

Meslek Lisesi 9. Sınıf Öğrencilerinin Ortaöğretim Matematik Öğretim Programındaki Cebir Konularına Ait Kavramsal ve İşlemsel Bilgi Yeterlilikleri¹

9th Grade Vocational High School Students' Competency of Conceptual and Procedural Knowledge in Algebra Topics in High School Curriculum

Fatma Yazır*

Hatice Akkoç**

Öz

Araştırmanın amacı, meslek lisesi 9. sınıf öğrencilerinin ortaöğretim matematik öğretim programında gördükleri cebir konularındaki kavramsal ve işlemsel bilgilerinin yeterliliklerini tespit etmektir. Bu amaçla araştırmada örnek olay tarama yöntemi kullanılmıştır. Araştırmanın örneklemini İstanbul'daki bir meslek lisesinin 9. sınıfında öğrenim gören 79 öğrenci oluşturmaktadır. Öğrencilere 9. sınıf matematik öğretim programında yer alan "Gerçek sayılar kümesinde işlem yapma", "Birinci dereceden eşitsizlikler ve aralık kavramı", "Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem ve eşitsizlikler ve iki bilinmeyenli denklemler" ve "Üslü ifadeler" konularındaki kazanımlarından beşini hedefleyen 5 tanesi kavramsal ve 5 tanesi işlemsel soru olmak üzere 10 soruluk "Cebir Sınavı" uygulanmıştır. Kavramsal ve işlemsel bilgi yeterliliklerini belli kriterler çerçevesinde ölçmeyi hedefleyen Cebir Sınavının hazırlanmasında Baki ve Kartal (2000) tarafından geliştirilen "Kavramsal ve İşlemsel Bilgiyi Karakterize Eden Ölçek" referans alınmıştır. Verilerin analizi üç aşamada gerçekleştirilmiştir. Öncelikle cebir sınavının kavramsal ve işlemsel sorularının cevap anahtarına göre puan ortalamaları hesaplanmıştır. İkinci olarak, cebir sınavındaki her soru "yanlış" ve "boş" kategorilerine göre analiz edilmiştir. Üçüncü olarak, öğrencilerin cevapları her sorunun ölçmeyi hedeflediği kavramsal ve işlemsel kriterlere göre analiz edilmiştir. İkinci ve üçüncü aşamalarda frekans ve yüzde oranları hesaplanarak betimsel istatistik kullanılmıştır. Elde edilen bulgular sonucunda, kavramsal ve işlemsel soruların puan ortalamalarının birbirlerine yakın olduğunu, ancak her iki soru türü için de puan ortalamasının düşük olduğu bulunmuştur. Özellikle öğrencilerin temel matematiksel işlem becerilerinin yetersiz olduğu görülmüştür. Öğrencilerin dört işlem yapma ve işlemsel soruları anlamlandırma noktasında zorlandıkları ortaya çıkmıştır. Ayrıca bu çalışma kapsamında cebir konularına dair literatürde de yer alan bazı kavram yanlışları da tespit edilmiştir.

Anahtar Sözcükler: Kavramsal Bilgi, İşlemsel Bilgi, Cebir, Meslek Lisesi

Abstract

This study aims to investigate 9th-grade vocational high school students' competency of conceptual and procedural knowledge of algebra. With this aim, case survey method was conducted. The sample consisted of seventy-nine 9th-grade students in a vocational high school in İstanbul. An algebra exam was used as the data collection method. A scale was used to prepare this algebra exam. The scale assesses conceptual and procedural knowledge of algebra (Baki & Kartal, 2000, 2004). The algebra exam consists of ten open-ended items five of which assesses procedural and five of which assesses conceptual knowledge. Items were on the following topics: "Performing operations on the set of real numbers," "First-order inequalities and intervals," "First-order equations and inequalities with one and two unknowns" and "exponential numbers." Descriptive statistics were used to analyze the data. Algebra exam was analyzed in three different phases. First, answers to each question were scored out of ten points. Second, frequencies and percentages of "wrong" and "no response" categories were calculated. Third, conceptual and procedural knowledge scale was used to analyze each question item. The frequencies and percentages of the number of students were calculated based on their solutions which satisfy the criteria for the conceptual and procedural knowledge. Findings indicated that scores obtained from the conceptual and procedural questions were quite low. It was found that students had difficulties with basic mathematical procedures, operations with numbers and making sense of procedures. Some misconceptions in the literature related to algebra topics have also been identified in this study.

Keywords : Conceptual Knowledge, Procedural Knowledge, Algebra, Vocational High School.

* Öğretmen, Milli Eğitim, mat_fatmayazir@hotmail.com

**Doç. Dr., Marmara Üniversitesi, Atatürk Eğitim Fakültesi, hakkoc@marmara.edu.tr

¹ Bu çalışma "Modelleme Temelli Yapılan Öğretimin 9. Sınıf Fonksiyonlar Konusunda Kavramsal ve İşlemsel Bilgiye Etkisi" başlıklı yüksek lisans tezinin bir parçasıdır.

Giriş

Ortaöğretim matematik dersinin öğretiminde sıkça karşılaşılan sorunlardan bir tanesi de öğrencilerin matematik temelini yetersiz olmasıdır. Bu durum özellikle meslek liselerinde sıkça karşılaşılan bir sorundur (Berberoğlu ve Kalender, 2005; Mumcu, 2012). Matematikte belirli konuların öğrenilmesindeki zorluklar diğer konuların öğrenilmesine engel olabilmektedir. Bunlardan biri de cebir öğrenme alanına ait konulardır. Ortaöğretimde öğrenim gören bir öğrenci cebir kazanımlarına tüm ortaöğretim hatta üniversite hayatı boyunca ihtiyaç duyacaktır. Dolayısıyla cebir öğrenme alanı matematikteki en temel alanlardan birisidir (Ersoy ve Erbaş, 2005).

Öğrencilerin cebir alanında yaşadıkları en önemli zorluk öğrencilerin aritmetikten cebire geçişleri noktasındadır (Lee, 1996; akt. Dede ve Argün, 2003). Milli Eğitim Bakanlığı'na bağlı Eğitimi Araştırma ve Geliştirme Daire Başkanlığı (EARGED, 1996) öğretim programını cebir açısından inceleyen bir araştırma raporu sunmuştur. Bu rapora göre, öğrenciler cebirsel ifadeler içeren problemleri işlem bilgilerini kullanarak çözebilmekle birlikte, birinci derece denklemlerin çözümlerini bulmakta zorlanmaktadırlar (Yenilmez ve Teke, 2008). Diğer yandan, Erbaş, Çetinkaya ve Ersoy (2009) lise öğrencilerinin basit eşitsizlikleri çözmeye güçlükler yaşadıklarını belirtmişlerdir. Cebirdeki öğrenci güçlüklerinden bir diğeri ise öğrencilerin sayılarla ilgili işlemsel ve kavramsal bilgi yetersizliğine dayanmaktadır. Ayrıca cebir konularının en temel kavramlarından olan “değişken” ve “eşitlik” öğrencilerin en çok zorlandığı ve kavram yanlışlarına sahip olduğu alanlardır (Ersoy ve Erbaş, 2005).

Cebir kavramlarının öğrenilmesindeki zorlukları anlamak için matematik eğitimi literatüründe önemli bir yere sahip olan “kavramsal” ve “işlemsel” bilgi türlerinden bahsetmek gerekir (Hiebert ve Lefevre, 1986). Öğrencilerin cebirde yaşadığı güçlüklerin en temel kaynağı kavramların sadece işlemsel olarak anlaşılması, formüllerin ve işlemlerin arkasında yatan matematiksel fikirlerin anlaşılmasındadır. İşlemsel bilgi problem çözmeye adım adım kullanılan algoritmik bilgidir (Sáenz, 2008). Skemp'in (1978) ifadesi ile kuralların anlamlandırılmadan uygulanmasıdır. İşlemsel bilginin iki çeşidi vardır. Birincisi biçimsel dil veya sembolik gösterimler, diğeri ise kurallardır (Hiebert ve Lefevre, 1986). Kavramsal bilgi ise, zihindeki bilgi ağında bilgilerin birbiri ile ilişkilendirilerek zengin bağlantılı ağlarının oluşturulması ile mümkündür. İşlemsel bilgi ile kavramsal bilgi birbirleri ile etkileşim içinde olmalıdır (Hiebert ve Lefevre, 1986). Örnek olarak türev alma işlemini göz önüne alalım. $f(x) = 2x$ fonksiyonunun türevi, türev alma kuralı gereği $f'(x) = 2$ olarak ifade edilebilir. Sadece işlemsel bilgiye sahip bir öğrenci ilgili semboller ve türev alma kurallarını kullanarak bu sonuca varır. $f(x) = 2x$ fonksiyonunun türevinin 2 olması, “doğrusal fonksiyonun türevi sabittir ve katsayıya eşittir” şeklinde de bir kural olarak ezberlenebilir. Diğer yandan, türevi kavramsal olarak anlayan biri bu sonucu, “ $f(x) = 2x$ doğrusal fonksiyonunun her noktasındaki değişim oranının 2 olması ya da doğru boyunca eğimin sabit olması” şeklinde kavramsal boyutta değerlendirebilir. Başka bir deyişle, böyle bir kavramsal anlayış kuralın neden çalıştığını da açıklar. Nitekim matematiksel düşüncenin temelinde kavramsal bilgi, işlemsel bilgi ve bunların arasındaki ilişki vardır (Loggins, 1994). Dolayısıyla kavramsal ve işlemsel bilgi matematikte problem çözme sürecinde önemli bir role sahiptir. Problemin işlemsel adımları için işlemsel bilgi; problemin çözülmesi için gerekli yol, yöntem veya transfer etme gibi becerilerde de kavramsal bilgi kullanılır. Dahası, bir öğrencinin kavramsal ve işlemsel bilgisi yetersiz ise o konuda kavram yanlışları oluşur (Teachey, 2003).

