

Türkiye'deki Gayrimenkul Yatırım Ortaklıklarının Hisse Senedi Değeri ve Süper Etkinliği Arasındaki İlişki*

Aykut KARAKAYA¹

Özet

Gayrimenkul Yatırım Ortaklığı (GYO) gayrimenkullere, gayrimenkul projelerine, gayrimenkule dayalı menkul kıymetlere veya gayrimenkul haklarına yatırım yapmak ve yönetmek amacıyla kurulan ve faaliyet gösteren sermaye piyasası kurumudur. GYO'lar hem finansal piyasalar hem de inşaat sektörü özelinde reel kesim için hayati işlev görürler. Türkiye'deki GYO'ların etkinlikleri ve hisse senedi değeri arasındaki ilişkinin ortaya konması bu çalışmanın amacını oluşturmaktadır. GYO'ların 2015 yılı etkinlikleri Veri Zarflama Analizi (VZA) ile ölçülmüştür. GYO'ların girdi yönelimli ölçeğe göre sabit getiri, ölçeğe göre değişen getiri ve ölçek etkinlikleri hesaplanmıştır. Analiz sonucunda ortalama ölçeğe göre sabit getiri, ölçeğe göre değişen getiri ve ölçek etkinliği skorları sırasıyla 0.80, 0.821 ve 0.976'dır. Etkin GYO yüzdesi sırasıyla %32, %36 ve %42'dir. Buna göre, etkinlik skorları ve etkin GYO yüzdesi görece yüksektir. İlaveten GYO'ların sabit getiri varsayımına göre süper etkinlik skorları hesaplanmıştır. Süper etkinlik skorları ve hisse senedi borsa fiyatı arasında pozitif yüksek korelasyon bulunmuştur.

Anahtar Kelimeler: GYO'lar, Etkinlik Ölçümü, VZA, Süper Etkinlik, Hisse Senedi Değeri.

JEL Sınıflandırılması: G23, D24, G10.

Relationship between Super Efficiency and Share Value Price of Real Estate Investment Trusts in Turkey

Abstract

Real Estate Investment Trust (REIT) estates, real estate projects, real estate backed securities or investing in real estate law and the capital market institutions and activities established to manage. REIT's have a vital function both financial markets and construction sector. To reveal the relationship between efficiency and share value of REITs in Turkey is the objective of this study. The 2015 year efficiencies of REITs were measured using Data Envelopment Analysis (DEA). Input oriented, constant return to scale, variable returns to scale, and scale efficiencies of the REIT's were calculated. The average efficiency scores respectively are 0.80, 0.821, and 0.976. Efficiency percents of REITs, respectively, are 32%, 36%, and 42%. Accordingly, efficiency scores and the effective percent of REITs are relatively high. In addition, constant returns to scale of REITs super efficiency scores were calculated. It was found a positive high correlation between super efficiency scores and stock prices.

Keywords: REITs, Efficiency Measurement, DEA, Super Efficiency, Share Value.

JEL Classification: G23, D24, G10.

* Bu çalışma 14. Uluslararası Türk Dünyası Sosyal Bilimler Kongresinde sunulan "Türkiye'deki GYO'ların Hisse Senedi Değeri ve Süper Etkinliği Arasındaki İlişki" adlı bildirinin gözden geçirilmiş halidir. Çalışma 2015.53002.107.04.02 numaralı proje kapsamında Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi BAP birimi tarafından desteklenmiştir.

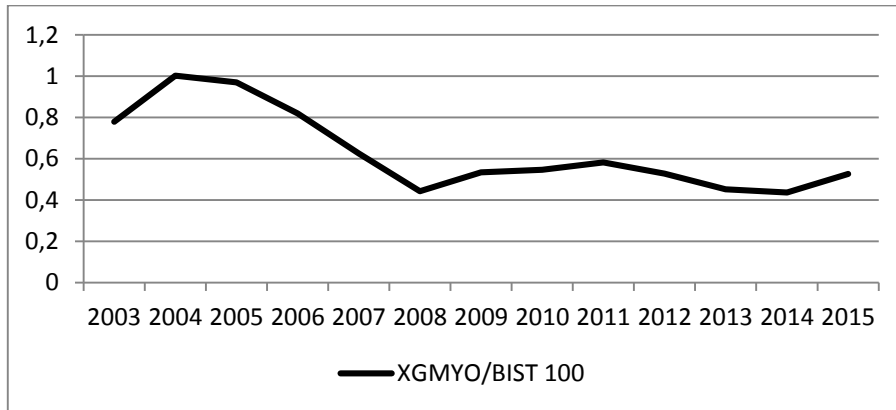
¹ Y. Doç. Dr., Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi, İşletme Bölümü, Rize, aykut.karakaya@erdogan.edu.tr, orcid.org/0000.0001-6970-3239.

1. Giriş

Rekabetçi piyasa yapısı işletmeleri sahip oldukları fiziki ve finansal kaynakları optimâl kullanmaya itmektedir. Özellikle yaşanan küresel boyutlu finansal kriz işletmelerin faaliyetlerinde optimâl olmayı gerekli kılmaktadır. Bundan dolayı, işletmeler rekabet ettikleri sektördeki performanslarını doğru değerlendirip, ardından da arttırmanın yollarını araştırmalıdır. Bu bağlamda performansta öne çıkan unsurlar kullanılan kaynaklar ve bu kaynak kullanımı sonucunda ulaşılan çıktılar olacaktır. Bu amaçla, işletmeler ulaşmak istedikleri çıktı düzeyleri için girdileri hangi seviyeye kadar kullanmaları gerektiğini belirlemede genellikle etkinlik ve verimlilik analizlerine başvurmaktadır.

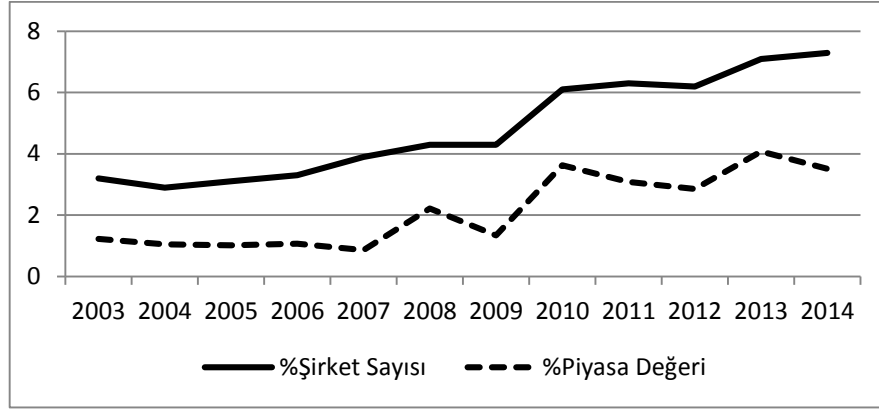
Verimlilik, bir çıktının üretilebilmesi için üretim sürecinde kullanılan girdilerin ne kadar rasyonel kullanıldığını ortaya koyan bir göstergedir. Etkinlik, bir işi gerçekleştirmede kullanılan kaynakların istenilen sonucu elde etmek amacıyla ne ölçüde iyi kullanıldığını yansıtmaktadır. Verimlilik belli bir çıktının en az maliyetle üretilmesini, etkinlik ise bir girdi-çıkıtı mekanizması aracılığı ile işleri doğru yapabilme kabiliyetini ifade eder (Karakaya ve Maraş, 2016:1). Verimlilik daha çok teknik bir durumu vurgular.

