

# ÇOĞUNLUK YÖNTEMİ VE CONDORCET GALİPLERİ

Yrd. Doç. Dr. M. Remzi Sanver  
İstanbul Bilgi Üniversitesi  
İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi

•••

## Özet

Bu makale, çok yaygın bir sosyal seçme kuralı olan Çoğunluk Yöntemi'ni ele almakta ve bu yöntemin bireysel tercihlere saygıda gösterdiği birtakım zaafılara işaret etmektedir. Bu zaafıların başında, elemelerde çoğunluğa saygı ilkesinin ihlali gelmektedir: Çoğunluk Yöntemi, toplumun salt çoğunluğu tarafından en kötü olarak addedilen bir seçeneği seçebilmektedir. Bunun doğal sonucu olarak, Çoğunluk Yöntemi'nin bir Condorcet mağlubunu, yani ikili karşılaştırmalarda diğer bütün seçeneklere karşı salt çoğunlukla yenilen bir seçeneği de seçmesi mümkündür. Bir başka deyişle, Çoğunluk Yöntemi, Condorcet tutarlı bir sosyal seçme kuralı değildir. Buna rağmen, bireylere tercihlerini doğrudan sormak suretiyle uygulanması halinde, farklı sonuçlara yol açabilmektedir. Hattâ öyle ki, böyle bir uygulamanın yol açacağı oylama oyununun kuvvetli (Nash) dengeleri sonucunda seçilecek seçenekler, Condorcet galipleriyle denktir. Başka bir deyişle, toplumdaki bireysel tercihler ne olursa olsun, bu oylama oyununun her kuvvetli dengesi bir Condorcet galibinin seçilmesine yol açmaktadır. Keza, her Condorcet galibini de bu oylama oyununun bir kuvvetli dengesi sonucunda elde etmek mümkündür.

## *The Plurality Rule and Condorcet Winners*

### **Abstract**

We consider the Plurality Rule which is a commonly used social choice rule, and point to its various deficiencies in respecting individual preferences. A most important example of these is the violation of the respect of majority in elimination: the Plurality Rule can choose an alternative which is considered as the worst by a strict majority. As a natural consequence, the Plurality Rule can choose a Condorcet loser, i.e., an alternative which loses against all other alternatives in pairwise majority comparisons. Hence, the Plurality Rule is not a Condorcet-consistent social choice rule. Nevertheless, it can lead to different results, when implemented by a direct mechanism where the Plurality Rule itself is instituted as the outcome function. Indeed, at any preference profile, the set of strong (Nash) equilibrium outcomes of the voting game induced by this direct mechanism coincides with the (possibly empty) set of Condorcet winners.

## Çoğunluk Yöntemi ve Condorcet Galipleri

### 1. GİRİŞ

Birtakım seçeneklerle karşı karşıya kalan ve bunlar arasından bir seçim yapmak zorunda olan bir toplum düşünelim. Bu seçenekler arasından yapılacak seçim de toplumun bütün bireylerini etkileyecek olsun. Bu seçim, doğal olarak, toplumdaki bireylerin seçenekler üzerindeki tercihlerine bağlı olarak yapılacaktır. Dolayısıyla toplumumuz, seçimini yapmak için, toplumu oluşturan bireylerin tercihlerine bağlı olarak seçim yapan genel bir kural, yani bir *sosyal seçim kuralı* kullanacaktır.

Herhangi bir sosyal seçim kuralını uygulamak istediğimizde, eğer elimizde bireylerin tercihlerine dair bilgi yoksa, kendilerinden bu bilgiyi istediğimizde doğruyu söylemek daima lehlerine midir? Yoksa birtakım bireyler, tercihlerini olduğundan farklı beyan etmek yoluyla seçim sonuçlarını menfaatlerine olacak biçimde değiştirebilirler mi? - literatürdeki tabiriyle sosyal seçim kuralını *kurcalayabilirler mi?* Gibbard (1973) ve Satterthwaite (1975), diktatörlük dışında her sosyal seçim kuralının kurcalanabilir olduğunu göstermişlerdir. O halde eğer diktatörlüğe razı olmak söz konusu değilse, sosyal seçim kuralımızın, bireylerin tercihlerini olduğundan farklı beyan etmeleri yoluyla kurcalanabileceğini baştan kabul etmemiz gerekir.

Bu makalemizde ele alacağımız Çoğunluk Yöntemi de bu durumdan muaf değildir şüphesiz. Bu yöntemin kurcalanabilir olduğu çok uzun zamandır bilinmektedir. Esas ilginç soru, bu kurcalamanın sonucunda seçilecek seçeneğin ne olduğudur.

