

Balastlı Demiryolu Hatlarının Statik Analizinde Diferansiyel Dönüşüm Yönteminin Uygulanması

İlker Şahinoğlu^{1*}, Kanat Burak Bozdoğan²

¹*İnşaat Mühendisliği Bölümü, Mühendislik Fakültesi, Kırklareli Üniversitesi, Kırklareli, Türkiye*

²*İnşaat Mühendisliği Bölümü, Mühendislik Fakültesi, Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi, Çanakkale, Türkiye*

Geliş: 29.11.2023, Kabul: 27.12.2023, Yayınlanma: 31.12.2023

ÖZ

Mühendislikte birçok problem belirli kabuller altında basitleştirilmekte ve basitleştirilmiş modelin matematik modeli kurularak analitik ya da sayısal yöntemler ile çözüme ulaşılmaktadır. Bu basitleştirilmiş modellerden birisi de elastik zemine oturan kiriş teorisidir. Elastik zemine oturan kiriş teorisi demiryolu hatlarının çözümünde kullanılan ve uygun sonuçlar veren bir yaklaşımdır. Elastik zemine oturan kiriş problemlerinin modellenmesinde kullanılan en basit yaklaşım ise zeminin kirişe etkisini tek bir parametre ile temsil eden Winkler zemin modelidir. Bu çalışmada balastlı demiryolu hatlarının statik analizi için diferansiyel dönüşüm yöntemi yaklaşımı önerilmiştir. Çalışmada balastlı demiryolu hattı literatürden bilinen Winkler zeminine oturan bir Euler-Bernoulli kirişi olarak modellenmiştir. Önce eşdeğer Winkler zeminine oturan kirişin diferansiyel denklemi ve sınır koşulları yazılmış daha sonra çözümü kolaylaştırmak için diferansiyel denklem ve sınır koşulları boyutsuz hale getirilmiştir. Boyutsuz dördüncü mertebeden adi diferansiyel denklemin çözümü sınır koşulları dikkate alınarak diferansiyel dönüşüm yöntemi ile gerçekleştirilmiştir. Çalışmanın sonunda diferansiyel dönüşüm yöntemi ile çözümün uygunluğunu araştırmak üzere literatürden alınan bir örnek çözülmüş ve sonuçlar değerlendirilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Balastlı demiryolu hattı; Winkler zemin modeli; Diferansiyel dönüşüm yöntemi; Statik analiz

Application of the Differential Transform Method in Static Analysis of Ballasted Railway Tracks

ABSTRACT

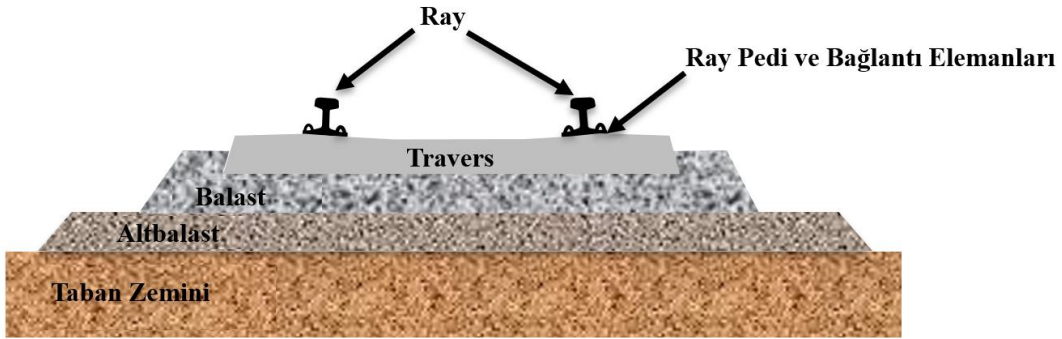
Many problems in engineering are simplified under certain assumptions and a mathematical model of the simplified model is created and the solution is reached using analytical or numerical methods. One of these simplified models is the theory of beams resting on elastic foundations. Beam theory resting on elastic foundation is an approach used in the solution of railway track and gives suitable results. The simplest approach used in modeling problems of beams resting on elastic foundations is the Winkler soil model, which represents the effect of the soil on the beam with a single parameter. In this study, the differential transformation method approach is proposed for the static analysis of ballasted railway track. In the study, the ballasted railway track was modeled as an Euler-Bernoulli beam resting on the Winkler foundation, known from the literature. First, the differential equation and boundary conditions of the beam resting on the equivalent Winkler foundation were written, and then the differential equation and boundary conditions were made dimensionless to facilitate the solution. The solution of the dimensionless fourth-order ordinary differential equation was carried out by the differential transformation method, considering the boundary conditions. At the end of the study, an example taken from the literature was solved to investigate the suitability of the solution with the differential transformation method and the results were evaluated.