İşlemsel ve kavramsal bilgiyi kullanmanın matematik kavramlarını anlamak için birçok faydaları vardır. İşlemsel bilgiyi kullanmak, matematikteki durumların sembollerle ilişkilendirilmesine ve bu sembolleri sürekli kullanmaktan dolayı hafızada tutulmasına yardım eder. Örneğin, ekleme mantığı “+” sembolü ile ifade edilir ve bundan sonra problemlerde ekleme geçtiğinde artık “+” sembolü kullanılır (Hiebert ve Lefevre, 1986). Rutin olmayan problemleri çözerken ise kavramsal bilgi kullanılır. Ancak bazı problemlerin çözümünde belli kavramsal adımlar sürekli kullanılırsa işlemler otomatikleşir ve bunun sonucunda kavramsal bilgi işlemsel bilgiye dönüşür. Sayı sayma bunlardan bir tanesidir. Sayı saymanın da temelinde kavramsal yapı olmasına rağmen sürekli kullanıldığından işlemsel bilgiye dönüşmüştür. Bu ilişki, en çok işlemsel bilgi lehine yürümektedir. Çünkü kavramsal yapıların oluşturulabilmesi için sembollerin, kuralların vb. işlemsel bilgilerin kullanılması gerekmektedir (Anderson, 1983 akt. Hiebert ve Lefevre, 1986)

İşlemsel bilginin benzer durumlara transfer edilebilmesi için anlamlı bir şekilde öğrenilmesi gerekir (Brownel, 1947; Dewey, 1910; akt. Hiebert ve Lefevre, 1986). Ayrıca, problemleri çözerken hangi işlemi yapmanın doğru olduğuna karar verirken, işlemleri kullanırken veya farklı durumlara transfer ederken kavramsal bilgi işlemsel bilgiyi geliştirir. “Tekrarlayan model” diye adlandırılan bu süreç dört aşamada gerçekleşir. Birinci aşama, işlem yaparken işlemin nasıl başladığını kavramsal yapısını hatırlamaktır. İkincisi, işlemsel bilgi geliştirilip uygulandığında zihinde kavram ve ilişkileri hatırlatır. Üçüncüsü, öğrenciler işlem yaparken daha önceki kavram yanlışlarının ve hatalarının farkına varabilirler. Dördüncüsü ise, öğrenciler işlemsel ifadelerle kavramsal durumları açıklamaya çalışabilirler (Voutsina, 2011). Böylece kavramsal ve işlemsel bilgi birbirini etkiler. Kısacası, kavramsal anlama işlemlerin, kuralların doğru uygulanması konusunda zihni kontrol eder (Sáenz, 2008).

Matematiksel öğrenmenin temelinde kavramsal ve işlemsel bilgi olduğundan bu bilgi çeşitlerine göre farklılaşan öğrenme şekilleri de vardır. İşlemsel öğrenmeye yatkın bir öğrenci, kuralların nereden geldiğini merak etmeden ezberleme yoluna gider. İlişki kurmadan ezberler. Bu öğrenciler için matematik sadece kurallardan oluşan anlamsız bir derstir. Oysaki kavramsal öğrenmeye yatkın öğrenciler kurallar ve durumlar arasında ilişki kurarak öğrenirler. Problem çözmeye alışkın olduklarından, sadece öğretmenin gösterdiği yolları değil kendi çözüm yollarını da uygularlar (Baki, 2008). Matematiksel öğrenmedeki bu farklılıklar kavramsal ve işlemsel bilgiyi de etkilemektedir. Özellikle meslek lisesi gibi temel matematik becerilerinin düşük olduğu öğrenci profiline sahip liselerde matematik dersinin kavramsal ve işlemsel boyutta öğrenimi önem kazanmaktadır. Ancak, matematik eğitimi literatürü incelendiğinde meslek lisesi öğrencilerinin cebirde yaşadıkları güçlükler veya kavramsal ve işlemsel bilgi yeterliklerine yönelik çalışmaların çok sınırlı olduğu görülmektedir. Meslek lisesi öğrencileri üzerine yapılmış mevcut çalışmaların çoğu farklı konulara odaklanmaktadır (matematiksel okuryazarlığa yönelik öz-yeterlik inançları, Özgen ve Bindak, 2011; fonksiyon konusundaki öğrenme güçlüklerinin matematiğe yönelik tutum ve matematik benlik duygusu gibi değişkenler açısından incelenmesi, Dikici ve İşleyen, 2003, vb.). Meslek lisesi öğrencilerinin cebirle ilgili yaşadıkları güçlükler konusunda ise iki çalışmaya rastlanmıştır. Bunlardan ilki, basit doğrusal denklemleri çözmeye farklı türde okullardaki öğrencilerin karşılaştıkları güçlükler, yapılan ortak hatalar ve olası kavram yanlışları üzerinedir (Erbaş, Çetinkaya ve Ersoy, 2010). Çalışmanın bulguları meslek lisesindeki öğrencilerin sistematik hatalarının genellikle yanlış kurallamalar (örneğin, $2x+2=4$ denkleminin çözümünde $2x+2=4=4-2$ ifadesini kullanma) olduğunu, genel lise ve özel liselerdeki öğrencilerin ise çoğunlukla aritmetik ve işlemsel hatalar yaptıklarını göstermiştir. Diğer bir çalışma ise,

endüstri meslek lisesi öğrencilerinin cebir konusundaki önemli kavramlardan biri olan fonksiyon kavramını anlama düzeylerini incelemiştir (Hatusaru ve Erbaş, 2013). Çalışma kapsamında meslek lisesi öğrencilerinin denklem temsiliyle verilen ifadelerin fonksiyon olup olmadığına karar verirken ve değişken kavramına dair güçlükler yaşadıklarını göstermiştir.

Yukarıda sunulan literatür taramasından da anlaşılacağı üzere, meslek lisesi öğrencilerinin cebir konularındaki işlemsel ve kavramsal bilgilerinin incelenmediği çalışmalar bağlamında literatürde ciddi bir boşluk bulunmaktadır. Bu nedenle araştırmada, meslek lisesi 9. sınıf öğrencilerinin ortaöğretim programındaki cebirsel konulara ait kavramsal ve işlemsel bilgi yeterliliklerinin betimlenmesi hedeflenmiştir.

Araştırmanın Amacı

Bu araştırmanın amacı meslek lisesi 9. sınıf öğrencilerinin ortaöğretim matematik programındaki cebir konularına ait kavramsal ve işlemsel bilgi yeterliliklerinin betimlenmesi olarak belirlenmiştir. Bu amaç doğrultusunda aşağıdaki araştırma sorularına cevap aranmıştır.

- Meslek lisesi 9. sınıf öğrencilerinin ortaöğretim matematik öğretim programındaki cebir konularına ait
- Kavramsal bilgi yeterlilikleri nedir?
- İşlemsel bilgi yeterlilikleri nedir?

Yöntem

Araştırmanın Modeli

Araştırmada örnek olay tarama modeli kullanılmıştır. Tarama modeli, zaman içinde belli bir noktada veri toplayarak mevcut koşulların doğasını anlatan veya mevcut koşullarla kıyaslanabilecek standartlar oluşturmak için kullanılır (Cohen, Manion ve Morrison, 2007). Tarama araştırmalarının amacı, genellikle araştırılan konuyla ilgili durumun fotoğrafını çekerek betimlemesini yapmaktır (Büyüköztürk, Kılıç Çakmak, Akgün, Karadeniz ve Demirel, 2013). Bu çalışmada meslek lisesinin 9. sınıfında öğrenim gören öğrencilerin ortaöğretim matematik öğretim programının en temel konularından biri olan cebir öğrenme alanındaki kavramsal ve işlemsel bilgilerinin ayrıntılı şekilde betimlenmesi hedeflendiğinden örnek olay tarama modeli tercih edilmiştir.

Araştırmanın Örnekleme

Örnek olay tarama modeli kapsamında meslek lisesi 9. sınıf öğrencilerinin ortaöğretim matematik öğretim programındaki cebir konularına ait kavramsal ve işlemsel bilgi yeterliliklerini derinlemesine betimlemek için daha küçük bir örneklem grubu ile çalışılmıştır. Bu doğrultuda amaçlı örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Amaçlı örneklemede rastgele seçim yapmak yerine belirli özellikler aranır (Cohen ve arkadaşları, 2007). Çalışmanın amacı doğrultusunda öğrencilerin ortaöğretim matematik öğretim programındaki cebir konularını görmüş olmaları esas alınarak 9. sınıf öğrencileri ile çalışılması uygun bulunmuştur. Amaçlı örnekleme yöntemlerinden kolay ulaşılabilir örnekleme yöntemi benimsenmiş ve araştırmacılarından birinin çalıştığı ve İstanbul'daki bir meslek lisesinde dört 9. sınıfta toplam 79 öğrenci seçilmiştir. Örneklem grubundaki öğrenciler bu liseye yerleşirken TEOG (Temel Eğitimden Orta Öğretime Geçiş) sınavından benzer puanları almış olup akademik seviye olarak birbirine yakın olarak kabul edilmiştir.