Bu sorumuzun ilham kaynağı, Lakeman and Lambert (1959) tarafından anlatılan bir hikayedir. Bu hikaye, sınıf başkanı seçmek isteyen bir okul öğretmeninin bunun için kullandığı yöntemi anlatır. Bu yöntemde göre sınıf başkanı adayları tahtaya dizilirler ve öğrencilerden başkan olarak görmek istedikleri adayın yanına gitmeleri istenir. Herkes desteklediği adayın yanına gider ve bütün adayların etrafında farklı sayıda öğrenci toplanır. Daha sonra bu öğrencilere dilerlerse buldukları yerden ayrılıp başka bir adayın yanına gidebilecekleri ve bu sırada birbirleriyle istedikleri biçimde görüşebilecekleri söylenip, bunun sonucunda etrafında en çok öğrenci toplanan adayın sınıf

başkanı olarak ilan edileceği bildirilir. Bunun üzerine, bilhassa etrafı tenha kalan adayların yanına gitmiş talebeler yer değiştirirler. Bu yer değiştirmeler bir süre sonra durur ve sonuçta birkaç adayın etrafında nisbeten eşit sayıda, kalabalık gruplar oluşur.

Burada yapılan, Çoğunluk Yöntemi'nin sosyal seçim kuralı olarak ilan edip öğrencilere başkan adayları üzerindeki tercihlerini sormaktır.<sup>1</sup> Öğrencilerin yanlarına ilk gittikleri adaylar onların gerçek tercihlerini yansıtmaktadır. Daha sonra birbirleriyle istedikleri biçimde görüşerek yer değiştirmelerini söylemekle, öğrencilerin Çoğunluk Yöntemi'ni ister bireysel isterse de gruplar halinde kurcalamalarına izin verilmiş olmaktadır. Öğrenciler bundan böyle kimin yanına gideceklerini diğerlerinin kararına bakarak belirleyecek yani stratejik oy vereceklerdir. O halde ortada -Oyun Teorisi anlamında- bir oyun vardır. Yer değiştirme işlemi, hiçbir öğrenci grubunun bu yolla daha çok istedikleri bir adayı seçtiremeyeceği zaman sona erecektir ki bu da oynanan oyun belirli bir dengeye -Oyun Teorisi tabiriyle kuvvetli Nash dengesine- gelmiş demektir. Bu yolla seçilen aday, literatürdeki ifadesiyle, *Çoğunluk Yöntemi'nin doğrudan bir mekanizma olarak kullanılması sonucunda doğan oylama oyununun kuvvetli Nash dengelerinin ürünüdür.*

Peki ya ama Çoğunluk Yöntemi'ni sosyal seçim kuralımız olarak ilan edip seçmenlere yukarıda anlatıldığı biçimde yer değiştirebileceklerini söylediğimizde bu işlem mutlaka durur mu? Eğer durursa, bu yöntemin sonucunda seçilecek adayları karakterize etmemiz mümkün müdür?

Sertel ve Sanver (1999) bu soruları aksiyomatik olarak tanımlı bir sosyal seçim kuralları kümesi için sorup, bu kümeye ait yöntemlerin doğrudan bir mekanizma olarak kullanılmalarının doğurduğu oylama oyununun kuvvetli Nash dengelerinin sonucunda seçilen seçenekleri *genelleştirilmiş Condorcet galibi* adlı yeni bir kavram cinsinden karakterize ediyorlar.<sup>2</sup> Üstelik ilave birtakım özellikleri sağlayan sosyal seçim kurallarında -ki Çoğunluk Yöntemi de bu sınıfa girmektedir- bu karakterizasyonun (klasik anlamında) Condorcet galipleri cinsinden yapılabileceğini gösteriyorlar. O halde, toplumdaki bireylerin seçenekler üzerindeki tercihleri ne olursa olsun, Çoğunluk Yöntemi'nin doğrudan bir mekanizma olarak kullanılmasının doğurduğu oylama oyununun kuvvetli Nash dengelerinin sonucunda seçilen seçenekler kümesiyle, Condorcet galipleri kümesi aynıdır.

1 Çoğunluk Yöntemi seçmenlerin sadece birinci tercihlerini dikkate alan bir sosyal seçim kuralı olduğu için, öğrencilere en çok beğendikleri adayı sormak yeterli olmaktadır.

2 Arslan ve Sanver (2000), aynı soruyu toplumda farklı bilgi akışı yapıları altında (stratejik kararların alınması esnasında birbiriyle görüşebilecek seçmenlerin kısıtlı olması durumunda) ele almaktadırlar.

Bu makalede, Sertel ve Sanver (1999) tarafından ispat edilmiş genel bir teoremin uygulaması olan bu sonucu doğrudan Çoğunluk Yöntemi için ispat edeceğiz. Böylece, matematiksel makalelerden hoşlanmayan okurlara bu sonucun hem çok yaygın bir sosyal seçim kuralı için geçerli halini teknik ifadelerden olabildiğince arındırılmış bir biçimde sunacağız, hem de ispat yöntemi hakkında bir fikir vereceğiz.

