Trakya Eğitim Dergisi
Cilt 14, Sayı 2
Mayıs 2024, 820-841

Geliş Tarihi: 20.11.2023

ISSN: 2630-6301
Doi: 10.24315/tred.1393440
Araştırma Makalesi/
Research Article

Trakya Journal of Education
Volume 14, Issue 2
May 2024, 820-841

Yayına Kabul Tarihi:02.04.2024

YAĞLI KÂĞIT ETKİNLİKLERİ YOLUYLA ZİHNİN GEOMETRİK ALIŞKANLIKLARI ÜZERİNE BİR İNCELEME[1]

AN EXAMINATION OF GEOMETRIC HABITS OF MIND THROUGH PATTY PAPER ACTIVITIES

Süleyman Emre AKTAŞ[2], Emine Gaye ÇONTAY[3]

ÖZ: Bu çalışmanın amacı ortaokul öğrencilerinin yağlı kâğıt katlama ile problem çözerken kullandıkları zihnin geometrik alışkanlıklarını incelemektir. Durum çalışması olarak nitelendirilen çalışmada iki sekizinci sınıf öğrencisi ile problem çözme süreçlerinde katlama etkinlikleri gerçekleştirilmiştir. Çalışmada üç ana problemden oluşan Yağlı Kâğıt Katlayarak Problem Çözme Aracı (YKPÇ) kullanılmıştır. Öğrencilerin zihinsel eylemleri Driscoll ve diğerleri'nin (2008) ZGA kuramsal çerçevesine dayanılarak analiz edilmiştir. Çalışmanın sonuçlarına göre öğrenciler problem çözme süreçlerinde tüm geometrik alışkanlıkları ortaya koymuştur. Dolayısıyla yağlı kâğıt katlamanın problem çözme sürecinde öğrencilerin geometrik alışkanlıklarını ortaya çıkarmada etkili bir araç olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bunun yanında öğrencilerin problem çözerken zihinsel eylemlerinde en sık rastlanan alışkanlık "ilişki kurarak akıl yürütme" alışkanlığı olurken; "geometrik fikirlerin genelleştirilmesi" alışkanlığına en az sıklıkla rastlanmıştır. "İlişki kurarak akıl yürütme" alışkanlığından sonra en sık rastlanan alışkanlık ise "keşfetme ve yansıtma dengesi kurma" alışkanlığı olmuştur. İlgili alanyazın incelendiğinde bu alışkanlığa sık rastlanmazken bu çalışmada en sık rastlanan ikinci alışkanlık olma sebebinin; kâğıt katlama etkinlikleri olduğu, yağlı kâğıt materyalinin öğrencilerin keşfetme süreçlerini daha fazla ortaya çıkardığı sonucuna ulaşılmıştır.

Anahtar Sözcükler: Zihnin geometrik alışkanlıkları (ZGA), yağlı kâğıt katlama, kâğıt katlama, yağlı kağıt geometrisi, ortaokul matematiği.

ABSTRACT: The aim of this study is to examine the geometric habits of mind used by middle school students while solving problems with patty paper folding. In the study, which is described as a case study, folding activities were carried out with two eighth grade students in their problem solving processes. In the study, the Patty Paper Folding Problem Solving Tool (PPST), which consists of three main problems, was used. Students' mental actions were analyzed based on Driscoll et al.'s (2008) ZGA theoretical framework. According to the results of the study, the students revealed all geometric habits in their problem solving processes. Therefore, it has been concluded that folding patty paper is an effective tool in revealing students' geometric habits in the problem solving process. In addition, the most common habit in students' mental actions while solving problems was the habit of "reasoning by establishing relationships"; the habit of "generalizing geometric ideas" was encountered least frequently. After the habit of "reasoning by establishing relationships", the most common habit was the habit of "establishing a balance of discovery and reflection". When the relevant literature was examined, this habit was not frequently encountered, but in this study, the reason why it was the second most common habit is; that there are paper folding activities and that the patty paper material reveals students' discovery processes more.

Keywords: Geometric habits of mind (GHoM), patty paper folding, paper folding, patty paper geometry, middle school mathematics.

Bu makaleye atıf vermek için:
Aktaş, S.E., & Çontay, E.G. (2024). Yağlı kâğıt etkinlikleri yoluyla zihnin geometrik alışkanlıkları üzerine bir inceleme, *Trakya Eğitim Dergisi, 14*(2), 820,841
Cite this article as:
Aktaş, S.E., & Çontay, E.G. (2024). An examination of geometric habits of mind through patty paper activities, *Trakya Journal of education, 14*(2), 820,841

---

[1] Bu çalışma EJER 2020 Kongresinde özet bildiri olarak sunulmuştur.
[2] Mezun Yüksek Lisans Öğrencisi, Matematik Öğretmeni, Necdet Semker Ortaokulu, Türkiye, e-mail: emreaktas961@gmail.com, ORCID: 0000-0002-3991-2483
[3] Dr. Öğretim Üyesi, Pamukkale Üniversitesi, Türkiye, e-mail: germec@pau. edu.tr, ORCID: 0000-0002-6446-9217

EXTENDED ABSTRACT

Introduction

Problem-solving skills are effective in developing and acquiring skills such as reasoning, making connections, ciritical and creative thinking (Karataş & Güven, 2003; Soylu & Soylu, 2006; Swing & Peterson, 1988; Türnüklü & Yeşildere, 2005) and important for individuals to continue their generation Altun, 2015). Problem solving is one of the standards of NCTM (National Council of Teachers of Mathematics) (2000) and is considered a fundamental part of learning mathematics. From pre-school to the end of the 12th grade, students should build new knowledge through problem solving, strive to solve problems that arise in mathematics and other contexts, and be able to develop appropriate strategies for problem solving. (NCTM, 2000). In this study, problem solving tasks accompanied by a series of paper folding activities were designed for students. It is thought that this process will reveal students' knowledge, thoughts and skills. In this context, the idea of teaching through problem solving encourages students to be curious about mathematical concepts through specific tasks or problems and supports the development of students' thoughts in this process (Van De Walle, Karp, & Bay-Williams, 2013). According to Cuoco et al. (1996), teaching programs organized around habits of mind enable students to be involved in the process of creation, discovery, prediction and experimentation; In addition to developing new results, it allows them to experience what goes on behind the mathematics they learn. These kind of teaching programs include false starts, calculations, experiments and testing of special cases. Students develop the habit of working out the details, such as making hypotheses, seeing whether the hypotheses will work. In this way, students look for logical and heuristic connections between new ideas and old ideas. Teaching driven by habits of mind is dedicated to providing students with a real research experience. By learning to pay attention to these various habits in their own, their colleagues', and their students' work, teachers can be better prepared to help their students succeed in geometry (Driscoll, Dimatteo, Nikula, Egan, Mark, & Kelemanik, 2008). For this purpose, in this study, it was thought that teaching paper folding and problem solving tasks would reveal students' geometric habits of mind and thus encourage their development.

Using paper folding in geometry teaching brings positive and meaningful learning experiences by enabling students to have a more comprehensive understanding and thinking (Bornasal, Sulatra, Gasapo, & Gasapo, 2021). Therefore, in this study, we tried to reveal the geometric habits in students' minds during their problem solving processes with the help of paper folding experiences. In this study, patty papers were used in paper folding tasks. Wiles (2013) stated that folding paper is an effective tool for reasoning, that the procedure an individual follows while folding contains rich geometric relationships and motivates students. The Geometric Habits of the Mind (ZGA) framework is divided into four groups: Reasoning by establishing relationships, generalizing geometric ideas, examining invariants, and establishing a balance of exploration and reflection (Driscoll et al., 2008).

These habits of the mind are the habits that individuals use when dealing with geometry problems and they affect many aspects of daily life and their reflections are seen in many systems (Cuoco et al., 1996). Therefore, it is recommended that students' geometric habits be developed from an early age. In this way, it is thought that it will positively affect their future education lives, improve their high-level thinking skills and support them in gaining intellectual knowledge (Bozkurt and Koç, 2016).

In this study, the paper folding method was used in the problem solving process in order to reveal students' geometric thinking habits. According to Wiles (2013), students can use paper folding to generate hypotheses during geometric reasoning, and this process can be examined within the theoretical framework of geometric habits of the mind.

Method

The study group of the research consisted of two 8th grade students studying at a public middle school in Istanbul in the second semester of the 2020-2021 academic year.

ThePatty Paper Folding Problem Solving Tool (PPST), which consists of three problems and was created by the researchers, was used as a data collection instrument. Before the application, ZGA preparation activities were carried out for the students. The primary researcher undertook the implementation of the preparatory activities and the application of the data collection instrument to the students. PPST was directed to the students through interviews. The study was conducted with face-to-face interview technique

at school. PPST application was video and audio recorded. The first researcher took observation notes during the application.
The data of this study were analyzed using the content analysis method. Strauss & Corbin's (1990) theoretical framework was used in content analysis. The unit of analysis in this study is the geometric habits of the mind that students demonstrate while solving problems. Therefore, the data were presented through this unit of analysis. To analyze the data, the first researcher's observation notes, the drawings and folds made by the students with patty paper, photographs, video and audio recordings of these drawings and folds were examined. Audio and video recordings were transcribed; it was then analyzed by two researchers with the help of indicators of geometric habits of the mind in an Excel table.

Findings

In this study, it was observed that while students were solving problems using patty paper, they exhibited all the geometric habits of mind found in Driscoll et al.'s (2008) ZGA theoretical framework. Therefore, it can be said that the use of patty paper is an effective material in revealing students' geometric habits (Wiles, 2013).
In this study, all geometric habits of the mind were revealed, the most frequently observed habit was the habit of "reasoning by establishing relationships", while the habit of "generalizing geometric ideas" was the least frequently observed. While the indicator of "Searching for a set of solutions using default simplification conditions", which is one of the indicators of the habit of "generalizing geometric ideas", was never encountered, the indicator of "Searching for complete solution sets or general rules" was encountered only in one case. From here it can be said that students' use of generalization habits is not at the desired level.
In this study, while the habit of generalizing geometric ideas and habits related to their sub-signs emerged less frequently, examining the invariants was not a frequent habit. To increase indicators of these habits, it is recommended that teachers in mathematics classrooms introduce challenging problems, often with more than one possible entry point, and problems that have the potential to help uncover (and develop) students' geometric thinking.

Discussion and Conclusion

In this study, the most common habit after the habit of “reasoning by establishing relationships” was the habit of "establishing a balance of discovery and reflection". When the relevant literature is examined, it is seen that middle school students often react with the habit of "reasoning by establishing relationships" (Tolga & Cantürk Günhan, 2020a; 2020b; Özen Ünal et al., 2022; Gürbüz et al., 2018), while the habit of establishing a balance of discovery and reflection is not seen frequently. The reason why in this study, unlike other studies, the habit of “establishing a balance between discovery and reflection” was the most frequently observed habit after the habit of “reasoning by establishing relationships”, may be the use of patty paper in the problem-solving process. Based on this finding, it can be argued that the patty paper material reveals students' discovery processes more and is a successful material in this regard.
In this study, interviews were conducted with two middle school students and their ZGAs were tried to be revealed while solving problems with patty paper folding. There are very few studies on ZGA using this material in the relevant literature. To researchers; it is recommended to conduct research with larger study groups using patty paper material in a qualitative pattern, which has the potential to reveal students' ZGAs.

GİRİŞ

Matematik eğitiminin temel amaçları doğrultusunda toplumun eğitim süreçlerinde aktif olarak yer alan, bilgiyi üreterek günlük hayatta kullanabilen, problem çözme becerileri gelişmiş, girişimci ve eleştirel düşünebilen bireylere ihtiyacı vardır. Bu ihtiyaç doğrultusunda ise öğrencilerin eğitimi için onlara güncel, günlük hayatla ilişkili olan ve kullanışlı içerikler sunulması gereklidir (Ünlü, 2021). Matematik dersi öğretim programı incelendiğinde, matematik ve geometri öğretimi ile bireylerin akıl yürütme, ilişkilendirme, eleştirel ve yaratıcı düşünme gibi becerilerinin geliştirilmesinin amaçlandığı görülmektedir (Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018). Problem çözme becerilerinin ise bu gibi becerilerin geliştirilmesinde ve kazandırılmasında etkili olduğu (Karataş & Güven, 2003; Soylu & Soylu, 2006; Swing & Peterson, 1988; Türnüklü & Yeşildere, 2005), problem çözmenin bireylerin nesillerini devam ettirebilmeleri için önemli olduğu söylenmektedir (Altun, 2015). Problem çözme, NCTM’nin (National Council of Teachers of Mathematics) (2000) standartlarından biridir ve matematik öğrenmenin temel bir parçası sayılmaktadır.

