

Tek Makineli Çizelgelemede Takım Değişikliği Durumunda Maksimum Gecikme Minimasyonu: Tamsayı Programlama Modeli

Cumhur YORGANCI, Tamer EREN

Kırıkkale Üniversitesi Endüstri Mühendisliği Bölümü, Ankara yolu 71451, Kırıkkale
cumhuryorganci@hotmail.com; teren@kku.edu.tr

Özet

Tek makineli çizelgeleme problemlerinde temel varsayımlardan biri makinelerin devamlı çalıştığıdır. Halbuki pratikte bakım, bozulma ve takım değiştirme gibi faaliyetlerden dolayı makinelerin kullanılmadığı zamanlar olabilmektedir. Bu çalışmada takım değiştirmeli tek makineli çizelgeleme problemi ele alınacaktır. Ele alınan problemin amaç fonksiyonu maksimum gecikmeyi minimize etmektir. NP-zor yapıda olan problemi çözmek için tamsayı programlama modeli geliştirilmiştir. Geliştirilen model örnek üzerinde uygulanmıştır.

Anahtar kelimeler: Tek makineli çizelgeleme, takım değişikliği, maksimum gecikme, tamsayı programlama.

Single Machine Scheduling with Tool Changes to Minimize Maximum Lateness: An Integer Programming Model

Abstract

In the classical problem of scheduling jobs on a single machine, the assumption is always made that the machine is continuously available. In practice however, we often encounter settings in which the machine may be unavailable for some period of time for different reasons, e.g., for preventive maintenance, breakdowns, or tool changes. In this study, we introduce a tool change into a single-machine scheduling problem. We consider the following objective function minimize to maximum lateness. An integer programming model are developed for problems which belongs to NP-hard class. Also the model is tested on an example.

Keywords: Single machine scheduling, tool change, maximum lateness, integer programming.

1. GİRİŞ

Çizelgeleme problemlerinde genellikle makinelerin çizelgeleme periyodu boyunca bozulmadığı varsayımına dayanır. Halbuki endüstriyel uygulamalarda çizelgeleme periyodu boyunca makinelere bakım, bozulma ve takım değiştirmeden dolayı da aksamalar meydana gelebilmektedir. Makineleri bekletmek dolayısı ile işin işlenmesini de beklenmesine yol açmaktadır. Bunun için üretim sisteminde bakım planlaması ve takım değiştirmeden dolayı üretim çizelgelemesi faaliyetlerine ihtiyaç duyulmaktadır[1-4]. Bu çalışmada da takım

yönetimi içinde yer alan takım değiştirme kısıtı altında işlerin çizelgelemesi amaçlanmıştır.

Takım yönetimi üretiminde önemli konulardan biridir. Gray vd. [5], ve Veeramani vd. [6] çalışmalarında etkin takım yönetimin olmamasının üretimde bazı sorunlara yol açtığını belirtmişlerdir. Takım yönetimi otomasyona dayanan üretim sistemlerinde atıl performans olarak gösterilmiş ve üzerinde durulmuştur. Tomek [7] ve Kouvelis [8] bu konuda benzer raporlar vererek takım masraflarının %25-30 değerinde üretim maliyetinde değişken maliyet olduğunu söylemektedir. Bu öneme rağmen çizelgeleme literatürü takım değiştirmenin etkisini dikkate alan çalışmalara daha az rastlanmaktadır[9]. Flanders ve Davis [10] esnek üretim sisteminde takım değiştirme problemini ele almışlardır. Basit sezgisel yöntemleri Simülasyon kullanarak uygulamışlardır. Gray v.d.,[5] bu konuda takım yükleme problemlerini doğrusal olmayan bütünleşik karışık programlama problemi olarak formüle etmiştir. Takım yönetimine genel bakış ve çözüm metodları Crama'[11] nın çalışmalarında verilmiştir. Takım yönetimi çalışmalarında maliyet şartları çizelgeleme kararlarıyla ilgili olduğunu ve modeller genellikle geçmiş endüstriyel deneyimlere dayalı olduğunu belirtmiştir. Aktürk v.d. [9,12] tek makineli çizelgeleme problemlerinde toplam tamamlanma zamanı problemini takım değişikliği kısıtı altında incelemişler ve matematiksel programlama modeli önermişlerdir. Ayrıca temel dağıtım kuralları ile sezgisel yöntemlerinin performanslarını karşılaştırmışlardır. Aktürk vd. [13] aynı problemi kontrol edilebilir işlem koşullarında ele almışlardır. 30 işe kadar optimal çözümleri bularak sezgisel yöntemler önermişlerdir. Chen ve Yang [14] Aktürk v.d. 2003[12] ile aynı problemi ele almışlar ve 4 alternatif model önermişlerdir. Chen [15] aynı problemi toplam gecikmeyi minimize etmek için iki tane tamsayı programlama modeli önermiş ve 15 işe kadar çözerek performanslarını karşılaştırmışlardır. Xu vd. [16] . maksimum tamamlanma zamanı problemini ele almışlar. Problemi çözmek için karışık tamsayı programlama modeli önermişlerdir.