Finansal sektörün etkinliği sadece makro değil aynı zamanda mikro anlamda da özel bir anlam taşımaktadır. Finansal sektör müstakil bir sektör olmasıyla birlikte ekonomik birimler arası kaynakların tahsisinde aracılık fonksiyonu gördüğünden kritik bir konuma sahiptir. Bu kritik konumundan ötürü finansal sektörün faaliyetlerindeki etkinlik ekonominin etkinliği ve verimliliği üzerinde diğer sektörlerle göre daha belirleyici olmaktadır. Finansal sektörün ekonomideki en belirgin kurumları bankalar, sigorta şirketleri, emeklilik şirketleri, yatırım ortaklıkları ve aracı kurumlardır. Türkiye’de küresel finansal krizin ardından ekonominin canlandırılması amacıyla alt yapı yatırımlarına önem verildiğinden inşaat sektöründeki yükselişle birlikte yatırım ortaklığı türlerinden olan Gayrimenkul Yatırım Ortaklıkları (GYO) finansal sektör içindeki öne çıkmaya başlamıştır. GYO’lar gayrimenkullere, gayrimenkul projelerine, gayrimenkule dayalı menkul kıymetlere veya gayrimenkul haklarına yatırım yapmak ve yönetmek amacıyla kurulan ve faaliyet gösteren sermaye piyasası kurumlarıdır. Grafik 1 ve 2 GYO’ların Borsa İstanbul (BİST) içindeki nispi gücünü göstermektedir.



Grafik 1: GYO Endeksinin Nispi Güç Analizi

Grafik 1’de GYO Endeksinin BİST 100 ‘e göre nispi güç analizi yapılmıştır. GYO Endeksinin nispi güç analizine göre, 2004 yılından küresel finansal krizin ortaya çıkmasına kadar GYO Endeksinin gücünün azaldığı ve küresel finansal krizin ortaya çıktığı 2008 yılında minimum olduğu görülmektedir. Küresel finansal krizin ardından küçük iniş çıkışlara rağmen GYO Endeksinin nispi gücü yatay seyir izlemiştir. Dolayısıyla GYO Endeksi piyasa içerisinde 2004’den küresel krize kadar güç kaybederken küresel kriz sonrasında genelde gücünü koruduğu görülmektedir.



Grafik 2: GYO’ların BİST İçindeki Payı

Grafik 2’de GYO’ların şirket sayısı ve piyasa değeri açısından BİST içindeki payı sunulmuştur. Şirket sayısı 2003’de 9 iken istikrarlı bir artışla son yılda 31’e yükselmiştir. Piyasa değeri de 2003’de yaklaşık ₺1,2 Milyar’dan 2014’de yaklaşık ₺22 Milyar’a ulaşmıştır. GYO’lar sayı olarak BİST içinde payı %3’den %7 yükselirken, piyasa değeri açısından %1’inden yaklaşık %4’üne yükselmiştir. GYO’ların sayı ve piyasa değerindeki bu gelişmenin küresel finansal krizden sonraki dönemde de devam etmesi dikkat çekicidir. İnşaat sektörünün öne çıkarılması suretiyle alt yapı yatırımları kanalıyla, krizin Türkiye Ekonomisi üzerine etkisinin azaltılması veya sınırlı tutulmasının bir sonucu olduğunu söylemek yanlış olmayacaktır.

Finansal sektör içindeki önemi giderek artan GYO’larının kaynaklarını etkin kullanıp iyi yönetilmesi hem finansal hem de reel kesim için önemlidir. Bu öneminden ötürü, Türkiye’deki GYO’ların etkinliğinin ölçülüp, etkinlik ve piyasa performansı arasındaki ilişkinin ortaya konması bu çalışmanın amacını oluşturmaktadır. Çalışmanın amacı olan etkinlik ölçümü, Veri Zarflama Analizi (VZA) modellerinden Ölçeğe Göre Sabit Getiri, Ölçeğe Göre Değişken Getiri, Ölçek Etkinliği ve Süper Etkinlik yöntemiyle gerçekleştirilmiştir. Öncelikle GYO’ların Ölçeğe Göre Sabit Getiri, Ölçeğe Göre Değişken Getiri, Ölçek Etkinliği hesaplanmış. Ardından Ölçeğe Göre Sabit Getiri açısından etkin bulunan GYO’ların hangilerinin daha etkin olduğunun belirlenmesi amacıyla Andersen ve Petersen (1993) tarafından ortaya konan model ile süper etkinlik skorları hesaplanacaktır.

2. Veri Zarflama Analizi

Etkinlik ölçüm yöntemleri oran analizi, parametrik ve parametrik olmayan olmak üzere üç kısma ayrılırlar. Oran analizinde çoğunlukla tek girdi ve tek çıktı

Aykut KARAKAYA

değişkenli finansal oranlar kullanılmaktadır. Oran analizleri gerçek etkinliği tam ölçemezler (Karakaya ve diğerleri, 2014: 4). Parametrik yöntemlerde önceden bir fonksiyonel biçim varsayıp ve bu fonksiyonun parametreleri tahmin edilmeye çalışılır (Çakmak ve diğerleri, 2008: 27). Literatürde parametrik yöntem olarak genelde bir çıktı ile birden çok girdinin ilişkilendirildiği regresyon tekniklerinden yararlanılmaktadır. Parametrik yöntemlere bir alternatif olarak ortaya çıkan parametrik olmayan yöntemler, genel olarak matematiksel programlamaya dayalıdır. Bu yöntemler, önceden bir fonksiyonel biçimin varlığını öngörmezler. Bu özelliklerinden dolayı parametrik yöntemlere göre daha esneklerdir. Ayrıca çok girdili ve çok çıktılı ölçüm için oldukça uygun bir yapıya sahiptirler (Yolalan,1993:5; Karakaya ve Maraş, 2016: 2). Parametrik olmayan etkinlik ölçüm yöntemlerinden en yaygın kullanılan teknik ise, Veri Zarflama Analizi (VZA)'dir.

VZA (Veri Zarflama Analizi) tekniği 'Toplam Faktör Verimliliği' yaklaşımına dayalı olarak çok girdili-çok çıktılı üretim ortamında faaliyet gösteren homojen karar birimlerinin etkinliğini ölçmek amacıyla geliştirilmiştir. VZA, ilk olarak Farrell (1957) tarafından ortalama performans ölçütüne karşılık ortaya atılan 'Sınır Üretim Fonksiyonu' önerisi ile şekillenmiş, sonrasında Charnes, Cooper ve Rhodes (1978) ve Banker, Charnes ve Cooper (1984)'in çalışmalarıyla bugünkü halini almıştır.

VZA genel olarak 'Ölçeğe Göre Sabit Getiri' ve 'Ölçeğe Göre Değişken Getiri' olmak üzere ikiye ayrılmaktadır. Ölçeğe göre sabit getiri Charnes, Cooper ve Rhodes (CCR) (1978) tarafından, ölçeğe göre değişken getiri de Banker, Charnes ve Cooper (BCC) (1984) tarafından geliştirilmiştir.

Ölçeğe göre sabit getiri varsayımı söz konusu olan CCR modelinde önce her bir karar verme birimi için, ağırlıklı sanal girdi ve çıktılar üretilir. Ardından bu sanal çıktı/sanal girdi oranını maksimum kılacak ağırlıklar kesirli doğrusal programlama yardımıyla belirlenir. Böylece her bir karar verme birimi için ayrı ağırlık kümesi hesaplanır (Charnes, Cooper ve Rhodes, 1978). CCR modelinin hem girdiye yönelik hem de çıktıya yönelik çarpan (primal) ve zarflamalı (dual) formülleri EK-1'de sunulmuştur.