İkinci bölümde notasyonumuzdan ve konuya dair kavramlardan söz ediyoruz. Üçüncü bölümde Çoğunluk Yöntemi'nin doğurduğu oylama oyununu anlatıyoruz. Dördüncü bölümde sonuçlarımızı sunuyoruz. Beşinci ve son bölümü ise bu sonuçların yorumlanmasına ayırdık.

## 2. TEMEL KAVRAMLAR

Toplumsal seçimler ve seçim yöntemlerine dair konularını incelerken, tanımlanması gereken ilk iki temel kavram *seçenekler kümesi* ve *seçmen kitlesidir*. Seçenekler kümesinden kastedilen, seçime tabi olan adayların listesidir. Seçmen kitlesi, seçmenlerin tümüdür. Seçmenden kastedilen ise, seçeneklerden hangisinin seçileceği kararında söz söyleme hakkına sahip olan kimsedir. Bu söz söyleme, seçmenin seçenekler kümesi üzerindeki tercihlerini tamamen yahut da kısmen beyan etmesi şeklinde olacaktır. Gerçek bir toplumsal seçimden bahsedebilmek, seçenekler kümesindeki seçenek ve seçmen kitlesindeki seçmen sayılarının asgari iki olmasıyla mümkündür.

Burada karşımıza tanımlanması gereken bir *tercih* kavramı çıkıyor. Belirli bir seçenekler kümesi verilmişken, herhangi bir seçmeni ele alalım. Bu seçmene, karşısına çıkan bu seçenekleri en çok beğendiğinden en az beğendiğine doğru dizmesini söylediğimizde ortaya çıkan sıralamaya bu seçmenin tercihi diyeceğiz.

Bir örnek verelim ve beş seçenekten oluşan {A, B, C, D, E} seçenekler kümesiyle karşı karşıya kalan bir bir seçmeni ele alalım. Diyelim ki bu seçmen en çok A'yı, A mümkün olmadığı zaman B'yi, A ve B mümkün olmadığında C'yi, bunların üçü de olmayınca D'yi ve en az da E'yi beğensin. Bir başka deyişle, adayları en çok beğendiğinden en az beğendiğine yukarıdan aşağıya doğru sıralaması istendiğinde aşağıdaki

- A
- B
- C
- D
- E

cevabını versin.

İşte bu sıralamaya bu seçmenin tercihi diyeceğiz.<sup>3</sup> Bir seçmen kitlesini oluşturan seçmenlerini tümünün birden tercihlerini ise, o seçmen kitlesinin *tercih profili* olarak adlandıracağız. Yukarıdaki örneğe dönelim ve yukarıdaki seçenekler kümesiyle karşı karşıya kalan toplumun 100 kişiden oluştuğunu varsayalım. Bu toplumun muhtemel bir tercih profili aşağıdaki gibidir:

22 Seçmen	21 Seçmen	20 Seçmen	19 Seçmen	18 Seçmen
A	B	C	D	E
C	C	D	C	C
E	D	B	E	D
D	E	E	B	B
B	A	A	A	A

Tablo 1

Akla gelen doğal bir soru, bu tercih profilinde hangi seçeneğin seçilmesi gerektiğidir. Bu soruyu karşımıza çıkabilecek herhangi bir tercih profili için sormak mümkündür. Bir *sosyal seçim kuralı*, hangi tercih profilinde hangi seçeneğin seçilmesi gerektiğini tayin eden genel bir kuraldır.<sup>4</sup> Teknik bir ifadeyle, bir sosyal seçim kuralı, verilmiş herhangi bir toplum ve seçenekler kümesi için, o toplumda olabilecek bütün tercih profillerinin kümesinden seçenekler kümesine giden bir fonksiyondur.

Bizim bu çalışmamızda ele alacağımız Çoğunluk Yöntemi, adaylar arasında hangisini seçeceğini belirlemek için seçmen kitlesinin tercih profilinde

3 Bir seçmenin karşısına çıkan seçenekleri bu şekilde sıralayabildiğini kabul etmekle onun, İktisat Kuramı'ndaki tabiriyle, akılcı bir birey olduğunu varsaymış oluyoruz. Akılcılık kavramının teknik olmayan detaylı bir incelemesi için Sanver (2000)'i öneririz. Bu makalede, sunuşu kolaylaştırmak için, seçmenlerin seçenekler arasında kayıtsız kaldıkları durumları göz ardı etmekle birlikte, sonuçlarımız geçerliliklerini kayıtsızlıkların olduğu durumlarda da korur.

