

DOĞRUSAL PROGRAMLAMA MODELİ: UN ÜRETİMİNDE MİNİMUM MALİYET MAKSİMUM KALİTE İÇİN BUĞDAY KARIŞIMININ OPTİMİZASYONU

Prof. Dr. Birol ELEVLI

Ondokuz Mayıs Üniversitesi

Birol.elevli@omu.edu.tr

Özet

Un üreticileri değişik bölgelerden değişik özelliklere sahip olan buğdayları kullanarak un yaparlar. Farklı bölgelerden gelen buğdayların özellikleri büyüme koşullarına bağlı olarak değişiklik gösterirler. Bu farklılık hem bölgesel, hem de zamana bağlı olarak ortaya çıkarlar. Ancak üreticiler müşteri memnuniyeti açısından sabit/standart kalitede un üretmek içinde farklı özellik ve maliyete sahip bu buğdayları karıştırmak zorundadırlar. Buğday karıştırma un üreticileri için günlük işlem olmasına karşın optimizasyondan uzak daha çok sorumlu kişinin tecrübesine dayanılarak yapılmaktadır. Bir başka ifade ile deneme/yanılma yöntemi ile bu işlemi yürütmektedirler. Buna karşın minimum maliyetli optimum karışımı sağlayacak matematiksel yöntemler mevcut olup bunun en yaygın Doğrusal programlamadır. Bu çalışma kapsamında Samsun ilinde bulunan bir un fabrikası ele alınmış, ve fabrikanın çalışma koşullarına göre buğday karıştırma modeli geliştirilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Karıştırma, un üretimi, doğrusal programlama

JEL Kodu: C61

LINEAR PROGRAMING: OPTIMIZATION OF WHEAT BLENDING TO PRODUCE FLOUR FOR COST MINIMIZATION

Abstract

Flour producer produce flour by mixing different wheat having different quality characteristics grown in different region. The wheat grown under different environmental conditions vary in terms of quality characteristics. This variation occurs on the basis of regional and time period. However, producer must blend the wheat having different characteristics and cost to produce flour with constant/standard quality in order to satisfy customer. Although blending of wheat is an everyday process for the flour producer to produce desired quality flour, the blending process is usually far from the optimization. It

depends mainly the experience of the flour producer. In other Word, the process is carried out by trial and error method. However, the optimization methods providing optimum blending with minimum cost exist and the most widely used on is linear programming. In this study, the flour mill located in Samsun have been investigated and based on the mill working conditions, a wheat blending model has been developed.

Key Words: Blending, flour production, linear programming

JEL Classification: C61

1. Giriş

İnsan beslenmesinin temel kaynaklarından olan un buğday taneleri öğütülerek elde edilir. Kullanım amacına bağlı olarak (ekmeklik, baklavalık, vs.) unun içine birtakım katkı maddeleri katılarak farklı kalite özelliklerinde un elde edilir. Elde edilen unun kalitesi kullanılan buğdayın özelliklerine ve içine katılan katkı maddelerine (glüten, askorbik asit, 2 tip enzim karışımı) bağlı olarak değişir. Una katılan katkı maddelerinin özelliklerinin sabit olmasına karşın buğdayın özellikleri hem bölgesel olarak hem de üretim sezonuna bağlı olarak değişiklik arz eder. Hatta bölge içinde de farklı özelliklere sahip olur. Ancak tüketiciler açısından bakıldığı zaman kullanılan unun özelliklerinin sürekli olarak sabit olması gerekmektedir. Bunun içinde un üreticileri farklı özellikteki buğdayları karıştırarak standart özellikte un elde etmeye çalışırlar. Buğdayları birbirine karıştırma un fabrikalarında günlük standart işlemlerden biri olmasına karşın, bu işlem optimizasyondan uzak olup tamamen görevli kişinin tecrübesine bağlı olarak yapılmaktadır.