BCC modeli, CCR modelinin varsayımlarında değişiklik yapılarak elde edilmiş bir modeldir. Banker, Charnes ve Cooper (BCC) modelini kullanarak tüm karar birimleri için ölçeğe göre getiri tipi de belirlenebilir. BCC modelinde, önceki CCR modeline ölçeğe göre değişken getiri varsayımı çerçevesinde konveksite kısıtını eklemiştirler. BCC sınırı her zaman CCR sınırının altında yer alır. Bu yüzden CCR etkinlik skoru, BCC etkinlik skorundan küçük veya ona eşit olacaktır. BCC modelinin hem girdiye yönelik hem de çıktıya yönelik çarpan (primal) ve zarflamalı (dual) hesaplamaları EK-2'de verilmiştir.

Her iki yaklaşımın da birer VZA modeli olmasına karşın varsayımları farklıdır. CCR modelinde 'Ölçeğe Göre Sabit Getiri' varsayımı altında 'Toplam Teknik Etkinlik' ölçülürken, BCC modelinde 'Ölçeğe Göre Değişken Getiri' varsayımı altında benzer ölçekteki birimleri birbirleriyle kıyaslayarak sadece 'Saf Teknik Etkinlik' ölçülmektedir. Her iki yaklaşımda da karar biriminin hesaplanan etkinlik

ölçütünün 1 olması karar biriminin etkin olduğunu, 1'den farklı olması karar biriminin etkin olmadığını gösterir. Her iki yaklaşımda, girdi veya çıktı odaklı olarak hesaplanabilmektedir. CCR ve BCC girdi odaklı olduğunda, etkin olmayan birimler 1'den küçük değerler alırken, çıktı odaklı olduğunda, etkin olmayan birimler 1'den büyük değerler alacaklardır. Etkin olan karar birimlerinde aylak değişken değeri sıfır, etkin olmayan karar biriminin aylak değişken değeri sıfırdan farklı olmaktadır.

Yukarıdaki CRR ve BCC yöntemlerine ilaveten VZA 'Toplamsal Yöntem' adında yöntemle de hesaplanmaktadır. CCR ve BCC modelleri girdiye veya çıktıya odaklı olarak değerlendirilebilmektedir. Toplamsal Yöntem hem girdi hem de çıktı odaklılığı aynı anda dikkate alabilmektedir. Bu yöntemde, girdi fazlası ve çıktı eksikliği eş anlı biçimde ele alıp etkinlik sınırı üzerinde etkinsiz karar birimine en uzaktaki noktaya ulaşmak amaçlanır (Banker ve diğerleri, 2004: 355). Toplamsal yöntemde karar birimleri için bir etkinlik skoru elde edilmez. Karar birimlerinin etkin olup olmadıkları aylak değişken değerlerine bakılarak belirlenir. Eğer aylak değişken değeri de sıfır ise o karar birimi bu modele göre etkin olacaktır.

Hali hazırdaki girdi bileşiminin en uygun biçimde kullanılarak mümkün olan maksimum çıktının üretilmesindeki başarı "Saf Teknik Etkinlik", girdi ve çıktı fiyatlarının göz önüne alınarak en uygun girdi bileşiminin seçilmesindeki başarı "Fiyat Etkinliği" ve uygun ölçekte üretim yapmadaki başarı da "Ölçek Etkinliği" olarak tanımlanmaktadır. Saf Teknik Etkinlik ve Ölçek Etkinliği birlikte "Toplam Teknik Etkinlik" veya "VZA Etkinliği" olarak da adlandırılır (Banker, Charnes ve Cooper, 1984).

VZA'da üç kısıt söz konusudur. Bunlardan birincisi girdi ve çıktıların negatif değerler almaması ve değişkenlerin arasındaki korelasyonun pozitif olmasıdır (Bowlin, 1998: 17). İkincisi analize konu olan işletmelerin etkinliğinin maksimum "1" olmasıdır (Ulucan, 2002: 187). Üçüncüsü ise, araştırmanın güvenilirliği yönünden, işletme sayısının girdi ve çıktıların sayısının en az iki veya üç katı olmasıdır (Boussofiane ve diğerleri, 1991: 3; Ramanathan, 2003: 174; Paradi ve diğerleri, 2004: 325). Bu kısıtların sağlanması analizin sıhhati açısından gereklidir.

Etkinlikler hesaplandığında, birden fazla etkin birimin ortaya çıktığı gözlemlenebilmektedir. Böyle durumlarda Andersen ve Petersen (1993) tarafından geliştirilen 'Süper Etkinlik Modeli' yardımıyla, etkin birimlerin kendi aralarında etkinlik derecelerine göre sıralanması mümkün olabilmektedir. Her bir etkin karar birimi, sırasıyla etkin üretim sınırından çıkarılmakta ve çıkarılan karar biriminin yeniden belirlenen etkin sınıra olan uzaklığı ölçülmektedir. Hesaplamalar sonucunda elde edilen süper etkinlik skorları arasından en yüksek değere sahip olan karar birimi en etkin birim olacaktır (Özdemir ve Demireli, 2013: 222). Her bir etkin karar birimi elde ettiği 'Süper Etkinlik Skorları' itibariyle büyükten küçüğe doğru sıralanarak kendi aralarındaki üstünlük sıralaması elde edilir (Özden, 2008: 178; Perçin ve Çakır, 2012: 36).

Adler ve diğerleri (2002) VZA literatüründeki karar birimleri sıralama yöntemlerini aşağıda belirtilen altı grupta toplamıştır (Yıldırım, 2009: 71; Perçin ve Çakır, 2012: 36):

Aykut KARAKAYA

1. Etkinlik skorlarından türetilen çapraz etkinlik matrisine dayalı sıralama,
2. Etkin karar birimlerini kendi aralarında sıralayan süper etkinlik yöntemi,
3. Etkin karar birimlerin etkin olmayan karar birimleri için referans gösterilme sayılarına dayanan kıyaslama yöntemi,
4. Çok değişkenli istatistik tekniklerine dayalı sıralama,
5. Etkinsiz karar birimlerinin bütün girdi ve çıktılarındaki ortalama oransal etkisizliklerine göre sıralanması,
6. Çok amaçlı karar verme yöntemlerine dayalı sıralamadır.

Bu çalışmada, yukarıda belirtilen sıralama yöntemlerinden biri olan, etkin karar birimlerini kendi aralarında sıralayan süper etkinlik yöntemi ile sıralama yapılmıştır.

3. Veri Seti ve Değişkenler

Çalışma veri seti Sermaye Piyasası Kurulu (SPK) ve Kamu Aydınlatma Platformu (KAP) internet sitelerinde halka açık olarak yayınlanan GYO ait 2015 yılı finansal tabloları ve portföy bilgilerinden oluşturulmuştur. Borsa İstanbul'da kurumsal ürünler pazarında hisse senetleri işlem gören 31 GYO'nun 2015 yılı verileri çalışmanın veri setini oluşturmaktadır.

Etkinlik modelinin değişkenleri olan 3 girdi ve 2 çıktı literatürden yararlanılarak belirlenmiştir. Girdiler finansman gideri (Anderson ve diğerleri, 2002; Topuz, 2002; Aytekin ve Kahraman, 2015; Karakaya ve Maraş, 2016), faaliyet giderleri (Anderson ve Springer, 2002; Anderson ve diğerleri, 2002; Topuz, 2002; Anderson ve diğerleri, 2004; Miller ve diğerleri, 2005; Springer ve Miller, 2007; Türkmen Yılmaz, 2011; Aytekin ve Kahraman, 2015; Karakaya ve Maraş, 2016) ve öz sermaye (Aytekin ve Kahraman, 2015; Karakaya ve Maraş, 2016) olarak üç adettir. Çıktılar net aktif değeri (Anderson ve diğerleri, 2002; Türkmen Yılmaz, 2011; Aytekin ve Kahraman, 2015; Karakaya ve Maraş, 2016) ve toplam gelirlerdir (Anderson ve diğerleri, 1998; Ambrose ve Pennington-Cross, 2000; Anderson ve diğerleri, 2004; Miller ve diğerleri, 2005).