4 Burada akla eldeki seçenekler (yahut adaylar) arasından kaç tanesinin seçileceği sorusu gelecektir. Yapılan bir seçim, bu soruya verilecek cevaba göre dar yahut geniş bölgeci olarak sınıflandırılır. Bazı seçimlerde mevcut adaylardan sadece bir tanesi seçilir; bazılarında ise, adaylar arasından bir komitenin yani aynı zamanda birden fazla adayın seçimi gerçekleştirilir. Bunlardan ilki dar bölgeci, ikincisi ise geniş bölgeci seçim olarak adlandırılır. Belediye başkanı ya da cumhurbaşkanı seçimleri dar bölgeci seçimlere, nisbi temsil yöntemiyle yapılan meclis seçimleri ise geniş bölgeci seçimlere örnek olarak verilebilir. Biz bu çalışmada Çoğunluk Yöntemi'ni, dar bölgeci seçimlerde yani seçenekler kümesinden sadece bir adayın seçilmesi gereken durumlarda kullanıldığı haliyle inceleyeceğiz.

yalnuzca ilk tercihlere bakan ve en çok seçmence ilk sıraya konan adayı seçen bir sosyal seçim kuralıdır.<sup>5</sup> Bu yöntem, herkesin tanıdığı, çok yaygın bir yöntemdir: her seçmen en beğendiği adaya oy verir ve en çok oyu alan aday da seçilir. Mesel, Türkiye'de belediye başkanları bu yöntemle göre seçilmektedir. Dolayısıyla, karşımıza çıkacak herhangi bir tercih profilinde, Çoğunluk Yöntemi, "en çok sayıda seçmenin birinci tercihi olma" ilkesinden yola çıkarak bir -ve kullanılacak olan eşitlik bozucu kural sayesinde sadece bir- seçeneği seçecektir. Eğer Tablo 1'deki tercih profiline dönecek olursak, A seçeneği 22, B seçeneği 21, C seçeneği 20, D seçeneği 19, E seçeneği ise 18 seçmenin birinci tercihidir. Çoğunluk Yöntemi burada en çok sayıda seçmenin birinci tercihi olan A seçeneğini seçecektir.

Yapılan bu seçimin, çok önemli bir zaafı vardır: A seçeneği bir salt çoğunluk<sup>6</sup> -toplumdaki 78 kişi- tarafından en kötü olarak addedilmektedir. Eğer toplumumuza seçenekler arasında en az hangisini beğendiklerini, ilk önce hangisini elemek istediklerini sorsaydık, bir salt çoğunluk (78 kişi) tarafından A seçeneğine işaret edilecek olmasına rağmen, Çoğunluk Yöntemi A seçeneğini seçmektedir. O halde Çoğunluk Yöntemi, *elemede çoğunluğa saygılı* değildir.<sup>7</sup>

Çoğunluk Yöntemi'nin bu zaafı, farklı yaklaşımların geliştirilmesine yol açmıştır. Bunlardan, Condorcet (1785) tarafından getirilmiş olan bir tanesi vardır ki, seçeneklerin toplum tarafından ikili karşılaştırılmalarına dayanır. Şöyle ki, eğer bir A seçeneği bir B seçeneğine bir çoğunluk<sup>8</sup> tarafından tercih ediliyorsa, A seçeneğinin B seçeneğini ikili karşılaştırmada yendiğini söyleyebiliriz. Eğer herhangi bir A seçeneği karşısına çıkacak bütün seçenekleri ikili karşılaştırmalarda yeniyorsa A seçeneğini bir Condorcet galibi olarak adlandıracağız. O halde Condorcet galibi olan bir seçenek, başka hangi seçenekle ikili bir karşılaştırmaya tabi tutulursa tutulsun, bir çoğunluğun desteğini arkasında bulacaktır.

Eğer Tablo 1'deki tercih profiline dönecek olursak, C seçeneği A seçeneğiyle karşılaştırıldığında 78, B seçeneğine karşı 79, D seçeneğine karşı 81, E seçeneğine karşı da 82 seçmen tarafından tercih edilmekte, yani kendisi dışındaki her seçeneğe karşı bir çoğunluğun desteğini almaktadır. Bundan dolayı da C seçeneği Tablo 1'deki tercih profilinin Condorcet galibidir.

5 Çoğunluk Yöntemi'nin seçilme şartını sağlayan -en çok sayıda seçmenin ilk tercihi olan- birden fazla aday olduğunda, bunlar arasında tam olarak bir tanesini seçmemize imkân veren baştan kararlaştırılmış bir kural olduğunu farzedeceğiz (meselâ, kıdem).

6 Salt çoğunlukla kastedilen, toplumun geri kalanından daha kalabalık bir seçmen kitlesidir.

7 Elemelerde çoğunluğa saygı aksiyomu, Sertel ve Kalaycıoğlu (1995), Sertel ve Sanver (2000) ve Sanver (1999) tarafından ele alınmaktadır.

8 Çoğunlukla kastedilen, en az toplumun geri kalanı kadar kalabalık bir seçmen kitlesidir.