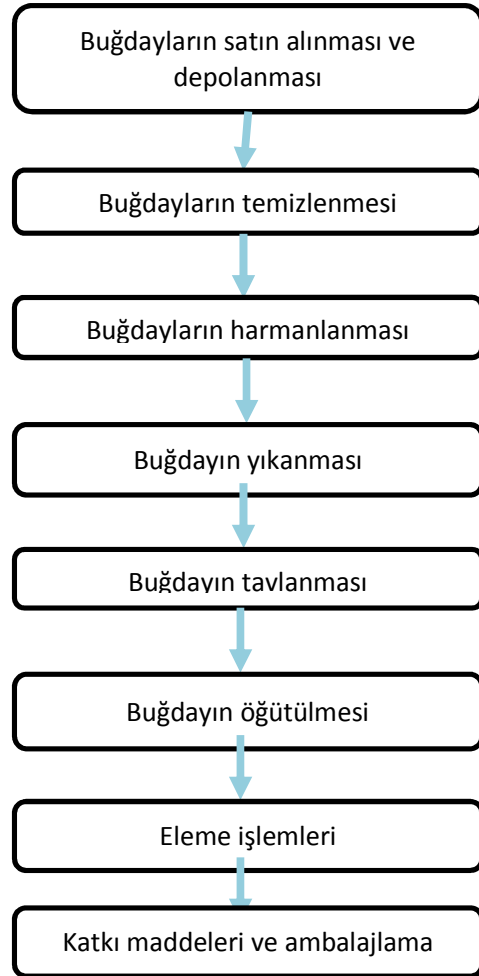
Un üretimi ve buna bağlı olarak un ürünleri tüketimi süreklilik arz etmektedir. Ancak un üretiminde kullanılan buğdaylar hem sürekli olarak temin edilememekte, hem de farklı kalite özelliklere sahip olmaktadır. Farklı kalite özelliklerdeki buğdaylardan standart kalitede un elde edebilmek içinde sürekli olarak buğdaylarına karıştırılması (harmanlanması) gerekmektedir. Bu işlem yapılırken göz önüne alınması gereken bir başka unsurda buğdayın fiyatıdır. Genellikle yüksek kaliteli buğdaylar daha pahalı, düşük kaliteli buğdaylar daha ucuzdur. Bu durum buğdayın temin edilebilirliğine bağlı olarak da değişmektedir. Un üreticileri ise buğday girdi maliyetinin minimum seviyelerde olmasını arzu ederler. Bunun içinde mevcut veriler kullanılarak, toplam maliyeti minimize edecek bir harmanlama modeli oluşturulmalıdır.

Bu çalışmanın amacı da, farklı kaliteli buğdayları harmanlayarak istenilen kalitede unu elde edecek karışımı minimum maliyetle temin edecek bir doğrusal programlama modeli oluşturmaktır. Doğrusal

programlama modeli yaygın olarak kaynakların optimum dağılımı ile ilgili problemlerin analizinde kullanılmaktadır. Doğrusal programlama hem sistemler kurulmadan önce, hemde sistemler kurulduktan sonra sistemin analizinde ve takibinde kullanılmaktadır (Bazaraa ve diğ. 1990, Hillier ve Lieberman 1990, Öztürk 1998, Taha 2000). Buğday karışımı ile ilgili çalışmalar ağırlıklı olarak nihai un elde edilmesi ile ilgili olarak yapılmıştır. Bu çalışmalarda ağırlıklı olarak nihai un elde edilirken kullanılan katkı maddeleri de göz önüne alınmıştır. Sarkar 1998’de nihai kullanıcılar için un karışımı modellemiştir, Hayta ve Ark. 2001’de ekmeçlik un yapımı için gerekli karışımlar için katkı maddelerini analiz etmiştir. Stefann 2012’de katkı maddeleri katılarak elde edilen un için toplam maliyeti minimize edecek bir doğrusal programlama modeli geliştirmiştir. Bu çalışmada benzer bir yaklaşım olup, yöresel buğday karışımları ele alınmıştır.

2.Un Üretim Süreci

Un üretimi genel olarak Şekil 1’de verildiği gibi olur.



