

IV TERCÜMELER

BABA-BİR ÜVEY KARDEŞLER KORELASYONLARI İLE KALITIM DERECESİNİN ETKİN TAHMİNLERİ'

Yusuf VANLI²

Ö Z E T

Baba-bir üvey kardeşler korelasyonlarına dayanan kalıtım derecesi tahminlerinin etkinliğine ve sıhhatliliğine tesir eden faktörler incelenmiş ve şu sonuca varılmıştır: Herhangi bir denemede herbir erkek damızlık başına düşen yavru sayısı (k) tahmine ait hataların büyüklüğünün belirlenmesinde önemli bir rol oynar. Muhtelif kalıtım dereceleri için optimum olan k değerleri (k'), kalıtım derecesi çeşitli vasıflar için tahmin edildiği zaman kullanılan en iyi k değerini (k_o) hesaplama metoduyla birlikte ortaya konmuştur. Kalıtım derecesini verilen bir doğrulukla tahmin etmek için gerekli olan minimum yavru sayısı da tartışılmıştır.

Geçen yıllar içerisinde baba bir üvey kardeşler korelasyonları ile kalıtım derecesine ait pek çok tahminler elde edilmiştir. Bu gibi tahminler büyük örnekleme hatalarının konusudurlar ve eğer sıhhatli kalıtım derecelerinin hesap edilmesi zarureti varsa büyük sayıda rakamlar kullanmak gerekir.

Sınıf-içi korelasyon katsayısı tahmininin standart hatasını ifade eden bir formül Fisher (1952) tarafından verilmiştir. Yani;

$$S_r = \frac{(1-r) [1 + r (k-1)]}{\sqrt{\frac{1}{2} (k-1) bk}} \quad (1)$$

- (1) Tallis, G. M. and E. W. Klosterman 1959. Efficient estimates of heritability from paternal half-sib correlations J. Anim. Sci. 18: 622-628.
- (2) Atatürk Üniversitesi, Ziraat Fakültesi Zootekni Bölümü, Dr. Asistanı. Ziraat Dergisine Geliş Tarihi: 10.5.1975.

dir. Burada;

S_r = standart hata

r = tahmin edilen sınıf-içi korelasyon katsayısı

b = sınıf sayısı

k = sınıflar içi fert sayısıdır (b tane sınıfın hepsinde $k > 1$ dir)

Örnekteki toplam fert sayısının (n) $b \times k$ ile bulunacağı açıktır ve bundan dolayı 1 nci formülden çıkarılabilir.

$$n = \frac{2(1-r)^2 [1+r(k-1)]^2}{(k-1) S_r^2} \quad (2)$$

Baba-bir üvey kardeşler ilişkilerinden elde edilen kalıtım derecesi tahminlerinin standart hatasını (S_b) tahmin etmek için 1 nci formül kullanılmıştır (Hazel ve Terrill, 1945). Bu durumda

$$h^2 = \frac{4r}{1+F'} \quad \text{ve} \quad S_b = \frac{4S_r}{1+F'}$$

dir. Burada, F' erkek damızlıkların ortalama akrabalı yetiştirilme katsayısını, h^2 ise tahmin edi-

$$\left| r = 0.25 = \frac{9(k+3)^2}{128(k-1)S_r^2} >$$

dir. Bunun dışında, r 'nin n 'i maksimum yapan değeri (r')

$$r' = \frac{k-2}{2(k-1)} \quad [k > 1]$$

eşitliği ile bulunur ve sonuç olarak;

$$r' \geq 0,25, \quad k > 2$$

olur. Bundan dolayı, r 'nin belirlenmiş aralığı dışında, n , 2'den daha büyük bütün k değerleri

len kalıtım derecesini gösterir.

Aşağıdaki soruların 1 nci ve 2nci formüller yardımıyla tartışılması mümkündür: (1) Verilen bir doğrulukla kalıtım derecesini tahmin etmek için incelenmesi gerekli olan minimum hayvan sayısı nedir? (2) İncelenen hayvan sayısının (n) N ile kısıtlı olması halinde en etkin kalıtım derecesi tahminini verecek olan b ve k nin hangi kombinasyonudur?