Keywords: Ballasted railway track; Winkler soil model; Differential transform method; Static analysis

1. GİRİŞ

Ülkeler küreselleşen ticaretin ve seyahatin beraberinde getirdiği yüksek hıza ve daha fazla yük ve yolcu taşımacılığına duyulan talep artışı ile birlikte yeni demiryolu hatları inşa ettikleri gibi mevcut hatlarını da iyileştirme yoluna gitmektedirler. Bu nedenle günümüzde artık gerek şehiriçi ve gerekse şehirlerarası yük ve yolcu taşımacılığında demiryollarının diğer ulaştırma sistemleri içerisindeki payı da her geçen gün giderek artmaktadır.

Demiryolu hatları balastlı ve balastsız olmak üzere farklı şekilde inşa edilebilmektedir [1]. Dünyada ve ülkemizde ise yaygın olarak balastlı demiryolu hatları uygulanmaktadır. Balastlı bir demiryolu hattına ait kesit Şekil 1’de verilmektedir. Şekil 1’den de görüldüğü gibi balastlı demiryolu hatları tipik olarak ray, ray bağlantı elemanları, travers, balast, altbalast ve taban zemininden oluşmaktadır [2].



Şekil 1: Balastlı demiryolu hattı enkesiti [3].

Konvansiyonel yani balastlı demiryolu hatlarında raylar doğrudan tekerlek yüküne maruz kalmakta ve bu yükleri bağlantı elemanları aracılığıyla traverslere aktarmaktadırlar. Traverslere aktarılan gerilmeler ise sırasıyla balast tabakası, altbalast tabakası ve buradan da taşıma kapasitesini aşmayacak şekilde kabul edilebilir bir seviyede taban zeminine iletilmektedir [4].

Demiryolu hattını meydana getiren bileşenlerin her biri farklı özelliklere sahip çeşitli malzemelerden oluşmakta ve bu bileşenlerin yüklemeler altındaki davranışları da farklılık göstermektedir [5]. Demiryolu hatlarının gerek boyutlandırılması ve gerekse işletme sırasında maruz kalacağı yüklemeler altındaki davranışının belirlenebilmesi hattın çeşitli yöntemler ile analiz edilmesini gerekli kılmaktadır [6]. Bu anlamda demiryolu hattının davranışının anlaşılmasındaki ilk önemli çalışma 1867 yılında Emil Winkler tarafından gerçekleştirilmiştir [7], [8]. Bu çalışma ile ortaya konulan modelde ray, sürekli lineer yaylardan oluşan elastik bir zemin üzerinde oturan sonsuz uzunluktaki kiriş olarak düşünülmektedir [9]. Daha sonra Zimmerman 1888’de yapmış olduğu analitik ve deneysel çalışmalar ile Winkler teorisinin demiryolu hesaplamalarında kullanılabileceğini kanıtlamıştır [10], [11]. Hetényi [12] tarafından 1946 yılında yazılan

elastik zemine oturan kirişler ile ilgili kitap şüphesiz bu konudaki temel kaynaklardan biri olarak görülmektedir. Demiryolu hatlarının yükler altındaki farklı davranışlarının ortaya konmasında analitik ve nümerik yöntemlerin kullanılması ile tarihsel süreç içerisinde birçok çalışma gerçekleştirilmiştir [13], [14], [15], [16], [17]. Literatürde bu konu ile ilgili yapılan çalışmaların bazıları aşağıda özetlenmiştir.

Cai ve diğ. [9] çalışmalarında demiryolu hat modülünün tanımlanmasında kullanılan bazı mevcut yöntemleri açıklamışlar ve elastik zemin modellerine dayalı yeni bir hat modülü hesaplama yöntemini önermişlerdir. Winkler zemin modeli ve iki parametrelili temel modelini kullanarak beton ve ahşap traversler için farklı hat bileşenleri ve değerleri ile sayısal örnekler çözmüşlerdir. Önerdikleri yaklaşımın nispeten pahalı olan saha testlerinin gerçekleştirilmesi noktasında ihtiyacı ortadan kaldıracak bir fayda sağlayacağını ifade etmişlerdir.