Araştırmada Kullanılan Veri Toplama Araçları

Araştırmada veri toplamak için “Cebir Sınavı” kullanılmıştır. Veri toplama aracının oluşturulmasında ve analizinde kavramsal ve işlemsel bilgiyi karakterize eden bir ölçek (Ek-1) kullanılmıştır. Bu ölçek Baki ve Kartal’ın (2000) çalışmasında geliştirilen, geçerliliği ve güvenilirliği yapılmış ve Baki ve Kartal’ın (2004) çalışmasında da kullanılan kavramsal ve işlemsel bilgi ölçeğidir. Kavramsal ve işlemsel bilgiyi karakterize eden bu ölçek cebir konuları için geliştirilmiştir ve literatürdeki kavramsal ve işlemsel bilgi türlerinin sınıflandırılmalarıyla birlikte öğrencilerin kavramsal ve işlemsel olarak düşünebileceği yanılgıları göz önüne almaktadır. Ölçek, üç kısımdan oluşmaktadır. A bölümünde (A1, A2, A3) işlemsel bilgiyi ölçen kriterler, B bölümünde (B1, B2,...,B8) kavramsal bilgiyi ölçen kriterler ve C bölümünde (C1, C2, C3 ve C4) ise her iki bilgi türünü ölçen kriterler mevcuttur. Bu çalışmada kullanılan ve “Cebir Sınavı” diye adlandırılan veri toplama aracı öncelikle bu ölçekteki (Ek-1) kriterler dikkate alınarak oluşturulmuştur. Bu sınavdaki hangi soruların hangi kriteri sağladığı Ek 4’te sunulmuştur.

“Cebir Sınavı” öğrencilerin 9. sınıf öğretim programında yer alan cebir konularındaki kavramsal ve işlemsel bilgilerini ölçmek için uzman görüşü alınarak hazırlanan bir veri toplama aracıdır (Ek-2). Klasik yazılı tipinde olan bu sınav, işlemsel bilgiyi ölçen beş tane, kavramsal bilgiyi ölçen beş tane olmak üzere 10 sorudan oluşmaktadır. Soruların içerdiği kazanımlar, 9. sınıf matematik öğretim programında bulunan “Gerçek sayılar kümesinde işlem yapma”, “Birinci dereceden eşitsizlikler ve aralık kavramı”, “Birinci dereceden bir bilinmeyenli ve iki bilinmeyenli denklem ve eşitsizlikler” ve “üslü ifadeler” konularına ait kazanımlardır (MEB, 2013a). Cebir sınavında bu kazanımları hedefleyen işlemsel ve kavramsal sorular yer almakta olup bu sorular MEB (2013b) matematik ders kitabında yer alan ünite sonlarındaki değerlendirme sorularından uyarlanmıştır. Bu sınavdaki sorular Ek-1’de sunulan ve Baki ve Kartal (2004) tarafından geliştirilen kavramsal ve işlemsel bilgi ölçeğinde belirtilen kriterlere uygun bir şekilde uzman görüşü alınarak hazırlanmıştır. Cebir sınavındaki soruların hangi kriterleri sağladığının belirlenmesi için ise yine bir matematik eğitimci uzmandan görüş alınmış ve toplam görüş birliği yüzdesi yaklaşık %95 olarak hesaplanmıştır.

Verilerin Analizi

Cebir sınavı doğru, yanlış ve boş olmak üzere üç ayrı kategoride analiz edilmiştir. Doğru kategorisindeki her bir sorunun doğru çözümü 10 puan esas alınarak puanlanmış ve Ek- 3’teki cevap anahtarına göre değerlendirilerek örneklem grubundaki öğrencilerin tüm sorular için puan ortalamaları hesaplanmıştır. “Yanlış” ve “boş” kategorisinde değerlendirilen her soruya verilen cevaplar ise aşağıdaki şekilde analiz edilmiştir.

Tablo 1: Cebir Sınavının Analizinde Kullanılan Kategoriler

Yanlış	Cebir sınavındaki soruların ölçtüğü kriterler Ek-2’de ve cevap anahtarı da Ek-3’te verilmiştir. Cevaplar analiz edilirken sorunun ölçtüğü kriterlerin hiçbirini sağlamayan ya da sorudaki kriterlerle hiçbir alakası olmayan çözümler bu kategoride değerlendirilmiştir.
Boş	Soruya cevap verilmemiştir.

Kategorilerin frekans ve yüzde tabloları oluşturulmuştur. Doğru kategorisi için ise farklı bir yol izlenmiştir. Öğrenci tam olarak doğru cevabı yazmasa bile, yani çözümler sorunun ölçmeyi hedeflediği kriterlerin bir kısmını sağlayıp bir kısmını sağlamasa da konuya dair kavramsal ve işlemsel bilgiye ait kriterlere sahip olabileceği göz önünde bulundurulmaktadır.

“doğru” kategorisi yüzde ve frekans olarak ifade edilmek yerine, kriterler çerçevesinde ayrı bir analize tabi tutulmuştur. Sınavdaki soruların içerdiği kriterler esas alınarak yapılacak analiz için Baki ve Kartal (2004) tarafından geliştirilen kavramsal ve işlemsel bilgi ölçeği kullanılmıştır. Sınav sorularının içerdiği bir kriterle uygun cevapları kaç kişinin verdiği frekans ve yüzde olarak hesaplanmıştır. Böylece öğrencilerin kavramsal ve işlemsel bilgisi hem kriter bazında hem de puan ortalaması olarak betimlenmiştir. Sınavdan alınabilecek toplam puan 100 olup sınavın cevap anahtarı ve soruların puan bilgileri Ek 3’te verilmiştir.

Bulgular

Bu bölümde araştırmanın amacı doğrultusunda araştırma sorularına cevap aranmıştır. Cebir sınavının işlemsel sorularla başlamasından dolayı önce işlemsel kısmının analizi sonrasında ise kavramsal kısmının analizinden elde edilen bulgular sunulacaktır.

Genel bir bakış açısı sağlamak için öncelikle cebir sınavına verilen cevaplardan öğrencilerin aldıkları puanların ortalaması tespit edilmiştir. Tablo 2’de öğrencilerin hem toplamdaki puan ortalaması hem de kavramsal ve işlemsel puan ortalamaları görülmektedir.

Tablo 2: Cebir Sınavı Puan Ortalama Tablosu

Cebir Sınavı Puan Ortalaması	Cebir Sınavındaki Kavramsal Soruların Puan Ortalaması	Cebir Sınavındaki İşlemsel Soruların Puan Ortalaması
17,33	9,15	8,1

Yapılan sınav Ek-3’te sunulan cevap anahtarı dikkate alınarak 100 puan üzerinden değerlendirildiğinde, öğrencilerin gördükleri konular olmasına rağmen puan ortalamalarının oldukça düşük olduğu dikkat çekmektedir.

Öğrencilerin cebir sınavında işlemsel sorulardan hangilerini boş bırakıp hangilerini yanlış yaptıkları Tablo 3’de sunulmuştur. Soru numaralarından sonraki “İ” harfi sorunun işlemsel bir soru olduğunu ifade etmektedir.

Tablo 3: Cebir Sınavındaki İşlemsel Sorulara Ait Yanlış ve Boş Cevapların Frekans ve Yüzde Tablosu

	1.a (İ)	1.b (İ)	2 (İ)	3 (İ)	4 (İ)	5 (İ)
Yanlış	14 (%17,72)	17 (%21,52)	18 (%22,78)	23 (%29,11)	28 (%35,44)	25 (%31,65)
Boş	25 (%31,65)	29 (%36,71)	27 (%34,18)	45 (%56,96)	44 (%55,70)	40 (%50,63)

Tablo 3’e göre en çok yanlış yapılan işlemsel soru %35,44 ile 4. sorudur.

4. Soru işleminin sonucu kaçtır?

$$1 + \frac{1}{2} : 2 + \frac{1}{2} : 2 - \frac{1}{3} .3$$

Bu soruda yapılan en yaygın hata ise öğrencilerin işlem önceliğine önem vermeden işlem yapmasıdır. Cebir sınavında en çok boş bırakılan soru ise %56,96 ile 3. sorudur.

1. Soru: $2x+3y=13$

$x - y = -1$ olduğuna göre, x ve y kaçtır?

Bu soru, birinci dereceden iki bilinmeyenli denklemlerin çözümünü içermektedir. Öğrencilerin en çok bu soruyu boş bırakmaları, bu konuda bir fikirlerinin olmadığını göstermektedir.

Öğrencilerin cebir sınavındaki sorulara verdikleri yanıtlar işlemsel kriterleri sağlama açısından soru bazında da Tablo 4'te incelenmiştir. Aşağıdaki tabloda boş hücreler sorunun ilgili kriteri ölçmeyi hedeflemediğini göstermektedir. Örneğin 1a numaralı soru sadece A1 ve A2 kriterlerini ölçmeyi hedeflemektedir.

Tablo 4: Cebir Sınavına Verilen Cevapların Sağladığı İşlemsel Kriterlerinin Frekans ve Yüzdeleri

	A1	A2	A3	B1	B2	B3	B4	C1	C2	C3
1a (İ)	40 (%50,6)	29 (%36,7)								
1b (İ)	31 (%39,2)	31 (%39,2)	25 (%31,6)							
2 (İ)	32 (%40,5)	5 (%6,3)						3 (%3,8)		
3 (İ)	11 (%13,9)	10 (%12,7)				8 (%10,1)		9 (%11,4)		
4 (İ)	7 (%8,9)	2 (%2,5)						6 (%7,6)		
5 (İ)	12 (%15,2)	13 (%16,5)				5 (%6,3)		10 (%12,7)		

Tablo 4'teki bulguların ayrıntılı analizi aşağıda sunulmuştur.