Yapmış olduğumuz bu tanıma göre, herhangi bir tercih profilinde mutlaka tek Condorcet galibi olmak zorunda değildir: Bazı tercih profillerinde birden fazla Condorcet galibi olabileceği gibi, bazılarında da hiç olmayabilir. Bir Condorcet galibinin varlığının her tercih profili için teminat altında olmaması, bu kavramın temel zaafıdır.<sup>9</sup> Bunu görmek için aşağıdaki {A, B, C} seçenekler kümesiyle karşı karşıya kalan üç kişilik topluma ait tercih profiline bakmak yeterli olacaktır:

1 kişi	1 kişi	1 kişi
A	B	C
B	C	A
C	A	B

Elimizdeki bu tercih profilinde, A seçeneği B seçeneğini, B seçeneği de C seçeneğini ikili karşılaştırmada yenmektedir. Ne var ki C seçeneği de A seçeneğine karşı iki kişinin desteğini almakta olduğundan, bu tercih profilinde Condorcet galibi yoktur: Diğer bütün seçenekleri ikili karşılaştırmalarda yenen hiçbir seçenek mevcut değildir.

Her ne kadar her tercih profilinde bir Condorcet galibi olmayabilirse de, Condorcet galibi bulunan profillerde seçimi bunlar arasından yapmak, bir sosyal seçim kuralından beklenebilecek bir özelliktir. Eğer bir sosyal seçim kuralı Condorcet galibi olan her profile seçimini Condorcet galipleri arasından yapıyorsa bu kuralı Condorcet tutarlı olarak adlandıracağız. Tablo 1'deki tercih profili, Çoğunluk Yöntemi'nin Condorcet tutarlı olmadığını göstermeye yeterlidir. Bu tercih profilinde C seçeneği Condorcet galibidir. Oysa Çoğunluk Yöntemi A seçeneğini seçmektedir.<sup>10</sup>

### 3. ÇOĞUNLUK YÖNTEMİ'NİN DOĞURDUĞU OYLAMA OYUNU

Bir toplum Çoğunluk Yöntemi'ni sosyal seçim kuralı olarak benimsediğinde, bunu uygulamak için toplumu oluşturan bireylerin hangi seçeneği en çok beğendiği bilgisine ihtiyaç vardır. Bu bilgiyi elde etmek için tutulan geleneksel yol, bunu bireylere doğrudan sormak, yani seçeneklerden bir

9 Bizzat Condorcet (1785) tarafından işaret edilen bu durum, literatürde *oylama paradoksu* adıyla anılır.

10 Dikkat edilirse A seçeneği Condorcet galibi olma bir yana, "Condorcet mağlubudur": hangi seçenekle ikili karşılaştırmaya tabi tutulursa tutulsun, bir salt çoğunluk diğer seçeneğin arkasındadır. Bu durum, Çoğunluk Yöntemi'nin, elemelerde çoğunluğa saygılı olmamasıyla ilintilidir.

tanesine "oy vermelerini" istemektir. Bunun sonucunda her birey, mevcut seçeneklerden uygun göreceği bir tanesine oy verme hakkına sahip olacaktır.<sup>11</sup>

Bu durum, bireylerin gerçekten en çok beğendikleri seçeneğe oy verecekleri anlamına gelmez. Tablo 1'deki tercih profiline dönecek olursak, herkesin en çok beğendiği seçeneğe oy vermesi durumunda A seçeneği seçilecektir. Şimdi herkes en çok beğendiği seçeneğe oy verirken, C seçeneğini en çok beğenen 20 seçmenin C yerine B seçeneğine oy verdiklerini düşünelim. Bu durumda, Çoğunluk Yöntemi 41 oy alan B seçeneğini seçecektir. B seçeneği, en çok C seçeneğini beğenen 20 kişilik grubun üyelerince A seçeneğine tercih edilmektedir. Dolayısıyla bu seçmenler, oy verirken kendileri dışındaki seçmenlerin davranışını dikkate almak -bir başka deyişle *stratejik oy vermek*- yoluyla daha iyi duruma gelmişlerdir. Dikkat edilirse, stratejik oy veren bir seçmen, en çok beğendiği seçeneğe oy vermiyor olabilir.

Şüphesiz, Çoğunluk Yöntemi'ni stratejik oy vermek yoluyla ayarlayabilecek tek seçmen grubu C seçeneğini en çok beğenen 20 kişilik grup değildir. Hatırlanacak olursa, herkes en çok beğendiği seçeneğe oy verirken, C seçeneğini en çok beğenen 20 seçmen C yerine B seçeneğine oy verdiklerinde, B seçeneği seçiliyordu. Ne var ki toplumumuzda 59 seçmen<sup>12</sup>, E seçeneğini B seçeneğine tercih etmektedir. Bu seçmenler bir araya gelip E'ye oy vermek yoluyla E'yi seçtirebilirler. Peki onların bu davranışı karşısında bir araya gelip stratejik oy verme yoluyla seçim sonuçlarını lehlerine değiştirebilecek başka bir seçmen kitlesi var mıdır?

Bu soruyu, her olumlu cevabı müteakip bir kere daha sormak mümkündür. Dolayısıyla, sorulması gereken iki temel soru şunlardır:

1. Öyle bir stratejik oy verme "dengesi" var mıdır ki artık toplumdaki hiçbir seçmen grubu başka bir seçeneğe oy vermek yoluyla iyi duruma gelemesin?