Çalışmadaki GYO sayısı 31 girdi ve çıktı toplamı 5 olduğundan GYO sayısı değişken toplamının 6 katı olduğundan VZA'nın kısıtlarından biri olan GYO sayısının girdi ve çıktı toplamının en azından 2-3 katı olması koşulu sağlanmaktadır. Türkiye'deki 31 GYO'nun 2015 yılı bilgilerinden meydana gelen üç girdi ve iki çıktıdan oluşan toplam beş değişkene sahip üretim yaklaşımına dayalı girdi yönelimli etkinlik analizi bulguları aşağıdaki bulgular başlığında sunulmuştur.

4. Araştırma Bulguları

Araştırma bulguları aşağıda üç başlık halinde verilmiştir. Başlıkların ilkinde araştırmanın girdi ve çıktılarının tanımlayıcı istatistikleri ve korelasyonları, ikincisinde GYO'ların VZA sonucunda elde edilen etkinlikleri, üçüncüsünde GYO'ların hesaplanan süper etkinlik skorları, süper etkinlik skorları ve hisse senedi fiyatları arasındaki korelasyonlar yer almıştır.

4.1. Değişkenlerin Tanımlayıcı İstatistikleri ve Korelasyon Katsayıları

VZA'nın hesaplanmasından önce çalışmada kullanılan modeldeki girdi ve çıktıların VZA'ya uygunluğu açısından incelenmesinde yarar vardır. Değişkenlerin tanımlayıcı istatistikleri Tablo 1'de ve ikili korelasyon katsayıları Tablo 2'de sunulmaktadır. Tablo 1'deki girdi ve çıktıların minimum değerlerine bakıldığında hiç birinin negatif değer almadığı görülmektedir. Dolayısıyla VZA'nın değişkenlerin negatif değer almaması koşulunu sağlamıştır.

Tablo 1: Değişkenlerin Tanımlayıcı İstatistikleri (₺1.000)

	Finansman Gideri	Faaliyet Giderleri	Öz Sermaye	NAD	Toplam Gelirler
Minimum	0,077	407	9.025	9.025	6.521
Ortalama	55.214	20.332	965.876	1.133.887	6.451.923
St. Sapma	98.036	30.321	1.763.006	2.257.795	34.038.900
Maksimum	506.950	123.221	9.325.399	11.544.347	1.801.358.000

GYO'ların ortalama finansman gideri ₺55.214.007, faaliyet giderleri ₺ 20.332.638, öz sermaye büyüklüğü ₺965.876.825, net aktif değeri ₺1.133.887.427 ve toplam gelirleri ₺6.451.923.384'dir. GYO'ların dikkat çeken faaliyet giderlerinden daha fazla finansman giderine katlandığı ve net aktif değerinin öz sermayenin üzerinde gerçekleştiğidir. İlave olarak toplam gelirlerle ilgili istatistikler GYO'ların gelirlerinin değişkenliğinin yüksek olduğunu göstermektedir.

Aşağıdaki Tablo 2'deki girdi ve çıktıların kendi arasındaki korelasyonlar 0.234-0.891 aralığındadır. Girdiler arası korelasyon katsayılarının 0.234-0.609 aralığında pozitif ve istatistiksel olarak anlamlıdır. Çıktılar arasındaki korelasyon 0.716 pozitif ve istatistiksel olarak anlamlıdır. Ayrıca girdiler ve çıktılar arasındaki korelasyonun 0.291-0.583 aralığında pozitif ve istatistiksel açıdan anlamlı olduğu görülmektedir. Dolayısıyla bu beş değişkenin birbirleriyle pozitif yönlü ve anlamlı ilişkili olduğu ortaya çıkmaktadır. Bu bulgular ışığında girdi ve çıktı değişkenlerinin VZA'da kullanılma koşulu açısından korelasyon katsayılarının arzu edilen nitelikte olduğu söylenebilir.

Tablo 2: Değişkenlerin Korelasyon Katsayıları

Değişkenler	Finansman Gideri	Faaliyet Giderleri	Öz Sermaye	NAD	TG
Finansman Gideri	1				
Faaliyet Giderleri	0.234*	1			
Öz Sermaye	0.345*	0.609**	1		
Net Aktif Değeri	0.415**	0.583**	0.891**	1	
Toplam Gelirler	0.291*	0.501**	0.819**	0.716**	1

*ve ** sırasıyla istatistiksel olarak %5 ve %1 anlamlılık düzeylerini göstermektedir.

4.2. Veri Zarflama Analizi Bulguları

2015 yılı için 31 GYO'nun Ölçeğe Göre Sabit Getiri (CCR) ve Ölçeğe Göre Değişken Getiri (BCC) varsayımlarına göre elde edilen VZA bulguları aşağıda Tablo 3'dedir. Tablo 3'e göre, 31 GYO'nun 10'unun Ölçeğe Göre Sabit Getiri

Tablo 3: GYO'ların 2015 Yılı Etkinlik Skorları ve Referanslar

Sıra	GYO'lar	Sabit Getiri Etkinliği	Değişken Getiri Etkinliği	Ölçek Etkinliği	Referanslar
1	AKFEN GYO	0.754	0.756	0.997	22 ve 30
2	AKIŞ GYO	0.626	0.645	0.970	5, 10, 22 ve 27
3	AKMERKEZ GYO	1.000	1.000	1.000	
4	ALARKO GYO	0.851	0.822	0.966	12, 28 ve 30
5	ATA GYO	1.000	1.000	1.000	
6	ATAKULE GYO	0.636	0.637	0.999	5 ve 10
7	AVRASYA GYO	0.624	0.642	0.972	5 ve 10
8	DENİZ GYO	0.756	0.756	1.000	10, 12 ve 20
9	DOĞUŞ GYO	0.993	0.998	0.995	3, 22 ve 30
10	EMLAK KONUT GYO	1.000	1.000	1.000	
11	HALK GYO	0.854	0.854	1.000	3, 10, 20 ve 30
12	İDEALİST GYO	1.000	1.000	1.000	
13	İŞ GYO	0.966	0.966	1.000	10, 27 ve 30
14	KİLER GYO	0.579	0.592	0.979	3, 5 ve 22
15	KÖRFEZ GYO	0.915	0.987	0.927	3 ve 12
16	MARTI GYO	0.482	0.489	0.985	5 ve 10
17	NUROL GYO	1.000	1.000	1.000	
18	ÖZAK GYO	0.680	0.697	0.976	5, 10 ve 27
19	ÖZDERİCİ GYO	0.730	0.754	0.967	10, 27 ve 30
20	PANORA GYO	1.000	1.000	1.000	
21	PERA GYO	0.741	0.752	0.985	5, 10 ve 27
22	REYSAŞ GYO	1.000	1.000	1.000	
23	SAF GYO	0.762	0.865	0.881	5, 10 ve 27
24	SERVET GYO	0.557	0.591	0.943	5, 10 ve 27
25	SİNPAŞ GYO	0.161	0.170	0.945	3, 5 ve 17
26	TORUNLAR GYO	0.986	1.000	0.986	22, 27 ve 30
27	TSKB GYO	1.000	1.000	1.000	
28	VAKIF GYO	1.000	1.000	1.000	
29	YAPI KREDİ KORAY GYO	0.668	0.692	0.965	5, 17 ve 22
30	YENİ GİMAT GYO	1.000	1.000	1.000	
31	YEŞİL GYO	0.654	0.787	0.830	5 ve 22
	Etkinlik Ortalaması	0.810	0.821	0.976	
	Etkin GYO Sayısı	10	11	13	
	Etkin GYO Yüzdesi	%32.26	%35.48	%41.94	

