

	<b>SAKARYA ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ DERGİSİ</b> <i>SAKARYA UNIVERSITY JOURNAL OF SCIENCE</i>		
	<b>e-ISSN: 2147-835X</b> <b>Dergi sayfası: <a href="http://www.saujs.sakarya.edu.tr">http://www.saujs.sakarya.edu.tr</a></b>		
	<u>Geliş/Received</u> 06-03-2017 <u>Kabul/Accepted</u> 10-10-2017	<u>Doi</u> 10.16984/saufenbilder.296446	

## Asimetrik üç serbestlik dereceli bir düzlemsel paralel robot mekanizmasının kinematik analizi

Metin Toz <sup>\*1</sup>

### ÖZ

Bu çalışmada üç Serbestlik Derecesine (SD) sahip bir düzlemsel paralel robot mekanizmasının kinematik analizi gerçekleştirilmiştir. Seçilen mekanizmanın diğer düzlemsel mekanizmalardan farkı asimetrik bacak yapısına sahip olmasıdır. Asimetrik yapıyı elde etmek için 3-RPR (R:Dönel eklem, P: Aktif prizmatik eklem) yapısındaki simetrik bir düzlemsel robot mekanizmasının bir bacağı RRR (R: Aktif dönel eklem) tipi bacak ile değiştirilmiş ve bu sayede RPR2RRR1 adını verdiğimiz asimetrik düzlemsel paralel robot mekanizması elde edilmiştir. Bu mekanizma için ters kinematik, Jacobian matrisi ve tekil noktalardan bağımsız çalışma uzayı analizi ile ilgili hesaplamalar gerçekleştirilmiştir. Ayrıca bu mekanizmanın performansı simetrik düzlemsel bir paralel robot mekanizması olan 3-RPR mekanizması ile karşılaştırılmıştır. Elde edilen sonuçlara göre önerilen mekanizmanın çalışma uzayının hem uç işlevci tarafından ulaşılabilen nokta sayısı hem de yönelim açısının sınır değerleri yönünden 3-RPR mekanizmasından daha iyi olduğu gösterilmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** düzlemsel paralel robot mekanizmaları, 3 SD, kinematik analiz, çalışma uzayı analizi

### Kinematic analysis of a 3-DOF asymmetrical planar parallel robot mechanism

#### ABSTRACT

In this study, kinematic analysis of a planar parallel robot mechanism with three degrees of freedom (DOF) was performed. The difference of the selected mechanism from the other planar mechanisms is that it has an asymmetric leg structure. In order to provide the asymmetry, a leg of 3-RPR (R: Revolute joint, P: Active prismatic joint) symmetrical planar robot mechanism was replaced by a RRR (R: Active revolute joint) type leg and the asymmetrical planar parallel robot named RPR2RRR1 mechanism has been obtained. Inverse kinematics, Jacobian matrix and singularity free workspace analysis were performed for the proposed mechanism. In addition, the performance of this mechanism is compared with the 3-RPR mechanism, which is a symmetric planar parallel robot mechanism. According to the obtained results, it has been shown that the workspace of the proposed mechanism is better than the 3-RPR mechanism in terms of both the number of points that can be reached by the end-effector and the limit values of the orientation angle.

**Keywords:** planar parallel robot mechanisms, 3 DOF, kinematic analysis, workspace analysis

\* Sorumlu Yazar/Corresponding Author

<sup>1</sup> Düzce Üniversitesi, Teknoloji Fakültesi, Bilgisayar Mühendisliği, Duzce-metintoz@duzce.edu.tr

## 1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Günümüz üretim teknolojisindeki hızlı gelişim bu teknolojilerde kullanılan robotlarda da gittikçe artan bir düzeyde yüksek hassasiyet ve konumlanma yeteneklerinin gerekliliğine sebep olmaktadır. Bu durum son yıllarda üretimin hemen her alanında kullanılan seri robot mekanizmalarının yerine paralel robot mekanizmalarının kullanımı düşüncesine sebep olmuştur. Bunun nedeni paralel robot mekanizmalarının seri robotlardan daha yüksek konumlanma hassasiyeti, kuvvet uygulama yeteneği (dexterity) ve kaldırabileceği yük / kendi kütlesi oranına sahip olmalarıdır [1]. Paralel robot mekanizmaları son yıllarda seri robotlara olan üstünlükleri nedeniyle hem akademik camiada hem de endüstride oldukça sık tercih edilen robot mekanizmaları olmuşlardır. Ancak bu mekanizmaların seri robotlara göre sahip oldukları avantajların yanında bazı önemli dezavantajları da vardır. Bunların başında bu mekanizmaların tasarım ve kinematik analiz güçlükleri gelmektedir. Seri robot mekanizmaları için söz konusu olan tasarım kolaylığı ve çalışma uzayı genişliği paralel robot mekanizmaları için geçerli değildir. Paralel robot mekanizmaları genel olarak bir temel çerçeve ve bir uç işlevci çerçevesinin birden fazla robot kolunun kullanılması ile birbirine bağlanması şeklinde tasarlanırlar [2]. Bu durum hem benzer amaçlar için kullanılacak muhtemel paralel robot mekanizma tasarımı sayısını arttırmakta hem de mekanizma tasarımını zorlaştırmaktadır. Örneğin Gao ve ark. [3] çalışmalarında muhtemel 6 SD'li paralel robot mekanizma sayısının 3850 olduğunu belirtmişlerdir. Toz ve Küçük [2] ise çalışmalarında bu sayıyı azaltmak için iki temel kısıt tanımlamış ve sayıyı 195'e düşürmüşlerdir. Paralel robot mekanizmaları ayrıca tasarım özelliklerine göre de temel olarak simetrik ve asimetrik paralel robot mekanizmaları olmak üzere iki sınıfa ayrılmaktadırlar. Buna göre bir mekanizmanın simetrik olabilmesi için şu şartları sağlaması gerekir [4]: (i) mekanizmanın bacak sayısı mekanizmanın SD'ne eşit olmalıdır, (ii) her bir bacakdaki eklem tip ve sıralamaları aynı olmalıdır ve (iii) her bir bacak aynı tip eyleyiciye sahip olmalıdır. Bu şartları sağlamayan mekanizmalara asimetrik paralel robot mekanizmaları denir. Simetrik mekanizmaların tasarım, kontrol ve üretimi asimetrik olanlara göre çok daha kolaydır. Ancak asimetrik mekanizma