2. Eğer böyle bir denge varsa bunun sonucunda seçilecek seçenek hangisi olacaktır?

Burada söz konusu olan Oyun Teorisi anlamında bir (normal form) oyunun kuvvetli Nash dengelerine bakılmasıdır. Bu oyunun oyuncuları seçmen kitemizdir. Her oyuncu, seçeneklerden herhangi bir tanesine oy verebileceğinden, bir oyuncunun strateji uzayı, seçenekler kümesidir. Herkes bir strateji seçtiğinde -yani herkes bir seçeneğe oy verdiğiğinde- ortaya çıkan birleşik

11 Bireylerin hiçbir seçeneği bildirmemeleri yani "boş oy kullanmaları" durumunu inceleme kolaylığı açısından gözardı edeceğiz. Bu makalede sunacağımız sonuçlar, geçerliliklerini boş oy kullanma durumu altında da korur.

12 A seçeneğini en çok beğenen 22 seçmen, D seçeneğini en çok beğenen 19 seçmen ve E seçeneğini en çok beğenen 18 seçmendir.



stratejinin yol açacağı sonuç ise en çok oy alan seçeneğin seçilmesi olacaktır.<sup>13</sup> Oyuncuların birleşik stratejiler üzerindeki tercihleri ise doğrudan seçenekler üzerindeki tercihlerinden kaynaklanmaktadır.

Bunu matematiksel bir lisanla ifadelendirmek için, seçmen kitlemizi  $N = \{1, 2, \dots, n\}$ , seçenekler kümemizi ise  $A$  ile gösterelim. Hem  $N$ , hem de  $A$  sonlu ve en az iki elemana sahip kümeler olsunlar. Başka bir deyişle, seçmen ve seçenek sayılarımızın sonlu ve en az iki olduğunu kabul edelim. Herhangi bir  $i \in N$  seçmenin seçenekler üzerindeki tercihlerini bir  $t_i$  ikili bağlantısıyla gösterelim. Şöyle ki herhangi iki farklı  $a, b \in A$  seçeneği için,  $a$   $t_i$   $b$  yazdığımızda, bu,  $i$  seçmenin  $a$  seçeneğini  $b$  seçeneğine tercih ettiği anlamına gelsin. Bireysel tercihlerin akılcı olduklarını ve seçmenlerin herhangi iki farklı seçenek arasında kayıtsız kalmadıklarını varsaymaya devam edelim.<sup>14</sup> Eğer kayıtsızlıklara yer vermeyen akılcı tercihlerin kümesine  $T$  diyecek olursak,  $T^n$  kümesi de böyle bireysel tercihlerden oluşan tercih profillerinin kümesi olacaktır. Çoğunluk Yöntemi ise,  $T^n$  kümesinden  $A$  kümesinde giden öyle bir  $F$  fonksiyondur ki, herhangi bir  $t = (t_1, t_2, \dots, t_n) \in T^n$  tercih profili aldığımızda,  $F(t) \in A$ , en çok seçmen tarafından birinci sıraya yerleştirilen seçenek olacaktır. Eğer bu özelliği sağlayan birçok seçenek varsa, eşitliği önceden tespit edilmiş herhangi bir kurala göre bozabiliriz.

Bu toplumda Çoğunluk Yöntemi'ni, her seçmenden en çok beğendiği seçeneği bildirmesini -seçeneklerden bir tanesine oy vermesini- istemek yoluyla uyguladığımızda, her seçmen, seçeneklerden herhangi bir tanesine oy verme hakkına sahip olacaktır. Dolayısıyla karşımıza oyuncular kümesi  $N$  olan ve her  $i \in N$  oyuncusunun bir  $S_i = A$  strateji uzayına sahip olduğu bir normal form oyun çıkacaktır. Bu oyunun birleşik stratejiler kümesine  $S = \prod_{i \in N} S_i$  diyecek olursak, her  $i \in N$  oyuncusunun  $S$  üzerindeki tercihini reel değerli bir  $u_i : S \rightarrow \mathfrak{R}$  fonksiyonuyla temsel etmek mümkün olacaktır. Bu fonksiyon, herhangi iki  $s, s' \in S$  bileşik stratejisi için,

$$u_i(s) > u_i(s') \Leftrightarrow F(s) \text{ t}_i F(s')$$

özelliğini sağlayacaktır.<sup>15</sup>

İşte bu  $G = \{(S_i, u_i)\}_{i \in N}$  oyunu, Çoğunluk Yöntemi'nin seçmenlere tercihlerini doğrudan sormak yoluyla uygulanmasının doğurduğu oylama

13 Eşit oy alma halinde, bunun önceden tespit edilmiş bir eşitlik bozucu kurala göre bozulacağını tekrar hatırlatalım.

14 Bu, matematiksel ifadesiyle,  $t_i$  ikili bağlantısının geçişken, asimetric ve farklı seçenekler üzerinde tam olduğu manasına gelir.