(CCR) varsayımı altında etkin, geriye kalan 21'inin ise etkin olmadığı görülmektedir. Diğer yandan, Ölçeğe Göre Değişken Getiri (BCC) varsayımına göre hesaplanan etkinlik açısından, 11 GYO'nun etkin, 20'sinin ise etkin olmadığı tespit edilmektedir. Böylece, GYO'ların etkin olanların sayısının toplam GYO'ların sırasıyla %32 ile %35'ine denk geldiği tespit edilmiştir. Ayrıca Ölçeğe Göre Sabit Getiri etkinlik ortalaması 0.810 ve Ölçeğe Göre Değişken Getiri etkinlik ortalaması 0.821'dir. Analiz sonucunda, hem CCR hem de BCC varsayımı altında etkin olan

GYO'ların sektörün üçte bir düzeyinde ve etkinlik ortalamasının yüksek olduğu ortaya çıkmıştır.

Ölçek etkinliği skorları GYO'ların ölçek etkinliğine ne kadar sahip olduklarını göstermesi açısından önemlidir. Ölçek etkinliği skoru 1 olanlar ölçek etkinliğine sahip, 1'in altındakilerse ölçek etkinliğine sahip değil yani ölçek etkin değildir (Ramanathan, 2005). GYO'ların ölçek etkinliği, Ölçeğe Göre Sabit Getiri etkinliğinin Ölçeğe Göre Değişken Getiri etkinliğine oranlanmasıyla hesaplanır. Ölçek etkin olan GYO'lar faaliyetlerini optimâl büyüklükte yürütebilen, ölçek etkisiz olan GYO'lar faaliyetlerini optimâl büyüklükte yürütemeyenlerdir (Tarım, 2001: 17). AKFEN GYO'yu örnek verilirse, ölçek etkinliğinin 0.756 olması, faaliyetlerini optimâl ölçek büyüklüğünde gerçekleştiremediğini gösterir. Buna karşın AKİŞ GYO'nun ölçek etkinliğinin 1 olması, faaliyetlerini optimâl ölçek büyüklüğünde gerçekleştirebildiğini yani ölçek ekonomisinden yararlanabildiğini gösterir.

Ölçek etkin olan GYO sayısı 13 ve GYO'ların %42'si ölçek etkindir. Ölçek etkin GYO sayısı ve yüzdesi Ölçeğe Göre Sabit Getiri ve Ölçeğe Göre Değişken Getiri varsayımları etkinliklerinden daha yüksektir. Bu bulguya göre GYO'ların etkinlik boyutlarından daha fazla Ölçek Etkinliğini ardından Saf Teknik Etkinliği sağlayabildiği söylenebilir. Bundan dolayı Toplam Teknik Etkinlik daha düşük düzeyde gerçekleşmiştir. GYO'ların Saf Teknik Etkinliğin yani GYO'ların operasyonel konuların iyileştirilmesinde fayda olacağı ortaya çıkmıştır. Dolayısıyla GYO etkisizliğinin ölçekten yeterince yararlanamadığından değil, Saf Teknik Etkinlik'ten kaynaklandığı görülmüştür.

Etkin olmayan şirketlerin etkin sınırdaki yer almaları için girdi ve çıktı değerlerini örnek almaları gereken şirketler referans şirketlerdir. Tablo 3'ün son sütununda etkin olmayan GYO'ların etkinliğe ulaşabilmeleri için referans almaları gereken şirketler yer almaktadır. Örneğin AKFEN GYO REYSAŞ GYO ve YENİ GİMAT'yu veya bunlardan sadece birini kendine örnek almak suretiyle etkin olabilir. Etkin olmayan GYO'lar için etkin GYO'lardan en fazla referans gösterilme sayısı 12 ile ATA GYO ve EMLAK KONUT GYO'ya aittir. Etkin olmayan GYO'lar için etkin GYO'lardan en az referans gösterilme sayısı 1 ile PANORA GYO ve VAKIF GYO'ya aittir.

4.3. Süper Etkinlik Bulguları

Aşağıdaki Tablo 4 GYO'ların 2015 yılı süper etkinlik skorları ile hisse senedi fiyatlarını göstermektedir. Tablo 3'deki Ölçeğe Göre Sabit Getiri varsayımında etkin bulunmayan GYO'ların etkinlik skorları hesaplama sonucunda değişmeden Tablo 4'de sunulmuştur. Ölçeğe Göre Sabit Getiri varsayımında etkin olan GYO'lar için ayrıca süper etkinlik skorları hesaplanmış ve Tablo 4'de raporlanmıştır.

Tablo 4'e göre etkin GYO'lardan süper etkinlik skoruna göre 3.010 ile YENİ GİMAT GYO ilk sırada 1.05 ile TSKB GYO son sıradadır. Süper etkinlik skorları 1'den büyük olan GYO'ların etkinliğini değiştirmeden girdilerini hangi oranda artırabileceklerini gösterir. Örneğin, 1.316 skora sahip ATA GYO kullandığı girdi

Aykut KARAKAYA

miktarını ortalama %31.6 oranında artırsa bile, ATA GYO'nun etkin GYO olarak değerlendirilebileceği anlamına gelmektedir.

Tablo 4: GYO'ların 2015 Yılı Süper Etkinlik Skorları ve Hisse Senedi Fiyatları

Sıra	GYO'lar	Süper Etkinlik Soku	Hisse Senedi Fiyatı(₺)
1	AKFEN GYO	0.754	1,34
2	AKİŞ GYO	0.626	2,18
3	AKMERKEZ GYO	2.624	16,60
4	ALARKO GYO	0.851	27,50
5	ATA GYO	1.316	2,79
6	ATAKULE GYO	0.636	1,32
7	AVRASYA GYO	0.624	1,13
8	DENİZ GYO	0.756	1,48
9	DOĞUŞ GYO	0.993	3,60
10	EMLAK KONUT GYO	1.141	2,60
11	HALK GYO	0.854	1,03
12	İDEALİST GYO	2.603	0,77
13	İŞ GYO	0.966	1,76
14	KİLER GYO	0.579	1,59
15	KÖRFEZ GYO	0.915	1,05
16	MARTI GYO	0.482	0,40
17	NUROL GYO	1.274	4,64
18	ÖZAK GYO	0.680	1,86
19	ÖZDERİCİ GYO	0.730	1,26
20	PANORA GYO	1.078	4,43
21	PERA GYO	0.741	0,39
22	REYSAŞ GYO	1.406	0,51
23	SAF GYO	0.762	0,79
24	SERVET GYO	0.557	2,35
25	SİNPAŞ GYO	0.160	0,62
26	TORUNLAR GYO	0.986	3,25
27	TSKB GYO	1.050	0,58
28	VAKIF GYO	1.564	2,28
29	YAPI KREDİ KORAY GYO	0.668	1,31
30	YENİ GİMAT GYO	3.010	13,25
31	YEŞİL GYO	0.654	0,36