1 nci problem. 2 nci formüle bir göz atınca anlaşılır ki S_r sabit tutulduğu zaman n , k ve r 'nin bir fonksiyonudur. Eğer çevre korelasyonu ihmal edilmişse, erkek damızlıkların akrabalı yetiştirilmesinin dikkate alındığı baba-bir üvey kardeşler rakamlarında r ,

$$0 \leq r \leq 0.50$$

teorik aralığına sahip olabilir. Bununla birlikte,

$$0 \leq r \leq 0.25$$

birinci derecede ilgilenilen değişim aralığıdır. Şu halde;

$$\left| r = 0 = \frac{2}{(k-1)S_r^2} \quad [k > 2] \right.$$

için, r 'nin aynı düzende artan bir fonksiyonudur. Bunun taşıdığı mana şudur: Verilen bir doğruluk derecesi ile kalıtım derecesi-

ni tahmin etmek için ihtiyaç duyulan hayvan sayısı kalıtım derecesinin büyüklüğüne dayanır ve bu sayı kalıtım derecesinin 0 dan 1'e yükselmesiyle artar.

Bu sonuç $\frac{r}{S_r}$ nisbeti göz önünde tutulduğu zaman daha makuldur. Eğer S_r sabit ve r 0 ile 0.25 arasında değişiyorsa, nisbete ait değerler artacağı açıktır. Böylece, r 'nin sifıra eşit olduğu sıfır hipotezine göre daha büyük r değerleri küçük değerlerden istatistik olarak daha önemlidir (standart ayrılıklar olarak). Bu sebeple yüksek derecede önemli büyük r değerleri elde etmek için

daha fazla sayıda hayvana ihtiyaç duyulması şartıdır.

k değişkenini nazara almak suretiyle benzer bir analiz yapılabilir. $\frac{\partial n}{\partial k}$ hesaplanıp sifıra eşitlendiği ve $k = \frac{l+r}{r} = k'$ olduğu zaman minimumun n değeri bulunur. Bu, her bir kalıtım derecesinin kendi optimum k değerine (k') sahip olduğu manasına gelir. Eğer k' 'nin diğer değerleri kullanılır ve kalıtım derecesinin aynı doğrulukla tahmin edilmesi zarureti varsa, çaresiz n 'nin büyük olması gerekir. k' değerleri Tablo 1'de verilmiştir.

TABLO 1

Muhtelif kalıtım dereceleri için n' , k' ve b' değerleri ($F' = 0$)

| h^2 | k' | $S_h = 0.05$ | | $S_h = 0.10$ | | $S_h = 0.15$ | |
|-------|------|--------------|------|--------------|------|--------------|------|
| | | b' | n' | b' | n' | b' | n' |
| .1 | 41 | 30 | 1230 | 7 | 287 | 3 | 123 |
| .2 | 21 | 110 | 2310 | 28 | 588 | 12 | 252 |
| .3 | 14 | 235 | 3290 | 60 | 840 | 27 | 378 |
| .4 | 11 | 377 | 4147 | 94 | 1034 | 42 | 462 |
| .5 | 9 | 544 | 4896 | 136 | 1224 | 60 | 540 |
| .6 | 8 | 694 | 5552 | 165 | 1320 | 73 | 584 |
| .7 | 7 | 871 | 6097 | 207 | 1449 | 92 | 644 |
| .8 | 6 | 1092 | 6552 | 273 | 1638 | 121 | 726 |
| .9 | 5 | 1388 | 6940 | 384 | 1920 | 171 | 855 |

Her erkek damızlık başına düşen optimum yavru sayısı kalıtım derecesinin yükselmesiyle azalmaktadır. Bununla birlikte belirli bir standart hata (S_h) ile

kalıtım derecesini tahmin etmek için lüzumlu olan minimum hayvan sayısını (n') hesaplamak mümkündür. Şu halde yukarıda kullanılan ilişkileri özetlersek:

$$k' = \frac{1+r}{r}, r = \frac{(1+F')}{4} h^2, S_r = \frac{(1+F')}{4} S_h$$

$$\text{ve } n' = \frac{2(1-r)^2 [1+r(k'-1)]^2}{(k'-1) S_r^2}$$

dır. Meselâ;

$$F' = 0$$

$$h^2 = 0.4$$

$$S_h = 0.05$$

olsun. O takdirde;

$$r = 0.1$$

$$k' = 11$$

$$S_r = 0.0125$$

ve

$$n' = \frac{2(1-0.1)^2 [1+0.1(11-1)]^2}{(11-1)(0.0125)^2}$$

$$= 4147$$

bulunur. $n = kb$ olduğundan, optimum erkek damızlık sayısı

$$b' = \frac{n'}{k'}$$

dır. Tablo 1 bu şekilde teşkil edilebilir. k' en yakın tam sayıya göre hesap edilmiş olduğundan, tabloda görülen değerlerin hakiki değerlere yakın oldukları gerçeğine dikkat etmek gerekir.