Şekil 1. Buğdaydan un elde ediş süreci

Üreticilerden tarafından fabrikaya ulaştırılan buğday öncelikle analiz edilerek uygun olup olmadığı kontrol edilir. Uygun olan buğdaylar özelliklerine bağlı olarak ayrı depolara boşaltılır. Öncelikle buğdaylar sert buğday ve yumuşak buğday diye iki ayrı ana gruba ayrılırlar. Daha sonra harmanlama işlemine katılacak olan buğdaylar temizlenerek içlerindeki yabancı maddelerden ayrıştırılırlar. Temizlenen buğdaylar istenilen özellikte un verecek şekilde harmanlanır (karıştırılır). Harmanlanan buğday önce su ile yıkanır, sonrada kuruması için tavllanır. Tavlama işlemi için sert buğdaylar 18 saat kadar, yumuşak buğdaylar ise 12 saat kadar 40-46 °C sıcaklıkta bekletilirler. Tavlama işlemi tamamlanan buğday öğütme işlemine aktarılır. İstenilen incelikte un elde edilene kadar buğday değişik aşamalarda değirmen ve eleklerden geçirilir. Nihai olarak da farklı miktarlarda katkı maddesi ilave edilerek istenilen kalitede un elde edilir, paketlenir ve depoya gönderilir.

3. Veriler ve Metot

Bu çalışmada bir un fabrikası gerçek verileri alınmıştır. Ancak firmanın gizlilik ilkeleri dahilinde firma hakkında bilgi verilmemiştir. Söz konusu fabrikada farklı bölgelerden temin edilen sert ve yumuşak buğdaylar un üretiminde kullanılmaktadır. Bu buğdayların özellikleri Çizelge 1 ve 2’de verilmiştir.

Çizelge 1: Yumuşak Buğday Çeşitleri ve Özellikleri

Yumuşak Buğday Çeşitleri						
Özellik	R	Kz	B	T	E	İstenen
Gluten (%)	32.5	32	32.5	35	35	30.8
Sedim(cm3)	37	45	30	27	37	40
Geç.	40	52	33	28	39	42
sedim(cm3)	78.1	76.4	73	75.3	75.	72
Hektolit(kg)	15.3	14.8	13.8	13.8	6	12.1
Protein(%)	564	704	288	198	13.	551
Direnç(BU)	178	148	163	142	2	134
Elastikiyet(mm)					406	
					161	
Fiyat(TL/Ton)	730	780	620	640	650	
Miktar (Ton/Yıl)	9773	1136	508	6411	57	
<i>R:Rus, Kz:Kazak, B:Bafra, T:Taşova,E:Erbağ</i>						

Çizelge 2: Sert Buğday Çeşitleri ve Özellikleri

Sert Buğday Çeşitleri								
Özellik	M	Ç	S	İ	K	Z	H	İstenen
Gluten	30	33	28.9	35	31.	37	31	28.2
(%)	30	29	24	31	5	29	33	27
Sedim(cm	32	31	29	34	34	32	36	36
3)	78.1	79.	79.9	77.4	37	75.7	75	72
Geç.sedm(12	5	12.8	14.6	78.	13.2	13.1	10.3
cm3)	263	13	175	225	7	389	264	200
Hektolitre(160	16	128	135	13.	155	155	125
kg)		1			9			
Protein(%)		14			15			
Direnç(B		1			6			
U)					12			
Elastikiyet					3			
(mm)								
Fiyat(TL/	630	66	660	660	67	660	630	
Ton)		0			0			
Mik.(Ton/	1089	78	3944	1576	14	1049	1603	
Yıl)		3			09			
<i>M: Merzifon, Ç: Çerikli, S: Sungurlu, İ: İskilip, K: Kızılrnak, Z: Zile, H: Havza</i>								

İstenen unu elde etmek için sert buğday unu ve yumuşak buğday unu %50 oranında karıştırılmaktadır. Çizelge 1 ve 2'de verilen özelliklerin yanısıra her buğdaydan yıllık kullanılabilecek miktarlarda belirlenmiştir.

3.1. Matematiksel Model

Buğday harmanlama problemini matematiksel olarak modelleme üç aşamada oluşmaktadır. Birinci aşamada karar değişkenleri tanımlanır, 2. Aşamada problemin amaç fonksiyonu tanımlanır. 3. Aşamada ise istediğimiz amaca ulaşmak için gözönüne almamız gereken kısıtlamaların belirlenip eşitlik veya eşitsizlik halinde ifade edilmesi gerekir.