4.4. Süper Etkinlik Skoru ve Hisse Senedi Fiyatı İlişkisi

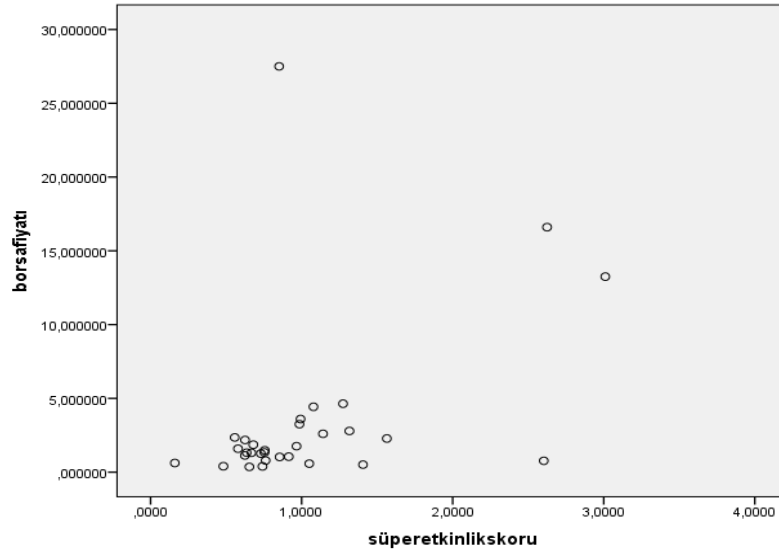
GYO'ların süper etkinlikleri ile hisse senedi fiyatları arasındaki ilişkinin ortaya konmasında iki korelasyon analizinden yararlanılmıştır. GYO'ların süper etkinlik skorları ile hisse senedi fiyatı arasındaki ilişki Pearson Korelasyonla, GYO'ların süper etkinlik skorları sıralaması ile hisse senedi fiyatları sıralaması arasındaki ilişki ise, Spearman Sıra Korelasyonla incelenmiştir. Aşağıda Tablo 5'de hesaplanan korelasyon katsayıları ve korelasyonların istatistiksel anlamlılık düzeyleri verilmiştir.

Tablo 5: Süper Etkinlik Skoru ve Hisse Senedi Fiyatı Arasındaki Korelasyonlar

Korelasyonlar	Katsayılar
Pearson Korelasyon	0.546***
Spearman Sıra Korelasyon	0.421***

* ve ** sırasıyla istatistiksel olarak %5 ve %1 anlamlılık düzeylerini göstermektedir.

Tablo 5'e bakıldığında, süper etkinlik skorları ile hisse senedi fiyatı arasındaki Pearson Korelasyonu 0.546 ve istatistiksel olarak anlamlıdır. Süper etkinlik skorlarının sıralaması ile hisse senedi fiyatı sıralaması arasındaki Spearman Sıra Korelasyonu 0.421 ve istatistiksel olarak anlamlıdır. Bu sonuca göre, hem GYO'ların süper etkinlik skorları ile hisse senedi fiyatı arasında, hem de süper etkinlik skorları sıralaması ile hisse senedi fiyatı sıralaması arasında pozitif ve istatistiksel olarak anlamlı ilişkilerin olduğu ortaya çıkmaktadır. GYO'ların süper etkinlik skorları ile hisse senedi fiyatı arasındaki bu ilişkinin saçılımı aşağıdaki Grafik 3'de gösterilmiştir.



Grafik 3: Süper Etkinlik Skoru ve Hisse Senedi Borsa Fiyatı Saçılım Grafiği

Grafik 3'de yatay eksen GYO'ların süper etkinlik skorlarını dikey eksende ise GYO'ların hisse senedi borsa fiyatı yer almaktadır. Grafikten ilişkinin doğrusal olduğu görülmektedir. Ancak iki GYO'nun bu doğrusal ilişkiye uymadığı ortaya çıkmaktadır. Uç değer olan bu iki GYO Alarko GYO ve Servet GYO veri setinden çıkarıldığında, geriye kalan 29 GYO'nun hisse senedi fiyatı ile süper etkinlik skoru arasındaki Pearson Korelasyonu dikkat çekici biçimde 0.733 düzeyine yükseldiği görülmektedir. Bu korelasyon 2015 yılında GYO'ların etkinliği ile borsa performansı arasında pozitif kuvvetli bir ilişkinin olduğunu ortaya koymaktadır. Buradan etkin GYO'ların hisse senedi borsa fiyatının bir başka deyişle piyasa başarısının yüksek olduğu sonucuna varılabilir.

6. Sonuç ve Öneriler

Rekabetçi piyasa koşullarının getirdiği bir sonuç olarak, firma kaynaklarının optimâl kullanımı ivedilik kazanmıştır. Bu zorunluluk hem firma hem de sektör

Aykut KARAKAYA

düzeyindedir. Kaynakların optimâl dağılımı açısından kullanılan ölçütler arasında etkinlik analizleri önemli yer tutmaktadır. Etkinlik analizi sonucunda etkin olan ve olmayan firmaların belirlenmesi, ardından iyileştirmelerle firmalardan sektöre, sektörden de ekonomiye doğru etkinliğin iyileştirilmesi söz konusu olmaktadır. Etkinlik ölçümünde en yaygın başvurulan yöntemlerden biri doğrusal programlama kullanılarak ölçülen veri zarflama analizidir. Bu çalışmada Türkiye’deki GYO’ların 2015 yılı görelî etkinlikleri Ölçeğe Göre Sabit Getiri Varsayımı, Ölçeğe Göre Değişken Getiri Varsayımı, Ölçek Etkinliği ve Süper Etkinlikleri VZA ile ölçülerek sektörün durumu belirlenmeye çalışılmıştır. Analiz sonucunda ulaşılan bulgular şöyle özetlenmiştir:

VZA sonucunda, 2015 yılında GYO’ların çoğunluğunun etkinlik sınırına ulaşamamasına rağmen, ortalama etkinlik skoru yüksek gerçekleşmiştir. Bununla birlikte, 31 GYO’nun yaklaşık %32-45’inin etkin geriye kalanların etkin bulunmaması Anderson ve diğerleri (2002), Topuz (2002), Türkmen (2002), Anderson ve diğerleri (2004), Yılmaz-Türkmen (2011), Aytekin ve Kahraman (2015) ile Karakaya ve Maraş (2016) tarafından yapılan çalışmaların bulgularıyla benzerlik taşımaktadır. Bu çalışmanın ortalama etkinlik skorları, Türkiye’deki GYO üzerine yapılmış çalışmaların ortalama etkinlik skorlarıyla kıyaslandığında, 0.810-0.976 aralığında ve yüksek düzeyde olduğu gözlenmiştir. Bu yüksek ortalama etkinlik skorları 2015 yılı sektör dışı (politik, ekonomik, sosyal vb.) gelişmelerin etkisiyle oluştuğunu ileri sürmek yanlış olmayacaktır.

Diğer bir sonuçta, Ölçek Etkin GYO sayısı Ölçeğe Göre Değişken Getiri GYO sayısından, Ölçeğe Göre Değişken Getiriye göre etkin GYO sayısı da Ölçeğe Göre Sabit Getiri varsayımına göre etkin GYO sayısından daha fazladır. Böylece, etkin olmayan GYO’ların etkinlik sınırına ulaşamamasının nedeni optimâl ölçekten ziyade, Saf Teknik Etkinliğe bağlı olduğu görülmüştür. Buradan, GYO’ların etkinliğe ulaşmada sahip oldukları üretim faktörlerinden yeterli düzeyde yararlanamadığı söylenebilir. GYO yönetimleri tarafından bunun ele alınması gerektiği tespit edilmiştir.