Thambiratnam ve Zhuge [18] farklı rijitliğe sahip yaylar ile modellenen hareketli noktasal yüke maruz elastik zemine oturan bir kirişin dinamik analizi için sonu elemanlar yöntemi önermişlerdir. Ayrıca yöntemi demiryolu hat yapısının analizinde uygulayabilmek amacıyla genişletmişlerdir. Temel rijitliği, ilerleme hızı, kiriş uzunluğu gibi bazı önemli parametrelerin etkilerini incelemişlerdir. Elastik bir temel üzerinde bulunan kirişlerin ve demiryolu raylarının dinamik analizinin gerçekleştirilmesinde bu yöntemin uygun kiriş uzunluğu ve eleman sayısı ile etkili bir yöntem olabileceği sonucuna ulaşmışlardır.

Heelis ve diğ. [19] demiryolu hattındaki düşey yer değiştirmelerin tren hızı ve hat sönümüne bağlı olarak nasıl değiştiğini Winkler zeminine oturan Euler kiriş modelini kullanarak incelemişlerdir. Hat deplasmanının kritik hız aşılıncaya kadar tren hızındaki artış ile artacağını ve bu kritik hızın ise zemin rijitliğine, hat rijitliğine ve temel sisteminin rijitliğine bağlı olduğunu göstermişlerdir.

Lu ve diğ. [20] elastik bir zemin üzerindeki rayın uygulanan basınç ve düşey yer değiştirme arasındaki ilişkisini açıklamak için kübik bir polinom önermişlerdir. Winkler, Pasternak ve ayrık olarak modelledikleri demiryolu hat yapısından elde ettikleri sonuçları deneysel veriler ile karşılaştırmışlardır. Önerdikleri kübik modelin gerçek demiryolu hat yapısını daha iyi temsil ettiğini ifade etmişlerdir.

Hendry ve diğ. [21] turba zemin üzerinde inşa edilmiş olan hafif yükseklikteki dolgulardan oluşan demiryolu hattının tekrarlı tren yüklerine tepkisini ölçmek amacıyla bir dizi çalışma gerçekleştirmişlerdir. Çalışmada hem arazide hatta oluşan deplasman ölçümlerini yapmışlar hem de deplasmanın büyüklüğü üzerinde dinamik kuvvetlerin büyüklüğünün ve tren hızının etkisini tespit edebilmek amacıyla Winkler modelini kullanmışlardır. Gerçekleştirdikleri analizler sonucu tren yükü altında dolgularda oluşan yer değiştirmelerin dinamik etkilerden ziyade düşük kaliteli dolgu ve yumuşak zemin malzemelerinin statik deformasyonundan kaynaklandığı sonucuna ulaşmışlardır.

Sadeghi ve Barati [22] demiryolu hatlarının analizi ve tasarımında kullanılan mevcut uygulama ve yöntemleri incelemiş ve tasarım ile ilgili önerilerde bulunmuşlardır.

Kumari ve diğ. [23] hareketli dinamik yüklere maruz kalan Winkler tipi elastik bir zemin üzerinde oturan Bernoulli-Euler kirişini incelemişler iki parametre kullanarak modellemişlerdir. Kritik hızın altındaki hızlarda kiriş çökmesinin mutlak değerinin yüklenme hızının artmasıyla arttığını ve en yüksek çökmenin yükün kritik hızda hareket ettiğinde olduğu sonucuna ulaşmışlardır.

Prakoso [24] demiryolu hattını analitik ve sonlu elemanlar yöntemi ile analiz etmiştir. Sonlu elemanlar analizini ANSYS yazılımını kullanarak iki ve üç boyutlu olarak gerçekleştirmiştir. Elde ettiği sonuçları karşılaştırmak ve doğrulamak amacıyla Zimmermann metodunu kullanarak da hesaplama yapmıştır. Doğrulama sonucunda ANSYS yazılımı ile gerçekleştirdiği iki boyutlu sonlu elemanlar modelinde elde edilen elastik eğrinin Zimmermann yönteminde elde edilene çok benzer olduğunu ancak üç boyutlu sonlu elemanlar modelinde özellikle maksimum çökmenin farklı olarak elde edildiğini belirlemiştir.