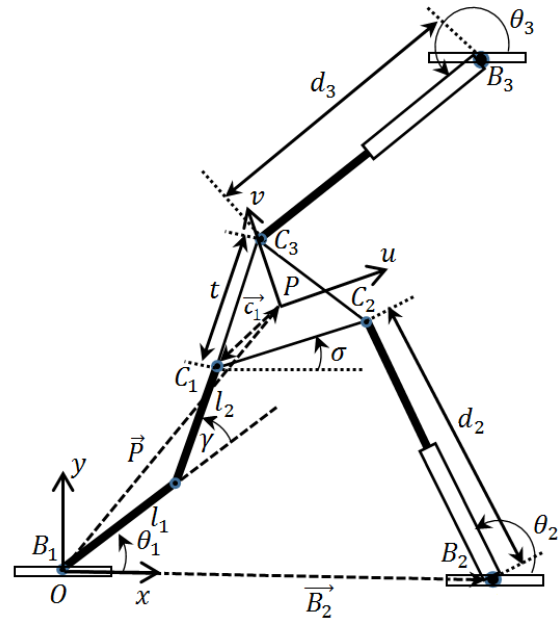
tasarımı da farklı yapıdaki bacaklar kullanılarak gerçekleştirildiği için bu farklı bacak yapılarının avantaj/dezavantajlarını birleştirme ve daha iyi performansa sahip yeni mekanizmalar ortaya çıkarma ihtimali her zaman vardır. Literatürde yer alan bazı asimetrik paralel robot mekanizmaları için [1] [2] [5] [6] [7] [8] [9] [10] de yer alan çalışmalara bakılabilir. Bunların dışında paralel robot mekanizmaları iki temel sınıf halinde de değerlendirilebilmektedir. Bunlar uzaysal (spatial) ve düzlemsel (planar) paralel robot mekanizmalarıdır [11]. Uzaysal paralel robot mekanizmaları 3-6 arasında değişen SD'ne sahip mekanizmalardır ve sahip oldukları SD'ne göre üç boyutlu uzayda hem dönme hem de öteleme hareketi gerçekleştirebilmektedirler [11]. Düzlemsel paralel robot mekanizmaları ise paralel robot mekanizmalarının üç SD ne sahip bir türüdür. Bu mekanizmalar temel çerçeve ile uç işlevci platformunun üç kinematik zincir ile birbirine bağlanması ile elde edilmektedirler [12]. Bu robot mekanizmalarının uç işlevci platformları iki boyutlu bir düzlemde konum değiştirirken aynı zamanda bu düzleme dik bir eksen boyunca yönelim değiştirebilmektedir [13]. Bu mekanizmaların en çok bilinenleri simetrik yapıdaki 3-RRR (R:Dönel Eklem, R: Aktif Dönel Eklem) ile 3-RPR (P: Aktif Prizmatik Eklem) tipi düzlemsel paralel robot mekanizmalarıdır. Her iki mekanizmanın tasarımı ve performans değerlendirmesi ile ilgili olarak literatürde birçok çalışma yapılmıştır. Chandra ve Rolland [14], çalışmalarında 3-RPR tipi düzlemsel paralel robot mekanizmasının ileri kinematik problem çözümünü Genetik Algoritma ve Benzetilmiş Tavlama gibi bazı meta-sezgisel optimizasyon algoritmalarını hibrit bir şekilde kullanarak gerçekleştirmişlerdir. Caro ve arkadaşları [15], 3-RPR mekanizmalarının hassasiyeti (sensitivity) ile ilgili gerçekleştirdikleri çalışmalarında iki farklı hassasiyet indisi tanımlamışlar ve ayrıca bu mekanizmaların çalışma uzayı, hassasiyet ve kuvvet uygulama yeteneği (dexterity) ne göre karşılaştırılabilmesi için bir metod önermişlerdir. Jiang ve Gosselin [16], çalışmalarında 3-RPR tipi mekanizmaların tekil nokta analizlerini yapmışlar ve sonuç olarak temel çerçeve ve uç işlevci platformlarının eşkenar üçgen olduğu tasarımlarda maximum tekil noktadan bağımsız çalışma uzayı elde edildiğini göstermişlerdir. Varedi-Koulaei ve arkadaşları [17], dönel eklemlerin kendi yapısındaki boşlukların (joint-clearance) 3-RRR tipi mekanizmaların performansı üzerindeki etkilerini incelemişler ve mekanizmaların

performansını arttırmak için bacakların uzunluklarını ve kütle merkezlerinin yerlerini esas alan bir optimizasyon gerçekleştirmişlerdir. Cervantes-Sánchez [18] ve arkadaşları, 3-RRR tipi paralel robot mekanizmaları için homojen yapıda bir Jacobian matrisi elde edilmesini sağlayan bir yöntem ve mekanizma hızını arttırmak için bir optimizasyon prosedürü önermişlerdir. Küçük [19] ise çalışmasında 3-RRR tipi mekanizmaların eyleyici güç tüketimlerini optimize etmiştir. Bunun için optimum bağ uzunluklarını ve platform kütlelerini hesaplamıştır.

Bu çalışmada literatürde yer alan simetrik mekanizmalardan farklı olarak, 3-RPR yapısındaki simetrik bir düzlemsel robot mekanizmasının bir bacağı RRR tipi bacak ile değiştirilmiş ve bu sayede RPR2RRR1 adını verdiğimiz asimetrik düzlemsel paralel robot mekanizması elde edilmiştir. Bu mekanizma için ters kinematik, Jacobian matrisi ve çalışma uzayı analizi ile ilgili hesaplamalar gerçekleştirilmiştir. Yapılan bacak değişikliğinin mekanizmanın çalışma uzayına katkısını değerlendirebilmek için örnek bir tasarım gerçekleştirilmiş ve bu mekanizmanın çalışma uzayı aynı parametrelerle tasarlanmış 3-RPR tipi bir mekanizma ile karşılaştırılmıştır. Makalenin devamı şu şekilde organize edilmiştir. İkinci bölümde önerilen mekanizmanın tasarımı, bu mekanizma için ters kinematik analiz, Jacobian matrisi ve tekil noktalardan bağımsız çalışma uzayı analizi gerçekleştirilmiştir. Üçüncü bölümde örnek bir tasarım yapılmış ve mekanizmanın performansı değerlendirilmiştir. Dördüncü bölümde ise çalışmada elde edilen sonuçlar özetlenmiştir.

## 2. ÜÇ SD'Lİ RPR2RRR1 TİPİ DÜZLEMSEL ASİMETRİK PARALEL ROBOT MEKANİZMASI (RPR2RR1 TYPE ASYMMETRICAL 3-DOF PLANAR PARALLEL ROBOT MECHANISM)

Seçilen mekanizma simetrik üç serbestlik dereceli bir mekanizma olan 3-RPR mekanizmasının bir bacağına yerine RRR tipi bir bacak yerleştirilmesi ile elde edilmiştir (Şekil 1).