GYO’ların süper etkinlik skorları ile borsa performansı arasında pozitif kuvvetli bir ilişkinin olduğunu ortaya konmuştur. Etkin GYO’ların hisse senedi borsa fiyatının yani GYO piyasa başarısının yüksek olduğu tespit edilmiştir. Bu bulgular ışığında yönetici, hissedar, yatırımcı, tedarikçi ve kreditor gibi ekonomik çevrelere GYO’larla ilgili kararlarında ‘Teknik Etkinlik’ ile piyasa başarı arasındaki ilişkiyi dikkate almaları önerilebilir. Dolayısıyla ekonomik çevreler kararlarında ‘Teknik Analiz’ yerine ‘Temel Analiz’in bir unsuru olarak ‘Teknik Etkinlik’ göstergelerini dikkate alabilirler.

Kaynakça

Adler, N., Friedman, L., Stern, Z. (2002), “Review Of Ranking Methods In The Data Envelopment Analysis Context”, *European Journal of Operational Research*, 140: 249-265.

Ambrose, B.W., Pennington-Cross, A. (2000), *Economies of Scale: The Case of REITs*. Published Working Paper, Real Estate Research Institute, Bloomington, IN.

Andersen, P., Petersen, N. C. (1993), "A Procedure for Ranking Efficient Units in Data Envelopment Analysis", *Management Science*, 39 (10): 1261-1264.

Anderson, R. I., Fok, R., Zumpano, L.V., Elder, H. V. (1998), "Measuring the Efficiency of Residential Real Estate Brokerage Firms". *Journal of Real Estate Research*, 16(2): 139-158.

Anderson, I. R., Fok R., Springer T. Webb, J. (2002), "Technical Efficiency and Economies of Scale: A Non Parametric Analysis of REIT Operating Efficiency", *European Journal of Operational Research*, 139: 598-612.

Anderson, R.I., Springer, T. M. (2002), "REIT Selection and Portfolio Construction: Using Operating Efficiency as an Indicator of Performance", *Journal of Real Estate Portfolio Management*, 9(1): 17-28.

Anderson, R.I., Brockman C.M., Giannikos, C., Mcleod, R. W. (2004), "A Non-Parametric Examination of Real Estate Mutual Fund Efficiency", *International Journal of Business and Economics*, 3(3): 225-238.

Aytekin, S., Kahraman, E. (2015), "BIST Gayrimenkul Yatırım Ortaklıkları Endeksindeki (XGMYO) Şirketlerin Finansal Etkinliklerinin Veri Zarflama Analizi Yöntemi ile Değerlendirilmesi", *Niğde Üniversitesi İ.İ.B.F. Dergisi*, 8(1): 289-301.

Banker, R. D., Charnes, A., Cooper, W. W. (1984), "Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis," *Management Science*, 30: 1078-1092.

Banker, R. D., Cooper, W. W., Seiford, L. M., Thrall, R. M., Zhu, J. (2004), "Returns to Scale in Different DEA Models", *European Journal of Operational Research*, 154: 345-362.

Boussofiane, A., Dyson, R., Rhodes, E. (1991), "Applied Data Envelopment Analysis". *European Journal of Operational Research*, 2(6): 1-15.

Bowlin, W. F. (1998), "Measuring Performance: An Introduction to Data Envelopment Analysis (DEA)", *The Journal of Cost Analysis*, 15(2): 3-27.

Charnes A., Cooper, W. W. Rhodes, E. (1978), "Measuring efficiency of decision making units," *European Journal of Operational Research*, 2: 429-444.

Çakmak, E. H., Durdu, H., Öcal, N. (2008), Türk Tarım Sektöründe Etkinlik: Yöntem ve Hane Halkı Düzeyinde Nicel Analiz, Ankara: TEPAV Yayınları.

Farrell, M. J. (1957), "The Measurement of Productive Efficiency", *Journal of Royal Statistical Society Series A (General)*, 120(3): 253-281.

Karakaya, A., Kurtaran A., Dağlı, H. (2014), "Bireysel Emeklilik Şirketlerinin Veri Zarflama Analizi ile Etkinlik Ölçümü: Türkiye Örneği", *Yönetim ve Ekonomi Araştırmaları Dergisi*, 22: 1-23.

Karakaya, A., Maraş, E. (2016), "Türkiye'deki Gayrimenkul Yatırım Ortaklıklarının Etkinlik Analizi", 3. Uluslararası Türk Dünyası Araştırmaları Sempozyumu, 25-27 Mayıs 2016 Bakü.

Aykut KARAKAYA

Miller, S. M., Clauret, T. M., Springer, T. M. (2005), Economies of Scale and Cost Efficiencies: A Panel-Data Stochastic-Frontier Analysis of Real Estate Investment Trusts. University of Connecticut, *Economics Working Papers*. Paper 200521.

Özdemir, A., Demireli, E. (2013), “Ağırlık Kısıtlı Veri Zarflama Analizi ile Mevduat Bankalarının Etkinlik Ölçümüne Yönelik Bir Uygulama”, *Uluslararası Yönetim İktisat ve İşletme Dergisi*, 9 (19): 215-238.

Özden, Ü. H. (2008), “Veri Zarflama Analizi (VZA) ile Türkiye’deki Vakıf Üniversitelerinin Etkinliğinin Ölçülmesi”, *İstanbul Üniversitesi İşletme Fakültesi Dergisi*, 37 (2): 167-185.

Paradi, C. J., Yang, Z., Zhu, H. (2004), “Assessing Bank and Bank Branch Performance: Modeling Considerations and Approaches”, Editors: Cooper, W. W., Seiford, L. M., Zhu, J. *Handbook on Data Envelopment Analysis*, 2. Editions, Springer Publishers.

Perçin, S., Çakır, S. (2012), “Demiryollarında Süper Etkinlik Ölçümü: Türkiye Örneği”, *Dokuz Eylül Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 27(1): 29-45.

Ramanathan, R. (2003), *An Introduction to Data Envelopment Analysis: A Tool for Performance Measurement*, New Delhi: Sage Publications.

Springer, T. M., Miller, S. M. (2007), Cost Improvements, Returns to Scale, and Cost Inefficiencies for Real Estate Investment Trusts. *Department of Economics Working Paper Series*.

Tarım, A. (2001), Veri Zarflama Analizi: Matematiksel Programlama Tabanlı Görel Etkinlik Ölçüm Yaklaşımı, Sayıştay Yayınları, No:15.

Topuz, C. (2002), Efficiency And Performance Of Real Estate Investment Trusts (REITs): An Empirical Examination, Yayınlanmamış Doktora Tezi, College Of Administration And Business Louisiana Tech University, USA.

Türkmen, S. Y. (2011), “İMKB’de İşlem Gören Gayrimenkul Yatırım Ortaklıklarının Finansal Etkinliklerinin Veri Zarflama Analizi ile Değerlendirilmesi”, *Marmara Üniversitesi İ.İ.B.F. Dergisi*, 31(2): 273-288.

Ulucan, A. (2002), “İSO 500 Şirketlerinin Etkinliklerinin Ölçülmesinde Veri Zarflama Analizi Yaklaşımı: Farklı Girdi Çıktı Bileşenleri ve Ölçeğe Göre Getiri Yaklaşımları ile Değerlendirmeler”, *Ankara Üniversitesi Siyasal Bilgiler Fakültesi Dergisi*, 57(2):185-202.

Yıldırım, İ. E. (2009), “Veri Zarflama Analizi Sürecinde Temel Bileşenler Analizinin Ayırım Gücünü Arttırıcı Etkisi”, *İstanbul Üniversitesi İşletme Fakültesi Dergisi*, 38(1): 66-83.

Yolalan, O. R. (1993), İşletmeler Arası Görel Etkinlik Ölçümü, No: 483, Milli Prodüktivite Merkezi Yayınları, Ankara.