Mohanta ve diğ. [25] çalışmalarında demiryolu hattının statik analizini Winkler tipi zemin olarak sürekli ve ayrık olmak üzere iki farklı şekilde gerçekleştirmişlerdir. Euler-Bernoulli kiriş teorisi ve Timoshenko kiriş teorisi ile elde ettikleri çökme değerlerini benzer olarak elde etmişlerdir. Ancak ayrık modelden elde edilen sonuçların sürekli model sonuçlarına nazaran literatürde gerçekleştirilmiş olan deneysel çalışmalara daha yakın değerler verdiğini belirtmişlerdir.

Aksop ve Güler [26] çalışmalarında Winkler ve sonlu elemanlar yöntemlerini kullanarak balastlı demiryolu hattını elastik zemine oturan kiriş modeli olarak çözüp sonuçlarını karşılaştırmışlardır. Sonlu elemanlar yöntemini kullanarak geliştirilen basit modellerden elde ettikleri kiriş yer değiştirme ve moment değerlerinin geleneksel Winkler yöntemi ile elde ettikleri değerler ile benzer olduğu sonucuna ulaşmışlardır.

Koç [27] demiryolu hattında ray titreşimlerini analiz edebilmek için rayı elastik zemine oturan sürekli bir Euler-Bernoulli kiriş sistemi olarak modellemiştir. Ayrıca çalışmada ray titreşimi ve yer değiştirmesi üzerinde etkili olan ray rijitliği, hız, tekerlek yükü vb. parametreleri farklı taban zemini özelliklerine göre de analiz etmiştir. Ray eğilme modülündeki artışın ray deplasmanını azaltacağı, ray üzerinde hareket halindeki tren hızının artması ve bu hızın kritik hıza yaklaşması ile ray deplasmanının kademeli olarak artacağı ve bu hız ile aynı şekilde titreşim dalgasının genliğinin de artatacağı sonucunu elde etmiştir.

Lamprea-Pineda ve diğ. [28] elastik zemine oturan kiriş teorisinin çeşitli demiryolu mühendisliği problemlerinde kullanıldığı çalışmaları derleyerek demiryolu gürültüsü, demiryolu hat dinamiği ve demiryolu zemin kaynaklı titreşim problemlerinin bu teori ile kullanıldığı uygulamalara ait çözümleri vermişlerdir.

Yelce ve diğ. [29] elastik zemine oturan kiriş teorisinin tarihsel süreçteki gelişimini sunarak bu yaklaşımın demiryolu hatlarının analizlerinde kullanılabilirliğini irdelemişlerdir. Ayrıca çalışmada elastik zemine oturan kiriş modeli için önerilen 4. mertebeden diferansiyel denklemin çözümünü de ayrıntılı olarak sunmuşlardır.

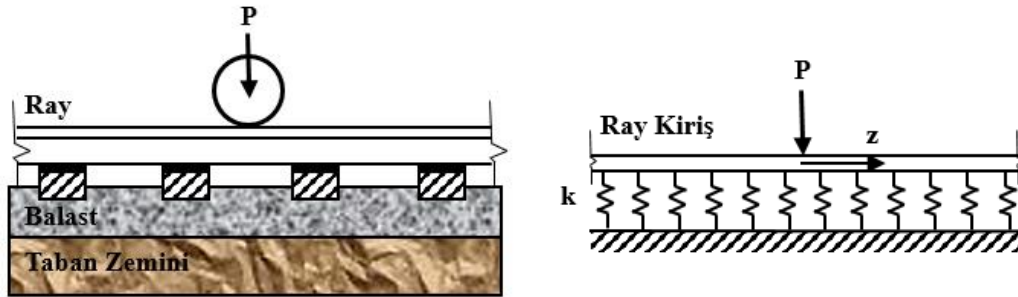
Bu çalışmada ise statik yükler altında Winkler tipi elastik zemine oturan kiriş olarak düşünülen balastlı bir demiryolu hattındaki çökme ve eğilme momenti değerlerini bulmak için diferansiyel dönüşüm yöntemi kullanılmıştır. Çalışmada öncelikle Winkler tipi elastik zemine oturan kirişe ait diferansiyel denklem yazılarak boyutsuz hale getirilmiş ve boyutsuz hale getirilmiş olan diferansiyel denklemin çözümü, sınır şartları dikkate alınarak Diferansiyel Dönüşüm Yöntemi ile gerçekleştirilmiştir. Diferansiyel dönüşüm yöntemi ile çözüm sayesinde değişken kesit ve değişken zemin koşulları da dikkate alınabilmektedir.