Öğrenciler okul öncesinden 12. sınıfın sonuna kadar problem çözme ile yeni bilgiler inşa etmeli, matematikte ve diğer bağlamlarda ortaya çıkan problemleri çözmek için çaba harcamalı, problem çözme için uygun stratejiler geliştirebilmelidir. Bunun yanında iyi yapılandırılmış problem çözme süreçleri öğrencilerin neyi bilip neyi bilmediklerini ortaya çıkararak bilgilerini ve yeteneklerini kuvvetlendirerek genişletmektedir. Dolayısıyla iyi yapılandırılmış problem çözme süreçleri öğrencilerin becerilerini geliştirmektedir (NCTM, 2000). Bu çalışmada da öğrenciler için bir dizi kâğıt katlama etkinliği eşliğinde problem çözme görevleri tasarlanmıştır. Bu sürecin öğrencilerin bilgi, düşünce ve becerilerini ortaya çıkaracağı düşünülmüştür. Bu bağlamda ele alınacak problem çözme ile öğretim fikri, belirli görev ya da problemlerle öğrencileri matematiksel kavramlar hakkında merak duymaya sevk etmekte ve bu süreçte öğrencilerin düşüncelerinin gelişimini desteklemektedir (Van De Walle, Karp ve Bay-Williams, 2013). Problem çözme süreçleri, aynı zamanda öğrencilerin belirli zihinsel alışkanlıklarını kullanma eğilimleri olduğu süreçler olarak da ele alınabilir (Özüm Bülbül ve Güven, 2019). Bireylerin problem çözme sürecinde kullandığı bu alışkanlıklar problemin sonucundan daha önemlidir. Öyle ki, problem çözme ile öğretim paradigma değişimini gerektiren, öğrencilerin nasıl öğrendiklerini ve öğrenmelerine en iyi nasıl yardımcı olunabileceği hakkında farklı bir felsefe gerektiren bir süreçtir. Bu bağlamda vurgu sonuca değil problem sürecine yapılmaktadır (Van De Walle vd., 2013) ve öğrencilerin kullandıkları zihinsel alışkanlıkların belirlenmesi, bu sürecin iyileştirilmesine yardımcı olacaktır. Zihnin alışkanlıkları iyi bir matematikçinin bir problemi çözerken sergilediği genelleşmiş davranışlar olup bireylerin bu alışkanlıklarını geliştirilmesi günlük hayatta daha iyi birer sorun ya da problem çözücü olmalarını desteklemektedir. Zihnin alışkanlıkları geometrik, matematiksel ve cebirsel alışkanlıklar olarak üçe ayrılmıştır ve bu alışkanlıklar tanımlanıp örneklendirilmiştir (Cuoco, Goldenberg & Mark, 1996). Cuoco ve diğerleri (1996) öğrencilerin tanımlama, sistemleştirme, soyutlama veya mantıksal bağlantı kurma yoluyla problemlere ve ifadelere matematiksel anlam getirme konusunda rahat olmayı ve bu konuda beceri sahibi olmayı aynı zamanda durumları tanımlamanın yeni yollarını aramayı ve geliştirmeyi teşvik edecek yolları belirlemeyi amaçlamışlardır. Derslere ve öğretim programlarına modern içerikleri dahil etmek gereklidir, fakat bundan daha önemlisi öğrencilere matematiği kullanabilmeleri, anlayabilmeleri ve hatta yapabilmeleri için ihtiyaç duyacakları araçları vermektir. Cuoco ve diğerleri'ne (1996) göre zihin alışkanlıkları etrafında düzenlenen öğretim programları öğrencilerin yaratma, keşfetme, tahminde bulunma ve deneme sürecine dahil olmalarını sağlar; yeni sonuçlar geliştirmelerinin yanında öğrendikleri matematiğin arka planında neler olup bittiğini deneyimlemelerine olanak tanır. Bu tür öğretim programları içerisinde yanlış başlangıçlar, hesaplamalar, deneyler ve özel durumların test edilmesi vardır. Öğrenciler, varsayımlar üretme, varsayımların işe yarayıp yaramayacağını görme gibi ayrıntılar üzerinde çalışma alışkanlığını geliştirirler. Öğrenciler bu sayede yeni fikirlerle eski fikirler arasındaki mantıksal ve buluşsal bağlantıları ararlar. Zihin alışkanlıkları ile yürütülen bir öğretim, öğrencilere gerçek bir araştırma deneyimi sunmaya adanmıştır.

Matematiksel zihin alışkanlıkları, düşünmenin üretken yolları olarak formel matematiğin öğrenilmesini ve uygulanmasını sağlamaktadır. Matematik öğrenmek, matematik adı verilen disiplinde yerleşik sonuçları anlamak kadar, bu zihin alışkanlıklarını geliştirmekle de ilgilidir ve formel matematik öğrenimi ise bu tür zihinsel alışkanlıkların gelişmesinden önce gelmemelidir. Aksine, üretken düşünme yolları geliştirmek formel matematik öğreniminin ayrılmaz bir parçasıdır. Bu bağlamda geometri öğrenmek, geometrik düşünmeyi öğrenmeyi içerir (Cuoco vd., 1996) Bu anlamda aynı matematiksel düşünme sürecinde matematiksel zihin alışkanlıkları devreye girdiği gibi, bireyler geometri problemlerinin keşfetmek ve çözmek için içgörü ve titizlik kullandıklarında, belirli düşünme alışkanlıklarının devreye girmektedir. Bunun yanında öğretimin öğrencilerde bu tür zihinsel alışkanlıkların gelişimini teşvik edecek şekilde şekillendirilebilmektedir. Dolayısıyla Zihnin Geometrik alışkanlıkları çerçevesi, bu amaçla oluşturulmuştur. Öğretmenler, kendilerinin, meslektaşlarının ve öğrencilerinin çalışmalarındaki bu çeşitli alışkanlıklara dikkat etmeyi öğrenerek, öğrencilerinin geometride başarılı olmasına yardımcı olmaya daha hazırlıklı olabilirler (Driscoll vd., 2008). Bu amaçla bu çalışmada kâğıt katlama ile problem çözme görevleri ile öğretimin öğrencilerin geometrik zihin alışkanlıklarını ortaya çıkaracağı ve böylelikle gelişimlerini teşvik edeceği düşünülmüştür. Bir geometri problemini çözmeye çalışmak bir bitki yetiştirmek ya da bir odadan diğer odaya mobilya tasarımı yapmak gibi birbirinden çok farklı durumları düşünmeleri gerektiren süreçleri içermektedir. Bu farklı durumlardaki strateji kullanımı ise zihnin alışkanlıkları olarak tabir edilmektedir. Problem çözme sürecinde zihnin geometrik alışkanlıklarını ortaya çıkarmak için öğrencilerin düşünmelerini açığa çıkarmak gereklidir. Kâğıt katlama görevleri ise geometrik keşif sürecinde öğrencilerin düşüncelerini ortaya çıkarabilme potansiyeline sahip olan aktif matematiksel deneyimleri teşvik eden etkili araçlardır (Olson, 1975; Serra, 1994). Geometri öğretiminde kâğıt katlama ile öğretimin kullanılması öğrencilerin daha kapsamlı bir anlayışa sahip olmasını ve düşünmelerini sağlayarak olumlu ve anlamlı öğrenme deneyimleri getirmektedir (Bornasal vd., 2021). Dolayısıyla bu çalışmada öğrencilerin problem çözme süreçlerinde zihinlerindeki geometrik alışkanlıklar kâğıt katlama deneyimleri yardımıyla ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. Bu çalışmada kâğıt katlama görevlerinde yağlı kağıtlar kullanılmıştır.

Wiles, (2013) kâğıt katlamanın akıl yürütme için etkili bir araç olduğunu, bireyin katlama yaparken izlediği prosedürün zengin geometrik ilişkiler içerdiğini, öğrencileri motive ettiğini belirtmiştir. Kâğıt katlama uygulamalarında deneyim çok önemli olmamakta ve öğrencilerin keşfetmeleri ve birbirleriyle tartışmaları için uygun ortamlar sunulmaktadır (Wiles, 2013). Kâğıt katlamanın zengin zihinsel alışkanlıkları içerdiği ve öğrencilerin zihinsel alışkanlıklarının kazandırılmasında etkili olduğu ifade edilmektedir (Güler & Gürbüz, 2018; Gürbüz, Ağsu & Güler, 2018; Wiles, 2013). Yağlı kağıtların geometride ilişkileri keşfetmede etkili bir araç olduğu ifade edilmektedir (Guilfoyle, 1996).

Zihnin Geometrik Alışkanlıkları (ZGA) çerçevesi dört gruba ayrılmaktadır: İlişki kurarak akıl yürütme, geometrik fikirlerin genelleştirilmesi, değişmeyenlerin incelenmesi, keşfetme ve yansıma dengesi kurma (Driscoll vd., 2008) (Tablo 1). ZGA'ların arasında herhangi bir hiyerarşik ilişkiden bahsedilemez ve bir alışkanlık diğer alışkanlığın alt kümesi değildir, birbirleri arasında sarmal bir ilişki yoktur, ayrıca bir problemde tüm alışkanlıklar ele alınabileceği gibi tek bir alışkanlık da ele alınabilir (Bozkurt & Koç, 2016).

Tablo 1.
Zihnin Geometrik Alışkanlıkları (Driscoll vd., 2008)

Zihnin Geometrik Alışkanlıkları	ZGA Alışkanlıklarının Göstergeleri	Öğrenci Göstergeleri
İlişki kurarak akıl yürütme	Ayrı şekiller arasındaki ilişkilere odaklanma	İki veya daha fazla geometrik şeklin ortak özelliklerinin numaralandırılmasıyla karşılaştırılması İki veya daha fazla geometrik şeklin ortak tüm özelliklerini (sahip oldukları problemle ilgili) ve nedenlerini sıralayarak karşılaştırılması İki veya daha fazla geometrik şekli, ortak özellikleri olmayan özellikleri karşılaştırarak Tek boyutlu, iki boyutlu veya üç boyutlu bileşenleri için ilişkileri göz önünde bulundurarak iki veya daha fazla geometrik şeklin karşılaştırması
	Tek bir şekildeki parçalar arasındaki ilişkilere odaklanma	Geometrik bir şekil içindeki alt şekilleri fark etme ve ilişkilendirme Geometrik bir şekil içinde alt şekiller oluşturma İki geometrik şeklin tek bir geometrik şeklin parçaları olarak görülebileceğini fark ederek ilişkilendirme
	İlişkilere odaklanmak için özel akıl yürütme becerilerini kullanma	İki veya daha fazla geometrik şekil hakkında orantılı olarak akıl yürütme Geometrik şekilleri ilişkilendirmek için simetri kullanma
Geometrik fikirlerin genelleştirilmesi	Bilinen durumlardan veya bilinen çözümlerden çözüm arama	İlgili özel durumları göz önünde bulundurarak Uygun diğer bazı örnekler için özel durumların ötesine bakmak Önceden tanımlanmış durumlarda özellikleri değiştirerek yeni durumlar oluşturma Onları nasıl üreteceklerini bilmeden başka çözümler de olduğunu sezmek
	Varsayılan basitleştirme koşullarını kullanarak bir dizi çözüm arama	Verilen koşulların sonsuz bir küme için çalıştığını kabul etmekle birlikte, yalnızca ayrı bir küme göz önünde bulundurularak Çalışan sonsuz, sürekli değişen bir dizi durum görmek, ancak kümeyi sınırlamak veya küme hakkında yanlış sonuca atlamak
	Tam çözüm kümeleri veya genel kurallar arama	Tüm çözüm kümesini görmek ve neden daha fazla çözüm olmadığını açıklamak Bir geometrik şekiller sınıfı için evrensel olarak geçerli olan bir kural fark etmek Sorunları veya kuralları daha geniş bağlamlarda yerleştirmek

Tablo 2 (Devamı)
Zihnin Geometrik Alışkanlıkları (Driscoll vd., 2008)

Değişmeyenlerin incelenmesi	Dinamik düşünme ve arama kullanma	Statik bir durum hakkında dinamik düşünmek Bir dönüşüm uygulandığında hangi değişikliklerin ve nelerin aynı kaldığını merak etmek Bir dizi dönüşüm etkisi yaratmak ve ortak yönler aramak Bir noktayı veya şekli sürekli olarak hareket ettirmenin etkilerini düşünmek ve bir nokta ile diğeri arasındaki olayları tahmin etmek Dönüşümler altındaki sınır durumları ve aşırı durumları göz önünde bulundurmak
	Etkilerinin kanıtlarını kontrol etme	Bir dönüşüm uygulandığında her şeyin değişmeyeceğini sezmek Belirli bir dönüşüm türü her uygulandığında aynı etkinin meydana geldiğini fark etmek Bir dönüşüm uygulandığında değişmeyenleri fark etmek ve bunların neden değişmez olduğunu açıklamak
Keşfetme ve yansıma dengesi kurma	Keşifleri ön plana koyma	Sezgi veya tahmin yoluyla çizim yapmak, oynamak ve/veya keşfetmek Düzenli durum değerlendirmesi ile çizim yapmak, oynamak ve/veya keşfetmek Önceki benzer durumları göz önünde bulundurmak Bir durumun, koşulun veya geometrik şeklin bazı özelliklerin değişiklik yapmak veya göz önünde bulundurmak
	Son hedefleri ön plana koyma	İlerlemenin bir mihenk taşı olarak büyük resme periyodik olarak geri dönmek Hedefe ulaşmaya yardımcı olabilecek ara adımları belirlemek Son durumun neye benzeyeceğini açıklamak Çözümler hakkında makul varsayımlar yapmak, varsayımları test etmek için yollar oluşturmak

Tablo 1'de görülen alışkanlıklar bireylerin geometri problemleri ile uğraşırken kullandığı alışkanlıklardır. Zihnin bu alışkanlıkları günlük hayatın birçok yönünü etkilemektedir ve yansımaları da birçok sistemde görülmektedir (Cuoco vd., 1996). Bu yüzden öğrencilerin geometrik alışkanlıklarının küçük yaşlardan itibaren geliştirilmesi önerilmektedir. Bu sayede gelecekteki öğrenim hayatlarını da pozitif yönde etkileyeceği, üst düzey düşünme becerilerini geliştireceği ve entelektüel birikim kazanmalarını destekleyeceği düşünülmektedir (Bozkurt & Koç, 2016).