Bu kısımdaki sonuçlar, verilen bir doğruluk derecesi ile kalıtım derecesini tahmin etmek için çeşitli k ve b değerlerinin etkinliğini inceleyen Koch (1957) tarafından bulunan sonuçlarla tamamen uyuşmaktadır. Böyle bir çalışma, S_r ve r 'yi teşkil edip, k' 'ya değişik değerler vermek ve 2 nci formülden n değerlerini he-

saplamak suretiyle yapılabilir.

$$b = \frac{n}{k}$$

olduğundan, b ve k arasındaki değişik kombinasyonlar hesap edilebilir ve n değerleriyle beraber araştırma ile bulunan kalıtım derecesi büyüklüğüne has olan n' , b' ve k' ile mukayese edilebilir.

2 nci problem. Genel uygulamada, n' 'in mümkün olabilen en yüksek değerini ekonomik faktörler belirler. Bu suretle S_r bağımsız değişken haline gelir (1 nci formül) ve aynen n gibi

$$k = \frac{1+r}{r} = k'$$

olduğu zaman verilen bir kalıtım derecesi için minimum olur ve kalıtım derecesinin 0 dan 1'e yükselmesi halinde büyür. Bu sebepten, n özel bir N değeri aldığı zaman, verilen bir kalıtım derecesi (h^2) incelenecek olan erkek damızlık başına düşen yavru sayısı k_i' ve kullanılacak optimum erkek damızlık sayısı ise

$$b_i' = \frac{N}{k_i'}$$

olur.

Bugüne kadarki münakaşalarda muhtelif vasıfların kalıtım derecelerinin bir hayvan grubundan elde edilmiş rakamlardan ay-

rı ayrı tahmin edilmesi gerektiği gerçeği genel olarak ihmal edilmiştir. Bu vasıfların kalıtım derecelerinin muhtemelen fazlaca varyasyon göstermeleri ve k' nün kalıtım derecesi büyüklüğüne göre değişmesi sebebiyle bu durumlarda kullanılacak olan k değerinin (k_0') ne olacağı sorusu ortaya çıkar Eğer;

$$\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^a \text{Cov}(r_i r_j), \quad i \neq j$$

ifadesinin önemsiz derecede küçük olduğu kabul edilirse, bu probleme şöylece bir çözüm getirmek mümkündür. i'inci vasfın

$$\sum_{i=1}^a S_{ri}^2 = \sum_{i=1}^a \frac{2(1-r_i)^2 [1+r_i(k-1)]^2}{(k-1)n}$$

ve

$$\frac{\partial \sum_{i=1}^a R_{ri}^2}{\partial k} =$$

$$\sum_{i=1}^a \frac{2(1-r_i)^2}{n} \left[\frac{2r_i [1+r_i(k-1)]}{(k-1)} - \frac{[1+r_i(k-1)]^2}{(k-1)^2} \right] = 0$$

$$= \sum_{i=1}^a (1-r_i)^2 [r_i^2 (k-1)^2 - 1] = 0$$

buradan,

$$k_0' = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^a (1-r_i)^2}{\sum_{i=1}^a (1-r_i)^2 r_i^2} + 1} \quad (3a)$$

kalıtım derecesi h_i^2 ($i = 1, 2, \dots, a$)
(1+F')

olsun, şu halde $r_i = \frac{h_i^2}{4}$

olur. Etkin bir k değeri kriteri

$\sum_{i=1}^a S_{ri}^2$ ifadesinin minimum olması halinde gerçekleşir.

Bunu elde etmek için;

$$\frac{\partial \sum_{i=1}^a S_{ri}^2}{\partial k}$$

değerini sıfıra eşitlemek ve k için çözüm yapmak gerekir,

bulunur.