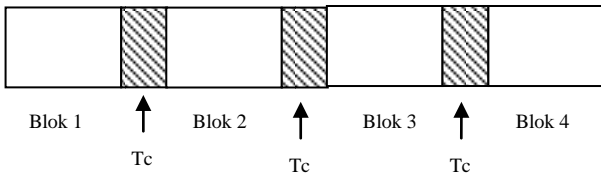
Yapılan literatür araştırmalarında tek makineli durumlarda takım değişikliği kısıtı altında maksimum

gecikme ölçütünün dikkate alındığı bir çalışmaya rastlanmamıştır. Bu çalışmada da tek makineli çizelgeleme problemlerinde takım değişikliği kısıtı altında maksimum gecikmeyi minimize etmek problemi incelenmiştir. Takım değişikliği kısıtı olmadan optimal sonuç veren (en erken teslim tarihi) EDD kuralının takım değişikliği kısıtı altında optimal çözümü garanti etmediği gösterilmiştir. Problemin optimal çözümlerini bulmak için tamsayılı programlama modeli önerilmiş ve 20 işli sayısal bir örnek üzerinde uygulanmıştır.

Çalışmanın planı şu şekildedir: Çalışmanın ikinci bölümünde ele alınan problem tanımlanacaktır. Üçüncü bölümde önerilen tamsayılı programlama modeli verilecektir. Dördüncü bölümde sayısal bir örnek üzerinde optimal çözüm ile EDD çözümleri karşılaştırılacaktır. Son bölüm olan beşinci bölümde ise yapılan çalışma değerlendirilecek ve gelecekte yapılabilecek çalışmalar hakkında bilgi verilecektir.

2. PROBLEMİN TANIMLANMASI

Problem tanımında notasyonlar ve önerilen tamsayılı programlama modeli Chen ve Yang [14]'ın çalışmasından uyarlanmıştır. Tek makede işlem görmek için hazır n tane iş vardır. Her bir çizelgeleme periyodunda makede kullanılan takımın T_L ömrü ve T_C kadarda takım değiştirme süresi vardır. İşler bölünemediği durumda, problemin amacı maksimum gecikmeyi minimize etmektir. Ele alınan problem $1/TC/L_{max}$ ile gösterilmektedir. Çizelgeleme periyodunda işlerin atandığı bloklar ve takım değiştirme süreleri Şekil 1'de verilmiştir[9].



Şekil 1. Çizelgenecek iş blokları ve takım değiştirme zamanları

3. TAMSAYILI PROGRAMLAMA MODELİ

Ele alınan takım değiştirme kısıtı altında maksimum gecikmeyi minimize etmek için tamsayılı programlama modeli önerilmiştir. Modelde kullanılan parametreler, karar değişkenleri ve matematiksel model aşağıda verilmiştir:

Parametreler

- j_i : i işinin numarası
- p_i : i işinin işlem süreleri
- d_i : Teslim tarihi
- L : Çok büyük bir sayı
- n : Aynı anda işleme hazır iş sayısı
- T_C : Takım değiştirme süresi
- T_L : Takım ömrü

Karar Değişkenleri

- s_i : i işinin en erken başlama zamanı
- c_i : i işinin en erken bitiş zamanı
- Z_{ij} : Eğer i işi j 'den önce gelirse 1; aksi halde 0
- L_{max} : Maksimum gecikme