Tablo 1'deki çerçeveye göre öncelikle her bir geometrik alışkanlık matematiksel olarak önemli düşünmeyi temsil etmektedir. İkinci olarak geometrinin öğrenilmesi ve geometrik düşünmenin geliştirilmesine ilişkin alanyazına dayalı olarak oluşturulmuştur. Bunun yanında belirli düzeydeki öğrencilerin çalışmalarında belirli bir sıklıkta ortaya çıkması hedeflenerek oluşturulmuştur. Tüm bu amaçların yanında eğitim amaçlı kullanıma uygun olarak ortaya konmuştur ve bu çerçeve ile öğretmenlerin öğrencileri arasında geometrik düşünmeyi geliştirmelerine yardımcı olması hedeflenmiştir. Dolayısıyla bu çerçevenin sınıf kaynağı olarak uygulanabilir ve ekonomik olacak kadar kompakt olması hedeflenmiştir. Ayrıca, her ZGA, öğrencilere sorulacak üretken sorular ve problem tasarımı ve adaptasyonuna yönelik ipuçları gibi yararlı öğretim stratejilerine giden yolu gösterecek şekilde planlanmıştır (Driscoll vd., 2008).

Bu çalışmada öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıklarını ortaya çıkarmak amacıyla problem çözme sürecinde kâğıt katlama yönteminden yararlanılmıştır. Wiles'a göre (2013) öğrenciler geometrik akıl yürütmeler sırasında varsayımlar üretmek için kâğıt katlamayı kullanabilirler ve bu süreç zihnin geometrik alışkanlıkları kuramsal çerçevesinde incelenebilir. İlgili alanyazın incelendiğinde yapılan çalışmaların çoğunun (Güler & Gürbüz, 2018; Köse & Tanışlı, 2014; Özen, 2015; Özen Ünal & Yavuzsoy Köse, 2019; Özüm Bülbül & Güven, 2019; Tolga, 2017) öğretmen ve öğretmen adaylarının geometrik alışkanlıklarını incelemeye yönelik olduğu görülmektedir. Öğrenciler ile yapılan çalışmalar ise sınırlı sayıdadır ve nicel desenle yürütülmüştür (Erşen, 2017; Taşkın, Ezentaş & Altun, 2018; Taş & Yavuz, 2020; Uygan, 2016). Erşen (2017) çalışmasında onuncu sınıf fen lisesi öğrencilerinin geometriye yönelik tutumları ile geometrik düşünme alışkanlıkları arasındaki ilişkiyi belirlemek istemiştir ve geometrik tutumun geometrik düşünme alışkanlıklarının anlamlı bir yordayıcısı olduğu sonucuna ulaşmıştır. Taşkın vd., 2018) bir öğretim deneyinin lise öğrencilerinin geometrik alışkanlıklarının üzerindeki etkisini belirlemeyi amaçlamışlardır. Uygan (2016) ise dinamik geometri yazılımı ile öğrencilerin geometrik alışkanlıklarını incelemiştir. Taş ve Yavuz (2020) öğrencilerinin uzamsal yetenekleri ile zihnin geometrik alışkanlıkları arasındaki ilişkiyi incelemişlerdir. Erşen (2017) lise öğrencilerinin ve Taş ve Yavuz (2020) ortaokul öğrencilerinin ZGA'larının orta düzeyde olduğunu belirtmektedir. Sınırlı sayıda çalışma (Gürbüz vd., 2018; Tolga & Cantürk Günhan, 2020a; 2020b; Özen Ünal, Ulusan & Gürlek, 2022) öğrencilerin zihnin geometrik alışkanlıklarını nitel bir desenle araştırmıştır ve bu çalışmalar arasından sadece Gürbüz ve diğerleri (2018) kâğıt katlama yoluyla öğrencilerin ZGA'larını araştırmıştır.

Tolga ve Cantürk Günhan, (2020a) 6. sınıf öğrencilerin üçgen ve paralelkenarın alan hesabı problemlerinde zihnin geometrik alışkanlıklarından ilişki kurarak akıl yürütme ve geometrik fikirlerin genelleştirilmesi alışkanlıklarını nasıl kullandıklarını incelemiştir. Araştırmanın sonucunda öğrencilerin ilişki kurarak akıl yürütme alışkanlığında geometrik şekli tamamlayabildikleri ya da parçalara ayırabildikleri fakat bir kısmının geometrik fikirlerin genelleştirilmesi alışkanlığında istenilen düzeye ulaşamadıkları görülmüştür. Tolga ve Cantürk Günhan (2020b) 8. sınıf öğrencilerinin zihnin geometrik alışkanlıklarını incelemek için açık uçlu problemler sormuştur. Bulgularına göre öğrencilerin işlem yapmayı gerektiren problemleri rahatça çözerken, genelleme ve keşfetmeyi gerektiren problemlerde doğru çözüm oranının düştüğü ifade etmiştir. Özen Ünal ve diğerleri (2022) ortaokul öğrencilerinin problem çözme süreçlerinde geometrik alışkanlıklarını inceledikleri çalışmada, öğrencilerin çoğunluğunun ilişki kurarak akıl yürütme, geometrik fikirleri genelleme ve değişmezleri araştırma alışkanlıklarını uygun ya da ileri düzeyde gerçekleştirdikleri görülmüştür. Geometrik fikirlerin genelleştirilmesi alışkanlığı incelendiğinde, öğrencilerin büyük çoğunluğu doğru akıl yürütme süreçlerini takip ederek görevlerin ilerleyen aşamalarında karşılaşacakları sonuçları tahmin etmiş ve genel bir kural oluşturmayı başarmıştır.

Bir başka çalışmada, Gürbüz ve diğerleri (2018) 11. sınıf öğrencilerinin kâğıt katlama yardımıyla problem çözme süreçlerini incelediği çalışmalarında öğrencilerin geometrik alışkanlıklarını incelemişlerdir. Çalışmada öğrencilerin soyut problemleri kâğıt katlama yardımıyla somutlaştırdıkları ve çözümlere bu sayede daha kolay ulaştıkları sonucuna ulaşılmıştır. Öğrencilerin kâğıt katlama etkinlikleri sayesinde geometrik düşünme alışkanlıklarını kazandıkları ve özellikle "değişmeyenlerin incelenmesi" alışkanlığını kazandıkları görülmüştür. Bunun yanında öğrencilerin bu süreçte düşünme süreçlerinin geliştiği ve kazandıkları geometrik düşünme alışkanlıklarını kalıcı olarak korudukları belirtilmiştir.

İlgili çalışmalar incelendiğinde çok az sayıda çalışmada öğrencilerin geometrik alışkanlıklarının incelendiği, kâğıt katlama ile öğrencilerin zihnin geometrik alışkanlıklarını inceleyen tek çalışmanın ise lise öğrencileriyle gerçekleştirildiği görülmektedir. Bu çalışma hem ortaokul öğrencileriyle hem de kâğıt katlama yerine yağlı kâğıt katlama yoluyla gerçekleştirildiği için ilgili çalışmadan ayrılmaktadır ve özgünlüğü sebebiyle alanyazına katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Bu çalışmanın amacı ortaokul öğrencilerinin yağlı kâğıt ile problem çözme süreçlerinde kullandıkları zihnin geometrik alışkanlıklarını incelemektir. Bu amaç doğrultusunda aşağıdaki araştırma soruları oluşturulmuştur:

• Öğrenciler yağlı kâğıt katlama ile problem çözerken ne tür zihnin geometrik alışkanlıklarını kullanmaktadırlar?
• Öğrenciler yağlı kâğıt katlama ile problem çözerken en çok hangi zihnin geometrik alışkanlıklarını kullanmaktadırlar?

YÖNTEM

Araştırmanın Modeli

Bu araştırma, nitel araştırma yöntemlerinden olan durum çalışması olarak yürütülmüştür. Durum çalışmasında, araştırmacı bir bireyi ve ilgilendiği bir durumu anlamakla ilgilenmektedir (Fraenkel, Wallen & Hyun, 2011). Bu araştırma modelinin bir örneklem modeli olmadığı, bir okul ile yürütülebileceği gibi bir öğrenci ile de yürütülebilmektedir (Fraenkel vd., 2011; Stake, 1995). Durum çalışmalarının amacı bir durumu genellemekten ziyade durum hakkında derinlemesine bir açıklama getirmeye çalışmaktır (Stake, 1995; Yin, 2014). Bu araştırmada, öğrencilerin yağlı kâğıt katlama yaparken açığa çıkardığı zihnin geometrik alışkanlıklarını incelemek amaçlandığı için durum çalışması araştırma modeline uygun olarak tasarlanmıştır.

Çalışma Grubu

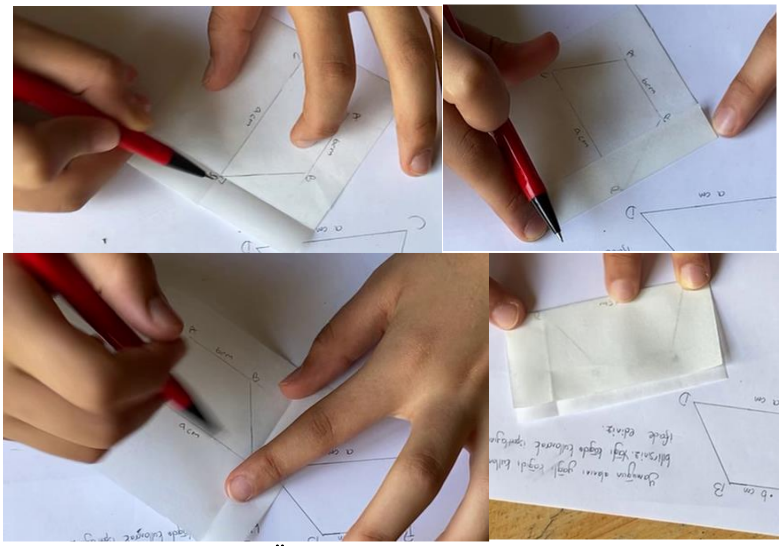
Araştırmanın çalışma grubu kolay ulaşılabilir örneklem yöntemi kullanılarak belirlenmiştir. Uygun örnekleme yöntemiyle ulaşılabilirliği kolay olan öğrenciler tercih edilir (Büyüköztürk vd., 2012). Araştırmanın çalışma grubunu 2020-2021 eğitim öğretim yılının ikinci döneminde İstanbul'da bir devlet ortaokulunda öğrenim gören 8. sınıf iki öğrenci oluşturmuştur. Katılımcıların gerçek isimleri kullanılmamış; bu çalışmada gerçek isimleri yerine Mustafa ve Sabiha isimleri kullanılmıştır.

Veri Toplama Araçları

Bu araştırmada veri toplama aracı olarak yağlı kağıtlar ve üç problemden oluşan ve araştırmacılar tarafından oluşturulan Yağlı Kâğıt Katlayarak Problem Çözme Aracı (YKPÇ) kullanılmıştır. Uygulama öncesinde öğrencilere ZGA hazırlık etkinlikleri yapılmıştır. Hazırlık etkinliklerinin uygulamasını ve veri toplama aracının öğrencilere uygulanmasını birinci araştırmacı üstlenmiştir. Birinci araştırmacı, uygulamanın gerçekleştirildiği ortaokulda görev yapan matematik öğretmeni olup aynı zamanda uygulamayı gerçekleştiren kişidir. Analizler her iki araştırmacı tarafından yapılmıştır. YKPÇ öğrencilere görüşmeler aracılığıyla yöneltilmiştir.

Yağlı Kâğıt

Yağlı kağıtlar saydamlık özelliğinden dolayı kâğıt katlamaktan daha fazlasını içen saydam yapılı kağıtlardır. Serra (1994), yağlı kâğıt geometrisi adı altında yağlı kâğıt katlayarak birçok geometrik özelliğin keşfedilebileceği geometriyi tanıtmıştır. Yağlı kâğıt geometrisinde yapılan katlamalar, fast food restoranlarında köfteleri ayırmak için kullanılan mumlu kağıtlar olan yağlı kağıtlarla yapılmaktadır. Marketlerde satılan hazır fırın kağıtları da aynı görevi görmektedir. Yağlı kâğıt geometrisinin tasarım amacı, yaparak öğrenme olup bu geometride yağlı kâğıt kullanılarak bir dizi geometrik araştırmanın adımları takip edilerek istenilen kazanıma ulaşılır. Bu araştırmalar, okullarda okutulan geometrik şekillerin özelliklerin çoğunu keşfetmemize yol açar. Yağlı kağıtlar, pergel ve cetvel kullanılarak keşfedilebilen herhangi bir özelliğin bu araçlar kullanılmadan keşfedilebilmesini sağlayan materyallerdir. Yağlı kağıtların saydamlık özelliğinden dolayı, bir yağlı kâğıt diğerinin üzerine koyularak uzaklıklar, açı ölçümleri, alanlar ve daha birçok şey aktarılabilir; açılar kopyalanabilir ve pergel, cetvel ve iletki kullanılarak keşfedilen birçok özellik yağlı kağıtlar ile keşfedilebilir. Örneğin; bir noktanın bir doğruya olan en kısa uzaklığı bulunurken, yağlı kâğıdın saydamlık özelliği; noktadan doğruya inen dikmenin ulaştığı doğrunun üst üste katlanmasını (binmesini) gerektirmektedir. Böylece doğru açı iki eş parçaya ayrılıp dik açıyı oluşturur. Bu da doğruya indirilen en kısa uzaklığın dikme olduğunun göstergesidir (Serra, 1994) (Şekil 1)



Şekil 1. Öğrencinin dik açı katlaması

Yağlı kâğıt katlayarak problem çözme aracı (YKPÇ)

Bu araştırmada veri toplama aracı olarak öğrencilerin problem çözme süreçlerinde yağlı kâğıt katlarken zihnin geometrik alışkanlıklarını ortaya çıkarma potansiyeli olduğu düşünülen YKPÇ geliştirilmiştir. YKPÇ pilot uygulama öncesi 7 problem içerecek biçimde geliştirilmiştir. Uzman görüşü öncesinde hazırlanan ilk problem, öğrencilerin yağlı kâğıt katlayarak Pisagor Teoreminin ispatını yapmalarını gerektiren bir dizi görevden oluşmuştur ve belirli görevler sonucunda Pisagor Teoremi'ne kendilerinin ulaşmasını gerektirmiştir. Bu problem Serra'dan (1994) esinlenilerek oluşturulmuştur. Yağlı kâğıt katlama adımları öğrencilerin son adımda alan formülünü kullanarak ulaşabilecekleri görevlerden oluşmuştur. İkinci problem araştırmacılar tarafından geliştirilmiştir ve yamuğun alan hesaplanmasını içermektedir. Öğrencilere bu yamuğun basılı çıktısı verilmiştir ve belirli katlamalarla alan hesabını yapmaları beklenmiştir. Üçüncü problem ise dört üçgenin üçer üçer (benzerlikleri açısından) karşılaştırılmalarını içeren Driscoll ve diğerleri'nin (2008) çalışmasından esinlenerek oluşturulmuştur. Problemde üçgenlerin basılı hali öğrencilere dağıtılmış ve üçlü gruplar halinde grubun içindeki en uygun çiftler nedenleriyle ifade edilmesi istenmiştir. Dördüncü problem, bir önceki üçgen karşılaştırma problemine benzeyen ve dörtgenlerin karşılaştırılmasını içeren görevlerden oluşmuştur (Driscoll vd., 2008). Beşinci ve altıncı problemde yağlı kağıtlar aracılığıyla üçgen oluşturulmasını gerektiren görevler mevcuttur (Serra, 1994). Her iki problemde öğrencilere yağlı kağıtlardan oluşan doğru parçaları ve açı ölçüleri bulunan yağlı kağıtlar dağıtılmış ve üçgen oluşturmaları beklenmiştir. Son problemde, dikdörtgen şeklinde kesilmiş yağlı kâğıtlara ilişkin görevler verilmiş ve öğrencilerden dörtgen oluşturmaları beklenmiştir (Serra, 1994).