3.1.1. Karar Değişkenleri

Karar değişkenleri yapılacak tercihleri ifade etmektedir. Bu problem için karar değişkeni istenen özellikteki unu elde etmek için harmanlanacak buğday oranları olup aşağıdaki gibi tanımlanır;

X_j , j buğdayının harmanlamaya katılacak oranı (%)

Burada;

$j=1, \dots, n$ (buğday çeşidi)

3.1.2. Amaç Fonksiyonu

Amaç fonksiyonu karar vericinin optimize (minimize veya maksimize) etmek istediği fonksiyondur. Un fabrikasında amaç un için kullanılan girdilerin (buğday ve katkı maddeleri) maliyetini minimize etmektir.

$$\text{Min} \sum_{j=1}^n c_j x_j$$

burada;

c_j , j buğdayının/katkısının birim fiyatı (TL/ton)

3.1.3. Fonksiyonel kısıtlar

Fonksiyonel kısıtlar karar değişkenlerinin herhangi bir değeri almasını engelleyen kısıtlardır. Bir başka ifade ile karar değişkenleri ile ilgili sınırlandırmalardır. Kısıtlar matematiksel olarak aşağıdaki gibi ifade edilirler;

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \leq b_i, i \in m(\text{kaynak sayısı})$$

burada;

a_{ij} , j buğdayının i özelliğinin değeri,

b_i , i özelliğinin istenen değeri

İstenilen özellikte un elde etmek için, buğdayların altı farklı parametrik değeri vardır. Elde edilecek karışım bu parametrik değerleri sağlayacak şekilde olmalıdır. Bu parametreler;

- i. Gluten miktarı(%),
- ii. Sedim miktarı (cm³),
- iii. Geciktirilmiş sedim miktarı(cm³),
- iv. Protein miktarı(%)
- v. Direnç değeri(BU)
- vi. Elastikiyet değeri(mm)

3.1.4 Teknik Kısıtlar

Un fabrikasında yıllık buğday ihtiyacı için istediği miktarda buğdayı her yerden temin edememektedir. Bu durumda yıllık üretim planları için her tip buğdaydan kullanmak zorundadır. Bununla ilgili kısıtlar aşağıda verildiği gibi olacaktır;

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \leq b_i, i \in m(\text{buğday çeşidik sayısı})$$

burada;

a_{ij} , j buğdayının i özelliğinin değeri,

b_i , j buğdayından temin edilebilecek miktar

4. Sistemin Modellenmesi

Söz konusu un fabrikasında yumuşak un ve sert un ayrı ayrı elde edildiği için, her iki un çeşidi içinde modelleme yapılacaktır. Ancak modelin ana unsurları benzer olacağından burada sadece bir tanesini modeli verilecektir.

a. Amaç Fonksiyonu

Problemin modellenmesinin amacı istenen özellikte unu elde etmek için kullanılan buğdayların toplam maliyetini minimum kılacak şekilde bir karışım elde etmektir. Çizelge 1’de verilen buğday satın alma fiyatları göz önüne alınarak amaç fonksiyonu aşağıdaki gibi oluşturulmuştur.

$$\text{Min } Z = 730X_1 + 780X_2 + 620X_3 + 640X_4 + 650X_5$$

Burada;

X_1 , Rus buğdayı kullanım miktarını (ton),

X_2 , Kazak buğdayı kullanım miktarını (ton),

X_3 , Bafra buğdayı kullanım miktarını (ton),

X_4 , Taşova buğdayı kullanım miktarını (ton),

X_5 , Erbağ buğdayı kullanım miktarını (ton), tanımlamaktadır.

b. Kısıtlamalar

Değişkenlerin serbestçe değer almasını engelleyen unsurlar modelin kısıtlarıdır. Buradaki kısıtlamalar ise aşağıdaki gibi verilmiştir:

Gluten kısıtı:

$$32.5X_1 + 32X_2 + 32.5X_3 + 35X_4 + 35X_5 \geq 30.8(X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5)$$

Sedim kısıtı:

$$37X_1 + 45X_2 + 30X_3 + 27X_4 + 37X_5 \geq 40(X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5)$$

Geç. Sedim kısıtı:

$$40X_1 + 52X_2 + 33X_3 + 28X_4 + 39X_5 \geq 50(X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5)$$

Hektolitre kısıtı:

$$78.1X_1 + 76.4X_2 + 73X_3 + 75.3X_4 + 75.6X_5 \geq 72(X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5)$$

Protein kısıtı:

$$15.3X_1 + 14.8X_2 + 13.8X_3 + 13.8X_4 + 13.2X_5 \geq 12.1(X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5)$$