Matematiksel Model

$$\text{Min } L_{max} \quad (1)$$

Kısıtlar

$$s_i + p_i = C_i \quad i = 1, 2, 3, \dots, n. \quad (2)$$

$$s_i + T_C = C_i \quad i = n+1, n+2, n+3, \dots, 2n-1. \quad (3)$$

$$C_i \leq s_j + L(1 - Z_{ij}) \quad 1 \leq i < j \leq 2n-1 \quad (4)$$

$$C_j \leq s_i + LZ_{ij} \quad 1 \leq i < j \leq 2n-1 \quad (5)$$

$$s_{n+1} \leq T_C \quad (6)$$

$$s_i \leq C_{i-1} + T_L \quad i = n+2, n+3, n+4, \dots, 2n-1. \quad (7)$$

$$L_{max} \geq C_i - d_i \quad i = 1, 2, 3, \dots, n. \quad (8)$$

$$s_i, C_i \geq 0 \quad i = 1, 2, 3, \dots, 2n-1 \quad (9)$$

$$Z_{ij} \in \{0, 1\} \quad 1 \leq i < j \leq 2n-1 \quad (10)$$

Kısıt (2), işin tamamlanma zamanını, Kısıt (3), takım değiştirme zamanını tanımlar. Kısıt (4) ve Kısıt (5), bir işin herhangi bir anda işleme zamanını ifade etmektedir. Bu durumda bu iki kısıttan biri seçilir. Bu iki durumdan biri elimine edilmesi Z_{ij} ve L 'ye bağlıdır. Kısıt (6) ve Kısıt (7), takım ömrünü belirtir. Kısıt(8), maksimum gecikmenin i . işin tamamlanma zamanı ve teslim tarihi arasındaki farktan büyük veya eşit olduğunu belirtmektedir. Kısıt (9) pozitif olma, Kısıt (10), Z_{ij} değişkenlerinin 0 ya da 1 değerini, alabileceğini belirtmektedir.

Önerilen tamsayılı programlama modeli $2n^2 - 3n + 1$, 0-1 değişken, $4n - 1$ sürekli değişken ve $4n^2 - 2n$ kısıtlıdır.

4. ÖRNEK UYGULAMA

Önerilen tamsayılı programlama modeli 20 işli bir örnek üzerinde uygulanacaktır. Örnek verilerinin işlem zamanları Aktürk vd. [9]'nin çalışmasından alınmıştır. İşlerin işlem zamanları ve teslim tarihleri birim süre olarak Tablo 1'de verilmiştir. Takım değiştirme süresi $T_C = 182$, ve takım ömrü $T_L = 108$ birim süredir. Sistemde aynı anda işlem görmek için hazır 20 tane iş vardır ve bu işlerin işlem süreleri sabittir. Ayrıca işlerin bölünemediği varsayılıyor. Problemin amacı takım değiştirme kısıtı altında maksimum gecikmeyi minimum yapacak sıralamayı bulmaktır.

Örnek problem, modellendiğinde 741 tanesi 0-1 olmak üzere toplam 820 değişken ve 1560 kısıttan oluşmaktadır.

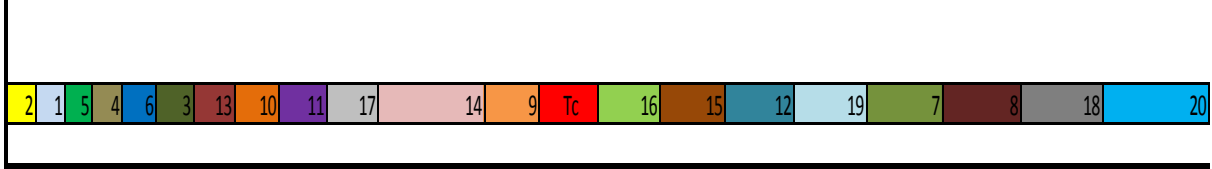
Problem GAMS 23.5 paket program ile çözüldüğünde bulunan optimal sıralama Şekil 2'de Gantt şemasında gösterilmiştir. Optimal çözümde 12. sıradaki iş olan 9 no'lu işten sonra takım değişikliği gerçekleşmiş ve maksimum gecikme $L_{max} = 349$ birim süre bulunmuştur.

Klasik durumda (takım değişikliği olmadığında) optimal çözümü veren en erken teslim tarihi (EDD) kuralı, takım

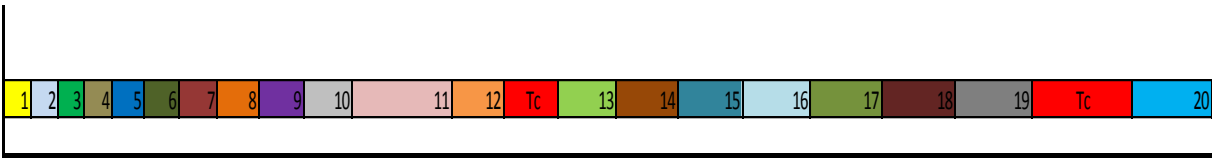
değişikliği olduğunda optimal çözümü garanti etmemektedir. Ele alınan problem EDD kuralına göre sıralama Şekil 3’de verilmektedir.