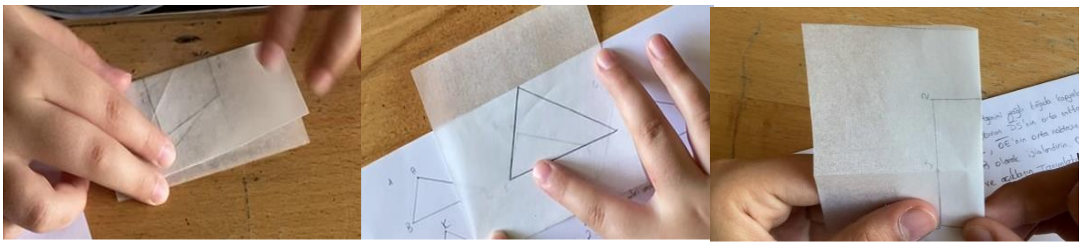
YKPÇ'nin pilot uygulamasından önce farklı şehirlerdeki devlet ortaokullarında görev yapan 30 yıllık, 5 yıllık, 2 yıllık ve 1 yıllık matematik öğretmeninden ve matematik alanında doktora mezunu matematik eğitimcisinden uzman görüşleri alınmıştır. Uzmanlardan gelen görüşler doğrultusunda "Pisagor Teoremi, Yamuğun Alanı, Üçgen Karşılaştırma ve Dörtgen Oluşturma" problemleri en uygun görüldüğü için YKPÇ'nin bu dört problemle uygulanmasına karar verilmiştir. Seçilen bu dört problem uzman görüşlerinin kuramsal çerçeveye uygunluğu açısından (5 üzerinden sırasıyla 4,5, 4,5, 5, 3,75 puan) çalışmaya yeterli görülmüştür. Ayrıca uzmanlar problemleri öğrenci düzeyine uygunluk bakımından (5 üzerinden sırasıyla 4,25, 4,25, 4,25, 4,75) yeterli olarak değerlendirilmiştir. Uzman görüşü sonrasında bir sekizinci sınıf öğrencisi ile pilot uygulama yapılmıştır. Pilot uygulamada YKPÇ'nin öğrenci tarafından tamamlanma süresi 120 dakikayı aştığı için araştırmacılar tarafından üç problemle devam edilmesine karar verilmiştir. Pilot çalışmada Pisagor Teoremi ile ilgili olan problem çözümünde öğrencinin çok zaman harcamasından dolayı YKPÇ'den "Pisagor Teorimi" ile ilgili problem çıkarılmıştır. Uzman görüşü ve pilot uygulama sonrasında YKPÇ nihai olarak 3 problem (Yamuğun Alanı [P1], Üçgen Karşılaştırma [P2] ve Dörtgen Oluşturma [P3] içermiştir (Ek. 1).

Veri Toplama Süreci

Çalışma iki tane sekizinci sınıf öğrencisi ile yürütülmüştür. Çalışma, çevrimiçi eğitim-öğretim dönemi bitip yüz yüze telafi eğitimleri başladığı zaman okulda yüz yüze görüşme tekniğiyle yapılmıştır. Uygulamaya başlamadan önce öğrencilerin yağlı kâğıt katlamaya alışmaları ve problemleri çözebilmek için yağlı kağıtla gerçekleştirmeleri gereken temel çizim, katlama ve ölçmelere aşina olmaları istenmiştir. Bu yüzden uygulama öncesinde öğrencilerle Hazırlık Etkinliği gerçekleştirilmiştir. Çalışma Covid-19 küresel salgın döneminde yapıldığı için uygulamalar sırasında sosyal mesafe ve hijyen kurallarına dikkat edilmiştir.

Hazırlık Etkinliği

YKPÇ uygulamasından önce yağlı kâğıt katlamanın ne olduğu, yağlı kâğıdın özellikleri, ne işe yaradığı hakkında (kare olması, yarı-saydam olması, açı ve uzunluk ölçme aracı olarak kullanılması, vb.) bilgi verilmiştir. Böylelikle öğrencilerin yağlı kâğıdı katlamayı ve geometrik özellikleri yağlı kâğıdı kullanarak nasıl gerçekleştireceklerini öğrenmeleri amaçlanmıştır. Ardından, öğrencilerle verilen bir doğru parçası, açı, çokgenin yağlı kâğıt ile kopyalama etkinlikleri gerçekleştirilmiştir.



Şekil 2. Dik doğru için yapılan katlama, yağlı kâğıt ile izleme yapma ve orta nokta bulma

Doğru parçalarının uzunluklarının ve açı ölçülerinin eş olma durumlarının karşılaştırılması üzerinde durulmuştur. Daha sonra bir doğrunun orta noktasını bulma, bir açının açıortayını bulma etkinlikleri yapılmış, akabinde bir noktanın bir doğruya en kısa uzaklığını bulma ve doğruya paralel başka bir doğru katlama (bir doğruya dik olan doğrunun başlangıçtaki doğruya paralel olması özelliğinden yararlanılmıştır) etkinliği yapılmıştır. Son olarak ise üçgenin iç açılarının toplamını bulma etkinliği gerçekleştirilmiştir. Böylelikle YKPÇ için ihtiyaç duyulan tüm ön bilgiler inşa edilmiştir.

YKPÇ Uygulaması

YKPÇ uygulaması öğrencilerin kendi okullarında kendi sınıflarında derslerin olmadığı bir zamanda her öğrenciyle ayrı zamanlarda uygulanmıştır. Uygulama sırasında sessiz bir ortam sağlanmıştır. Uygulamalar 60-120 dakika arasında sürmüştür. Uygulama sırasında birinci araştırmacı yağlı kağıtları dağıtmış, öğrencilerin problemleri okumalarını sağlamıştır. YKPÇ uygulaması görüşme şeklinde gerçekleştirilmiştir. Öğrenciler problemleri çözerken birinci araştırmacı öğrencilerin takıldıkları yerlerde "Neden öyle düşündün?" "Başka bir yolu var mı?" gibi yönlendirici olmayan ifadelerle onların problemi çözmelerine rehberlik etmiştir. YKPÇ uygulaması video ve ses kaydına alınmıştır. Birinci araştırmacı uygulama sırasında gözlem notları almıştır.

Verilerin Analizi

Bu çalışmanın verileri içerik analizi yöntemiyle analiz edilmiştir. İçerik analizinde Strauss ve Corbin'in (1990) kuramsal çerçevesinden yararlanılmıştır. Bu çalışmada analiz birimi öğrencilerin problem çözerken ortaya koydukları zihnin geometrik alışkanlıklarıdır. Dolayısıyla, veriler bu analiz birimi üzerinden ortaya koyulmuştur. Verilerin analizi için birinci araştırmacının gözlem notları, öğrencilerin yağlı kâğıt ile yaptıkları çizimler ve katlamalar, bu çizim ve katlamaların fotoğrafları, video ve ses kayıtları incelenmiştir. Ses ve video kayıtları deşifre edilmiş; daha sonra Excel tablosunda zihnin geometrik alışkanlıkları göstergeleri yardımıyla iki araştırmacı tarafından analiz edilmiştir. Öncelikle tüm deşifreler problem bazında ayrı ayrı okunmuş, daha sonra geometrik alışkanlıkları yansıttığı düşünülen öğrenci ifadeleri her bir araştırmacı tarafından ayrı zamanlarda işaretlenmiş ve daha sonra bir araya gelinerek ilgili geometrik alışkanlığa girdiği düşünülen ifadeler için her öğrenci bazında üzerinde karara varılmıştır. Analiz sonucunda tamamen fikir birliği oluşmuştur. Analiz için Driscoll ve diğerleri'nin (2008) kuramsal çerçevesi (Tablo 1) kullanılmıştır. Bunun için Tablo1'deki ZGA ve ZGA göstergelerinin ve öğrenci göstergelerinin olduğu, 4 sütunlu bir tablo hazırlanmıştır. Bu tabloda son sütunda öğrencilerin görüşmelerdeki deşifreleri yer almıştır. Her bir problem, Word dosyası halinde iki araştırmacı tarafından analiz edilmiştir. Bunun için ZGA'lar ve göstergeleri renklendirilmiş, deşifre içerisinde bulunan ifadelerle her bir araştırmacı tarafından aynı renklerle eşleştirilmiştir. Örneğin, ilk sütun ZGA (ilişki kurarak akıl yürütme), ikinci sütun ZGA göstergesi Tablo 1'den de görüleceği üzere ayrı şekiller arasındaki ilişkilere odaklanmadır. Üçüncü sütun ise bu göstergelerin alt öğrenci göstergeleri olmuştur. Bu alt öğrenci göstergeleri sarı ile işaretlenmiş, her bir araştırmacı ayrı ayrı deşifre içerisinde buna benzer ifadeler gördüklerinde bu ifadeleri sarı ile işaretlemişlerdir. Bu işlem tüm ZGA göstergeleri ve ilişkili öğrenci göstergeleri için yapılmıştır. Daha sonra, araştırmacılar bir araya gelip ayrı ayrı sınıflandırdıkları göstergeleri birbirleri ile paylaşmışlar ve ortak göstergeleri oluşturmuşlardır. Bu işlem zaman zaman bir araya gelinerek farklı oturumlarda gerçekleştirilmiştir. Nihai sınıflandırmalar olduğunda her iki araştırmacı tamamen fikir birliğinde olmuşlardır. Verilerin analizi sonucunda zihnin geometrik alışkanlıkları bazında tüm göstergeler ortaya çıkmıştır.

Araştırmanın Etik İzinleri

Bu araştırma, Pamukkale Üniversitesi Sosyal ve Beşerî Bilimler Araştırma ve Yayın Etiği Kurulunun 30/06/2021 tarihli 12-04 sayılı kararı ile alınan izinle yürütülmüştür. Öğrencilerin reşit olmamasından dolayı velilerinden izin belgesi alınmıştır.

BULGULAR

Bu bölümde araştırmanın analizi sonucu elde edilen bulgular her bir Zihnin Geometrik Alışkanlığı ve göstergeleri ile ilişkilendirilerek sunulmuştur. Öncelikle ZGA'nın her bir göstergesine yönelik frekanslar ZGA'nın sergilendiği problem ve öğrenci bazında Tablo 2'de sunulmuştur.

Tablo 3.

Öğrencilere göre ZGA'nın problemler bazında sıklığı

Zihnin Geometrik Alışkanlıkları	Zihnin Geometrik Alışkanlıklarının Göstergeleri	Öğrencilere göre Zihnin Geometrik Alışkanlıklarının Sıklığı									
		Mustafa (TY)				Sabiha (ST)					
		P1	P2	P3	Toplam	P1	P2	P3	Toplam	Genel Toplam	Toplam
İlişki kurarak akıl yürütme	Ayrı şekiller arasındaki ilişkilere odaklanma	2	14	-	16	1	16	-	17	33	69
	Tek bir şekildeki parçalar arasındaki ilişkilere odaklanma	5	1	4	10	3	-	13	16	26	
	İlişkilere odaklanmak için özel akıl yürütme becerilerini kullanma	6	-	1	7	-	3	-	3	10	
Geometrik fikirlerin genelleştirilmesi	Bilinen durumlardan veya bilinen çözümlerden çözüm arama	2	1	-	3	2	-	-	2	5	6
	Varsayılan basitleştirme koşullarını kullanarak bir dizi çözüm arama	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
	Tam çözüm kümeleri veya genel kurallar arama	-	1	-	1	-	-	-	-	1	
Değişmeyenlerin incelenmesi	Dinamik düşünme ve arama kullanma	5	1	3	9	-	-	1	1	10	13
	Etkilerinin kanıtlarını kontrol etme	1	-	-	1	-	2	-	2	3	
Keşfetme ve yansıma dengesi kurma	Keşifleri ön plana koyma	4	2	2	8	4	1	5	10	18	26
	Son hedefleri ön plana koyma	-	6	-	6	2	-	-	2	8	

Tablo 2'de de görüldüğü üzere iki öğrencinin ZGA'larının tümünde (ilişki kurarak akıl yürütme, değişmeyenlerin incelenmesi ve geometrik fikirlerin genelleştirilmesi ve keşfetme ve yansıma dengesi kurma) alışkanlık örnekleri tespit edilmiştir. Bunun yanında öğrenciler kâğıt katlama görevleri boyunca "geometrik fikirlerin genelleştirilmesi" alışkanlığının "varsayılan basitleştirme koşullarını kullanarak bir dizi çözüm arama" göstergesi haricinde ZGA'ların tüm göstergelerinde (Tablo 1) alışkanlıklar belirlenmiştir. Bu açıdan bakıldığında yağlı kâğıt katlama görevleri ile problem çözme etkinliklerinin öğrencilerin ZGA'ların hemen hemen tüm göstergelerini ortaya çıkardığı yorumu yapılabilir.