15 Bu oyunun bir bileşik stratejisi, seçmenlerin kime oy verdiklerinin bir listesidir. Çoğunluk Yöntemi'nin seçmenlerin sadece en çok beğendikleri seçenekle ilgileniyor olması, esasen  $T^n$  kümesi üzerinde tanımlı  $F$  fonksiyonu,  $S$  kümesi üzerinde de tanımlamaya imkân sağlamaktadır.

sonucudur. Eğer bir  $s \in S$  birleşik stratejisi oynandığında, toplumdaki hiçbir seçmen grubu stratejisini değiştirmek - başka bir seçeneğe oy vermek- yoluyla her üyesince daha çok beğenilen bir seçeneği seçtirmiyorsa,  $s$  birleşik stratejisini bu oyunun bir kuvvetli Nash dengesi olarak adlandıracağız. Bir  $s$  birleşik stratejisinin kuvvetli denge olup olmaması kullanılacak eşitlik bozucu kuraldan bağımsız olmadığından, herhangi bir  $G$  oylama oyununun, muhtemel bütün eşitlik bozucu kurallar sonucunda elde edilecek kuvvetli Nash dengelerinin kümesini,  $K(G)$  ile göstereceğiz.

O halde bu bölümde sormuş olduğumuz iki temel sorudan ilki, herhangi bir  $G$  oylama oyununda kuvvetli Nash dengelerinin varlığına, ikincisi ise bu dengeler sonucunda seçilecek seçeneklerin hangileri olduğuna dairdir. Takip eden bölümde, bu soruları cevaplandıracağız.

#### 4. SONUÇLAR

İlk önermemiz bize, toplumun sahip olabileceği herhangi bir tercih profilinde, eğer Çoğunluk Yöntemi'nin doğurduğu oylama oyununun bir kuvvetli dengesi varsa, kullanılan eşitlik bozucu kural ne olursa olsun, bu denge sonucunda seçilen seçeneğin mutlaka bir Condorcet galibi olacağını söylemektedir. Condorcet galipleri dışındaki seçeneklerin hiçbir zaman bir kuvvetli denge sonucunda seçilemeyeceklerini öne süren bu önerme, oylama oyununun mutlaka bir kuvvetli dengesi olacağı anlamına gelmez.

**Önerme 4.1:** Herhangi bir  $G$  oylama oyununu ele alalım. Eğer  $s \in K(G)$  ise,  $F(s)$  bir Condorcet galibidir.

**İspat:** Herhangi bir  $G$  oylama oyununu ve bu oyunun bir  $s \in K(G)$  kuvvetli dengesini alalım. Göstermemiz gereken, bu  $s$  kuvvetli dengesi sonucunda seçilen  $F(s)$  seçeneğinin bir Condorcet galibi olduğudur. Bir an için bunun aksini kabul edelim ve  $F(s)$  seçeneğinin bir Condorcet galibi olmadığını varsayalım. O halde  $F(s)$  seçeneğinin ikili karşılaştırmada yenemediği bir  $e \in A$  seçeneği vardır. Başka bir ifadeyle, salt çoğunluğa sahip bir grup seçmen,  $x$  seçeneğini  $F(s)$  seçeneğine tercih etmektedir. Dolayısıyla bu grubun üyeleri,  $F(s)$  seçeneğinin seçildiği  $s$  birleşik stratejisindeki stratejileri yerine  $x$  seçeneğine oy vermek suretiyle  $F(s)$  yerine daha çok beğendikleri  $x$  seçeneğini seçtirebilirler ki bu da  $s$  birleşik stratejisinin bir kuvvetli denge olmasıyla çelişir.

İkinci önermemiz ise, toplumun sahip olabileceği herhangi bir tercih profilinde, eğer Condorcet galipleri varsa, her Condorcet galibinin, Çoğunluk Yöntemi'nin doğurduğu oylama oyununun bir kuvvetli dengesi sonucunda elde edilebileceğini söylemektedir.

**Önerme 4.2:** Herhangi bir  $G$  oylama oyununu ele alalım. Eğer  $a \in A$  bir Condorcet galibi ise,  $a = F(s)$  eşitliğini sağlayacak bir  $s \in K(G)$  vardır.

**İspat:** Herhangi bir  $G$  oylama oyununu ve Condorcet galibi olan bir  $a$  ( $A$  seçeneğini alalım. Dolayısıyla herhangi bir  $x \in A$  seçeneği için,  $a$  seçeneğini  $x$  seçeneğine tercih edenlerin sayısı, en az  $x$  seçeneğini  $a$  seçeneğine tercih edenlerin sayısı kadardır. Bu da, Çoğunluk Yöntemi'nin kullandığı eşitlik bozma kuralının eşitlikleri  $a$  seçeneğinin lehine bozuyor olması halinde, her seçmenin  $a$  seçeneğine oy verdiği  $s \in S$  birleşik stratejisinin bir kuvvetli denge olduğunu yani  $s \in K(G)$  yazabileceğimizi gösterir.