Şekil 1. Üç SD'li RPR2RRR1 tipi düzlemsel paralel robot mekanizması (3-DOF RPR2RRR1 type planar parallel robot mechanism)

Şekilde mekanizmanın temel çerçevesini  $B_1, B_2,$  ve  $B_3$  noktaları oluştururken uç işlevci platformu ise  $C_1, C_2$  ve  $C_3$  noktalarının oluşturduğu eşkenar üçgensel platformdur. Mekanizmanın kinematik analizinin yapılabilmesi için  $B_1$  noktasına bir  $O(x,y)$  koordinat sistemi, uç işlevci platformuna ise bir  $P(u,v)$  koordinat sistemi yerleştirilmiştir. Bu koordinat sistemlerinin yönelimleri arasında mekanizma düzlemine dik bir z eksenine göre  $\sigma$  açısı kadar bir fark vardır. Buna göre  $O$  ve  $P$  koordinat sistemleri arasındaki yönelim matrisi şu şekilde yazılabilir.

$$R = \begin{bmatrix} \cos \sigma & -\sin \sigma \\ \sin \sigma & \cos \sigma \end{bmatrix} \quad (1)$$

Mekanizmanın  $B_2-C_2$  ve  $B_3-C_3$  noktaları arası RPR tipi bacaklarla birbirine bağlanmıştır. Bu bacakların uç kısımlarında yer alan dönel eklemler pasif geriye kalan prizmatik eklemler ise aktiftir. Buna göre bu bacaklar için eklemler değişkenleri sırasıyla,  $d_2$  ve  $d_3$  bacak uzunluklarıdır. Mekanizmaya asimetrik özellik katan diğer bacak ise  $B_1-C_1$  noktaları arasına bağlanmış olan RRR tipi baktır. Bu baktaki ilk dönel eklemler aktif, diğer eklemler ise pasiftir. Buna göre bu bacak için eklemler değişkeni ise  $\theta_1$  eklemler açılarıdır. Şekil üzerinde yer alan diğer değişkenler ise sırasıyla şu şekilde ifade edilebilirler.  $\gamma, \theta_2, \theta_3$  sırasıyla birinci, ikinci ve üçüncü bacaklardaki pasif eklemler açılarıdır.  $l_1$  ve  $l_2$  ilk bacağı oluşturan bölümlerin uzunlukları  $t$  ise uç işlevci platformunu oluşturan üçgensel bölgenin bir kenarının uzunluğudur. Son olarak  $\vec{B}_2$  ve  $\vec{P}$  vektörleri sırasıyla  $B_2$  ve  $P$  noktalarının  $O$  koordinat sistemine göre konum

vektörleri,  $\vec{c}_1$  ise  $C_1$  noktasının  $P$  koordinat sistemine göre olan konum vektörüdür.

## 2.1. Ters Kinematik Analiz (Inverse Kinematic Analysis)

Mekanizmanın ters kinematik analizinin yapılması için verilecek uç işlevci konum ve yönelim bilgileri kullanılarak her bir eklemdaki aktif bacak değişkenlerinin değerlerinin hesaplanması gerekir. Buna göre ilk olarak ikinci ve üçüncü bacaklar için aşağıdaki eşitlikler kolayca yazılabilir.

$$\vec{P} + R\vec{c}_2 = \vec{B}_2 + \vec{d}_2 \quad (2)$$

$$\vec{P} + R\vec{c}_3 = \vec{B}_3 + \vec{d}_3 \quad (3)$$

Denklemlerde  $\vec{c}_2$  ve  $\vec{c}_3$ , sırasıyla  $C_2$  ve  $C_3$  noktalarının  $P$  koordinat sistemine göre konumu,  $\vec{d}_2$  ve  $\vec{d}_3$  ise sırasıyla ikinci ve üçüncü bacak boyunca uzanan bacak vektörleridir ve bu vektörler  $O$  koordinat sistemine göre tanımlanmışlardır. Son olarak  $\vec{B}_2$  ve  $\vec{B}_3$  vektörleri de  $B_2$  ve  $B_3$  noktalarının  $O$  koordinat sistemine göre konum vektörüdür. Denklem 2 ve 3'te yer alan  $\vec{d}_2$  ve  $\vec{d}_3$  vektörlerinin uzunluklarının bulunması ters kinematik için yeterlidir. Buna göre ilk olarak Denklem 2 şu şekilde açık olarak yazılabilir.

$$P_x + \cos(\sigma) c_{2x} - \sin(\sigma) c_{2y} - B_{2x} = d_2 \cos(\theta_2) \quad (4)$$

$$P_y + \sin(\sigma) c_{2x} + \cos(\sigma) c_{2y} - B_{2y} = d_2 \sin(\theta_2) \quad (5)$$

Denklemlerde  $P_x, P_y$  ve  $B_{2x}, B_{2y}$  sırasıyla  $\vec{P}$  ve  $\vec{B}_2$  vektörlerinin  $x$  ve  $y$  eksenlerindeki bileşenleri,  $c_{2x}$  ve  $c_{2y}$  ise  $\vec{c}_2$  vektörünün  $u$  ve  $v$  eksenlerindeki bileşenleridir. Son olarak  $d_2$  ise  $\vec{d}_2$  vektörünün uzunluğudur (normudur). Bu denklemler daha basit şekilde aşağıdaki gibi yazılabilirler.

$$A_x = d_2 \cos(\theta_2) \quad (6)$$

$$A_y = d_2 \sin(\theta_2) \quad (7)$$

Denklemlerde;  $A_x = P_x + \cos(\sigma) c_{2x} - \sin(\sigma) c_{2y} - B_{2x}$  ve  $A_y = P_y + \sin(\sigma) c_{2x} + \cos(\sigma) c_{2y} - B_{2y}$  dir.  $d_2$  uzunluğunu bulmak için bu iki denklemin kareleri alınıp toplanırsa aşağıdaki eşitlik elde edilir;

$$d_2^2 = A_x^2 + A_y^2 \quad (8)$$

Elde edilen bu denklem bilinmeyen pasif eklem açısı  $\theta_2$  içermez ve  $d_2$  için çözüm yapılırsa biri pozitif diğeri negatif iki kök elde edilecektir. Sonuç olarak uzunluk negatif olamayacağı için  $d_2$  bu denklemin pozitif kökü olacaktır. Aynı işlemler

Denklem 3 için yapılırsa aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$d_3^2 = D_x^2 + D_y^2 \quad (9)$$

Denklemlerde  $D_x = P_x + \cos(\sigma) c_{3x} - \sin(\sigma) c_{3y} - B_{3x}$  ve  $D_y = P_y + \sin(\sigma) c_{3x} + \cos(\sigma) c_{3y} - B_{3y}$ . Denklemlerde  $B_{3x}$  ve  $B_{3y}$  sırasıyla  $\vec{B}_3$  vektörünün  $x$  ve  $y$  eksenlerindeki bileşenleri,  $c_{3x}$  ve  $c_{3y}$  ise  $\vec{c}_3$  vektörünün  $u$  ve  $v$  eksenlerindeki bileşenleridir. Mekanizmanın birinci bacağının ters kinematik analizi için ise aşağıdaki eşitlik yazılabilir.

$$\vec{P} + R\vec{c}_1 = l_1[\cos \theta_1 \sin \theta_1]^T + l_2[\cos(\theta_1 + \gamma) \sin(\theta_1 + \gamma)]^T \quad (10)$$