Tablo 2'de de görüldüğü üzere yağlı kâğıt katlama etkinliklerinde en sıktan rastlanan alışkanlıktan ez az rastlanan alışkanlığa doğru ilişki kurarak akıl yürütme, keşfetme ve yansıma dengesi kurma, değişmeyenlerin incelenmesi ve geometrik fikirlerin genelleştirilmesi şeklinde sıralanmaktadır.

Aşağıdaki bölümlerde yer alan bulgular; yağlı kâğıt etkinlikleri sürecinde ortaya çıkan ZGA'lar ve göstergelerine ilişkin olarak sunulmaktadır. Tablo 1'de yer alan zihnin geometrik alışkanlıkları ve veri setinde ortaya çıkan göstergeleri, başlıklar halinde örneklendirilerek sunulmuştur.

İlişki kurarak akıl yürütmeye yönelik zihnin geometrik alışkanlıkları

YKPÇ uygulaması süresince öğrenciler "ilişki kurarak akıl yürütme" ZGA'sına ait 3 göstergenin tamamına ilişkin zihinsel eylemlerde bulunmuşlardır. Bulgular göstergeler bazında sunulmuştur.

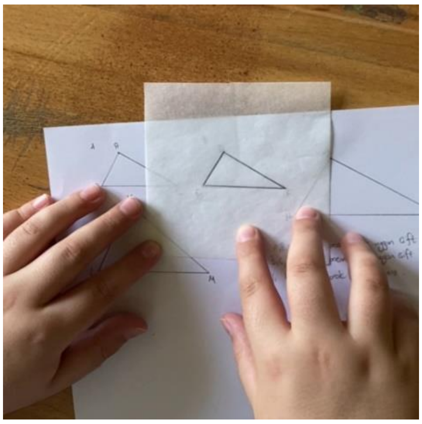
Ayrı şekiller arasındaki ilişkilere odaklanma göstergesine ilişkin zihinsel eylem

Öğrencilerin her ikisi de YKPÇ uygulaması sırasında "ayrı şekiller arasındaki ilişkilere odaklanma" göstergesine ilişkin zihinsel eylemler sergilemişlerdir.

Mustafa, Tablo 2'den de görüldüğü üzere birinci ve ikinci probleme ilişkin çözümlerinde bu göstergeye ilişkin zihinsel eylemler göstermiştir.

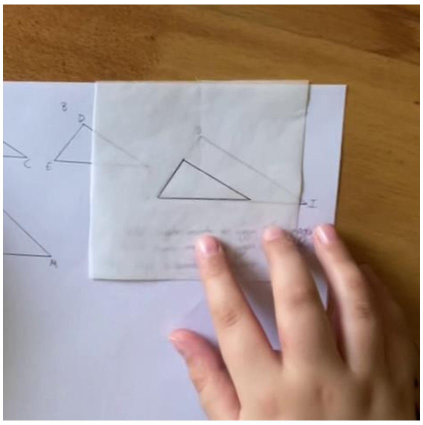
Şekil 3 ve Şekil 4'te de görülebileceği üzere, Mustafa ikinci problemin çözümü sırasında kendisine verilen üçgenlerden A üçgenini yağlı kâğıda kopyalamıştır. Kopyalama işleminden sonra yağlı kâğıt üzerindeki A üçgeniyle diğer iki B ve C üçgenini kıyaslamaya başlamıştır. Kıyaslamayı yağlı kağıttaki üçgeni B ve C üçgeninin üstüne getirerek yapmıştır. Kıyaslama sonucunda A ve B üçgeninin kenarlarının, açılarının üst üste geldiğini ifade etmiştir. Bu bağlamda Mustafa'nın ifadeleri aşağıdaki gibidir:

Mustafa: *Şimdi ABC üçgenini (A üçgeni) kopyaladım. Diğer B üçgenine bakalım. (Yağlı kâğıda kopyalamış olduğu A üçgenini B üçgeninin üzerine götürerek inceler.) Bunlar neredeyse aynı, hatta aynılar. Mesela buna getirelim, zaten olmaz (C üçgeninin üzerinde getirir). Bunu çizseydim (C üçgeninden bahseder), göz kararı düşünüyorum, bunu çizseydim, bunların üstüne getirseydim, olmazdı. (C üçgenini yağlı kâğıda çizseydi A ve B üçgenleri ile uyumlu olmayacağını ifade etmeye çalışır.)*
...
Bu ikisi en uygun çift (A ve B üçgenlerinden bahseder.).



Şekil 1. Mustafa'nın A ve B üçgenlerini kıyaslaması

Araştırmacı: Neden onları en uygun aldın? En uygun almanın kriterleri nedir? Niye bu ikisi sana en uygun olarak görüldü?
Mustafa: Şimdi en uygun dediği zaman en benzer demek istiyor. Ama burada bu (C üçgeni) fazlasıyla büyük ve geniş. Ama bu bizim ilk başta kopyaladığımız üçgen (A üçgeni) ise daha küçük, minimum yani, küçük bir şey. Diğer üçgen yani B üçgenine baktığımız zaman A üçgeniyle eşit hatta neredeyse eşit diyebiliriz.
Araştırmacı: Neredeyse eşit mi, eşit mi?
Mustafa: Eşit, eşit, evet, eşit.
Araştırmacı: Eşit olduğunu nasıl anladın?
Mustafa: Çünkü üst üste getirdim ve baktım B üçgeninden çizgiler *gözükmüyor. Demek ki eşit.*

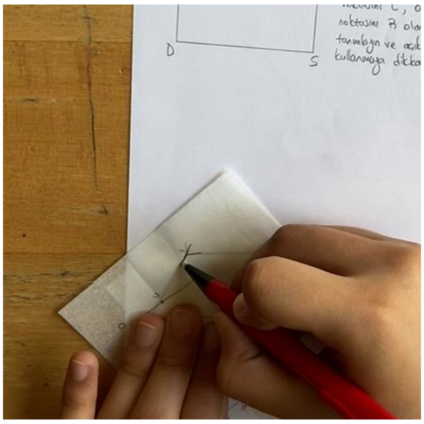


Şekil 2. Mustafa'nın A ve C üçgenini kıyaslaması

Yukarıdaki ifadelerinden de anlaşılacağı üzere Mustafa, örneğin, A üçgeni ile B üçgenini kıyaslarken "Bunlar neredeyse aynı, hatta aynılar" derken iki üçgenin açı ölçülerini kıyaslamıştır. Her içi üçgenin eşliğini ifade etmeye çalışırken de "çünkü üst üste getirdim ve baktım. B üçgeninden çizgiler gözükmüyor" demiştir. Burada çizgi olarak adlandırdığı üçgenin kenarlarıdır ve kenarlarının üst üste binmesinden dolayı iki üçgenin eşit uzunlukta kenarlara sahip olmasından bahsetmiştir. Yani Mustafa, iki üçgenin elemanlarını (açı, kenar gibi) kıyaslayarak bir sonuca varmıştır. Bu durum onun ZGA'da ilişki kurarak akıl yürütmenin "ayrı şekillerin arasındaki ilişkilere odaklanma" göstergesine ilişkin zihinsel eylem sergilediğini göstermektedir.

Tek bir şekildeki parçalar arasındaki ilişkilere odaklanma göstergesine ilişkin zihinsel eylem

Sabiha, üçüncü probleme ilişkin çözümünde tek bir şekildeki parçalar arasındaki ilişkilere odaklanma göstergesine ilişkin zihinsel eylemlerde bulunmuştur. İfadelerinden bazıları aşağıdaki gibidir:
Sabiha: … şu şekil resmen paralelkenar.
Araştırmacı: Nereden biliyorsun?
Sabiha: Birbirilerine eşit ama şöyle bir bakayım yine de. Aaa, şöyle de yapabilirim uçları (açıları), açılarını bir kâğıda 180° oluyor.
Araştırmacı: Nasıl anlamadım?
Sabiha: <u>Uçlarını (açılarını demek istiyor) örnek veriyorum çizdim. 180° olursa eğer paralel bir açıdır. Bak bir açısı 180°.</u>
Araştırmacı: Nereden biliyorsun?
Sabiha: Şu an tam bitti, şurayı tam olarak yapayım ondan sonra. Burayı da çiziyorum aynı şekilde. Ondan sonra geldim buraya, açısı aynı o zaman bu…
Araştırmacı: Şu an ne yaptın anlamadım.
Sabiha: Açılarını mesela ben şurayı şurada herhâlde, burayı açısını buraya çizdim başka bir yağlı kâğıda ondan sonra geldim şu çizdiğim, mesela ben buraya çizmiştim ya…



Şekil 3. Sabiha'nın açıları bir noktada birleştirmesi

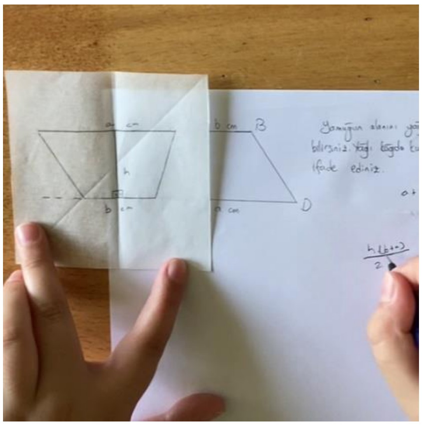
Sabiha, çözümü sırasında dikdörtgenin içine çizmiş olduğu doğru parçalarının bir paralelkenar oluşturduğunu düşünmüştür. Bu yüzden de ardışık iki açının ölçüleri toplamının 180° olduğunu söylemiştir. Bunu göstermek için ise ardışık iki açının orta noktaları ve açı kolları çakışacak şekilde kopyalarını yağlı kâğıda çizmiştir (Şekil 5). Yağlı kâğıda çizmiş olduğu çakışık iki açının ise doğru açı olduğunu söylemiştir. Bunu ispat etmek için yağlı kağıttaki doğru açıyı başka bir kağıttaki doğru parçası ile kıyaslayarak göstermiştir.
Sabiha: Şurada en son çizdiğim çizgiyi (bir açı kolu) aldım diğerinin çizgisine (diğer açının açı kollarından birine) koydum yine buradan kendi çizgisinin (açı kolundan bahseder) üstüne koydum ya, çizgisinin (açı kolunun) üzerinden yine küçük bir çizgi (açı kolu) yine aynı açısını çizdim. Ondan sonra geldim bu tarafa buydu herhâlde yine üstüne getirdim. Çizgimi (açı kolunu) çektim açısının üzerinden. Bu sefer de yaptığım en son açı şuydu (4 açıyı ortak bir merkez de ve ardışık açı kolları çakışacak şekilde çizdi). Şunu çizdim, <u>baktım açısı aynı, tamam çizmeme gerek kalmadı</u>. <u>Tamamı 180°, çünkü… pardon 360°. Tam bir daire oluştu. Ya bu paralelkenar oluyor</u>. Paralelkenarın iç açıları toplamı 360'tır.

Şekil 4. Sabiha'nın bir noktada birleştirdiği dört açı

Yukarıdaki altı çizili ifadelerinden anlaşılacağı üzere Sabiha'nın, elde ettiği paralelkenarın ardışık iç açılarının doğru açı, tüm iç açılarının tam açı oluşturduğunu fark ettimiştir. Bu durum onun ZGA'da ilişki kurarak akıl yürütmenin "tek bir şekildeki parçalar arasındaki ilişkilere odaklanma" göstergesine ilişkin tepkime sergilediği olarak yorumlanmıştır.