1. Soru: $3x+5=y$ denkleminde

a) $x=4$ için y nedir?

b) $y=20$ için x nedir?

Birinci sorunun sahip olduğu kriterler a şıkkında A1 ve A2'dir (Ek-1). Öğrencilerden, işlemleri adım adım yapma kriteri A1'i sağlayanların oranı %50,6 (40 kişi), önceden öğrenilen matematik bilgilerini (teorem, tanım, önerme, özellik ve bağıntı) bilgi düzeyinde kullanma kriteri olan A2'yi sağlayanların oranı %36,7'dir (29 kişi). Burada öğrencilerin yarısı soru ile ilgili işlemleri rahatlıkla yapabilmektedir. Fakat denklemdaki x ve y değişkenleri için istenilen değerleri bulabilen öğrencilerin yüzdesinin düşük olduğu görülmektedir. Örneğin, a şıkkına bir öğrencinin yanlış cevabı aşağıda sunulmuştur:

1) $3x+5=y$ denkleminde

a) $x=4$ için alabileceği y değeri nedir?

$3 \cdot 4 + 5 = 20 \Rightarrow 12 + 5 = 20$ $\frac{12 \cdot 15}{12 \cdot 12} = y = \frac{15}{12}$

Şekil 1. Soru 1a'ya örnek bir öğrenci çözümü

Şekilde görüldüğü üzere bazı öğrenciler $x=4$ için y değerini bulmaya çalışırken y için de 20 değerini vermişlerdir (b şıkkında $y=20$ için x değeri sorulmaktadır). $12=20$ elde eden öğrenci x 'i bulması gerektiğinden $12x=20$ denklemini çözmeye karar vermiştir. Buradan da görüldüğü üzere öğrenciler en temel cebirsel işlemlerde dahi zorlanmaktadırlar.

1b numaralı soruda ise kriterler A1, A2 ve A3'dür (Ek-1). Öğrencilerden, işlemleri adım adım yapma kriteri A1'i sağlayanların oranı %39,2 (31 kişi), önceden öğrenilen

2. soru: $3x-4 < 14$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

matematik bilgilerini (teorem, tanım, önerme, özellik ve bağıntı) bilgi düzeyinde kullanma kriteri olan A2'yi sağlayanların oranı %39,2 (31 kişi) ve bağıntıların açılımını yapma, tersine verilen bir açılımı bir bağıntı olarak yazma kriteri A3'ü sağlayanların oranı ise %31,6'dır (25 kişi). Burada öğrencilerin y değişkeni yerine verilen ifadeyi yazarken zorlandıkları görülmektedir. Bunun sebebi bu soruda a şıkkında verilen denklemin ters işleminin söz

konusu olması olabilir. Bu nedenle öğrencilerin bu kriterle uygun cevabı verme oranı daha düşüktür.

İkinci sorudaki kriterler A1, A2 ve C1'dir (Ek-1). Öğrencilerden, işlemleri adım adım yapma kriteri A1'i sağlayanların oranı %40,5 (32 kişi), önceden öğrenilen matematik bilgilerini (teorem, tanım, önerme, özellik ve bağıntı) bilgi düzeyinde kullanma kriteri olan A2'yi sağlayanların oranı %6,3 (5 kişi) ve matematiğin dilini oluşturan sembol ve ifadeleri anlama, kullanma, yazma, kısaltma ve sadeleştirme kriteri C1'i sağlayanların oranı % 3,8'dir (3 kişi).

Öğrencilerin çoğu bu sorudaki eşitsizliği göz önüne almadan, denklem varmış gibi soru çözümü yaparak tek bir değer bulmuşlardır. Bunun bir örneği aşağıda verilmiştir:

2) $3X-4 < 14$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

$$\frac{3x < 18}{3} = 6 // \text{ (2)}$$

Şekil 2. Soru 2'ye örnek bir öğrenci çözümü (Eşitsizliğin dikkate alınmaması)

Bu tür çözümlerin sebebinin, öğretmenlerin "Eşitsizlikleri de denklem gibi bilinenler bir tarafa bilinmeyenler bir tarafa mantığıyla çözebiliriz. Aradaki tek fark 'eşittir (=) sembolü' değil de eşitsizlik sembolü olması" gibi ifadelerin aşırı genelleştirilmesinden olduğu düşünülebilir.

Diğer yandan bazı öğrenciler ise eşitliği çözerken mutlak değer varmış gibi düşünmüşler ve ona göre bir çözüm kümesine ulaşmışlardır.

2) $3X-4 < 14$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

$$14 < 3x - 4 < -14 \quad 14 + 4 < 3x < -14 + 4 \quad (A1) \text{ (2)}$$

$$\frac{18}{3} < \frac{3x}{3} < \frac{10}{3} = 6 < x < \frac{10}{3}$$

2) $3X-4 < 14$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

$$3x - 4 = 14 \quad 3x - 4 = -14 \quad (2) \text{ (A1)}$$

$$\frac{3x}{3} + \frac{18}{3} = 6 \quad \frac{3x}{3} - \frac{10}{3} = \left(\frac{-10}{3}, 16\right)$$

Şekil 3. Soru 2'ye örnek bir öğrenci çözümleri (Mutlak değer olarak düşünme)

Öğrencilerin bu soruda genel olarak A2 ve C1 kriter yüzdesi oldukça düşüktür. Yani matematiğin dilini oluşturan sembol ve ifadeleri anlama, kullanma, yazma, kısaltma ve sadeleştirme bilgisi bağlamında öğrencilerin yetersiz olduğu görülmektedir.

3. soru:

$$2x + 3y = 13$$

$$x - y = -1 \text{ olduğuna göre, } x \text{ ve } y \text{ kaçtır?}$$

Üçüncü soru A1, A2, B3 ve C1 kriterlerini ölçmektedir. Öğrencilerden, işlemleri adım adım yapma kriteri A1'i sağlayanların oranı %13,9 (11 kişi), önceden öğrenilen matematik bilgilerini (teorem, tanım, önerme, özellik ve bağıntı) bilgi düzeyinde kullanma kriteri olan A2'yi sağlayanların oranı %12,7 (10 kişi), önceden öğrenilen matematik bilgilerini (tanım, önerme ve teorem) kavrama veya uygulama düzeyinde kullanma kriteri olan B3'ü sağlayanların oranı %10,1 (8 kişi) ve matematiğin dilini oluşturan sembol ve ifadeleri anlama, kullanma, yazma, kısaltma ve sadeleştirme kriteri C1'i sağlayanların oranı ise % 11,4'tür (9 kişi). Öğrencilerin önceden öğrendiği bilgileri kullanmakta ve ifadeleri kısaltma veya sadeleştirmede başarısız oldukları söylenebilir.

Bu soruda yaygın olarak yapılan hata $x=0$ değeri verilip ardından $y=0$ değeri verilerek iki değer bulmaya çalışılmasıdır. Bunun sebebi ise denklemlerde grafik çizimini

4. soru:

$$1 + \frac{1}{2} : 2 + \frac{1}{2} : 2 - \frac{1}{3} \cdot 3$$

işleminin sonucu kaçtır?

yaparken bu yöntemin derste kullanılması ile bu durumun karıştırılması olabilir. Ayrıca diğer bir yaygın hata ise yok etme metodunun yanlış hatırlanmasıdır. Başka bir deyişle, denklemleri taraf tarafa toplayıp katsayılar uygun olmadığı halde değişkenlerin yok edilmesidir.

Dördüncü sorudaki kriterler A1, A2 ve C1'dir (Ek-1). Öğrencilerden, işlemleri adım adım yapma kriteri A1'i sağlayanların oranı %8,9 (7 kişi), önceden öğrenilen matematik bilgilerini (teorem, tanım, önerme, özellik ve bağıntı) bilgi düzeyinde kullanma kriteri olan A2'yi sağlayanların oranı %2,5 (2 kişi) ve matematiğin dilini oluşturan sembol ve ifadeleri anlama, kullanma, yazma, kısaltma ve sadeleştirme kriteri C1'i sağlayanların oranı % 7,6'dır (6 kişi). Bu soruda yapılan yaygın hata işlem önceliğine önem vermemekten kaynaklanmaktadır (Bakınız Şekil 4). Öğrencilerin rastgele hatta kendilerine kolay gelecek şekilde işlem yaptıkları görülmektedir.

$$1 + \frac{1}{2} : 2 + \frac{1}{2} : 2 - \frac{1}{3} \cdot 3$$

işleminin sonucu kaçtır?

$$\frac{3}{2} : \frac{5}{2} = \frac{5}{3} \cdot 3$$

$$\frac{3}{2} \cdot \frac{2}{5} = \frac{6}{10} : \frac{5}{3} \cdot 3 = \frac{6}{10} \cdot \frac{3}{5} = \frac{18}{50} \cdot \frac{3}{1} = \frac{54}{50}$$

Şekil 4. Soru 4'de örnek öğrenci çözümü

5. soru: $8^{13} \cdot 4^{20} \cdot 2^5$ işleminin sonucu kaçtır?