Denklemlerde  $T$ , matris devriğini ifade etmektedir. Bu denklem kullanılarak aktif eklem değişkeni olan  $\theta_1$  değişkeni hesaplanmalıdır. Bunun için ilk olarak bu denklem açık formda aşağıdaki gibi iki ayrı denklem olarak yazılabilir.

$$P_x + \cos(\sigma) c_{1x} - \sin(\sigma) c_{1y} = l_1 \cos(\theta_1) + l_2 \cos(\theta_1 + \gamma) \quad (11)$$

$$P_y + \sin(\sigma) c_{1x} + \cos(\sigma) c_{1y} = l_1 \sin(\theta_1) + l_2 \sin(\theta_1 + \gamma) \quad (12)$$

Denklemlerde  $c_{1x}$  ve  $c_{1y}$   $\vec{c}_1$  vektörünün  $u$  ve  $v$  eksenlerindeki bileşenleridir. Bu denklemler daha basit şekilde aşağıdaki gibi yazılabilirler.

$$E - l_1 \cos(\theta_1) = l_2 \cos(\theta_1 + \gamma) \quad (13)$$

$$F - l_1 \sin(\theta_1) = l_2 \sin(\theta_1 + \gamma) \quad (14)$$

Denklemlerde  $E = P_x + \cos(\sigma) c_{1x} - \sin(\sigma) c_{1y}$  ve  $F = P_y + \sin(\sigma) c_{1x} + \cos(\sigma) c_{1y}$  dir. Bu denklemlerde pasif eklem değişkeni olan  $\gamma$  açısından kurtulmak için her iki denklemin kareleri alınıp toplanırsa aşağıdaki eşitlik elde edilir.

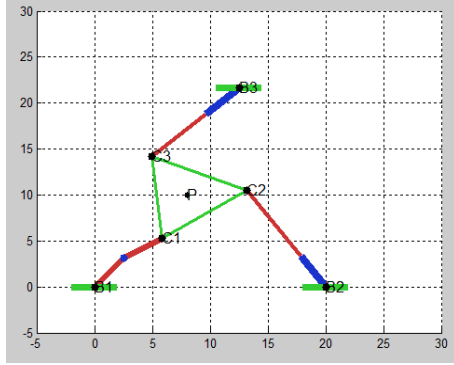
$$E^2 + F^2 - 2l_1(E \cos(\theta_1) + F \sin(\theta_1)) + l_1^2 = l_2^2 \\ \Rightarrow E \cos(\theta_1) + F \sin(\theta_1) = \frac{E^2 + F^2 + l_1^2 - l_2^2}{2l_1} \quad (15)$$

Denklem 15 sadece bir bilinmeyene ( $\theta_1$ ) bağlı bir denklemdir ve bu denklemden  $\theta_1$  ters tanjant formülü kullanılarak aşağıdaki gibi yazılabilir.

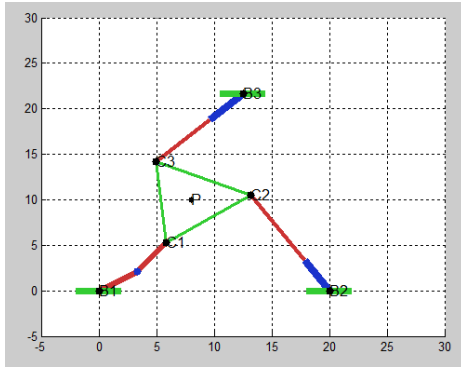
$$\theta_1 = \text{atan2}(F, E) + \text{atan2}\left(\frac{\pm \sqrt{F^2 + E^2 - \left(\frac{E^2 + F^2 + l_1^2 - l_2^2}{2l_1}\right)^2}}{\frac{E^2 + F^2 + l_1^2 - l_2^2}{2l_1}}\right) \quad (16)$$

Denklem 16'ye göre mekanizmanın bir uç işlevci konum ve yönelim bilgisi için iki ayrı  $\theta_1$  çözümü olduğu görülmektedir. Bu durum mekanizmanın

iki ayrı çalışma modu (workin mode) olduğunu ifade etmektedir. Bu durumu fiziksel olarak gösterebilmek için mekanizmanın aynı uç işlevci konum ve yönelimi için iki ayrı çözümü Şekil 2’de sunulmuştur. Şekilde görüldüğü gibi aynı uç işlevci konumuna iki ayrı  $\theta_1$  çözümü ile ulaşmak mümkündür.



(a)



(b)

Şekil 2: Aynı uç işlevci konum ve yönelimi için iki ayrı  $\theta_1$  çözümü (Two different solution of  $\theta_1$  for the same end-effector position)

## 2.2. Jacobian Matrisi (Jacobian Matrix)

Jacobian matrisi paralel robot mekanizmalarının kontrolü, performans analizi, çalışma uzayı analizi, tekil nokta analizi gibi değerlendirilme süreçlerinde hesaplanması gereken en önemli parametrelerden biridir. Bu matris mekanizmanın aktif eklem değişkenlerinin hızları ile uç işlevci platformunun hızları arasındaki ilişkiyi sağlayan matristir ve mekanizmanın konum denklemlerinin zamana göre türevi alınarak hesaplanır. Buna göre; RPR2RRR1 tipi paralel robot mekanizmasının Jacobian matrisi için aşağıdaki eşitlik yazılabilir.

$$K \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{d}_2 \\ \dot{d}_3 \end{bmatrix} = J \begin{bmatrix} \dot{P}_x \\ \dot{P}_y \\ \dot{\sigma} \end{bmatrix} \quad (17)$$

Denklemden  $\dot{\theta}_1$ ,  $\dot{d}_2$ ,  $\dot{d}_3$  sırasıyla, birinci, ikinci ve üçüncü eklem değişkenlerinin hız ifadeleri,  $J$  ve  $K$  mekanizma için hesaplanan iki ayrı jakobiyen

matrisleri,  $\dot{P}_x$ ,  $\dot{P}_y$  ve  $\dot{\sigma}$  ise sırasıyla uç işlevcinin  $x$  ve  $y$  eksenlerindeki doğrusal hız bileşenleri ile mekanizma düzlemine dik dönme eksenine göre olan açısal hız bileşenidir. Jacobiyen matrislerini elde etmek için ilk olarak Denklem 15’in zamana göre türevini alınır;

$$\begin{aligned} \dot{E} \cos(\theta_1) - E \sin(\theta_1) \dot{\theta}_1 + \dot{F} \sin(\theta_1) + \\ F \cos(\theta_1) \dot{\theta}_1 = \frac{2E\dot{E} + 2F\dot{F}}{2l_1} \end{aligned} \quad (18)$$