İlişkilere odaklanmak için özel akıl yürütme becerilerini kullanma göstergesine ilişkin zihinsel eylem

Mustafa; birinci probleme ilişkin çözümünde ilişkilere odaklanmak için özel akıl yürütme becerilerini kullanma göstergesine ilişkin tepkilerde bulunmuştur.
(Mustafa yamuğu yağlı kâğıda kopyalar. Kopya ettiği yamuğu ters çevirip yamuğun yan kenarlarından birini üst üste yerleştirerek bir paralelkenar elde etmeye çalışır.)
...
Araştırmacı: Böyle yapınca ne bulmayı hedefledin?
Mustafa: Dikdörtgen gibi bir şey olması.
...
(Mustafa yeni oluşan şeklin paralelkenar mı dikdörtgen mi olduğuna karar veremez
Mustafa: Paralelkenar mı dikdörtgen mi? Dikdörtgen, evet, dikdörtgen.
Araştırmacı: Dikdörtgen mi paralelkenar mı?
Mustafa: Ama burası biraz yamuk. Paralelkenara benziyor.
Araştırmacı: Neden paralelkenar?
Mustafa: Çünkü buralar paralel, buralar da paralel. (Karşılıklı kenarları eliyle gösterir.)
...
Mustafa: Paralelkenarının da buldum. Daha buna, taban çarpı yükseklik yine bölü iki.
Araştırmacı: Niye bölü iki?
Mustafa: Çünkü iki tane yamuk var, bir tanesininkini bulmak için. Yani…
...
Mustafa: h çarpı b çünkü paralelkenarın alanını bulmak için. 2'ye bölmemin sebebi de iki tane yamuk var. Bir tanesinin alanını…



Şekil 5. Mustafa iki yamuktan paralelkenarın alanını bulması

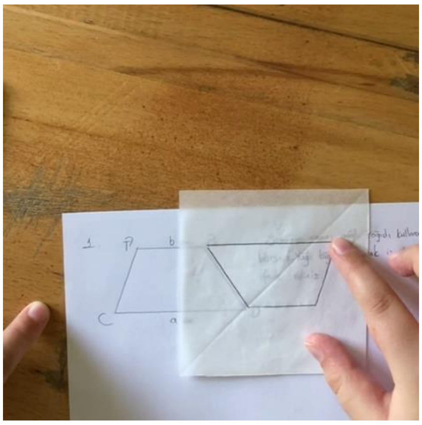
Mustafa yamuğun alanına ilişkin problem çözümünde, yamuğun alanını nasıl hesaplanabileceğini bilmediği için alanını hesaplamayı bildiği başka bir şekilden yararlanmak istemiştir. Bu durumda paralelkenarın alanını hesaplamayı bildiğini ve yamuğu bir paralelkenara benzetip bu şekilde alanını bulabileceğini düşünmüştür. Bunun için yamuğu yağlı kâğıda kopyalamıştır. Kopyaladığı yamuğun aynı olmayan tabanları üst üste gelecek şekilde ters çevirmiştir (Şekil 7). Bu şekilde organize ettiğinde, komşu kenarlar çakışacak şekilde üst üste gelmiş ve iki yamuğun yan yana gelmesiyle bir paralelkenar oluşmuştur. Paralelkenarın alanını taban uzunluğu ve yüksekliğini çarparak alana ulaşmıştır. Daha sonra bulduğu alanın yarısını alarak yamuğun alanını bulduğunu ifade etmiştir. Mustafa'nın iki eş yamuğu birlikte kullanarak tek bir şekil gibi görmesi onun ZGA'da ilişki kurarak akıl yürütmede ilişkilere odaklanmak için özel akıl yürütme becerilerini kullanma göstergesine ilişkin tepki sergilediğinin örneği olarak ele alınmıştır.

Geometrik fikirlerin genelleştirilmesine yönelik zihnin geometrik alışkanlıkları

YKPÇ uygulaması süresince öğrenciler "geometrik fikirlerin genelleştirilmesi" ZGA'sına ait üç göstergenin ikisine ilişkin zihinsel eylemlerde bulunmuşlardır. Göstergeler aşağıdaki şekildedir:

Bilinen durumlardan veya bilinen çözümlerden çözüm arama göstergesine ilişkin zihinsel eylem

Mustafa birinci probleme ilişkin çözümüne başlarken verilmiş olan yamuğu yağlı kâğıda kopyalamıştır. Kopyaladığı yamuğu tabanlarına göre ters çevirmiştir ve aynı olan kenarlardan biri çakışacak şekilde yamukları yan yana koymuştur (Şekil 8). Bu durumda araştırmacı iki şekli neden yan yana koyduğunu sorduğunda öğrenci önceden üçgenin alanını bulurken dikdörtgenden veya paralelkenardan yararlandığını ifade etmiştir:
(Mustafa yağlı kâğıda yamuğu kopyalar.)
Mustafa: Bitti. Şu tarafta kalmış onu da ekliyim.
...
(Çizdiği yeni yamuk kopyasını ters çevirip yine yan yana koyar.)
...
Araştırmacı: Peki, bunu yan yana koymanın sebebi nedir?
Mustafa: <u>Üçgendeki gibi bir şey bulmaya çalıştım. Birbirine yakın.</u>
Araştırmacı: Üçgende ne bulmuştun?
Mustafa: <u>Üçgende bir paralelkenar ya da dikdörtgen bulmuştum. Öyle. Şimdi tam paralelkenar oldu</u>.
Araştırmacı: Şimdi tam paralelkenar oldu diyorsun.
Mustafa: Evet.



Şekil 6. Mustafa'nın iki yamuğu yan yana koyarak paralelkenar elde etmesi

Mustafa'nın problem çözümü sırasında istenilen bilgiyi elde etmek için bildiği/tanımladığı özel durumları değiştirerek yeni olan duruma uygun bir çözüm üretmeye çalışması onun ZGA'da geometrik fikirlerin genelleştirilmesinde bilinen durumlardan veya bilinen çözümlerden çözüm arama göstergesine ilişkin zihinsel eylem sergilediğinin örneği olarak düşünülmüştür.

Varsayılan basitleştirme koşullarını kullanarak bir dizi çözüm arama göstergesine ilişkin zihinsel eylem

Bu çalışmada ilgili göstergeye ilişkin zihinsel eyleme rastlanmamıştır.

Tam çözüm kümeleri veya genel kurallar arama göstergesine ilişkin zihinsel eylem

Mustafa ikinci problem çözümünün ikinci kısmında B, C ve D üçgenleri arasında bir karşılaştırma yapacağını düşünmüştür. Fakat problemin bir önceki kısmında B üçgenini de ele aldığı için o üçgenin bu kısımda kullanılmayacağını ifade etmiştir. Çözümüne D üçgenini kopyalamaya başlayarak devam etmiştir:
-Diğeri neydi, B, C, D.
-Şu üç üçgen.
Bunları zaten, <u>bu B üçgeni diğerlerinden küçük olduğu için B üçgenini kopyalamayacağım. Zaten A üçgeniyle aynıydı, o yüzden kullanmayacağım. Direkt D üçgenini kopyalayacağım</u>.

Bu kısımda Mustafa'nın B üçgenin çözüme dahil edilmeyeceğini D üçgeni ile ilerleneceğini ifade etmesi onun ZGA'da geometrik fikirlerin genelleştirilmesinde tam çözüm kümeleri veya genel kurallar arama göstergesine ilişkin zihinsel eylem sergilediğinin örneği olarak düşünülmüştür.

Değişmeyenlerin incelenmesine yönelik zihnin geometrik alışkanlıkları

YKPÇ uygulaması süresince öğrenciler "değişmeyenlerin incelenmesi" ZGA'sına ait iki göstergenin tamamına ilişkin zihinsel eylemlerde bulunmuşlardır. Bulgular göstergeler bazında sunulmuştur.

Dinamik düşünme ve arama kullanma göstergesine ilişkin zihinsel eylem

Sabiha üçüncü problem çözümünün bir kısmında dikdörtgenin içine çizdiği şeklin paralelkenar olduğunu belirlemiştir. Çünkü karşılıklı açılarının her zaman eş olduğunu ve paralelkenarın içinde iki tane üçgen olduğunu fark ettiğini gösteren ifadelerde bulunmuştur.

Sabiha: Açıları zaten, açılarına baktım 360°.

...

Sabiha: İki üçgenin birleşimi de var bir yandan.

Araştırmacı: İki üçgenin birleşimi var derken?

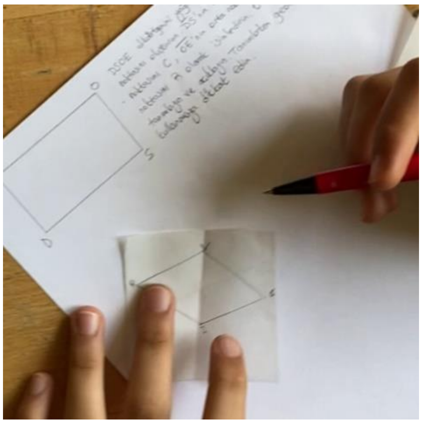
Sabiha: Mesela, ben şu an üst üste getirdim... (Köşegenden yaptığı katlamalarla iki adet üçgen oluştuğunu gösterir)

Araştırmacı: Evet.

Sabiha: Şöyle getiriyorum. İki tane mesela bir üçgen burada, şöyle çizgi çekmedim ama, bu bir tane üçgen bir tane daha yanına getirdiğimde ikinci üçgen oluyor.

...

Sabiha: Paralelkenardan iki üçgen oluyor. Eşkenarda direkt şey. Bu bence paralelkenar çünkü açılarına bakarsam hep birbirleri üst üste geliyor şöyle...



Şekil 7. Sabiha'nın dörtgenin iki üçgen oluştuğunu fark etmesi

Yukarıdaki ifadelerinden de anlaşılacağı üzere Sabiha elde etmiş olduğu dörtgenin içinde her zaman iki üçgen olduğunu, karşılıklı iç açılarının birbirine eşit olduğunu ve iç açıların toplamının 360°'ye eşit olduğunu söylemiştir. İfadelerinin bu şekillere özgü olduğunu ve şeklin kenar uzunluklarının veya açılarının değişmesinde bile aynı olacağını düşünmesi onun ZGA'da değişmeyenlerin incelenmesinde dinamik düşünme ve arama kullanma göstergesine ilişkin zihinsel eylem sergilediğinin örneği olarak düşünülmüştür.

Etkilerinin kanıtlarını kontrol etme göstergesine ilişkin zihinsel eylem

Mustafa birinci problemin çözümünün sonunda yamuğun alanını her zaman belirli değişkenlere bağlı olarak formülleştirebileceğini fark etmiştir. Çözümün bu aşamasına gelmeden önce iki eş yamuğun birbirine göre simetrik hallerinin yan yana ve birbirine çakışık biçimde yerleştirilmesiyle bir paralelkenar elde etmiştir. Böylece paralelkenarın alanını hesaplayarak yamuğun alanını ortaya koymuştur.

Araştırmacı: Paralelkenar oluşturacağını önceden biliyor muydun yoksa...

Mustafa: Şu an buldum, şu an fark ettim.

Araştırmacı: Sonradan, yeni fark ettin.
Mustafa: Bir fikir bulmak için böyle yan yana koydum ve paralelkenar oluştu. Paralelkenarın alanını hatırladığım için aynı şeyleri yaptım. Bir tane katlama yardımıyla yükseklik çizdim. Ondan sonra bunlar zaten burası küçük tarafı olduğu için bunun kopyası olduğu için b yazdım buraya. Bunun da kopyası bu olduğu için a yazdım. sonra paralelkenarın alanını yazdım burayı. h çarpı b artı a, çünkü bunların uzunluklarını bilmiyorum birleştirdim, bölü 2 yazdım. ve bu.

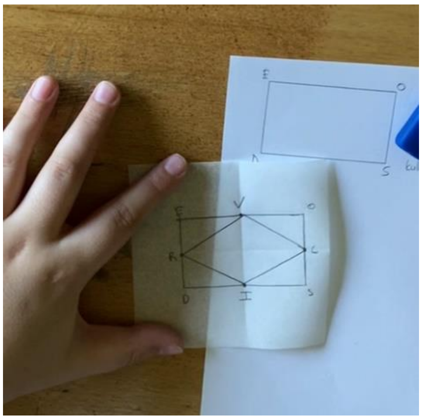
Bu kısımda Mustafa'nın yamuğun simetriğinin alınması ile şeklin aynı kalacağını bilmesi, değişkenlerle oluşturmuş olduğu formülün her zaman kullanılabilir bir formül olacağını ifade etmesi onun ZGA'da değişmeyenlerin incelenmesinde etkilerinin kanıtlarını kontrol etme göstergesine ilişkin zihinsel eylem sergilediğinin örneği olarak düşünülmüştür.

Keşfetme ve yansıma dengesi kurmaya yönelik zihnin geometrik alışkanlıkları

YKPÇ uygulaması süresince öğrenciler "keşfetme ve yansıma dengesini kurma" ZGA'sına ait iki göstergenin tamamına ilişkin zihinsel eylemlerde bulunmuşlardır. Bulgular göstergeler bazında sunulmuştur.

Keşifleri ön plana koyma göstergesine ilişkin zihinsel eylem

Mustafa üçüncü probleme ilişkin çözümüne başlarken istenenleri bulabilmek için verilen dikdörtgeni yağlı kâğıda kopyalamıştır. Yağlı kağıttaki dikdörtgen üzerinde gerekli katlamaları yaparak istenilen elemanları bulmuştur:
(Dikdörtgeni yağlı kâğıda kopyalar.)
…
Mustafa: Bitti. Ne demiş sonra? Her kenarın orta noktasını oluşturun. Orta noktasını tamam.
Araştırmacı: Orta noktasını oluşturmak için ne yapıyorsun?
Mustafa: İki, yani, bir kenarın şu doğru parçası olduğu için tam bir şekilde buradaki köşesini alıp buradaki köşesine üst üste gelecek şekilde katlıyorum orta noktasına. Hem bunu yaparak kenarınkini de buldum. (Kenara ait doğru parçalarının uçlarını üst üste gelecek şekilde katlama yapar) İşaretliyorum. (Katlama çizgisi ve doğru parçasının kesişim noktasını işaretler.) Ne demiş?
…
Mustafa: DS'nin orta noktasını demiş, tamam bunlarınkini bulduk. DE nerede? ED'nin orta noktasını R, OS nerede? Burada, C. Tamam.
Araştırmacı: Tamam.
Mustafa: Diğer ikisini yapalım. (Dikdörtgenin uzun kenarlarında biri için yine aynı işlem adımlarıyla katlama yapar ve orta nokta elde eder, isimlendirir.) Onlara ne demiş? DS'ye I, OE'ninse V. Tamam. Şimdi ne diyormuş. R, tamam. …



Şekil 8. Mustafa'nın yönergeleri takip ederek dörtgen oluşturması

Şekil 10'dan ve yukarıdaki ifadelerinden de anlaşılacağı üzere Mustafa kenarların orta noktalarını elde etmek için gerekli katlamaları yapmış ve katlamalar sonucunda elde ettiği orta noktaları işaretleyerek isimlendirmiştir. Bunu yaparken problemin istediği şekilde isimlendirme yapmaya özen göstermiştir. Burada yaptığı her adımda ne yaptığını söylemesi ve problem ile ilişkilendirmesi Mustafa'nın ZGA'da keşfetme ve yansıma dengesi kurmada keşifleri ön plana koyma göstergesine ilişkin zihinsel eylem sergilediğinin örneği olarak düşünülmüştür.