Tablo 1. Sayısal örnek verileri

j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
p_j	3	3	6	6	8	9	9	9	10	11	11	13	13	13	13	14	15	16	16	17
d_j	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40	42	44	46	48



Şekil 2. Optimal Gantt şeması



Şekil 3. EDD kuralı ile Gantt şeması

Şekil 3’deki Gantt şemasında görüldüğü gibi 12. sıradaki 12 no’lu iş ve 19. sıradaki 19 no’lu işlerden sonra iki defa takım değişikliği olmuş ve maksimum gecikme $L_{max} = 531$ birim süre olmuştur.

5. SONUÇ

Bu çalışmada takım değiştirme kısıtı altında tek makineli çizelgeleme problemi ele alınmıştır. Problemin amacı maksimum gecikmeyi minimize etmektir. Problemin optimal çözümünü bulmak için tamsayı programlama modeli geliştirilmiş ve geliştirilen model 20 işli bir örnek üzerinde uygulanmıştır. Ayrıca çalışmada klasik durumda optimal çözümü garanti eden EDD kuralının, takım değiştirme olmadığında optimal çözümü garanti etmediği gösterilmiştir.

Bundan sonraki çalışmalarda çok makineli; paralel, akış tipi atölye tipi vb. çalışmalarda da uygulanabileceği gibi, tek performans ölçütüyle birlikte çok ölçütlü çalışmalarında araştırmacılar tarafından ilgi çekeceği düşünülmektedir.

6. KAYNAKLAR

- [1] C.J. Liao, W.J. Chen, “Single-machine scheduling with periodic maintenance and nonresumable jobs”, *Computers & Operations Research*, 30, 1335–1347, 2003.
- [2] W.J. Chen, “An efficient algorithm for scheduling jobs on a machine with periodic maintenance”, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 34, 1173–1182, 2007
- [3] W.J. Chen, “Minimizing number of tardy jobs on a single machine subject to periodic maintenance”, *Omega* 37 (3), 591–599, 2009.
- [4] T. Eren, “Periyodik bakımlı çizelgeleme problemi”, *Yıldız Teknik Üniversitesi, 2. Ulusal Sistem Mühendisliği Kongresi, İstanbul, 361-364, 6-8 Şubat 2008.*
- [5] E. Gray, A. Seidmann, K.E. Stecke, A synthesis of decision models for tool management in automated manufacturing, *Management Science*, 39, 549–567, 1993.
- [6] D. Veeramani, D.M. Upton, M.M. Barash, “Cutting tool management in computer integrated manufacturing”, *International Journal of Flexible Manufacturing Systems*, 4, 237–265, 1992.
- [7] P. Tomek, “Tooling strategies related to FMS management”, *FMS Mag*, 5, 102–107, 1986.
- [8] P. Kouvelis, “An optimal tool selection procedure for the initial design phase of a flexible manufacturing system”, *European Journal of Operational Research*, 55, 201–210, 1991.
- [9] M.S. Akturk, J.B. Ghosh, E.D. Gunes, “Scheduling with tool changes to minimize total completion time: A study of heuristics and their performance”, *Naval Research Logistics*, 50, 15–30, 2003.
- [10] S.W. Flanders, W.J. Davis, “Scheduling a flexible manufacturing system with tooling constraints: An actual case study”, *Interfaces*, 25, 42–54, 1995.
- [11] Y. Crama, “Combinatorial optimization models for production scheduling in automated

- manufacturing systems”, Eur J Oper Res 99, 136–153, 1997.
- [12] M.S. Akturk, J.B. Ghosh, E. D. Gunes, “Scheduling with tool changes to minimize total completion time: Basic results and SPT performance”, European Journal of Operational Research, 157, 784-790, 2004.
- [13] M.S. Akturk, J.B. Ghosh, R.K. Kayan, “Scheduling with tool changes to minimize total completion time under controllable machining conditions”, Computers & Operations Research, 34, 2130–2146, 2007.
- [14] J.S. Chen, J.S. Yang, “Alternative Models for Solving Single-Machine Scheduling with Tool Changes”, Information and Management Sciences, 18 (3), 283-297, 2007.
- [15] J.S. Chen, “Optimization models for the tool change scheduling problem”, Omega 36, 888 – 894, 2008.
- [16] D. Xu, M. Liu, Y. Yin, J. Hao, “Scheduling tool changes and special jobs on a single machine to minimize makespan”, Omega, in press, 2012.