Olur. Denklemden  $\dot{\theta}_1$  ifadesi birinci mertebeden türev anlamına gelmektedir. Denklemden yer alan  $\dot{E}$  ve  $\dot{F}$  aşağıdaki gibi hesaplanabilir;

$$\dot{E} = \dot{P}_x - \sin(\sigma) \dot{\sigma} c_{1x} - \cos(\sigma) \dot{\sigma} c_{1y} \quad (19)$$

$$\dot{F} = \dot{P}_y + \cos(\sigma) \dot{\sigma} c_{1x} - \sin(\sigma) \dot{\sigma} c_{1y} \quad (20)$$

Bu ifadeler Denklem 18’de yerine yazılır ve denklem yeniden düzenlenirse  $\dot{\theta}_1$  aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_1 l_1 (F \cos(\theta_1) - E \sin(\theta_1)) = \dot{P}_x (E - l_1 \cos(\theta_1)) + \\ \dot{P}_y (F - l_1 \sin(\theta_1)) + \dot{\sigma} \left( (F - l_1 \sin(\theta_1)) (\cos \sigma c_{1x} - \sin(\sigma) c_{1y}) - (E - l_1 \cos(\theta_1)) (c_{1x} \sin(\sigma) + c_{1y} \cos \sigma) \right) \end{aligned} \quad (21)$$

Prizmatik eklem değişkenlerine ait hız ifadeleri için Denklemler 8 ve 9 un türevleri alınmalıdır. İki denklem eş olduğu için sadece Denklem 8 ‘in türevi alınması ve elde edilen sonucun iki bacak için de uygulanması mümkündür. Buna göre Denklem 8 in zamana göre türevi aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$2d_2 \dot{d}_2 = 2A_x \dot{A}_x + 2A_y \dot{A}_y \quad (22)$$

Denklemden yer alan  $\dot{A}_x$  ve  $\dot{A}_y$  aşağıdaki gibi hesaplanabilir;

$$\dot{A}_x = \dot{P}_x - \sin(\sigma) \dot{\sigma} c_{2x} - \cos(\sigma) \dot{\sigma} c_{2y} \quad (23)$$

$$\dot{A}_y = \dot{P}_y + \cos(\sigma) \dot{\sigma} c_{2x} - \sin(\sigma) \dot{\sigma} c_{2y} \quad (24)$$

Bu ifadeler Denklem 22’de yerine yazılır ve denklem yeniden düzenlenirse  $\dot{d}_2$  aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\dot{d}_2 d_2 = A_x \dot{P}_x + A_y \dot{P}_y - \dot{\sigma} \left( A_x (\sin(\sigma) c_{2x} + \cos(\sigma) c_{2y}) + A_y (\sin(\sigma) c_{2y} - \cos(\sigma) c_{2x}) \right) \quad (25)$$

Aynı şekilde  $\dot{d}_3$  şu şekilde elde edilir.

$$\dot{d}_3 d_3 = D_x \dot{P}_x + D_y \dot{P}_y - \dot{\sigma} \left( D_x (\sin(\sigma) c_{3x} + \cos(\sigma) c_{3y}) + D_y (\sin(\sigma) c_{3y} - \cos(\sigma) c_{3x}) \right) \quad (26)$$

Sonuç olarak mekanizmaya ait  $K$  ve  $J$  matrisleri Denklemler 21, 25 ve 26 kullanılarak aşağıdaki gibi yazılır.

$$K = \begin{bmatrix} l_1(F \cos(\theta_1) - E \sin(\theta_1)) & 0 & 0 \\ 0 & d_2 & 0 \\ 0 & 0 & d_3 \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$J = \begin{bmatrix} E - l_1 \cos(\theta_1) & F - l_1 \sin(\theta_1) & J_{13} \\ A_x & A_y & J_{23} \\ D_x & D_y & J_{33} \end{bmatrix} \quad (26)$$

Denklemden,  $J_{13} = (F - l_1 \sin(\theta_1))(\cos \sigma c_{1x} - \sin(\sigma) c_{1y}) - (E - l_1 \cos(\theta_1))(c_{1x} \sin(\sigma) + c_{1y} \cos \sigma)$ ,  $J_{23} = -A_x(\sin(\sigma) c_{2x} + \cos(\sigma) c_{2y}) + A_y(\cos(\sigma) c_{2x} - \sin(\sigma) c_{2y})$  ve  $J_{33} = -D_x(\sin(\sigma) c_{3x} + \cos(\sigma) c_{3y}) + D_y(\cos(\sigma) c_{3x} - \sin(\sigma) c_{3y})$  şeklindedir.

### 2.3. Tekil Noktalardan Bağımsız Çalışma Uzayı Analizi (Singularity Free Workspace Analysis)

Paralel robot mekanizmalarının seri robotlara olan birçok üstünlüklerinin yanında bazı önemli dezavantajları da bulunmaktadır. Bunlardan en önemlisi küçük ve parçalı çalışma uzayına sahip olmalarıdır. Çalışma uzayı kısaca mekanizmanın uç işlevcinin ulaşabileceği tüm noktalar olarak tanımlanabilir. Ancak bir robot mekanizmasının çalışma alanı (fiziksel olarak ulaşılacak alan) içerisinde yer alıp da mekanizmanın geometrik özellikleri nedeniyle ulaşamadığı bazı noktalar vardır ki bu noktalara tekil noktalar denir. Tam bir çalışma uzayı analizi için bu tekil noktaların göz önünde bulundurulması gerekir.

Bir paralel robot mekanizmasının tekil noktaları Jacobian matrislerinin tekil olup olmaması ile ilgilidir. Buna göre herhangi bir uç işlevci konumu için J ve K matrislerinden herhangi birinin veya her ikisinin tekil olması durumunda o nokta tekil nokta olarak kabul edilir [11]. Buna göre seçilen mekanizma için üç farklı tekil nokta tanımlanabilir.

$$\det(J) = 0 \text{ ve } \det(K) \neq 0 \quad (27)$$

$$\det(J) \neq 0 \text{ ve } \det(K) = 0 \quad (28)$$

$$\det(J) = 0 \text{ ve } \det(K) = 0 \quad (29)$$

Denklemlerde  $\det(\ )$  ifadesi matris determinantı demektir. Sonuç olarak mekanizmanın seçilen bir uç işlevci konumu için bu üç ifadeden herhangi birisinin veya daha fazlasının sağlanması durumunda o nokta mekanizma için bir tekil noktadır.

### 3. ÖRNEK TASARIM VE ÇALIŞMA UZAYI ANALİZİ (SAMPLE DESIGN AND WORKSPACE ANALYSIS)

Bu çalışmada önerilen mekanizmanın çalışma uzayı analizini yapmak için örnek bir mekanizmaya ait tasarım verileri Tablo 1 de sunulmuştur.