Son hedefleri ön plana koyma göstergesine ilişkin zihinsel eylem

Mustafa, ikinci problemin çözümünün ilk kısmında en uygun çift için ne anlama geldiğini ve sorunun sonucunda çift olarak eşleştirdiği üçgenlerin hangi kavram açısında birbiri ile eş olduğu ifade etmiştir. Daha sonra yağlı kâğıdı kullanarak benzemeye yönelik durumları incelemek için izleme ve kıyaslama yapmıştır:

Araştırmacı: O zaman ne yapacağız? Yok üst üste gelince alttan çıkıyor. Peki öyle üst üste koyup bulmak istediğin ne?
Mustafa: Bulmak istediğin benzer olduklarını düşünmek.
Araştırmacı: Ne açıdan benzer?
Mustafa: Ne açıdan benzer? Şekilleri benzer.

Mustafa'nın bu durumda gelecekte ulaşmak istediği duruma yönelik işlemler yapması onun ZGA'da keşfetme ve yansıma dengesi kurmada son hedefleri ön plana koyma göstergesine ilişkin zihinsel eylem sergilediğinin örneği olarak düşünülmüştür.

TARTIŞMA, SONUÇ ve ÖNERİLER

Bu çalışmada öğrencilerin yağlı kâğıt kullanarak problem çözerken Driscoll ve diğerleri'nin (2008) ZGA kuramsal çerçevesinde bulunan tüm geometrik alışkanlıkları (ilişki kurarak akıl yürütme, geometrik fikirlerin genelleştirilmesi, değişmeyenlerin incelenmesi, keşfetme ve yansıma dengesi kurma) sergiledikleri gözlenmiştir. Dolayısıyla yağlı kâğıt kullanımının öğrencilerin geometrik alışkanlıklarını ortaya çıkarmada etkili bir araç olduğu (Wiles, 2013) söylenebilir.

Bu çalışmada zihnin tüm geometrik alışkanlıkları ortaya çıkmış, en sık gözlenen alışkanlık "ilişki kurarak akıl yürütme" alışkanlığı iken "geometrik fikirlerin genelleştirilmesi" alışkanlığına en az sıklıkla rastlanmıştır. "Geometrik fikirlerin genelleştirilmesi" alışkanlığının göstergelerinden olan "Varsayılan basitleştirme koşullarını kullanarak bir dizi çözüm arama" göstergesine hiç rastlanmazken, "Tam çözüm kümeleri veya genel kurallar arama" göstergesine sadece bir durumda rastlanmıştır. Buradan öğrencilerin genelleme alışkanlığı kullanımlarının istenilen düzeyde olmadığı söylenebilir. Benzer şekilde Tolga ve Cantürk Günhan (2020a) çalışmalarında 6. sınıf öğrencilerinin ilişki kurarak akıl yürütme alışkanlığını rahatlıkla gözlemleyebildiklerini, fakat geometrik fikirlerin genelleştirilmesi alışkanlığında öğrencilerin istenilen düzeye ulaşamadıklarını belirtmişlerdir. Yine Tolga ve Cantürk Günhan (2020b) 8. sınıf öğrencilerinin işlem yapmayı gerektiren problemleri rahatça çözerken, genelleme ve keşfetmeyi gerektiren problemlerde doğru çözüm oranının düştüğü ifade etmişlerdir. Buradan her iki çalışmanın bulgularıyla, bu çalışmanın bulgularının ilişki kurarak akıl yürütme alışkanlığına sıkça rastlanması ve genelleme alışkanlığına az rastlanması açısından tutarlık gösterdiği söylenebilir. Bunun yanında Cuoco ve diğerleri (1996) öğrencilerde en sıklıkla rastlanan ZGA alışkanlığının ilişkilendirme alışkanlığı olduğunu belirtmişlerdir. NCTM (2000) de, ZGA çerçevesine benzer bir anlayışa sahip olarak belirli standartlarla ilgili beklentileri tanımlarken öğrencilerin tüm sınıf düzeylerinde geometrik şekillerin özelliklerini analiz etmeleri gerektiğini, geometrik şekiller ve ilişkiler hakkında matematiksel argümanlar geliştirmeleri gerektiğini belirtmiştir. Geometrik nesneler arasındaki ve bu nesnelerin özellikleri tarafından ortaya konan ilişkilerle akıl yürütme NCTM (2000) tarafından önemle vurgulanmıştır. Dolayısıyla anılan çalışmalarda ve bu çalışmada ilişkilendirme alışkanlığının diğer alışkanlıklara göre daha fazla gözlenmesinin rastlantısal olmadığı söylenebilir.

Özdemir, Dikici ve Kültür (2015) ortaokul öğrencileri ile yaptıkları çalışmada, örüntü genelleme süreçlerinde örüntü problemlerini yakın ve sonlu bir adımda devam ettirmede problemler yaşadıklarını, sadece sayısal yöne odaklanarak görsel stratejileri kullanmadan sadece sayısal stratejileri kullanmaya çalıştıklarını belirtmişlerdir. Benzer şekilde Yeşildere-İmre, Akkoç ve Baştürk-Şahin (2017) ortaokul öğrencilerinin şekil örüntüleri yardımıyla cebirsel genellemelere ulaşmada problemler yaşadıklarını belirlemişlerdir. Yıldırım ve Yavuzsoy Köse (2018) çalışmalarında ortaokul öğrencilerinin, istenilen genellemeye ulaşsalar da ve sözel olarak ifade edebilseler de bunu cebirsel olarak ifade etmede güçlük yaşadıklarını belirtmişlerdir. Dolayısıyla; öğrencilerin genelleme oluşturma ve bu genellemeleri ifade etmede sorunlar yaşadıkları söylenebilir. Carraber, Martinez ve Schliemann de (2007) özel durumlara dayalı olan matematikten, mantıksal tutarlığa ve deneysel dünyada temeli olmayan veya çok az temeli olan matematiksel yapılar hakkında akıl yürütmeye dayanan bir matematiğe geçişin öğrenciler için kolay olmayacağını; dolayısıyla öğrencilerin genelleme yapmaya teşvik edilmesi ve bu matematiği anlaması gerektiğini belirtmişlerdir. Öğrencilerin genel olarak genelleme yapmakta, özelde ise genellemeyi ifade etmekte zorlanmaktadırlar (Zazkis, Lijedahl & Chernoff, 2008).

Sriraman (2004), bir dokuzuncu sınıf öğrencisinin matematiksel bir genellemenin keşfedilmesine ve formüle edilmesine yol açan matematiksel deneyimleri ele aldığı çalışmasında; uzun bir süre boyunca farklı problem durumları üzerinde düşünmenin, problemlerdeki yapısal benzerliklerin soyutlanmasını matematiksel genellemelerin formüle edilmesini kolaylaştırdığı sonucuna ulaşmıştır. Dolayısıyla; öğrencilerin geometrik fikirlerinin genelleştirmesi konusunda ustalaşmaları ve deneyim kazanmaları için sınıflarda; farklı problem durumları üzerinde durulması önerilmektedir. Yao ve Manouchehri de (2019) matematiğin temeli ve matematiksel düşünmenin önemli bir bileşeni olduğunu belirttikleri genellemeleri öğrencilerin oluşturmasında daha etkin olmaları için çeşitli matematiksel bağlamlarda ve dinamik geometri ortamlarında genellemeler yapmalarına teşvik edilmelerin gerektiğini bildirmişlerdir. Bu yüzden sınıflarda öğrencilerin GeoGebra gibi dinamik geometri yazılımlarıyla farklı bağlamlarda genelleme biçimlerini deneyimlemeleri üzerinde durulması yararlı görülmektedir.

Genelleme yapma genellikle bireysel, bilişsel bir süreç olarak düşünülse de matematik öğrencileri birden fazla benzer durumla karşılaşarak veya deneyimleyerek genel kalıpları sorunsuz bir şekilde göremezler. Durumlar içinde ve durumlar arasında neyin önemli olduğunu anlamak için yönlendirilmeleri gerekir. Bu yüzden sınıflarda genellemeyi yerleşik bir etkinlik olarak görmeli ve genellemelerin ortaya çıktığı bağlamlarla uğraşmalıdır. Öğrenciler genelleme yapmaya çalıştıklarında, durumlar arasındaki ilgili benzerlikleri ve farklılıkları belirlemek (bağlantı kurmak) ve bir durumda ne olacağını tahmin etmek ve açıklamak (varsayımda bulunmak) için konuşmayı, yazıları ve somutlaştırılmış etkinlikleri kullanırlar. Bu da onların matematikte ileri düzeye gelişmelerini teşvik eder (Jurow, 2004).

Okullarda genellikle örüntüler hakkında genellemelere varılmaya çalışılmaktadır ve öğrencilerden birden fazla kuralın makul bir şekilde çıkarılabileceği durumlar hakkında akıl yürütmeleri istenmektedir. Fakat, örüntü bir matematiksel nesne olmadığından, öğrencileri kesin çıkarıma dayalı matematiksel genellemeye doğru yönlendirmek isteniyorsa genellemenin örüntülerden başlanması dezavantaj oluşturacaktır. Bunun yerine, öğrencilere genelleme alışkanlığı kazandırılması için genellemede varsayımların rolü önemsenmeli, öğrenciler tahminlerde bulunmaya teşvik edilmelidir. Öğrencilerin verilen problemler hakkında matematiksel genellemeler yapmayı öğrenmeleri gerekir. Sonraki aşamada bu genellemeleri cebirsel gösterim kullanarak formüle etmeyi öğrenirler. Daha sonra kendilerinin ve başkalarının ürettiği cebirsel ifadeler üzerinde düşünerek yeni bilgiler elde etmeyi öğrenirler. Dolayısıyla matematik sınıflarında öğrencilerin genelleme alışkanlıkları kazanmaları için varsayımlarda ve tahminlerde bulunabilecekleri, problem çözümleriyle uğraşacakları ortamlar sağlanması önerilmektedir (Carraber vd., 2007). Ellis'e (2007) göre eğitim uygulamalarının temel amaçlarından biri, öğrencilerin sınıfta genellemeler oluşturma ve bilgilerini yeni ortam ve koşullara aktarma yeteneklerini destekleyecek sağlam, genellenebilir bilgiler geliştirmelerine yardımcı olmaktır. Belirli durumların ötesine uzanan genelleme veya iddialarda bulunmak, merkezi bir matematik uygulamasıdır ve sınıf matematik öğretiminin odak noktasıdır (Jurow, 2004).

Bu çalışmada ilişki kurarak akıl yürütme alışkanlığından sonra en sık rastlanan alışkanlık "keşfetme ve yansıtma dengesi kurma" alışkanlığı olmuştur. İlgili alanyazın incelendiğinde, ortaokul öğrencilerinin sıklıkla "ilişki kurarak akıl yürütme" alışkanlığı ile tepkiler verdiği (Gürbüz vd., 2018; Tolga & Cantürk Günhan, 2020a; 2020b; Özen Ünal vd., 2022;) görülürken, keşfetme ve yansıtma dengesi kurma alışkanlığının sık olarak görülmediği gözlenmiştir. Bu çalışmada keşfetme ve yansıtma dengesi kurma alışkanlığının diğer çalışmalardan farklı olarak ilişki kurarak akıl yürütme alışkanlığından sonra en sık gözlenen alışkanlık olmasının sebebi, problem çözme sürecinde yağlı kâğıt kullanılması olabilir. Bu bulgudan hareketle, yağlı kâğıt materyalinin, öğrencilerin keşfetme süreçlerini daha fazla ortaya çıkardığı ve bu konuda başarılı bir materyal olduğu öne sürülebilir.

Bu çalışmada geometrik fikirleri genelleme alışkanlığı ve alt göstergelerine ilişkin alışkanlıklar az sıklıkla ortaya çıkarken, değişmeyenlerin incelenmesi de sıklıkla rastlanan bir alışkanlık olmamıştır. Bu alışkanlıklara ilişkin göstergelerin artması için matematik sınıflarında öğretmenlerin zorlayıcı, genellikle birden fazla olası giriş noktası ve öğrencilerin geometrik düşüncelerini ortaya çıkarmaya (ve geliştirmeye) yardımcı olma potansiyeline sahip problemler getirmeleri önerilmektedir. Öğretmenler, başta öğretim programıyla birebir örtüşmeyen bu problemlerle uğraşmanın gereksiz olduğunu düşünebilirler ya da bu problemlerin öğretim programı içerisindeki yeri ve öneminden endişe duyabilirler. Fakat, eğitim deneyimleri, öğrencilerle bu tür problemleri kullanan öğretmenlerin kendileri ve öğrencileri için öğretim programının birçok bölümüne aktarılarak birçok biçimde fayda sağlayabileceğini göstermiştir. Bunun yanında öğretmenlere her problem ile kendi programları arasındaki bağlantıları tartışmak ve problemleri kendi öğrencileriyle kullanmak için gerekli olduğuna karar verdikleri uyarlamaları dikkate almak için zaman yaratmaları tavsiye edilmektedir. Öğretmenler, öğrencilerin mevcut geometrik düşüncelerinin daha fazlasını ortaya çıkarmak amacıyla uyarlamalar yaptıkları takdirde, geometri problemlerini sınıfta teşvik ettikçe öğrencilerin geometrik alışkanlıklarının daha fazla ortaya çıkması ve bundan yarar sağlanması kaçınılmaz olacaktır (Driscoll vd., 2008). Bu çalışmada, yağlı kâğıt materyalinin geometrik alışkanlıkları ortaya çıkarmada etkili olduğu sonucuna varılmıştır. Öğretmenlere bu materyali sınıflarında anılan problemlere uyarlayarak kullanmaları önerilmektedir. Bu sayede öğrencilerin bu çalışmada ortaya çıktığı üzere keşfetme ve yansıtma dengesi kurma alışkanlıklarının ortaya çıkacağı ve böylelikle geometri problemlerine karşı olumlu tutum geliştirecekleri ve başarılarının artacağı öngörülmektedir.