Yukarıda verilen 5. sorunun ölçmeyi hedeflediği kriterler A1, A2, B3 ve C1'dir (Ek-1). Öğrencilerden, işlemleri adım adım yapma kriteri A1'i sağlayanların oranı %15,2 (12 kişi), önceden öğrendiği matematik bilgilerini (teorem, tanım, önerme, özellik, ve bağıntı) bilgi düzeyinde kullanabilme kriteri A2'yi sağlayanların oranı %16,5 (13 kişi), önceden

öğrendiği matematik bilgilerini (teorem, tanım, önerme, özellik, ve bağıntı) uygulama düzeyinde kullanabilme kriteri B3'ü sağlayanların oranı % 6,3 (5 kişi), matematiğin dilini oluşturan sembol ve ifadeleri anlama, kullanma, yazma, kısaltma ve sadeleştirme kriteri C1'i sağlayanların oranı % 12,7'dir (10 kişi). Burada dikkat çeken bulgu çok az sayıda öğrencinin B3 kriterine uygun cevap vermesidir. Başka bir deyişle, öğrenciler üslü ifadelerle ilgili öğrendiklerini uygulamaya dökememekte ya da yanlış yapmaktadırlar. Burada gözlenen en yaygın hata ise öğrencilerin $8^{13} \cdot 20 \cdot 25$ ifadesinde tabanları direkt çarpmalarıdır. Bu hatayı yapan öğrenciler işlemi aşağıdaki gibi gerçekleştirmişlerdir:

$$(8 \cdot 4 \cdot 2)13 - 20 + 5 \text{ ve } (2^3)13 = 216$$

Buradan da öğrencilerin üslü sayılarda sadece işlemsel bilgilerinin değil kavramsal alt yapılarının da yetersiz olduğu görülmektedir.

Öğrencilerin cebir sınavında kavramsal sorulardan hangilerini boş bırakıp hangilerini yanlış yaptıkları da Tablo 5'te incelenmiştir. Sınavdaki kavramsal sorular 6, 7, 8, 9 ve 10. sorular olup soru numaralarından sonraki "K" harfi sorunun kavramsal bir soru olduğunu ifade etmektedir.

Tablo 5: Cebir Sınavındaki Kavramsal Sorulara Ait Yanlış ve Boş Cevapların Frekans ve Yüzde Tablosu

	6 (K)	7 (K)	8 (K)	9 (K)	10 (K)
Yanlış	56 (%70,9)	45 (%57)	16 (%20,3)	32 (%40,5)	26 (%32,9)
Boş	14 (%17,7)	31 (%39,2)	11 (%13,9)	39 (%49,4)	45 (%57)

Tablo 5'te görüldüğü gibi kavramsal sorularda en çok yanlış yapılan soru %70,9 ile 6. sorudur. Bu soru üslü ifadelerle ilgili kavramsal bir sorudur.

6. soru: Bir bakteri bir dakikada 3'e bölünerek çoğalmaktadır. Buna göre dakika ve oluşan bakteri sayısını ifade eden denklemi yazınız ve 10. dakikada kaç bakteri olacağını belirtiniz.

Bu soruda öğrencilerin en çok zorlandıkları nokta üslü ifadelerde denklem oluşturmadır. En sık yapılan hata ise $3 \cdot 3 \cdot 3 \dots 3$ (10 tane) olarak denklemi ifade edip işlem sonucunu $3 \times 10 = 30$ olarak yazmalarıdır. Yani öğrencilerin üslü ifadelerin kavramsal yapısını anlayamadıkları görülmektedir.

En çok boş bırakılan soru ise %57 ile 10. sorudur. Bu soru denklemin çözüm kümesindeki noktanın anlamını ve denklemin grafiğini içeren kavramsal içerikli bir sorudur.

10. soru: $B(3,1)$ noktası $ax + 3y - 6 = 0$ denkleminin çözüm kümesinde ise bu denklemin y eksenini kestiği noktayı bulunuz.

Bu sorunun en çok boş bırakılan soru olması, denklemlerin uygulamaları konusunda öğrencilerin genel olarak bir fikre sahip olmadığını ve durumu anlamlandıramadıklarını göstermektedir.

Öğrencilerin cebir sınavına verdikleri yanıtlar kavramsal kriterleri sağlama açısından soru bazında Tablo 6'da incelenmiştir.

Tablo 6: Cebir Sınavına Verilen Cevapların Sağladığı Kavramsal Bilgi Kriterlerinin Frekans ve Yüzdeleri

	A1	A2	A3	B1	B2	B3	B4	C1	C2	C3
6 (K)	8 (%10,1)				8 (%10,1)			3 (%3,8)		3 (%3,8)
7 (K)	16 (%20,3)				15 (%19)		1 (%1,3)		4 (%5,1)	
8 (K)	52 (%65,8)		52 (%65,8)						11 (%13,9)	
9 (K)	8 (%10,1)	5 (%6,3)		5 (%6,3)					5 (%6,3)	
10(K)	8 (%10,1)		7 (%8,9)	7 (%8,9)		2 (%2,5)		1 (%1,3)		

Tablo 6’da kriterleri sağlama frekans ve yüzdeleri verilen sorular, içerdikleri kriterlerin anlamlarına göre daha ayrıntılı bir analize de tabi tutulmuştur.

6.soru: Bir bakteri bir dakikada 3’e bölünerek çoğalmaktadır. Buna göre dakika ve oluşan bakteri sayısını ifade eden denklemi yazınız ve 10. dakikada kaç bakteri olacağını belirtiniz.

Altıncı soru üslü sayılarda kavramsal bilgiyi ölçen bir sorudur ve ölçmeyi hedeflediği kriterler A1, B2, C1 ve C3’tür (Ek-1). Öğrencilerden işlemleri adım adım yapma kriteri A1’i sağlayanların oranı %10,1 (8 kişi), sorunun özünü kavrayarak verilenle istenen arasında mantıklı ilişki kurarak çözüm yolu bulma kriteri B2’yi sağlayanların oranı %10,1 (8 kişi), matematiğin dilini oluşturan sembol ve ifadeleri anlama, kullanma, yazma, kısaltma ve sadeleştirme kriteri C1’i sağlayanların oranı % 3,8 (3 kişi); verilen bağıntıları kendi aralarında ilişkilendirerek başka bir bağıntıya dönüştürme kriteri C3’ü sağlayanların oranı % 3,8’dir (3 kişi). Bu değerlere bakıldığında öğrencilerin üslü sayıların içerdiği kavramsal kriterlere yeterli oranda uygun cevap vermedikleri görülmüştür. Özellikle ifadeyi kısaltma, sadeleştirme veya verilen ifadeyi başka bir ifadeye dönüştürme konusunda oldukça yetersiz oldukları anlaşılmaktadır.

Gözlemlenen en yaygın hata ise $3.3.3\dots 3$ (10 tane) olarak denklemi ifade edip işlem sonucunu $3 \times 10 = 30$ olarak yazmalarındır. Buradan yola çıkarak öğrencilerin üslü ifadelerle ilişkin kavram bilgisi ve üslü ifade oluşturma noktasında zorluklar yaşadıkları söylenebilir.

7.soru: Ahmet’in kumbarasında 25 kuruşluk ve 50 kuruşluk olmak üzere toplam 50 adet madeni para bulunmaktadır. Ahmet’in kumbarasında toplam 20 TL olduğuna göre 25 ve 50 kuruşluk madeni paralardan kaçar tane vardır?

Yedinci soru birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemleri konusundaki kavramsal bilgiyi ölçen bir sorudur. Sorunun ölçmeyi hedeflediği kriterler A1, B2, B4 ve C2’dir (Ek-1). Öğrencilerden, işlemleri adım adım yapma kriteri A1’i sağlayanların oranı %20,3 (16 kişi), sorunun özünü kavrayarak verilenle istenen arasında mantıklı ilişki kurarak çözüm yolu bulma kriteri B2’yi sağlayanların oranı %19 (15 kişi), soruyu bir bütün olarak algılayarak verilen ipuçlarını yerinde ve doğru bir şekilde değerlendirme kriteri olan B4’ü sağlayanların oranı %1,3 (1 kişi), problemi denkleme dönüştürüp denklemi çözme kriteri C2’yi sağlayanların oranı %5,1’dir (4 kişi). Burada öğrenciler özellikle soruyu bir bütün

olarak algılamada yanılığa düşmüştür. Sorudaki ipucu olan toplam 50 adet madeni para ifadesini göz ardı edip, rastgele miktarlar vererek kuruş hesaplarıyla istenilen değeri bulmaya çalışmışlardır. Öğrencilerin en yaygın rastlanan çözüm şekli ise para miktarlarına deneme yanılma yöntemi ile değerler vermeleridir.

8. soru: Bir sayının 3 katının 5 fazlası 20 ise bu sayı kaçtır?

Sekizinci soru, bir bilinmeyenli denklem kurma ve çözme ile ilgili kavramsal bilgiyi ölçen bir sorudur. Ölçmeyi hedeflediği kriterler ise A1, A3 ve C2'dir (Ek-1). Öğrencilerden, işlemleri adım adım yapma kriteri A1'i sağlayanların oranı %65,8 (52 kişi), bağıntıların açılımını yapma, tersine verilen bir açılımı bir bağıntı olarak yazma kriteri A3'ü sağlayanların oranı %65,8 (52 kişi), problemi denkleme dönüştürüp denklemi çözme kriteri C2'yi sağlayanların oranı %13,9'dur (11 kişi). Genelde bu soru için öğrenciler denklem kurmadan değer vererek ya da tersten giderek çözüme ulaşmışlardır (Bakınız Şekil 5).

8) Bir sayının 3 katının beş fazlası 20 ise bu sayı kaçtır?

