.390-419). New York: Macmillan.
- Kocakaya Baysal, F. (2010). İlköğretim öğrencilerinin (4-8.sınıf) cebir öğrenme alanında oluşturdukları kavram yanlışları (Misconceptions of primary schoolstudents (4th-8th grades) in learning of algebra) *Yayınlanmış Yüksek Lisans Tezi*. Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bolu
- Koroğlu, H., Geçer, Z., Taşçı, Ö., & Ay, H. G. (2004). İlköğretim 7. sınıf denklemler konusunun farklı öğrenme etkinlikleri ile işlenmesi ve değerlendirilmesi. 6. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresinde sunulmuş bildiri, Marmara Üniversitesi, İstanbul. *Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi Bildiriler Kitabı*, 2, 573-578.
- Kutluca, T. & Akın, M. F. (2013). Somut materyallerle matematik öğretimi: dört kefeli cebir terazisi kullanımı üzerine nitel bir çalışma. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 4(1), 48-65.
- Küchemann, D. (1978). Children's understanding of numerical variables. *Mathematics in school*, 23-26.
- Macgregor, M. & Stacey, K. (1996). "Students' Understanding of Algebraic Notation: 11-15", *Educational Studies in Mathematics*, sayı:33, ss. 1-19.
- Bakanlığı, M. E. (2009). İlköğretim Matematik Dersi (6-8. Sınıflar) Öğretim Programı. Ankara: MEB.
- Merriam, S. (2009). Nitel Araştırma: Desen ve Uygulama İçin Bir Rehber (S. Turan, Çev. Ed.) *Nobel Yayınevi: Ankara. Orijinal basım yılı*.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). Principles and Standards for School Mathematics, Reston.
- Oktaç, A., (2009). İlköğretimde Karşılaşılan Matematiksel Zorluklar ve Çözüm Önerileri. Bingölbali, E., Özmantat, M.F. (Ed.), *Denklemler konusunda karşılaşılan zorluklar*, 9, 241-262.
- Özdamar, K. (1999). Paket programlar ile istatistiksel veri analizi. *Kaan Kitabevi, Eskişehir*, 2(s 257).



- Özsoy, N., Kemankaşlı, N. Ortaöğretim Öğrencilerinin Çember Konusundaki Temel Hataları ve Kavram Yanılgıları. *The Turkish Online Journal of Educational Technology – TOJET*, V.3, N.4. Article 19. 2004
- Perso, T.(1992). Using diagnostic teaching to overcome misconceptions in algebra. *The Mathematical Association of Western Australia*.
- Peterson, R.F., & Treagust, D.F. (1989). Grade-12 Students' Misconceptions of covalent bonding and structure. *Journal of Chemical Education*66, 459-460.
- Real, F. L., (1996). Secondary Pupils' Translations of Algebraic Relations in to Everyday Language: A Hong Kong Study, *Proceedings of the Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME 20) (20th, Valencia, Spain, July 8-12, 1996), Volume 3*.
- Rittle-Johnson, B.,& Alibali, M. W. (1999). Conceptual and procedural knowledge of mathematics: Does one lead to the other?. *Journal of educational psychology*, 91(1), 175.
- Rosnick, P. (1981). Some misconceptions concerning the concept of variable. Are you careful about defining your variables? *Mathematics Teacher*, 74(6), 418-420.
- Schoenfeld, A. H.,& Arcavi, A. (1988). On the meaning of variable. *The mathematics teacher*, 420-427.
- Sharma, C. S. (1987). The algebra of bounded additive operators on a complex Hilbert space. *Il Nuovo Cimento B Series 11*, 100(2), 291-295.
- Sleeman ,D.(1984).An attempt to understand students understanding of basically gebra. *Cognitive Science*. 8,413-437.
- Soylu, Y. (2008). 7. sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeleri ve harf sembollerini (değişkenleri) yorumlamaları ve bu yorumlamada yapılan hatalar. *Ahmet Keleşoğlu Eğitim Fakültesi Dergisi*, Sayı: 23, ss. 237 -248.
- Stacey, K., & Mac Gregor, M. (1997). Ideas about symbolism that students bring to algebra. *The Mathematics Teacher*, 110-113.
- Şen, F. (2005). İlköğretim 7. Sınıflarda Matematik Dersi “1. Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler Konusunda” Aktif Öğrenme Temelli Etkinliklerin Öğrenci Başarısına Etkisi’, *Yayınlanmış Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara*.
- Tall, D., Thomas, M., & Crowley, L. (2006). Algebra, symbols, and translation of meaning.
- Ubuz, B. (1999).10. Ve 11. Sınıf Öğrencilerinin Temel Geometri Konularındaki Hataları ve Kavram Yanılgıları, *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 16,17, 95-104.
- Vlassis, J. (2002). The balance model: Hindrance or support for the solving of linear equations with one unknown. *Educational Studies in Mathematics*, 49(3), 341-359.
- Wagner, S. (1983). What are the settings called variables?. *The mathematics teacher*, 474-479.



<http://dx.doi.org/10.23891/efdyyu.2017.25>

ISSN:1305-020

Yenilmez, K. & Avcu, T. (2009). Altıncı sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki başarı düzeyleri. *Ahi Evran Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi* , Sayı: 10 (2), ss. 37-45.