Tablo 1. Örnek mekanizma tasarım verileri (Sample mechanism design parameters)

Temel Çerçeve Koordinatları (cm)			Bacak Uzunlukları ve Sınırları (cm)			
	x	y	$l_1$	$l_2$	$d_2$ ve $d_3$ için alt sınır ( $d_{min}$ )	$d_2$ ve $d_3$ için üst sınır ( $d_{max}$ )
B <sub>1</sub>	0	0	8	8	8	15
B <sub>2</sub>	20	0	Yönelim açısı ( $\sigma$ ) sınırları (radyan)			Uç işlevci platformu kenar uzunluğu (t) (cm)
B <sub>3</sub>	10	17.325	alt sınır: $-\pi$ üst sınır: $\pi$			2

Tablo 1'e ek olarak şunu da belirtmek gerekir ki, bu çalışmada aktif dönel eklem olan  $\theta_1$  ve pasif dönel eklemler olan  $\theta_2, \theta_3$  ve  $\gamma$  için herhangi bir sınır getirilmemiştir. Bu eklemlerin serbestçe dönebildikleri kabul edilmiştir. Mekanizmanın çalışma uzayı analizini yapmak için Tablo 1'de verilen sınırlar kullanılarak mekanizmanın ulaşabildiği tüm noktaların tespit edilmesi gerekir. Bu amaçla mekanizmanın ulaşması muhtemel uç işlevci konumları için Kartezyen uzayda en küçük koordinatlar olarak  $x = 0$  ve  $y = -2$  ve en büyük koordinatlar olarak  $x = 20$  ve  $y = 20$  olarak kabul edilmiştir. Yönelim açısı ( $\sigma$ ) için de bu değerler Tablo 1'de olduğu gibi  $-\pi$  ve  $\pi$  alınmış ve tüm bu sınırlar 0.2 birim aralıklara bölünerek, her bir aralık noktası için ters kinematik analiz yapılmıştır. Ters kinematik sonuçlarına göre bir noktanın çalışma uzayına dahil edilmesi için aşağıdaki kısıtların sağlanması gereklidir.

$$d_{min} \leq d_2 \leq d_{max}$$

$$d_{min} \leq d_3 \leq d_{max} \quad (30)$$

$$\det(J) \neq 0$$

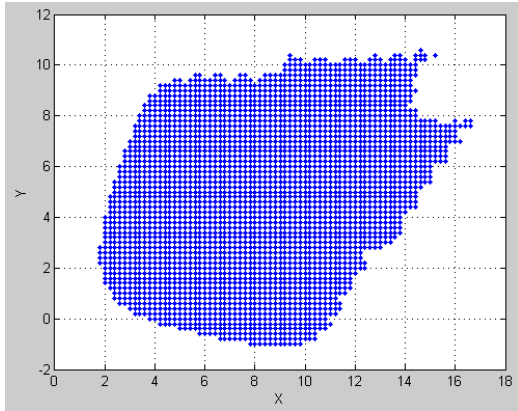
$$\det(K) \neq 0$$

Belirlenen sınır ve aralık değerleri ve Denklem 30 a göre çalışma uzayı analizi yapıldığında önerilen mekanizmanın tekil noktalardan bağımsız çalışma uzayı Şekil 3'de görüldüğü gibi elde edilmektedir. Önerilen RPR2RRR1 tipi mekanizmanın

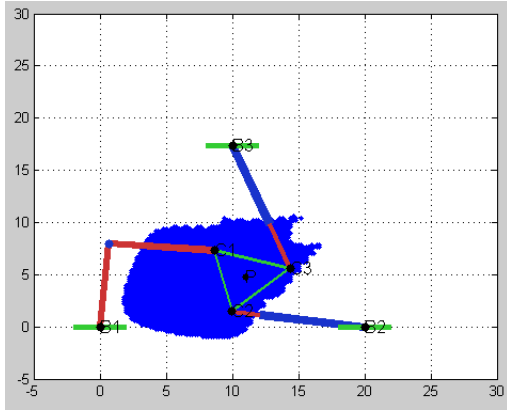
performansını değerlendirebilmek için Tablo 1 de verilen aynı ölçülere göre tasarlanmış bir 3 serbestlik dereceli düzlemsel 3-RPR paralel robot mekanizması için de ayrıca çalışma uzayı analizi yapılmıştır. 3-RPR mekanizmasının tüm bacakları RPR yapıda olduğu için Denklem 30 da verilen kısıtlara ek olarak aşağıdaki kısıt ta bu mekanizma için tanımlanmıştır. Diğer tüm kısıtlar RPR2RRR1 tipi mekanizma ile aynı seçilmiştir.

$$d_{min} \leq d_1 \leq d_{max} \quad (31)$$

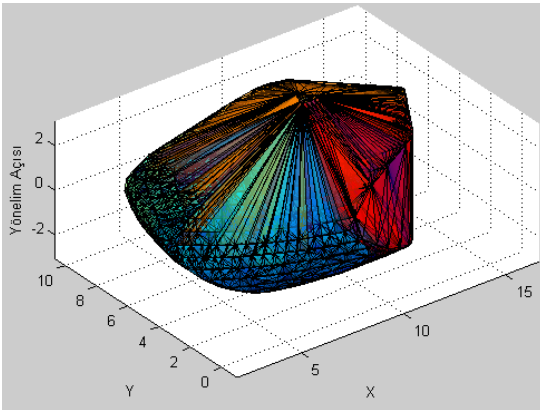
Denklemde  $d_1$  mekanizmanın birinci bacağıının uzunluğudur. Yapılan analiz sonuçlarına göre 3-RPR mekanizmasının tekil noktalardan bağımsız çalışma uzayı ise Şekil 4’de sunulmuştur.



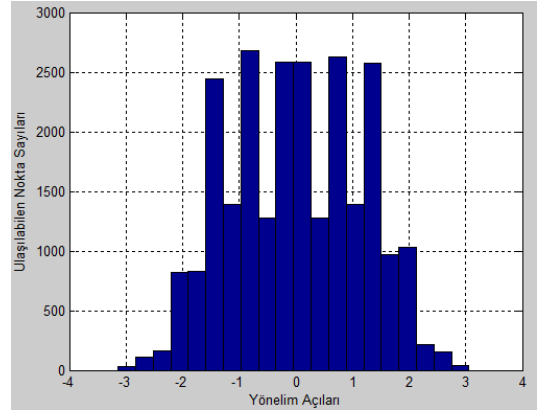
(a)



(b)

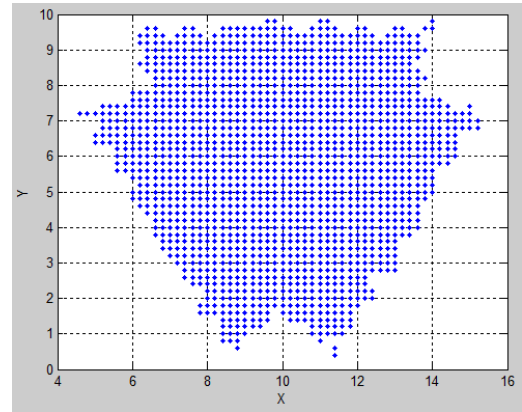


(c)