Şekil 5. Soru 8'e örnek öğrenci çözümü

9. soru: Bir fabrikada bir haftada A makinesi $4x+7$ tane civata üretiyor B makinesi ise $x+22$ tane civata üretiyor. Haftada B makinesi daha fazla üretim yaptığına göre A makinesi haftada en fazla kaç tane civata üretir?

Dokuzuncu sorunun ölçmeyi hedeflediği kriterler A1, A2, B1 ve C2'dir (Ek-1). Öğrencilerden, işlemleri adım adım yapma kriteri A1'i sağlayanların oranı %10,1 (8 kişi), önceden öğrenilen matematik bilgilerini (teorem, tanım, önerme, özellik ve bağıntı) bilgi düzeyinde kullanma kriteri olan A2'yi sağlayanların oranı %6,3 (5 kişi), matematikteki temel kavramları ve bu kavramların anlamını bilme kriteri olan B1'i sağlayanların oranı %6,3 (5 kişi) ve problemi denkleme dönüştürüp denklemi çözme kriteri C2'yi sağlayanların oranı %6,3'dür (5 kişi).

Burada öğrenciler verilen ifadenin matematiksel bir modelini oluşturmakta zorlanmışlardır. Verilen iki denklemi ya eşitlemeye çalışmışlardır ya da "fazla" kelimesini eşitsizlikteki "büyüktür (>) sembolü"ne uyarlayamamışlardır.

10. soru: $B(3,1)$ noktası $ax+3y-6=0$ denkleminin çözüm kümesinde ise bu denklemin y eksenini kestiği noktayı bulunuz.

Onuncu sorunun ölçmeyi hedeflediği kriterler A1, A3, B1, B3 ve C1'dir. Öğrencilerden, işlemleri adım adım yapma kriteri A1'i sağlayanların oranı %10,1 (8 kişi), bağıntıların açılımını yapma, tersine verilen bir açılımı bir bağıntı olarak yazma kriteri A3'ü sağlayanların oranı %8,9 (7 kişi), matematikteki temel kavramları ve bu kavramların anlamını bilme kriteri olan B1'i sağlayanların oranı %8,9 (7 kişi), önceden öğrenilen matematik bilgilerini (tanım, önerme ve teorem) kavrama veya uygulama düzeyinde

kullanma kriteri olan B3'ü sağlayanların oranı %2,5 (2 kişi) ve matematiğin dilini oluşturan sembol ve ifadeleri anlama, kullanma, yazma, kısaltma ve sadeleştirme kriteri C1'i sağlayanların oranı %1,3'dür (1 kişi).

Diğer sorularda olduğu gibi bu soruda da öğrenciler bir konu ile ilgili öğrendiği bir tanımı, teoremi veya özelliği uygulamaya dökmekte zorlanmışlardır. Ayrıca cebirsel ifadeleri sadeleştirip yazma konusunda da yetersiz kalmışlardır. Genelde, verilen noktanın koordinatları ile denklemi ilişkilendirememişler veya bu koordinatları denklemde yerine yazmaları gerektiğini bilen öğrenciler ise x değişkeni yerine yazacakları değeri a bilinmeyeni yerine yazmışlardır.

Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Bu çalışma kapsamında meslek lisesi 9. sınıf öğrencilerinin ortaöğretim matematik programındaki cebir konularına ilişkin kavramsal ve işlemsel bilgi yeterlilikleri incelenmiştir. Bu bölümde öncelikle, çalışmadan elde edilen bulgular araştırma sorularını cevaplama bağlamında tartışılacak, sonrasında ise karar vericilere, öğretmenlere ve araştırmacılara yönelik önerilerde bulunulacaktır.

Çalışma kapsamında, birinci araştırmanın sorusu olan “Meslek lisesi 9. sınıf öğrencilerinin ortaöğretim matematik öğretim programındaki cebir konularına ait kavramsal bilgi yeterlilikleri nedir?” sorusuna cevap aramak için cebir sınavındaki kavramsal soruların puan ortalaması incelenmiş ve öğrencilerin puan ortalamalarının düşük olduğu görülmüştür. Bu durum öğrencilerin kavramsal bilgilerinin yetersiz olduğuna işaret etmektedir. Öğrencilerin üslü ifadelerle ilgili sorulara verdikleri cevapların kavramsal kriterleri düşük oranda sağladığı görülmüştür. Bu bağlamda, üslü ifadeleri sadeleştirme, kısaltma veya verilen üslü ifadeyi ilişkilendirip bağıntıya dönüştürme kriterlerini ölçen sorulara verilen cevaplar yetersiz olarak değerlendirilmiştir. Benzer bulgular Duatepe-Paksu'nun (2013) çalışmasında belirtilen “kuvvet ve kat kavramları” ile ilgili kavram yanlışlarına ($2\sqrt{3} \cdot 5\sqrt{3} = 10\sqrt{3}$ veya $\sqrt{18} + \sqrt{32} = \sqrt{50}$ şeklinde işlem yapma) işaret etmektedir. Bu durum Teachey'in (2003) çalışmasında belirttiği gibi kavramsal ve işlemsel bilgi yetersizliğinin kavram yanlışları üretmesine örnek teşkil etmiştir. Öğrencilerin birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerindeki kavramsal kriterlere uygun olarak verdikleri cevapların oranı düşük olarak tespit edilmiştir. Özellikle bu konuda, soruyu bir bütün olarak algılayarak verilen ipuçlarını yerinde ve doğru bir şekilde değerlendirme ve problemi denkleme dönüştürüp denklemi çözme kriterlerinde yetersizdirler. Öğrencilerin yarısından fazlası birinci dereceden denklem çözme ile ilgili genelde kavramsal kriterlere uygun cevap verebilmişken, verilen durumu denkleme dönüştürme kriterinde yeterli düzeyde değildiler. Başka bir deyişle, öğrenciler verilen bir problemi denkleme çevirip çözme yöntemini değil, denklem kurmadan başka işlemsel yöntemlerle çözmeyi tercih etmektedirler. Öğrencilerin büyük çoğunluğu, birinci dereceden eşitsizliklerde de kavramsal kriterler açısından değerlendirildiğinde yetersiz kalmaktadırlar. Özellikle önceden öğrenilen matematik bilgilerini (teorem, tanım, önerme, özellik ve bağıntı) bilgi düzeyinde kullanma ve durumu denkleme dönüştürme noktasında zorluklar yaşamaktadırlar. Çözüm kümesinde verilen bir nokta ile birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemin ilişkisini kuramamışlardır. Kavramsal bilgi, Hiebert ve Lefevre'nin (1986) çalışmasında ifade edildiği gibi zihindeki bilgi ağları ile ilişki halinde olan bilgidir. Bu çalışmada öğrencilerin kavramsal kriterlere uygun cevaplar verememeleri, kavramları ilişkilendiremedikleri başka bir deyişle onların zihinlerindeki bilgi ağlarının birbirinden kopuk ve ilişkisiz olduğu şeklinde yorumlanabilir.

Araştırmanın ikinci sorusu olan “Meslek lisesi 9. sınıf öğrencilerinin ortaöğretim matematik öğretim programındaki cebir konularına ait işlemsel bilgi yeterlilikleri nedir?” sorusuna cevap aramak için kullanılan cebir sınavındaki işlemsel soruların puan ortalamasının düşük olduğu görülmektedir. Birinci dereceden iki bilinmeyenli bir cebirsel ifade verildiğinde, değişkenlerden biri verilip diğerinin değerini bulma noktasında öğrencilerin işlemsel yeterliklerinin istenilen oranda olmasa da yeterli olduğu tespit edilmiştir. Ancak birinci dereceden eşitsizliklerin çözümü konusunda işlemsel kriterlere uygun cevap verme oranı düşüktür. Özellikle önceden öğrenilen matematik bilgilerini (teorem, tanım, önerme, özellik ve bağıntı) bilgi düzeyinde kullanma ve cebirsel ifadeyi sadeleştirme, kısaltma gibi kriterlerde yetersizdirler. Bu konuda denklem çözümü ile eşitsizlik çözümünün birbirine karıştırıldığı ve denklemlerdeki çözüm yönteminin aşırı genellenmesinden kaynaklanan kavram yanılgılarının olduğu tespit edilmiştir. Öğrencilerin yanıtları birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerinin çözümünde işlemsel kriterleri düşük oranda sağlamaktadır. Öğrenciler özellikle iki değişkeni yok etme ile ilgili sorun yaşamışlardır. Gerçek sayılarda dört işlem becerisinde de düşük performans göstermişlerdir. İşlem önceliğine önem vermeden işlem yapmaya çalışmışlardır. Üslü ifadelerde işlemler konusunda da işlemsel bilgilerinin yetersiz olduğu tespit edilmiştir. Öğrenciler özellikle üslü ifadelerle ilgili öğrendikleri bilgiyi işlemsel olarak uygulamakta zorlanmışlardır. Genel olarak bakıldığında Voutsina'nın (2011) çalışmasında ifade edilen “tekrarlayan model” burada oluşmamıştır. Çünkü kavramsal ve işlemsel bilginin birbirini geliştirebilmesi için her iki bilgi türünün de anlamlı bir şekilde öğrenilmesi gerekir. Başka bir deyişle, işlemsel bilgilerin benzer durumlara transfer edilebilmesi için işlemlerin anlamlandırılması gerekir (Brownel, 1947; Dewey, 1910; akt. Hiebert ve Lefevre, 1986). İşlemsel soruların kriterlerine bakıldığında genelde öğrencilerin işlemsel bilgilerinin yetersiz olduğu düşünülmektedir.