EKLER

EK-1: CCR-VZA Modelleri

Girdiye Yönelik Model

Zarflamalı Model

Çarpan Modeli

$$E_k = \min \theta_k - \varepsilon \left(\sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{r=1}^s s_r^+ \right)$$

$$E_k = \max \sum_{r=1}^s \mu_r Y_{rk}$$

$$\sum_{j=1}^n X_{ij} \lambda_j + s_i^- = \theta X_{ik} \quad i = 1, \dots, m$$

$$\sum_{r=1}^s \mu_r Y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i X_{ij} \leq 0 \quad j = 1, \dots, n$$

$$\sum_{j=1}^n Y_{rj} \lambda_j - s_r^+ = Y_{rk} \quad r = 1, \dots, s$$

$$\sum_{i=1}^m v_i X_{ik} = 1$$

$$\lambda_j, s_r^+, s_i^- \geq 0 \quad \forall i, j, r$$

$$v_i, \mu_r \geq \varepsilon \quad i = 1, \dots, m; r = 1, \dots, s$$

Çıktıya Yönelik Model

Zarflamalı Model

Çarpan Modeli

$$E_k = \max \phi_k + \varepsilon \left(\sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{r=1}^s s_r^+ \right)$$

$$E_k = \min \sum_{i=1}^m v_i X_{ik}$$

$$\sum_{j=1}^n X_{ij} \lambda_j + s_i^- = X_{ik} \quad i = 1, \dots, m$$

$$\sum_{i=1}^m v_i X_{ij} - \sum_{r=1}^s \mu_r Y_{rj} \geq 0 \quad j = 1, \dots, n$$

$$\sum_{j=1}^n Y_{rj} \lambda_j - s_r^+ = \phi Y_{rk} \quad r = 1, \dots, s$$

$$\sum_{r=1}^s \mu_r Y_{rj} = 1$$

$$\lambda_j, s_r^+, s_i^- \geq 0 \quad \forall i, j, r$$

$$v_i, \mu_r \geq \varepsilon \quad i = 1, \dots, m; r = 1, \dots, s$$

Burada:

s : Üretilen çıktı faktörleri,

m : Kullanılan girdi faktörleri,

u_{rk} : k karar biriminin r' inci çıktıya verdiği ağırlık,

Y_{rk} : k karar biriminin ürettiği r' inci çıktı miktarı,

v_{ik} : k karar biriminin i' inci girdiye verdiği ağırlık,

X_{ik} : k karar biriminin kullandığı i' inci girdi miktarını gösterir.

E_k : k karar biriminin etkinlik değeri,

θ_k : [0, 1] aralığında değer alan ve etkinliği ölçülen k karar biriminin girdilerinin radyal olarak ne kadar azaltılabileceğini belirleyen büzülme katsayısı,

Aykut KARAKAYA

s_i^- : k karar biriminin i' inci girdisine ait VZA ile radyal olarak ölçülemeyen fakat azaltılması mümkün olan aylak değişken,

s_r^+ : k karar biriminin r' inci çıktısına ait VZA ile radyal olarak ölçülemeyen fakat artırılması mümkün olan aylak değişken,

λ_j : Gözlem kümesi içinde yer alan KVB' lerin aldığı yoğunluk değerleri,

ε : Herhangi bir pozitif reel sayıdan küçük bir sayıdır.

ϕ_k : Çıktıya ait genişleme katsayısı,

s_i^- : k karar biriminin i' inci girdisine ait aylak girdi vektörü,

s_r^+ : k karar biriminin r' inci çıktısına ait aylak çıktı vektörü,

λ_j : Gözlem kümesinde yer alan KVB' lerin yoğunluk değerleridir.

EK-2: BCC-VZA Modelleri

Girdiye Yönelik Model

Zarflama Modeli

Çarpan Modeli

$$E_k = \min \theta_k - \varepsilon \left(\sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{r=1}^s s_r^+ \right)$$

$$E_k = \max \sum_{r=1}^s \mu_r Y_{rk} - \mu_k$$

$$\sum_{j=1}^n X_{ij} \lambda_j + s_i^- = \theta X_{ik} \quad i = 1, \dots, m$$

$$\sum_{i=1}^m v_i X_{ik} = 1$$

$$\sum_{j=1}^n Y_{rj} \lambda_j - s_r^+ = Y_{rk} \quad r = 1, \dots, s$$

$$\sum_{r=1}^s \mu_r Y_{rj} - \mu_k - \sum_{i=1}^m v_i X_{ij} \leq 0 \quad j = 1, \dots, n$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$$

$$v_i, \mu_r \geq \varepsilon \quad i = 1, \dots, m; r = 1, \dots, s$$

$$\lambda_j, s_r^+, s_i^- \geq 0 \quad \forall i, j, r$$

$$v_i, \mu_r \geq \varepsilon \quad r = 1, \dots, s; i = 1, \dots, m$$

$$\theta_k \quad \text{SINIRSIZ}$$

$$\mu_k \quad \text{SINIRSIZ}$$

Çıktıya Yönelik Model

Zarflama Modeli

Çarpan Modeli

$$E_k = \max \phi_k + \varepsilon \left(\sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{r=1}^s s_r^+ \right)$$

$$E_k = \min \sum_{i=1}^m v_i X_{ik} - v_k$$

$$\sum_{j=1}^n X_{ij} \lambda_j + s_i^- = X_{ik} \quad i = 1, \dots, m$$

$$\sum_{i=1}^m v_i X_{ij} - v_k - \sum_{r=1}^s \mu_r Y_{rj} \geq 0 \quad j = 1, \dots, n$$

$$\begin{array}{lll}
 \sum_{j=1}^n Y_{rj} \lambda_j - s_r^+ = \phi Y_{rk} & r = 1, \dots, s & \sum_{r=1}^s \mu_{rk} Y_{rj} = 1 \\
 \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 & & v_i, \mu_r \geq \varepsilon \quad r = 1, \dots, s; i = 1, \dots, m \\
 \lambda_j, s_r^+, s_i^- \geq 0 & \forall i, j, r & v_k \text{ SIRSIZ}
 \end{array}$$

Burada:

s : Üretilen çıktı faktörleri,

m : Kullanılan girdi faktörleri,

u_{rk} : k karar biriminin r' inci çıktıya verdiği ağırlık,

Y_{rk} : k karar biriminin ürettiği r' inci çıktı miktarı,

v_{ik} : k karar biriminin i' inci girdiye verdiği ağırlık,

X_{ik} : k karar biriminin kullandığı i' inci girdi miktarını gösterir.

E_k : k karar biriminin etkinlik değeri,

θ_k : [0, 1] aralığında değer alan ve etkinliği ölçülen k karar biriminin girdilerinin radyal olarak ne kadar azaltılabileceğini belirleyen büzülme katsayısı,

s_i^- : k karar biriminin i' inci girdisine ait VZA ile radyal olarak ölçülemeyen fakat azaltılması mümkün olan aylak değişken,

s_r^+ : k karar biriminin r' inci çıktısına ait VZA ile radyal olarak ölçülemeyen fakat artırılması mümkün olan aylak değişken,

λ_j : Gözlem kümesi içinde yer alan KVB' lerin aldığı yoğunluk değerleri,

ε : Herhangi bir pozitif reel sayıdan küçük bir sayıdır.

ϕ_k : Çıktıya ait genişleme katsayısı,

s_i^- : k karar biriminin i' inci girdisine ait aylak girdi vektörü,

s_r^+ : k karar biriminin r' inci çıktısına ait aylak çıktı vektörü,

λ_j : Gözlem kümesinde yer alan KVB' lerin yoğunluk değerleridir.