Eğer, vasıflara ağırlık vermek arzu edilirse (k_0 'nün hesabında kullanılan r tahminlerine ait varyansların tersine veya eko-

nomik değere göre), herbir vasıf için bazı tartım faktörleri (V) hesap edilir. Şu halde k' için formül,

$$k_0' = \sqrt{\frac{a \sum_{i=1}^n 1(-r_i)^2 r_i^2 V_i}{a \sum_{i=1}^n (1-r_i)^2 r_i^2 V_i}} + 1 \quad (3b)$$

Şeklinde olacaktır.

Eğer 3a ve 3b formüllerini kullanma zarureti varsa, bir kaç söz etmek kaçınılmaz olur. Söz gelişi, 1000 hayvanla çalışan bir araştırmacı yedi vasfın kalıtım derecesini tahmin etmek istesin. Araştırmacı ayrıca denemesinin etkinliğini maksimum kılacak olan

erkek damızlık başına düşen yavru sayısını bilmeyi arzu eder. Araştırmacının ilk işi önceki çalışmalardan her vasafta ait kabaca bir kalıtım derecesi tahmini elde etmektir. Bir kere bu bilgiler sağlanınca, aşağıda gösterildiği gibi bir yol takip edebilir.

| Vasıf | h^2 tahmini (literatür) | r , ($F' = 0$) |
|-------|------------------------------|--------------------|
| A | .2 | .05 |
| B | .2 | .05 |
| C | .4 | .10 |
| D | .4 | .10 |
| E | .8 | .20 |
| F | .8 | .20 |
| G | .8 | .20 |

Bu rakamlardan k_0' hesaplanabilir.

$$k_0' = \sqrt{\frac{2 (.95)^2 + 2 (.90)^2 + 3 (.80)^2}{2 (.95)^2 (.05)^2 + 2 (.90)^2 (.10)^2 + 3 (.80)^2 (.20)^2}} + 1 \approx 9$$

Bu misâlde bütün vasıflar için sabit bir ekonomik değer ve

r için sabit bir standart hata kabul edilmektedir.

Şu hale göre, her erkek damızlık başına 9 yavru arzu edilmekte ve araştırmacının yaklaşık 1000 $\left(\frac{\quad}{9}\right) = 111$ erkek damızlığa ihtiyacı

tiyacı olmaktadır. Bunun dışında araştırmacı i'nci vasfın kalıtım derecesini standard hata ile birlikte tahmin etmek ister.

$$S_{bi} = \frac{4 S_{ir} \cdot 4 (1-r_i) [1+r_i (k_0'-1)]}{1+F' \cdot (1+F') \sqrt{\frac{1}{2} n (k_0'-1)}}$$

Böylece, A ve B için standart hata (S_b)

$$\frac{4 (1-.05) [1+.05 (9-1)]}{\sqrt{\frac{1}{2} 1000 (9-1)}} \approx .08$$

gibi yaklaşık bir değerdir. Aynı şekilde ikinci (C, D) ve üçüncü grup (E, F, G) için beklenen standart hatalar sırasıyla 0.10 ve 0.14 olarak bulunur. Benzer fakat bir dereceye kadar daha basit muhakeme Tablo 1'in kullanılması için gereklidir.

Bu metodların nihaî bir izahı olarak,

$$\sum_{i=1}^a S_{ni}^2 = \sum_{i=1}^a \frac{2 (1-r_i)^2 [1+r_i (k-1)]^2}{(k-1) n} = ac^2$$

Buradan,

$$n = \frac{2}{ac^2 (k-1)} \sum_{i=1}^a (1-r_i)^2 [1+r_i (k-1)]^2$$

ve

$$n'_0 = \frac{2}{ac^2 (k_0'-1)} \sum_{i=1}^a (1-r_i)^2 [1+r_i (k_0'-1)]^2$$

olur.

$$\sum_{i=1}^a S_{ni}^2 = ac^2$$

şartını yerine getiren n'nin minimum değerinin (n'_0) ne olduğunu bilmek istediğimizi kabul edelim. Burada $i = 1, 2, \dots, a$ ve c^2 araştırmacı tarafından seçilmiş keyfi bir ortalama varyanstır. Şu halde;

LITERATUR

Fisher, R.A. 1952. Statistical Methods for Research Workers. Oliver and Boyd, London.

Hazel, L.N. and C.E. Terrill. 1945. Heritability of weaning weight

and staple length in range Rambouillet lambs. J. Animal Sci. S: 55.

Koch, R. 1957. Personal Communication.