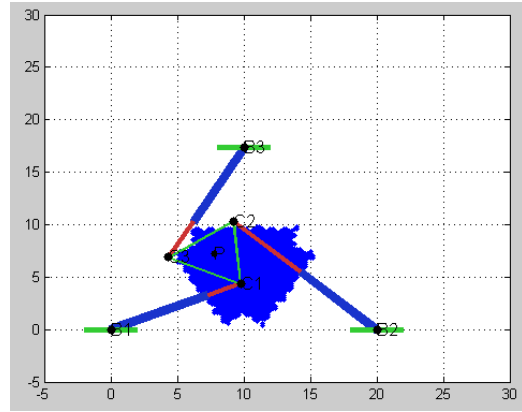


(d)

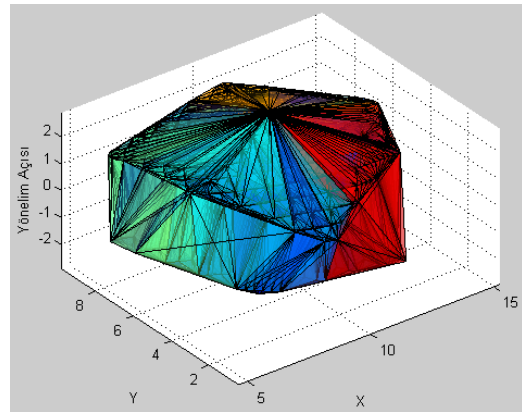
Şekil 3. Üç SD’li RPR2RRR1 tipi düzlemsel paralel robot mekanizması için örnek bir çalışma uzayı analizi (A sample workspace analysis for 3-DOF RPR2RRR1 type planar parallel robot mechanism)



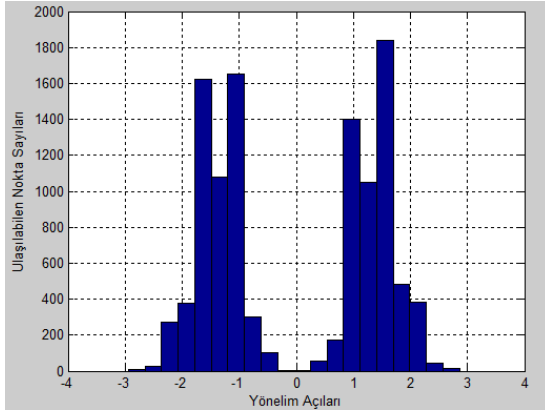
(a)



(b)



(c)



(d)

Şekil 4. Üç SD'li 3-RPR tipi düzlemsel paralel robot mekanizması için çalışma uzayı analizi (Workspace analysis for 3-RPR type planar parallel robot mechanism)

Şekiller 3.(a) ve 4.(a)'da mekanizmaların  $x, y$  düzleminde ulaşabildiği tüm noktalar gösterilmiştir. Bu noktaların her birine mekanizma en az bir tane veya daha fazla yönelim açısı ile ulaşabilmektedir. Çalışma uzayı analizi yapılırken yönelim açıları radyan cinsinden  $[-\pi, +\pi]$  aralığında  $\pi/16$  hassasiyetle seçilmişlerdir. Dikkat edilirse sonradan eklenen RRR tipi bacak, önerilen mekanizmanın tekil noktalardan bağımsız çalışma uzayının diğer mekanizmaya oranla çok daha büyük olmasını sağlamıştır. Çalışma uzayındaki büyüklük sonradan eklenen bacak yönünde gerçekleşmiştir. Bunun nedeni eklenen RRR tipi bacağın diğer iki bacak (RPR) gibi bir minimum uzunluk ile kısıtlı olmamasıdır. RPR tipi bacaklar silindir ve piston ikilisinden oluştuğu için yapıları gereği silindir uzunluğundan daha kısa bir uzunluğa erişememektedirler. Ancak, RRR tipi bacakta böyle bir yapı olmadığı için bu bacak için minimum bir uzunluk söz konusu değildir. Şekiller 3.(b) ve 4.(b) de ise mekanizmalar ile çalışma uzaylarının birlikte değerlendirilebilmesi için, mekanizmaların verilen ölçülerle çizilmiş halleri ve ulaşabildikleri çalışma uzayı noktaları birlikte gösterilmiştir. Şekillerde sonradan eklenen RRR tipi bacağın çalışma uzayına katkısı açıkça görülebilmektedir. İki boyutlu bir düzlemde hem çalışma uzayı noktalarını hem de yönelim açılarını göstermek mümkün olmadığı için mekanizmaların çalışma uzayı, üçüncü boyuta yönelim açısı değerleri verilerek Şekiller 3.(c) ve 4.(c)'de kapalı bir hacim şeklinde gösterilmiştir. Ayrıca, mekanizmaların yönelimsel açıdan çalışma uzayları ile ilgili değerlendirmeler yapabilmek için, her iki mekanizma için de çalışma uzayında ulaşılabilen nokta(konum) sayılarının yönelim açısına göre histogram çubuk grafikleri Şekiller 3.(d) ve 4.(d)'de sunulmuştur. Şekiller 3.(c), 3.(d), 4.(c) ve

4.(d) ye göre RPR2RRR1 tipi mekanizma ile 3-RPR tipi mekanizma arasında karşılaştırma yapıldığında; radyan cinsinden  $[-\pi, \pi]$  aralığındaki yönelimlerle RPR2RRR1 tipi mekanizmanın 3-RPR tipi mekanizmadan çok daha fazla sayıda çalışma uzayı noktasına ulaşabildiği açıkça görülmektedir. Bu mekanizmanın  $[-2, 2]$  radyan aralığındaki her bir yönelim açısı ile en az 500 çalışma uzayı noktasına ulaştığı, ayrıca bir çok yönelim açısı ile de 1000'den daha fazla çalışma uzayı noktasına ulaşabildiği görülmektedir. Diğer taraftan, 3-RPR tipi mekanizmanın yönelimsel çalışma uzayının daha parçalı olduğu, ve sadece sınırlı sayıda yönelim açıları ile 1000'den fazla çalışma uzayı noktasına ulaşabildiği görülmektedir. Sonuç olarak önerilen mekanizmanın 3-RPR tipi mekanizmadan daha geniş yönelim aralığında çok daha fazla çalışma uzayı noktasına erişebildiği görülmektedir. Son olarak her iki mekanizmanın performansını sayısal olarak karşılaştırabilmek için mekanizmaların çalışma uzayı analizinde elde edilen sayısal bilgiler Tablo 2'de sunulmuştur.