Aşağıdaki teorem, bu ik önermenin bir sonucudur.

**Teorem 4.1:** Herhangi bir  $G$  oylama oyununu ele aldığımızda,  $\{F(s) : s \in K(G)\}$  kümesi, oylama oyununun oynandığı tercih profilindeki Condorcet galipleri kümesine eşittir.

Önerme 4.1 ve Önerme 4.2'nin bir araya getirilmesinden ibaret olup, yeni bir şey söylememektedir: herhangi bir oylama oyununu ele aldığımızda bu oyunun herhangi bir kuvvetli dengesi sonucunda seçilecek seçenek bir Condorcet galibidir; her Condorcet galibini de oylama oyununun bir kuvvetli dengesiyle elde etmek mümkündür. Başka bir deyişle, oylama oyununun kuvvetli dengeleri sonucunda seçenekler kümesiyle, Condorcet galipleri kümesi birbirine eşittir.

## 5. SONSÖZ

Gibbard (1973) ve Satterthwaite (1975) tarafından ispat edilmiş olan, diktatörlük dışında her sosyal seçim kuralının ayarlanabilir olduğu gerçeği, bu ayarlamaların yol açacağı seçiminin kötü olacağı anlamına gelmez. Bu sonuç, yalnızca, bireylerin stratejik oy vermek suretiyle seçim sonuçlarını lehlerine olacak biçimde etkileyebilecekleri, dolayısıyla ortaya çıkacak sonucun görüldüğünden başka anlamlar taşıyabileceği yönünde bir ikazdır.

Bu makalede, Çoğunluk Yöntemi'nin doğurduğu oylama oyununun kuvvetli dengeleri sonucunda yapılacak seçimle, Condorcet galibini seçmenin denkliliğini gösterdik. Hatırlatmak isteriz ki bu sonucumuz, ne bir Condorcet galibinin, ne de oylama oyununun kuvvetli dengelerinin varlığını teminat altına almaktadır. Dolayısıyla eğer herhangi bir tercih profilinde bir Condorcet galibi yoksa, oylama oyununun bir kuvvetli dengesi de olmayacak ve Teorem 4.1'deki küme eşitliği sonucu, "boş küme eşittir boş küme" haline gelecektir.

Yine de eğer bir Condorcet galibi varsa, seçmenlerin Çoğunluk Yöntemi'ni azami ayarlamalarıyla -bütün seçmenlere birbiriyle görüşme ve birlikte stratejik oy verme imkânı tanımakla- varılacak sonuç, bu Condorcet galibinin seçilmesi olacaktır. Bu durum, Condorcet galibi olduğu zaman bunun seçilmesi gerektiğini savunan yaklaşımı ve böylece Condorcet tutarlı sosyal seçim kurallarının kullanılmasını destekler mahiyettedir.

## Kaynakça

- ARSLAN / SANVER (2000), "Characterizing "Cooperative" Equilibrium Outcomes of Voting Games," yayınlanmamış makale.
- CONDORCET, M. de (1785), *Essai sur l'Application de l'Analyse à la Probabilité des Décisions Rendues à la Pluralité des Voix* (Paris).
- GIBBARD, A. (1973), "Manipulation of Voting Schemes: A General Result," *Econometrica*, 41: 597-601.
- LAKEMAN, E. / LAMBERT, J. (1959), *Voting in Democracies* (London: Faber and Faber).
- SANVER, M. R. (1999), "Dört Seçim Yönteminin Aksiyomatik bir Karşılıştırması," yayınlanmamış makale.
- SANVER, M. R. (2000), "İktisatta Akılcı İnsan Varsayımı," *Bahçeşehir Üniversitesi Ekonomi ve Yönetim Bilimleri Dergisi*, baskıda.
- SATTERTHWAITE, M. A. (1975), "Strategy-Proofness and Arrow's Conditions: Existence and Correspondence Theorems for Voting Procedures and Social Welfare Functions," *Journal of Economic Theory*, 2: 187-215.
- SERTEL, M.R. (1994), *Çoğunluğa Saygılı, Azami Müşterekte Uzlaştırıcı Bir Yeni Seçim Sistemi* (özel iletişim).
- SERTEL, M.R. / KALAYCIOĞLU, E. (1995), *Türkiye İçin Yeni Bir Seçim Sistemi Tasarımına Doğru* (İstanbul: TÜSIAD).
- SERTEL, M.R. / SANVER, M. R. (1999), *Strong Equilibrium Outcomes of Voting Games are the Generalized Condorcet Winners* (Boğaziçi University Research Papers).
- SERTEL, M.R. / SANVER, M. R. (2000), *Demokrasinin Temel Sorunları* (Türkiye Bilimler Akademisi).