Genel olarak bakıldığında bu çalışma sonucunda meslek lisesi öğrencilerinin ortaöğretim matematik öğretim programında cebir konusunda kavramsal ve işlemsel bilgilerinin yetersiz olduğu kanaatine varılmıştır. Bu çalışmanın, karar vericilere, öğretmenlere ve araştırmacılara yönelik dikkat çeken bazı sonuçları bulunmaktadır. Ortaöğretime başlayan bir öğrencinin cebir konularında temel matematik becerilerinin kavramsal ve işlemsel olarak yeterli olması gerekmektedir. Ayrıca öğrenciler, ortaöğretime temel oluşturması için bu konuları 9. sınıfın birinci döneminde görmekteyiz. Tüm bunlara rağmen öğrencilerin temel matematik becerilerinde yetersiz olmaları, gerek ilköğretim açısından gerekse de meslek liseleri açısından uygulamaya dönük bazı hususları değerlendirmeyi gerektirmektedir.

Bunlardan biri ilköğretimde sınıf geçme-kalma sisteminin doğru bir şekilde uygulanmamasından dolayı öğretim programlarının önemini kaybetmesidir. Bunun bir sonucu olarak birçok öğrenci temel matematik becerilerine sahip olmadan ortaöğretime geçmektedirler. Özellikle bu durumdaki öğrencilerin büyük bir kısmı meslek lisesine gelmektedir. Bu noktada meslek lisesindeki öğretmenlerin yeni bir konuya geçmeden önce öğrencilerin temel matematiksel becerileri açısından hazır bulunuşluklarını bilmesi ve dikkate alması gerekir. Nitekim araştırma konusu olan 9. sınıfın cebir konuları hem matematiğin en temel kavramlarından fonksiyonlara hem de tüm ortaöğretim matematik öğretim programında öğrencinin karşısına çıkacak cebir öğrenme alanına temel teşkil etmektedir. Böylesi önemli bir konuda öğrencilerin kavramsal ve işlemsel bilgi olarak yeterli olması

gerekmektedir. Dolayısıyla ilköğretim sisteminde öğrencilere temel becerilerin kazandırılması ve bu becerilerin yeterli bir şekilde ölçülmesi yönünde iyileştirilmelerin yapılması gerekmektedir. Böylece öğretmenler, bir üst sınıfa veya ortaöğretime geçen bir öğrencinin temel becerileri hakkında daha sağlıklı bir görüşe sahip olabilirler. Benzer öneri ortaöğretim sistemi için de geçerlidir. Temel seviye olarak kabul edilen 9. ve 10. sınıfta matematik dersinde başarısız olan öğrencilerin üst sınıfa geçtiğinde başarısız oldukları derslerden sorumlu tutulmaları gerekir. Ayrıca öğretmenlerin matematik eğitiminde kavramsal ve işlemsel bilgi ile ilgili güncel araştırmaları takip ederek bilgi sahibi olmaları faydalı olabilir. Özellikle meslek lisesinde görev yapan öğretmenler, öğrencilerindeki temel matematiksel becerilerin gelişimini desteklerken bunu akademik bir bakış açısı ile öğretim ortamlarına yansıtabilirler. Öğretmenlerin herhangi bir konuyu işlemeden önce kavramsal bilgi ve işlemsel bilgi arasındaki ayrıma dikkat etmeleri ve buna göre önlemler alması tavsiye edilebilir.

Bu çalışmada, meslek lisesi 9. sınıf öğrencilerinin ortaöğretim programında cebir öğrenme alanındaki kavramsal ve işlemsel bilgi yeterlilikleri betimlenmeye çalışılmıştır. Bulgular doğrultusunda çeşitli sorunlara değinilmiştir. Araştırmacıların, meslek lisesi dışında farklı liselerde kavramsal ve işlemsel anlamayı ön plana çıkaran ve özellikle literatürde yeterince ele alınmayan kavramsal ve işlemsel bilgi arasındaki ilişkiye odaklanan benzer çalışmalar yapmalarının literatüre katkıda bulunacağı düşünülmektedir.

Kaynaklar

- Baki, A. (2008). *Kuramdan Uygulamaya Matematik Eğitimi*. Ankara, Harf Yayıncılık.
- Baki, A. ve Kartal, T. (2000). *Kavramsal Ve İşlemsel Bilgi Bağlamında Lise Öğrencilerinin Cebir Bilgilerinin Karakterizasyonu*. (Yüksek Lisans Tezi). Karadeniz Teknik Üniversitesi. Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Baki, A. ve Kartal, T. (2004). Kavramsal Ve İşlemsel Bilgi Bağlamında Lise Öğrencilerinin Cebir Bilgilerinin Karakterizasyonu. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, 2(1), 27-46.
- Berberoğlu, G. ve Kalender, İ. (2005). Öğrenci Başarısının Yıllara, Okul Türlerine, Bölgelere Göre İncelenmesi: ÖSS ve PISA Analizi, *Eğitim Bilimleri ve Uygulama*, 4, (7), 21-35.
- Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, Özcan E., Karadeniz, Ş. ve Demirel, F. (2013). *Bilimsel Araştırma Yöntemleri*. Ankara: Pegem Akademi.
- Cohen, L., Manion, L. ve Morrison, K. (2007). *Research methods in education*. New York: Routledge.
- Dede, Y. ve Argün, Z. (2003). Cebir Öğrencilere Niçin Zor gelmektedir? *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 180-185.
- Dikici, R., ve İşleyen, T. (2003). Bağıntı ve Fonksiyon Konusundaki Öğrenme Güçlüklerinin Bazı Değişkenler Açısından İncelenmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 11(2), 105-116.
- Duatepe Paksu, A. (2013). “Üslü ve Köklü Sayılar Konularındaki Öğrenme Güçlükleri”. M. F. Özmantar, E. Bingölbali, H. Akkoç (Eds), *Matematiksel Kavram Yanılgıları ve Çözüm Önerileri* (91-119). Ankara. Pegem Akademi.
- Erbaş, K. A., Çetinkaya, B. ve Ersoy, Y. (2009). Öğrencilerin Basit Doğrusal Denklemlerin Çözümünde Karşılaştıkları Güçlükler ve Kavram Yanılgıları, *Eğitim ve Bilim*, 34(152), 44-59
- Ersoy, Y. ve Erbaş, A. K. (2005). “Kassel Projesi Cebir sınavında Bir Grup Türk Öğrencinin Genel Başarısı ve Öğrenme Güçlükleri”. *İlköğretim-Online*, 4(1), 18-39, [Online]:

<http://ilkoğretim-online.org.tr>

Hatisaru, V., ve Erbaş, A. K. (2013). Endüstri Meslek Lisesi Öğrencilerinin Fonksiyon Kavramını Anlama Düzeylerinin İncelenmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 21(3), 865-882.

Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). "Conceptual and procedural knowledge in mathematics: an introductory analysis". In J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and Procedural Knowledge: The Case of Mathematics* (pp. 1–27). Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates.

Loggins, W. H. (1994). *Enhancing Student Acquisition of Functions via Connections, Modeling and Technology*. Unpublished Doctoral Thesis. Georgia State University.

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], (2013). Ortaöğretim Matematik Dersi (9, 10, 11 ve 12. Sınıflar) Öğretim Programı. Ankara.

<http://ttkb.meb.gov.tr/program2.aspx?islem=1&kno=86>

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], (2013a). Ortaöğretim Matematik 9. Sınıf Ders Kitabı. Ankara. Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları. <http://www.eba.gov.tr/ekitapidetay/2519>.

Mumcu, H. Y., Mumcu, İ., Aktaş, M. C. (2012). Meslek Lisesi Öğrencileri İçin Matematik. *Amasya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 1 (2), 180-195.

Özgen, K. ve Bindak, R. (2011). Lise Öğrencilerinin Matematik Okuryazarlığına Yönelik Öz-Yeterlik İnançlarının Belirlenmesi, *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 11(2), 1073-1089.

Sáenz, C. (2008). The role of contextual, conceptual and procedural knowledge in activating mathematical competencies (PISA). *Educational Studies in Mathematics*, 71, 123–143.

Skemp, R. (1978). Relational Understanding And Instrumental Understanding. *Arithmetic Teacher*, 26(3), 9-15.

Teachey, A. L. (2003). *Investigations in Conceptual Understanding of Polynomial Functions and The Impact of Mathematical Belief Systems on Achievement in An Accelerated Summer Program For Gifted Students*. Unpublished Doctoral Thesis. Faculty Of North Carolina State University, Raleigh, North Carolina.