Tablo 2. RPR2RRR1 ve 3-RPR mekanizmalarının çalışma uzayı analizinde elde edilen sayısal bilgiler (Numerical values for the workspace analysis of the RPR2RRR1 and 3-RPR mechanisms)

Robot Mekanizmaları	3- <u>RPR</u>	<u>RPR2RRR1</u>
tüm çalışma uzayı nokta sayısı	10895	25179
minimum X eksen değeri	4,6	1,8
maximum X eksen değeri	15,2	16,6
minimum Y eksen değeri	0,4	-1
maximum Y eksen değeri	9,8	10,6
minimum yönelim açısı değeri	-2,9416	-3,1416
maximum yönelim açısı değeri	2,8584	3,0584

Tablo 2'ye göre önerilen mekanizmanın diğer mekanizmaya oranla her üç boyutta ( $x, y$  ve yönelim açısı  $\sigma$ ) da daha geniş çalışma uzayı aralıklarına ulaşabildiği görülmektedir.

#### 4. SONUÇLAR (CONCLUSION)

Düzlemsel, üç SD'li bir paralel robot mekanizması olan 3-RPR tipi mekanizmanın bir bacağının yerine bir RRR tipi bacak eklenerek yine üç SD'li RPR2RRR1 tipi bir mekanizma elde edilmiştir. Bu mekanizma için ters kinematik denklemler ve



Jacobian matrisi sembolik olarak elde edilmiştir. Ayrıca mekanizmanın tekil noktalardan bağımsız çalışma uzayı analizi de yapılmış ve geleneksel 3-RPR tipi mekanizma ile karşılaştırılmıştır. Elde edilen sonuçlara göre önerilen mekanizmanın çalışma uzayının hem ulaşılabilen nokta sayısı hem de yönelim açısının sınır değerleri yönünden geleneksel mekanizmaya göre çok daha iyi olduğu gösterilmiştir. Çalışma uzayının mekanizmaya sonradan eklenen bacak yönünde büyüdüğü ve bunun nedeninin yeni eklenen RRR tipi bacakta diğer RPR tipi bacaklardaki minimum bacak uzunluğu kısıtı olmaması olarak değerlendirilmiştir.

Her ne kadar tekil noktalardan bağımsız çalışma uzayı analizi önerilen mekanizmanın daha iyi olduğunu gösterse de paralel robot mekanizmalarının performans analizleri için bu değerlendirme gerekli ama yeterli değildir. Bunlara ek olarak performans değerlendirmesi amacıyla mekanizmanın çalışma uzayındaki noktalara kuvvet uygulama yeteneklerinin de değerlendirilmesi gerekir. Bu tür değerlendirmelerin ileriki çalışmalarda yapılması ayrıca planlanmaktadır.

#### KAYNAKÇA (REFERENCES)

- [1] M. Toz ve S. Kucuk, "Dimensional optimization of 6-DOF 3-CCC type asymmetric parallel manipulator", *Advanced Robotics*, cilt. 28(9), pp. 625–637, 2014.
- [2] M. Toz ve S. Kucuk, "Dexterous workspace optimization of an asymmetric six-degree of freedom Stewart–Gough platform type manipulator", *Robotics and Autonomous Systems*, cilt 61(12), pp. 1516–1528, 2013.
- [3] X.S. Gao, D. Lei, Q. Liao ve G.F. Zhang, "Generalized Stewart–Gough platforms and their direct kinematics", *IEEE Transactions on Robotics*, cilt 21(2), pp. 141–151, 2005.
- [4] L.W. Tsai, "Robot Analysis: The Mechanics of Serial and Parallel Manipulators", John Wiley & Sons, 1999.
- [5] Y. Singh ve M. Santhakumar, "Inverse dynamics and robust sliding mode control of a planar parallel (2-PRP and 1-PPR) robot augmented with a nonlinear disturbance observer", *Mechanism and Machine Theory*, cilt 92, pp. 29-50, 2015.
- [6] P.S. Londhe, Y. Singh, M. Santhakumar, B.M. Patre ve L.M. Waghmare, "Robust nonlinear PID-like fuzzy logic control of a planar parallel (2PRP-PPR) manipulator", *ISA Transactions*, cilt 63, pp. 218-232, 2016.
- [7] M. Wu, D. Zhang, "Statics of a new asymmetrical parallel robot," *2008 IEEE International Conference on Automation and Logistics*, Qingdao, pp. 2466-2470, 2008.
- [8] M. Wu, D. Zhang ve X. Zhao, "Conceptual Design and Kinematic Performance Evaluation of a New Asymmetrical Parallel Robot," *2007 International Conference on Mechatronics and Automation*, Harbin, pp. 2854-2859, 2007.
- [9] S. Yan ve L. Yi, "CAD Application to the Analysis about the Workspace of an Asymmetric Parallel Robot Influenced by the Joints", *Distribution" 2008 International Conference on Computer and Electrical Engineering*, Phuket, pp. 497-501, 2008.
- [10] B. Li, J. Zhao, X. Yang, Y. Hu, "Kinematic Analysis of a Novel Three Degree-Of-Freedom Planar Parallel Manipulator", *International Journal of Robotics and Automation*, cilt 24(2), pp. 158-165, 2009.
- [11] S. Kucuk, "Simulation and design tool for performance analysis of planar parallel manipulators", *Simulation*, cilt 88(5), pp. 542-556, 2012.
- [12] J. P. Merlet, C. M. Gosselin, N. Mouly, "Workspace of planar parallel manipulators", *Mechanism and Machine Theory*, cilt 33(1-2), pp.7-20, 1998.
- [13] S. Kucuk, "A Dexterity comparison for 3-DOF planar parallel manipulators with two kinematic chains using genetic algorithms", *Mechatronics*, cilt 19(6), pp. 868-877, 2009.
- [14] R. Chandra, L. Rolland, "On solving the forward kinematics of 3RPR planar parallel manipulator using hybrid metaheuristics", *Applied Mathematics and*

- Computation*, cilt 217(22), pp. 8997-9008, 2011.
- [15] S. Caro, N. Binaud, P. Wenger, "Sensitivity Analysis of 3-RPR Planar Parallel Manipulators", *ASME. J. Mech. Des.*, cilt 131(12), pp. 121005-121005-13, 2009.
- [16] Q. Jiang, C. M. Gosselin, "The Maximal Singularity-Free Workspace of Planar 3-RPR Parallel Mechanisms," *2006 International Conference on Mechatronics and Automation*, Luoyang, Henan, pp. 142-146, 2006.
- [17] S. M. Varedi-Koulaei, H. M. Daniali, M. Farajtabar, B. Fathi M. Shafiee-Ashtiani, "Reducing the undesirable effects of joints clearance on the behavior of the planar 3-RRR parallel manipulators", *Nonlinear Dynamics*, cilt 86(2), pp. 1007–1022, 2016.
- [18] J. Jesús Cervantes-Sánchez, J. M. Rico-Martínez, I. J. Brabata-Zamora, J. D. Orozco-Muñiz, "Optimization of the Translational Velocity for the Planar 3-RRR Parallel Manipulator", *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, cilt 38(6), pp. 1659–1669, 2016.
- [19] S. Kucuk, "Energy minimization for 3-RRR fully planar parallel manipulator using particle swarm optimization", *Mechanism and Machine Theory*, cilt 62, pp. 129-149, 2013.