2. YÖNTEM

Çalışmada öncelikle demiryolu hatlarının statik analizi için kullanılan Winkler zemin modeli anlatılmıştır. Daha sonra ise diferansiyel dönüşüm yöntemi kısaca açıklanmıştır. Bu bölümün sonunda ise diferansiyel dönüşüm yönteminin balastlı demiryolu hat problemine uygulanması yapılmıştır.

2.1. Winkler zemin modeli

Şekil 2’de görülen ve orta noktasından bir tekerlek yükü (P) ile yüklenen sonsuz uzunluklu bir demiryolu hattı ve bunun eşdeğer Winkler modeli görülmektedir.



Şekil 2. Orta noktasından bir tekerlek yükü ile yüklenen demiryolu hattı ve eşdeğer Winkler kiriş modeli [9].

Şekil 2’de verilen Winkler modelinin dördüncü mertebeden diferansiyel denklemini aşağıdaki gibi yazılır [26], [29].

$$EI \frac{d^4 y}{dz^4} + k_s b y = 0 \quad (1)$$

(1) no.lu diferansiyel denklemdeki parametreler Çizelge 1’de verilmiştir.

Çizelge 1: Diferansiyel denklemde kullanılan parametreler

Parametre	Açıklama
E	Elastisite modülü
I	Atalet momenti
k_s	Zemin yatak katsayısı
b	Kiriş genişliği
L	Kiriş uzunluğu
y	Elastik eğri fonksiyonu
z	Konum

(1) no.lu diferansiyel denklemi boyutsuz hale getirmek amacıyla (2) no.lu dönüşüm uygulanırsa (3) no.lu boyutsuz diferansiyel denklem elde edilir.

$$\varepsilon = \frac{z}{L} \quad (2)$$

$$\frac{EI d^4y}{L^4 d\varepsilon^4} + k_s b y = 0 \quad (3)$$

(3) no.lu diferansiyel denklem düzenlenirse (4) no.lu denklem elde edilir.

$$\frac{d^4y}{d\varepsilon^4} + \frac{k_s b L^4}{EI} y = 0 \quad (4)$$

(4) no.lu diferansiyel denklem aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\frac{d^4y}{d\varepsilon^4} + \alpha y = 0 \quad (5)$$

(5) no.lu denklemdeki α aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$\alpha = \frac{k_s b L^4}{EI} \quad (6)$$

Problemin sınır koşulları ise orta noktada dönme sıfır ve kesme kuvveti $Q(0)=P/2$ ‘dir. En uçta ise çökme ve eğilme momenti sıfırdır. Bunlar literatürden bilindiği üzere boyutsuz halde (7) (8) (9) ve (10) no.lu denklemlerle yazılabilir.

$$1. \quad \varepsilon = 0 \quad \frac{dy}{d\varepsilon} \frac{1}{L} = 0 \quad (7)$$

$$2. \quad \varepsilon = 0 \quad \frac{EI}{L^3} \frac{d^3 y}{d\varepsilon^3} = -Q(0) \quad (8)$$

$$3. \quad \varepsilon = 1 \quad y = 0 \quad (9)$$

$$4. \quad \varepsilon = 1 \quad \frac{EI}{L^2} \frac{d^2 y}{d\varepsilon^2} = 0 \quad (10)$$

2.2. Diferansiyel dönüşüm yöntemi ile çözüm

Diferansiyel dönüşüm yöntemi diferansiyel denklemlerin çözümünde kullanılan ve esasını Taylor seri açılımdan alan etkili bir yöntemdir [30], [31], [32]. Taylor seri açılımı yardımıyla (11) no.lu denklem yazılabilir [33], [34].

$$y(\varepsilon) = \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon^k Y[k] \quad (11)$$

(11) no.lu denklemde $Y[k]$ ifadesi dönüşüm fonksiyonu olarak adlandırılmakta olup aşağıdaki gibi yazılır [33], [34].

$$Y[k] = \frac{1}{k!} \left[\frac{d^k y(\varepsilon)}{d\varepsilon^k} \right]_{\varepsilon=0} \quad 0 \leq \varepsilon \leq 1 \quad (12)$$

(12) no.lu bağıntı (11) de yerine yazılırsa (13) no.lu bağıntı elde edilir [33], [34].

$$y[k] = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\varepsilon^k}{k!} \left[\frac{d^k y(\varepsilon)}{d\varepsilon^k} \right]_{\varepsilon=0} \quad (13)$$

(11) no.lu bağıntının diferansiyel dönüşümü (14) no.lu bağıntı ile gösterilir [33], [34].