Direnç kısıtı:

$$564X_1 + 704X_2 + 288X_3 + 198X_4 + 406X_5 \geq 551(X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5)$$

Elastikiyet kısıtı:

$$178X_1 + 148X_2 + 163X_3 + 142X_4 + 161X_5 \geq 134(X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5)$$

Buğday kullanım kısıtı: Fabrikanın genel işletme politikası kapsamında bazı bölgelerin (özellikle yerli buğdayı) kullanması zorunluluk halindedir. Aşağıdaki kısıtlar kullanılması gereken minimum miktarları göstermektedir.

$$X_3 \leq 22 \quad \text{Bafra buğdayı minimum kullanımı (ton/hafta)}$$

$$X_4 \leq 10 \quad \text{Taşova buğdayı minimum kullanımı (ton/hafta)}$$

$$X_5 \leq 2 \quad \text{Erbağ buğdayı minimum kullanım (ton/hafta)}$$

Ayrıca haftalık en az 180 ton buğday kullanılmalıdır. Bunun kısıtı da;

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 \geq 180$$

Bağıntısı ile ifade edilir.

Tüm bunlardan sonra sistemin genel modeli aşağıdaki gibi gösterilir.

Amaç:

$$\text{Min } Z = 730X_1 + 780X_2 + 620X_3 + 640X_4 + 650X_5$$

Kısıtlar:

$$1.7X_1 - 1.2X_2 + 1.7X_3 + 4.2X_4 + 4.2X_5 \geq 0 \quad \text{Gluten içeriği}$$

$$-3X_1 + 5X_2 - 10X_3 - 13X_4 - 3X_5 \geq 0 \quad \text{Sedim kısıtı}$$

$$-2X_1 + 10X_2 - 9X_3 - 14X_4 - 9X_5 \geq 0 \text{ Geç.Sedim Özelliği}$$

$$6.1X_1 + 4.4X_2 + X_3 + 3.3X_4 + 3.6X_5 \geq 0 \text{ Hektolitre kısıtı}$$

$$3.2X_1 + 2.7X_2 + 1.7X_3 + 1.7X_4 + 1.1X_5 \geq 0 \text{ Protein kısıtı}$$

$$13X_1 + 153X_2 - 263X_3 - 349X_4 - 145X_5 \geq 0 \text{ Direnç özelliği}$$

$$44X_1 + 12X_2 + 29X_3 + 8X_4 + 27X_5 \geq 0 \text{ Elastikiyet özelliği}$$

$$X_3 \leq 22 \quad \text{Bafra buğday kullanımı}$$

$$X_4 \leq 10 \quad \text{Taşoava buğday kullanımı}$$

$$X_5 \leq 2 \quad \text{Erbağ buğday kullanımı}$$

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 \geq 180 \text{ Haftalık buğday tüketimi}$$

$$X_j \geq 0, \text{pozitiflik kısıtı}$$

5. Problemin Çözümü

WINQSB paket programı kullanılarak yukarıda verilen doğrusal programlama modelinin çözümü elde edilmiş ve optimum çözüm tablosu Çizelge 3'de verilmiştir. Çözüme 9 aşamada ulaşılmış olup, sonuçlar Çizelge 4'de özetlenmiştir.

Çizelge 3. Problemin Optimum Çözüm Tablosu

Linear and Integer Programming																						
File Simplex Iteration Format Window Help																						
0.00																						
Iteration 9																						
Basis	C(j)	X1	X2	X3	X4	X5	ack_C1	lack_C1	ack_C2	lack_C2	ack_C3	lack_C3	ack_C4	lack_C4	ack_C5	lack_C5	ack_C6	lack_C6	ack_C7	lack_C7	R. H. S.	Ratio
X2	780.00	0	1.00	0	0	0	0	-0.13	0	0	0	0	0	0	0.88	1.25	0	-0.38	0.38	99.25		
X3	620.00	0	0	1.00	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.00	0	0	0	0	22.00		
Slack_C3	0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0	-1.50	1.00	0	0	0	0	0	3.50	3.00	-7.00	-2.50	2.50	543.00		
Slack_C4	0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0	0.21	0	1.00	0	0	0	0	-6.59	-4.92	-2.50	-5.46	5.46	784.08		
Slack_C5	0	0	0	0	0	0	0	0.06	0	0	1.00	0	0	0	-1.94	-2.13	-2.10	-3.01	3.01	474.18		
Slack_C6	0	0	0	0	0	0	0.00	-17.50	0	0	0	1.00	0	0	53.50	-187.00	58.00	-65.50	65.50	6227.00		
Slack_C7	0	0	0	0	0	0	0	4.00	0	0	0	0	1.00	43.00	-76.00	17.00	-32.00	32.00	4020.00			
X4	640.00	0	0	0	1.00	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10.00		
X5	650.00	0	0	0	0	1.00	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2.00		
X1	730.00	1.00	0	0	0	0	0	0.13	0	0	0	0	0	0	-1.88	-2.25	-1.00	-0.63	0.63	46.75		
Slack_C1	0	0	0	0	0	0.00	1.00	0.36	0	0	0	0	0	0	-2.54	-1.13	2.50	-0.61	0.61	48.17		
C(j)-Z(j)	0	0	0	0	0	0	0	6.25	0	0	0	0	0	0	66.25	27.50	80.00	748.75	-748.75	132882.50		
* Big M	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.00		