Voutsina, C. (2011). *Procedural And Conceptual Changes In Young Children's Problem Solving*. Published Online: Springer Science & Business Media B.V

Yenilmez, K. ve Teke, M. (2008). Yenilenen Matematik Programının Öğrencilerin Cebirsel Düşünme Düzeylerine Etkisi. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9(15), 229–246

Ekler

EK-1 Kavramsal ve İşlemsel Bilgiyi Karakterize Eden Ölçek

A: İşlem Bilgisini Karakterize Eden Ölçek	
A1	İşlemleri adım adım yapma.
A2	Önceden öğrenilen matematik bilgilerini (teorem, tanım, önerme, özellik ve bağıntı) bilgi düzeyinde kullanma.
A3	Bağıntıların açılımını yapma, tersine verilen bir açılımı bir bağıntı olarak yazma.
B: Kavram Bilgisini Karakterize Eden Ölçek	
B1	Matematikteki temel kavramları ve bu kavramların anlamını bilme.
B2	Sorunun özünü kavrayarak verilenle istenilen arasında mantıklı ilişki kurarak çözüm yolu bulma.
B3	Önceden öğrenilen matematik bilgilerini (tanım, önerme ve teorem) kavrama veya uygulama düzeyinde kullanma.
B4	Soruyu bir bütün olarak algılayarak verilen ipuçlarını yerinde ve doğru bir şekilde değerlendirme.
B5	Problemi alt ve basit basamaklara ayırma.
B6	Karmaşık ve zor görünen bir probleme yardımcı olacak şekiller çizme veya genellemelerde bulunma.
B7	Problemi verilen şekil ve grafikte eşleştirme.
B8	Problemin özelliklerini ortaya koyarak problemi bu özellikleri içeren bilgilerle eşleştirme
C: İşlem ve Kavram Bilgisini Birlikte Karakterize Eden Ölçek	
C1	Matematiğin dilini oluşturan sembol ve ifadeleri anlama, kullanma, yazma, kısaltma ve sadeleştirme.
C2	Problemi denkleme dönüştürüp denklemi çözme.
C3	Verilen bağıntıları kendi aralarında ilişkilendirerek başka bir bağıntıya dönüştürme.
C4	Çözüm sonucunda elde edilen sonucun mantıklılığını yorumlama.

EK-2 Cebir Sınavı

Sınavda yer alan soruların yanında parantez içinde belirtilen ifadeler soruların içerdiği kriterlerdir. Kriterlerin anlamları için EK-1'e bakınız.

- 1) $3x+5=y$ denkleminde
 - a) $x=4$ için y değeri nedir? (A1,A2)
 - b) $y=20$ için x değeri nedir? (A1, A2, A3)
- 2) $3x-4<14$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz. (A1, A2, C1)
- 3) $2x+3y=13$
 $x - y = -1$ olduğuna göre, x ve y kaçtır? (A1, A2, B3, C1)
- 4) $1 + \frac{1}{2} : 2 + \frac{1}{2} : 2 - \frac{1}{3} . 3$ işleminin sonucu kaçtır? (A1, A2, C1)
- 5) $8^{13} \cdot 4^{-20} \cdot 2^5$ işleminin sonucu kaçtır? (A1, A2, B3, C1)
- 6) Bir bakteri bir dakikada 3'e bölünerek çoğalmaktadır. Buna göre dakika ve oluşan bakteri sayısını ifade eden denklemi yazınız ve 10. Dakikada kaç bakteri olacağını belirtiniz. (A1, B2, C1, C3)
- 7) Ahmet'in kumbarasında 25 kuruşluk ve 50 kuruşluk olmak üzere toplam 50 adet madeni para bulunmaktadır. Ahmet'in kumbarasında toplam 20 TL olduğuna göre 25 ve 50 kuruşluk madeni paralardan kaç tane vardır? (A1, B2, B4, C2)
- 8) Bir sayının 3 katının 5 fazlası 20 ise bu sayı kaçtır? (A1, A3, C2).
- 9) Bir fabrikada bir haftada A makinesi $4x+7$ tane cıvata üretiyor B makinesi ise $x+22$ tane cıvata üretiyor. Haftada B makinesi daha fazla üretim yaptığına göre A makinesi haftada en fazla kaç tane cıvata üretir? (A1, A2, B1, C2)
- 10) B (3,1) noktası $ax+3y-6=0$ denkleminin çözüm kümesinde ise bu denklemin y eksenini kestiği

Ek-3 Cebir Sınavının Cevap Anahtarı

1) $3x+5=y$ denkleminde (A_1, A_2) a) $x=4$ için alabileceği y değeri nedir?

$$3x+5=y \quad 12+45=3 \quad (2)$$

$$3 \cdot 4 + 5 = y \quad (2) \quad \boxed{17=y} \quad (1)$$

 (A_1, A_2) b) $y=20$ için alabileceği x =?

$$3x+5=y \quad 3x+5=20 \quad (2) \quad 3x=20-5$$

$$3x+5=20 \quad (2) \quad \frac{3x}{3} = \frac{15}{3} \quad (2) \quad \boxed{x=5} \quad (1)$$

 (A_1, A_2, C_1) 2) $3x-4 < 14$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

$$3x-4 < 14 \quad (2) \quad \frac{3x}{3} < \frac{18}{3} \quad (2) \quad C.K. = (-\infty, 6)$$

$$3x < 14+4 \quad (2) \quad x < 6 \quad (2)$$

$$3x < 18 \quad (2) \quad (2)$$

 (A_1, A_2, C_1) 3) $2x+3y=13$
 $x-y=-1$ olduğuna göre, x ve y kaçtır, bulunuz.

$$2x+3y=13$$

$$3/x-y=-1 \quad (1)$$

$$2x+3y=13$$

$$+ \quad 3x-3y=-3 \quad (2)$$

$$\hline 5x=10 \quad (2)$$

$$\frac{5x=10}{5} = \frac{10}{5} \quad (1)$$

$$\boxed{x=2} \quad (1)$$

$$x-y=-1$$

$$2-y=-1 \quad (2)$$

$$2+1=y$$

$$\boxed{3=y} \quad (1)$$

$$4) (A_1, A_2, C_1)$$

$$1 + \frac{1}{2} : 2 + \frac{1}{2} : 2 - \frac{1}{3} \cdot 3$$

$$1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{1}$$

$$= 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{3}{3} = 1 + \frac{2}{4} - 1 = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

işleminin sonucu kaçtır?

 (A_1, A_2, B_3, C_1) 5) $8^{13} \cdot 4^{-20} \cdot 2^5$ işleminin sonucu kaçtır?

$$(2^3)^{13} \cdot (2^2)^{-20} \cdot 2^5 = 2^{39} \cdot 2^{-40} \cdot 2^5 = 2^{39-40+5} = 2^4 = 16$$

1) (A1, B2, C1, C3)

6) Bir bakteri bir dakikada 3'e bölünerek çoğalmaktadır. Buna göre dakika ve oluşan bakteri sayısını ifade eden denklemi yazınız ve 10. Dakikada kaç bakteri olacağını belirtiniz.

Dakika	Oluşan Bakteri Sayısı
1	$3 = 3^1$
2	$9 = 3^2$
3	$27 = 3^3$ (8)
...	...
t	$= 3^t$ olur

10. dakikada $\frac{3^{10}}{2} = 3^{10}$ tane oluşur.

7) Ahmet'in kumbarasında 25 kuruşluk ve 50 kuruşluk olmak üzere toplam 50 adet madeni para bulunmaktadır. Ahmet'in kumbarasında toplam 20 TL olduğuna göre 25 ve 50 kuruşluk madeni paralardan kaçar tane vardır? (A1, B2, B4, C2)

25 kuruş $\frac{1}{2}$ TL
 50 kuruş $\frac{1}{2}$ TL

1) x tane
 2) $25x + 50y = 2000$ kuruş

$x + y = 50$

$-25/x \quad x + y = 50$ (2)
 $25x + 50y = 2000$
 $-25x - 25y = -1250$
 $25x + 50y = 2000$ (2)
 $25y = 750$
 $y = 30$ tane

$x + y = 50$
 $x + 30 = 50$ (2)
 $x = 20$ tane

8) Bir sayının 3 katının beş fazlası 20 ise bu sayı kaçtır? (A1, A3, C2)

2) $3x + 5 = 20$ (2)
 $3x = 15$ (2)
 $\frac{3x}{3} = \frac{15}{3} \quad |x = 5|$

9) Bir fabrikada bir haftada A makinesi $4x+7$ tane civata üretiyor B makinesi ise $x+22$ tane civata üretiyor. Haftada B makinesi daha fazla üretim yaptığına göre A makinesi haftada en fazla kaç tane civata üretir? (A1, A2, B1, C2)

A $\frac{A}{4x+7}$
 B $\frac{B}{x+22}$

$B > A$ (2)
 $x+22 > 4x+7$ (2)
 $22-7 > 4x-x$ (2)
 $15 > 3x$ (2)
 $5 > x$ (2)
 x en fazla 4 olur
 $A = 4x+7 = 4 \cdot 4 + 7 = 23$ (2)

10) B(3,1) noktası $ax+3y-6=0$ denkleminin çözüm kümesinde ise bu denklemin y eksenini kestiği noktayı bulunuz. (A1, A3, B1, B3, C1)

2) B noktası çözümler kümesinde ise bu nokta o denklemi sağlar.
 Yani

$a \cdot 3 + 3 \cdot 1 - 6 = 0$
 $3a + 3 - 6 = 0$ (2)
 $3a - 3 = 0$
 $3a = 3$ (2)
 $a = 1$ (2)

$ax + 3y - 6 = 0$
 $x + 3y - 6 = 0$
 $x = 0$ için $0 + 3y - 6 = 0$ (2)
 $3y = 6$
 $y = 2$ (2)
 y eksenini 2 ile keser.

	A1	A2	A3	B1	B2	B3	B4	C1	C2	C3
1a (İşlemsel)	√	√								
1b (İşlemsel)	√	√	√							
2 (İşlemsel)	√	√						√		
3 (İşlemsel)	√	√				√		√		
4 (İşlemsel)	√	√						√		
5 (İşlemsel)	√	√				√		√		
6 (Kavramsal)	√				√			√		√
7 (Kavramsal)	√				√		√		√	
8 (Kavramsal)	√		√						√	
9 (Kavramsal)	√	√		√					√	
10 (Kavramsal)	√		√	√		√		√		

Ek 4. Cebir sınavındaki soruların sağladığı kriterler