$$DT(\varepsilon^\theta y^\beta) = \left[\prod_{i=1}^{\beta} (k - \theta + i) \right] Y(k - \theta + \beta) \quad (14)$$

(14) no.lu bağıntıdaki y^β ifadesi aşağıdaki gibi gösterilmiştir [33], [34].

$$y^\beta = \frac{d^\beta y(\varepsilon)}{d\varepsilon^\beta} \quad (15)$$

(14) no.lu dönüşüm (5) no.lu diferansiyel denklemde uygulanırsa (16) no.lu bağıntı elde edilir [33], [34].

$$Y[k + 4] = \frac{-\alpha Y[k]}{(k + 4)(k + 3)(k + 2)(k + 1)} \quad k = 0 \dots n \quad (16)$$

(7) ve (8) no.lu sınır koşulları uygulanırsa (17) ve (18) no.lu eşitlikler elde edilir.

$$Y[1] = 0 \quad (17)$$

$$Y[3] = \frac{-Q(0)L^3}{6EI} \quad (18)$$

$Y[0]$ ve $Y[2]$ değerleri bilinmeyen olarak seçilirse diğer tüm Y 'ler ikisi cinsinden (16) no.lu bağıntı ile bulunabilir.

(9) ve (10) no.lu sınır koşullarına da diferansiyel dönüşüm uygulanırsa (19) ve (20) no.lu denklemler yazılabilir.

$$\sum_{i=0}^{n+4} Y[i] = 0 \quad (19)$$

$$\sum_{i=0}^{n+4} Y[i]i(i - 1) = 0 \quad (20)$$

(19) ve (20) no.lu denklemler matris formda aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Y[0] \\ Y[2] \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} e \\ f \end{Bmatrix} \quad (21)$$

(21) no.lu denklem daha kısa olarak aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\mathbf{A} \begin{Bmatrix} Y[0] \\ Y[2] \end{Bmatrix} = \mathbf{B} \quad (22)$$

(22) no.lu denklemin çözümünden $Y[0]$ ve $Y[2]$ değerleri aşağıdaki gibi bulunur.

$$\begin{Bmatrix} Y[0] \\ Y[2] \end{Bmatrix} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B} \quad (23)$$

$Y[0]$ ve $Y[2]$ bulunduktan sonra (16) no.lu bağıntıyla tüm Y değerleri bulunabilir. Y' ler bulunduktan sonra ise (11) no.lu bağıntı yardımıyla yer değiştirme fonksiyonu ve onun ikinci türevi yardımıyla ise eğilme momenti fonksiyonu elde edilir.

3. SAYISAL ÖRNEK ÇÖZÜMÜ

Bu bölümde literatürden [26] alınan örnek, diferansiyel dönüşüm yöntemi ile çözülmüştür. Diferansiyel dönüşüm yönteminin çözümü için Scilab ortamında bir program yazılmış ve çözümlerden elde edilen sonuçlar literatür ile karşılaştırılmıştır. Çizelge 2’de örneğe ait özellikler verilmiştir.

Çizelge 2: Sayısal örneğe ait özellikler [26]

Malzeme	Özellik
Ray tipi	S49
Ray atalet momenti	1816 cm ⁴
Ray elastisite modülü	210 000 MPa
Ray poisson oranı	0.3
Travers boyu	240 cm
Travers genişliği	25 cm
Travers yüksekliği	25 cm
Travers kenar uzunluğu	50 cm
Travers aralığı	65 cm
Travers elastisite modülü	10 000 MPa
Balast derinliği	40 cm
Balast yatak katsayısı	70 N/cm ³
Balast poisson oranı	0.35
Teker yükü	100 kN

Çizelge 3’de ise farklı terim sayıları için diferansiyel dönüşüm yöntemi ile elde edilen orta noktanın yer değiştirme ve eğilme moment değerlerinin literatür ile karşılaştırılması verilmiştir.