Çizelge 4 Optimum Çözüm Özeti

Buğday Türü	Kullanım (Ton/hafta)	Özellikler		
			İstene n	Bulunan
Rus	46.75	Gluten (%)	30.8	32.39
Kazak	99.25	Sedim(cm3)	40	40.00
Bafra	22.00	Geç. sedim(cm3)	42	45.08
Taşova	10.00	Hektolitre(kg)	72	76.36
Erbağ	2.00	Protein(%)	12.1	14.73
TOPLAM	180.00	Direnç(BU)	551	585.37
		Elastikiyet(m m)	134	157.44
Birim Maliyet	738.24 TL/ton			

Çizelge 4 incelendiğinde, verilen koşullar altında tüm kısıtların sağlandığı ve istenilen özelliklere sahip buğday karışımının elde edildiği görülmektedir. Burada yerli buğdayların istenilen minimum miktarları kullanılmaktadır. Bunun sebebi de, yerli buğdaylar istenilen özellikleri sağlamakta yetersiz kalmakta ancak fiyat avantajına sahiptirler. Fiyatlar veya özellikler değiştiğinde problemin çözümü de değişecektir.

6. Sonuçlar ve Tartışma

Ele alınan çalışmada amaç, un üretimi için gerekli buğdayların harmanlanmasında matematiksel optimizasyon yöntemlerinin kullanılabilceğini göstermektir. Literatürde bu konuda çok kısıtlı çalışma yapılmış olup, uygulamada harmanlama (buğdayları birbirine karıştırma) matematiksel optimizasyon yöntemleri yerine işlemi yapanın tecrübesine dayalı olarak yapılmaktadır. Çalışma göstermiştir ki, problem çok klasik bir Doğrusal programlama problemidir. Ancak karşılaşılan en büyük zorluk, çalışma için gerekli parametrelerin belirlenmesi ve bu parametrelerle ilgili yeterli bilgiye ulaşmak

konularında olmuştur. Sisteme giren parametreler belirlendiği müddetçe oluşturulan model ile değişen koşullara (fiyat ve buğday özellikleri) göre çok daha uygun kararlar verile bilecektir.

KAYNAKLAR

Bazaraa, M.S., Jarvis, J.J. ve Sherali, H.D., (1990). *Linear Programming and Network Flows*, John Wiley & Sons, New York.

Hayta, M. Ve Çakmaklı, Ü., (2001). Optimization of Wheat Blending To Produce Breadmaking Flour, *Journal of Food Processing Engineering*, (24), 179-192.

Hilier, F.S. ve Lieberman, G.J., (1990). *Introduction to Operations Research*, McGrawHill Publishing.

Öztürk, A., (1998). *Yöneylem Araştırması*, Ekin Kitapevi, Bursa.

Sarkar , A.K., (1988). *Optimizing wheat mixes for end-use*. Assoc. Operative Millers Technical Bull. January,

Steffan, P., (2012). *An Optimiation Model: Minimizing Flour Millers' Costs of Production by Blending Wheat and Additives*, MSc. Thesis, Kansas State University, USA.

Taha, H.A., (2000). *Yöneylem Araştırması*, (Çeviri: Ş.A. Baray ve Ş.Esnafl) Literatür Yayıncılık, İstanbul.