Bu çalışmada iki ortaokul öğrencisi ile görüşmeler yapılmış ve ZGA'ları yağlı kâğıt katlama ile problem çözerken ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. İlgili alanyazında bu materyali kullanarak ZGA ile ilişkili çok az çalışma mevcuttur. Araştırmacılara; daha büyük çalışma gruplarıyla nitel desende yağlı kâğıt materyali kullanarak öğrencilerin ZGA'larını ortaya çıkarma potansiyeline sahip araştırmalar yapmaları önerilmektedir.

KAYNAKÇA

Altun, M. (2015). *Ortaokullarda Matematik Öğretimi* (11. Baskı). Alfa Aktüel Yayınları.

Bornasal, J. P., Sulatra, J. R. S., Gasapo, H. A., & Gasapo, F. B. (2021). Effect of paper folding (Origami) instruction in teaching geometry. *International Journal of Social Science and Human Research*, *04*(07), 1605–1609. https://doi.org/10.47191/ijsshr/v4-i7-02

Bozkurt, A., & Koç, Y. (2016). Zihnin Geometrik Alışkanlıkları. İçinde E. Bingölbali, S. Arslan, ve İ. Ö. Zembat (Ed.), *Matematik Eğitiminde Teoriler*. Pegem Akademi.

Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş., & Demirel, F. (2012). *Bilimsel Araştırma Yöntemleri* (12. Baskı). Pegem Akademi.

Carraher, D. W., Martinez, M. V., & Schliemann, A. D. (2008). Early algebra and mathematical generalization. *ZDM Mathematics Education*, *40*, 3–22. https://doi.org/10.1007/s11858-007-0067-7

Cuoco, A., Goldenberg, E., & Mark, J. (1996). Habits of mind: An organizing principle for mathematics curricula. *The Journal of Mathematical Behavior*, *15*(4), 375-402. https://doi.org/10.1016/S0732-3123(96)90023-1

Driscoll, M., DiMatteo, R. W., Nikula, J., Egan, M., Mark, J., & Kelemik, G. (2008). *The fostering geometric thinking toolkit: A guide for staff development*. Heinemann.

Ellis, A. B. (2007). Connections between generalizing and justifying: students' reasoning with linear relationships. *Journal for Research in Mathematics Education*, *38*(3), 194–229. https://doi.org/10.2307/30034866

Erşen, Z. B. (2017). Onuncu sınıf fen lisesi öğrencilerinin geometrik düşünme alışkanlıkları ve geometriye yönelik tutumları arasındaki ilişkinin incelenmesi. *SDU International Journal of Educational Studies*, *4*(2), 71–85.

Fraenkel, J. R., Wallen, N. E., & Hyun, H. H. (2011). *How to Design and Evaluate Research in Education*. McGraw-Hill.

Guilfoyle, L. (1996). [Review of Patty Paper Geometry, by M. Serra] *Mathematics Teaching in the Middle School*, *2*(1), 58.

Güler, H. K., & Gürbüz, M. C. (2018). Construction process of the length of $3\sqrt{2}$ by paper folding. *International Journal of Research in Education and Science*, *4*(1), 121-135. https://doi.org/10.21890/ijres.382940

Gürbüz, M. Ç., Ağsu, M., & Güler, H. K. (2018). Investigating geometric habits of mind by using paper folding. *Acta Didactica Napocensia*, *11*(3-4), 157-174. https://doi.org/10.24193/adn.11.3-4.12

Jurow, A. S. (2004). Generalizing in interaction: middle school mathematics students making mathematical generalizations in a population-modeling project. *Mind, Culture, and Activity*, *11*(4), 279–300. https://doi.org/10.1207/s15327884mca1104_4

Karataş, İ., & Güven, K. (2003). Problem çözme davranışlarının değerlendirilmesinde kullanılan yöntemler: Klinik mülakatın potansiyeli. *İlköğretim Online*, *2*(2), 2-9.

Köse, N. Y., & Tanışlı, D. (2014). Sınıf öğretmeni adaylarının geometrideki zihinsel alışkanlıkları. *Educational Sciences: Theory ve Practice*, *14*(3), 1203-1230. https://doi.org/10.12738/estp.2014.3.1864

Millî Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2018). *Ortaokul (5., 6., 7. Ve 8. Sınıflar için) matematik dersi öğretim programı*. Millî Eğitim Bakanlığı.

National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (Ed.). (2000). *Principles and standards for school mathematics*. National Council of Teachers of Mathematics.

Olson, A. T. (1975). *Mathematics Through Paper Folding*. National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

Özdemir, E., Dikici, R., & Kültür, M. N. (2015). Öğrencilerin örüntüleri genelleme süreçleri: 7. sınıf örneği. *Kastamonu Üniversitesi Kastamonu Eğitim Dergisi*, *23*(2), 523–548.

Özen, D. (2015). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin geometrik düşünmelerinin geliştirilmesi: Bir ders imecesi* [Doktora Tezi]. Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Özen Ünal, D., Ulusan, S., & Gürlek, A. (2022). Elementary school students' ways of thinking in geometry through the lens of geometric habits of mind. *Psycho-Educational Research Reviews*, *11*(3), 393–411. https://doi.org/10.52963/PERR_Biruni_V11.N3.10

Özen Ünal, D., & Yavuzsoy Köse, N. (2019). A lesson study to develop teachers' geometric habits of mind. *Croatian Journal of Education*, *21*(4), 1133-1179. https://doi.org/10.15516/cje.v21i4.3205

Özüm Bülbül, B. Ö., & Güven, B. (2019). Geometrik düşünme alışkanlıkları ile akademik başarı arasındaki ilişkinin incelenmesi: Matematik öğretmeni adayları örneği. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, *10*(3), 711-731. https://doi.org/10.16949/turkbilmat.495105

Serra, M. (1994). *Patty Paper Geometry*. Key Curriculum Press.

Soylu, Y., & Soylu, C. (2006). Matematik derslerinde başariya giden yolda problem çözmenin rolü. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *7*(11), 97-111.

Sriraman, B. (2004). Reflective abstraction, uniframes and the formulation of generalizations, J*ournal of Mathematical Behaviour*, 23, 205-222.

Stake, R. E. (1995). *The art of case study research*. SAGE Publications.

Strauss, A., & Corbin, J. (1990). *Basics of Qualitative Research* (1st ed.). Sage.

Swing, S., & Peterson, P. (1988). Elaborative and integrative thought processes in mathematics learning. *Journal of Educational Psychology*, *80*(1), 54-66. https://doi.org/10.1037/0022-0663.80.1.54

Taş, S., & Yavuz, A. (2020). 7.sınıf öğrencilerinin uzamsal yetenekleri ile zihnin geometrik alışkanlıkları arasındaki ilişki. *OPUS Uluslararası Toplum Araştırmaları Dergisi*, *15*(25), 3120–3137. https://doi.org/10.26466/opus.641181

Taşkın, E., Ezentaş, R., & Altun, M. (2018). Altıncı Sınıf Öğrencilerine Verilen Matematik Okuryazarlığı Eğitiminin Öğrencilerin Matematik Okuryazarlığı Başarısına Etkisi. *Kastamonu Education Journal*, *26*(6), 2069–2079. https://doi.org/10.24106/kefdergi.2418

Tolga, A. (2017). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin zihnin geometrik alışkanlıklarının belirlenmesi ve derslerine yansıması* [Yüksek Lisans Tezi]. Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Tolga, A., & Cantürk Günhan, B. (2020a). 6. sınıf öğrencilerinin alan hesaplamada ilişkilendirme ve genelleme süreçlerinin incelenmesi. *Van Yüzüncü Yıl Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *17*(1), 1042–1066. https://doi.org/10.33711/yyuefd.800922

Tolga, A., & Cantürk Günhan, B. (2020b). Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin zihnin geometrik alışkanlıklarının incelenmesi. *Buca Eğitim Fakültesi Dergisi*, *49*, 1–23.

Türnüklü, E. B., & Yeşildere, S. (2005). Problem, problem çözme ve eleştirel düşünme. *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *25*(3), 107-123.

Uygan, C. (2016). *Ortaokul öğrencilerinin zihnin geometrik alışkanlıklarının kazanımına yönelik dinamik geometri yazılımındaki öğrenme süreçleri* [Doktora Tezi]. Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Ünlü, M. (2021). Investigation of preservice mathematics teachers' concept definitions of circle, circular region, and sphere. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *53*(2), 1787–1814. https://doi.org/10.1080/0020739X.2020.1847334

Van De Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2013). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally*. Upper Saddle River, NJ: Pearson.

Wiles, P. (2013). Folding corners of the habits of mind. *Mathematics Teaching in the Middle School*, *19*(4), 208-213. https://doi.org/10.5951/mathteacmiddscho.19.4.0208

Yao, X., & Manouchehri, A. (2019). Middle school students' generalizations about properties of geometric transformations in a dynamic geometry environment. *The Journal of Mathematical Behavior*, *55*, 100703. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2019.04.002

Yeşildere-İmre, S., Akkoç, H., & Baştürk-Şahin, B. N. (2017). Ortaokul Öğrencilerinin Farklı Temsil Biçimlerini Kullanarak Matematiksel Genelleme Yapma Becerileri. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, *8*(1), 103–129. https://doi.org/10.16949/turkbilmat.303220

Yıldırım, D., & Yavuzsoy Köse, N. (2018). Ortaokul öğrencilerinin çokgen problemlerindeki matematiksel düşünme süreçleri. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *18*(1), 605–633. https://doi.org/10.17240/aibuefd.2018..-362044

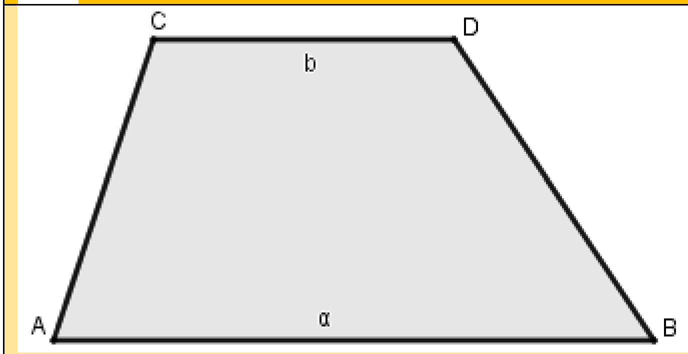
Yin, R. K. (2014). *Case Study Research: Design and Methods* (Fifth edition). SAGE Publications.

Zazkis, R., Liljedahl, P., & Chernoff, E. J. (2008). The role of examples in forming and refuting generalizations. *ZDM Mathematics Education*, *40*, 131–141. https://doi.org/10.1007/s11858-007-0065-9

Ek

Yağlı Kâğıt Katlayarak Problem Çözme Aracı (YKPÇ)

Soru

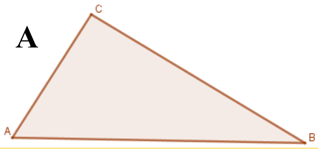


Yamuğun alanını yağlı kâğıdı kullanarak nasıl bulabilirsiniz? İspatlayınız. Sözel olarak da ifade edebilirsiniz.

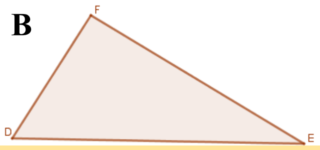
Soru

a. a, b, c üçgenleri arasındaki en uygun çift hangisidir? Neden?
b. b, c, d üçgenleri arasındaki en uygun çift hangisidir? Neden?

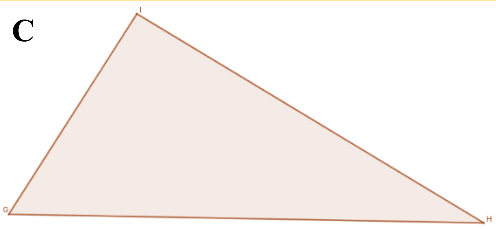
A



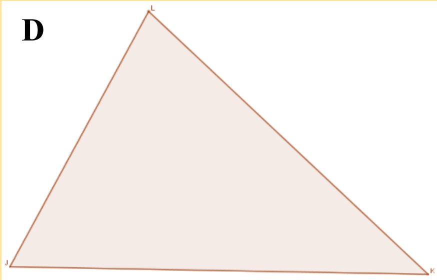
B



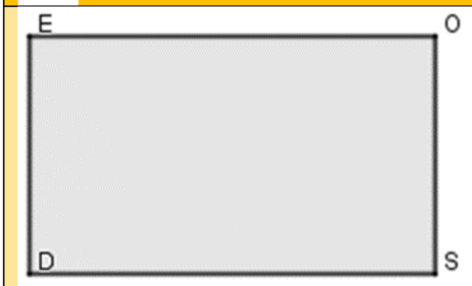
C



D



Soru



DSOE dikdörtgenini yağlı kâğıda kopyalayın. Her kenarın orta noktasını oluşturun. $\overline{DS}$'nin orta noktasını I, $\overline{SO}$'nun orta noktasını C, $\overline{OE}$'nin orta noktasını V, $\overline{ED}$'nin orta noktasını R olarak isimlendirin. Oluşan $RICV$'yi tanımlayın ve açıklayın. Tanımlarken geometrik kavramları kullanmaya dikkat edin.