Çizelge 3: Sayısal çözüm sonuçlarının literatür ile karşılaştırılması

	Diferansiyel Dönüşüm Yöntemi					Winkler [26]
	N=5	N=10	N=15	N=20	N=25	
Çökme (cm)	0.059	0.13825	0.14873	0.17315	0.1734	0.1734
Eğilme Momenti (kNcm)	5050.42	2198.12	2578.40	2677.66	2678.32	2677.78

4. SONUÇ

Bu çalışmada balastlı demiryolu hatlarının statik yükler altında analizi için diferansiyel dönüşüm yöntemi uygulanmıştır. Çalışmada demiryolu hattı eşdeğer Winkler zeminine oturan bir Euler-Bernoulli kirişi olarak modellenmiş ve bu modele uygun olarak yazılan ve literatürden bilinen diferansiyel denklem ve sınır koşullarına diferansiyel dönüşüm yöntemi uygulanmıştır. Çalışmanın sonunda sunulan yöntemin uygunluğunu göstermek üzere çözülen örnekte 25 terim sayısı ile analitik çözümün yakalandığı

görülmüştür. Sunulan diferansiyel dönüşüm yöntemi özellikle pratik ve hızlı olması nedeniyle zemin ve kirişin değişken olması durumlarında iyi bir alternatif olarak düşünülebilir.

ÇIKAR ÇATIŞMASI BEYANI

Yazarlar arasında çıkar çatışması bulunmamaktadır.

YAZARLARIN KATKILARI

İ.Ş.: Kavramsallaştırma, yöntem, araştırma, kaynaklar, yazı yazma - orijinal taslak hazırlama.

K.B.B.: Kavramsallaştırma, yöntem, yazılım, doğrulama, yazı yazma - orijinal taslak hazırlama.

KAYNAKLAR

[1] Indraratna, B., Salim, W. and Rujikiatkamjorn, C. (2011). *Advanced rail geotechnology - ballasted track* (1st ed.). CRC Press. <https://doi.org/10.1201/b10861>

[2] Selig, E. T. and Waters, J. M., (1994). *Track geotechnology and substructure management*, Thomas Telford Publications, London, ISBN: 0 7277 2013 9.

[3] Guo, Y., Xie, J., Fan, Z., Markine, V., Connolly, D. P. and Jing, G. (2022). Railway ballast material selection and evaluation: A review. *Construction and Building Materials*, 344, 128218. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2022.128218>

[4] Burrow, M. P. N., Bowness, D. and Ghataora, G. S. (2007). A comparison of railway track foundation design methods. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit*, 221(1), 1-12. <https://doi.org/10.1243/09544097JRRT58>

[5] Kalliainen, A., Kolisoja, P. and Nurmikolu, A. (2016). 3D finite element model as a tool for analyzing the structural behavior of a railway track. *Procedia engineering*, 143, 820-827. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2016.06.133>

[6] Lassoued, R. and Guettiche, A., (2011). Mechanical behaviour of railway track, *Physics Procedia*, Volume 21, 2011, Pages 166-173, ISSN 1875-3892, <https://doi.org/10.1016/j.phpro.2011.10.025>

[7] Winkler, E. (1867). *Die Lehre von der Elastizität und Festigkeit, mit Besonderer Rücksicht auf ihre Anwendung in der Technik*. H. Dominicus, Prague, Czech Republic.

[8] Sadeghi J. (1997). Investigation of characteristics and modeling of railway track system, PhD Thesis, Department of Civil Mining, and Environmental Engineering, the University of Wollongong, Australia.

[9] Cai, Z., Raymond, G. P. and Bathurst, R. J. (1994). Estimate of static track modulus using elastic foundation models. *Transportation Research Record*, 1470, 65.

[10] Zimmermann, H., (1888). *Die Berechnung des Eisenbahnoberbaues* (The analysis of the railroad track, In German), Verlag W. Ernst and Sohn, Berlin, 1888.

[11] Kerr, A. D. (1976). *On the stress analysis of rails and ties* (No. DOT-TSC-FRA-76-16). United States. Federal Railroad Administration.

[12] Hetényi, M. (1946). *Beams on elastic foundation theory with applications in the fields of civil and mechanical engineering*. University of Michigan Press, Michigan, 255 s.

- [13] Ahlbeck, D. R., Meacham, H. C. and Prause, R. H. (1978). The development of analytical models for railroad track dynamics. In *Railroad track mechanics and technology* (pp. 239-263). Pergamon. <https://doi.org/10.1016/B978-0-08-021923-3.50017-6>
- [14] Suiker, A. S. and de Borst, R. (2003). A numerical model for the cyclic deterioration of railway tracks. *International journal for numerical methods in engineering*, 57(4), 441-470. <https://doi.org/10.1002/nme.683>
- [15] Czyczula, W., Koziol, P., Kudla, D. and Lisowski, S. (2017). Analytical evaluation of track response in the vertical direction due to a moving load. *Journal of Vibration and Control*. 2017;23(18):2989-3006. doi:10.1177/1077546315625823
- [16] Ngo, N. T., Indraratna, B. and Rujikiatkamjorn, C. (2017). Simulation ballasted track behavior: numerical treatment and field application. *International Journal of Geomechanics*, 17(6), 04016130. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)GM.1943-5622.0000831](https://doi.org/10.1061/(ASCE)GM.1943-5622.0000831)
- [17] Gesualdo, A. and Penta, F. (2018). A model for the mechanical behaviour of the railway track in the lateral plane. *International Journal of Mechanical Sciences*, 146, 303-318. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2018.06.041>
- [18] Thambiratnam, D. and Zhuge, Y. (1996). Dynamic analysis of beams on an elastic foundation subjected to moving loads. *Journal of sound and vibration*, 198(2), 149-169. <https://doi.org/10.1006/jsvi.1996.0562>
- [19] Heelis, M. E., Collop, A. C., Chapman, D. N. and Krylov, V. (1999). Predicting and measuring vertical track displacements on soft subgrades. In *Proceedings of the Railway Engineering—Second International Conference and Exhibition*, London, UK, 25–26 May.
- [20] Lu, S., Arnold, R., Farritor, S., Fateh, M. and Carr, G. (2008). On the relationship between load and deflection in railroad track structure. In *Proceedings of the AREMA 2008 Annual Conference*, Salt Lake City, UT.
- [21] Hendry, M., Hughes, D. A. and Barbour, L. (2010). Track displacement and energy loss in a railway embankment. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Geotechnical Engineering*, 163(1), 3-12. <https://doi.org/10.1680/geng.2010.163.1.3>
- [22] Sadeghi, J., and Barati, P. (2010). Evaluation of conventional methods in analysis and design of railway track system. *International Journal of Civil Engineering*, 8(1): 44–55.
- [23] Kumari, S., Sahoo, P. P. and Sawant, V. A. (2012). Dynamic response of railway track using two parameter model. *International Journal of Science and Engineering Applications*, 1(2), 143-147.
- [24] Prakoso, P. B. (2012). The basic concepts of modelling railway track systems using conventional and finite element methods. *Info-Teknik*, 13(1), 57-65.
- [25] Mohanta, M., Setu, G., Srivastava, J. P., Sarkar, P. K. and Ranjan, V. (2015). Static analysis of railway track. *Proceedings of India International Science Festival. Young Scientists' Meet*, 2015.
- [26] Aksop, E. Y. and Güler, H. (2017). Analysing railway substructure and superstructure by using finite element methods and dimensioning of track components. In *5th International Symposium on Innovative Technologies in Engineering and Science 29-30 September 2017 (ISITES2017 Baku-Azerbaijan)*.
- [27] Koç, M. A. (2021). Analytic method for vibration analysis of track structure induced by high-speed train. *Sakarya University Journal of Science*, 25(2), 429-438. <https://doi.org/10.16984/soaufenbilder.823255>
- [28] Lamprea-Pineda, A. C., Connolly, D. P. and Hussein, M. F. (2022). Beams on elastic foundations—A review of railway applications and solutions. *Transportation Geotechnics*, 33, 100696. <https://doi.org/10.1016/j.trgeo.2021.100696>

- [29] Yelce, T. U., Balcı, E. and Bezgin, N. Ö. (2023). A discussion on the beam on elastic foundation theory. *CHALLENGE*, 9(1), 34-47.
- [30] Zhou, J. K. (1986). *Differential transformation and its applications for electrical circuits*, Huazhong University Press, Wuhan, China.
- [31] Agarana, M. C., and Ede, A. N. (2016). Application of differential transform method to vibration analysis of damped railway bridge on Pasternak foundation under moving train. In *Proceedings of The World Congress on Engineering and Computer Science*. Vol II WCE 2016, June 29 - July 1, 2016, London, U.K.
- [32] Balkaya, M., Kaya, M. O., and Sağlamer, A. (2009). Analysis of the vibration of an elastic beam supported on elastic soil using the differential transform method. *Archive of Applied Mechanics*, 79, 135-146.
- [33] Rajasekaran, S., (2009). *Structural dynamics of earthquake engineering: theory and application using mathematica and matlab*, India, Woodhead Publishing.
- [34] Bozdoğan, K. B. and Khosravi, F. (2021). Application of differential transformation method and Dunkerley formula for stability analysis of bars in water. *Gazi Mühendislik Bilimleri Dergisi*, 7(2), 169-174.