

Atıksu Borularında Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği Probleminin Karakteristikler Yöntemi ile Doğrulanması

Esin Acar¹ 

¹Artvin Çoruh Üniversitesi, Borçka Acarlar MYO, İnşaat Bölümü, Artvin

Geliş Tarihi / Received Date: 05.01.2024

Kabul Tarihi / Accepted Date: 08.05.2025

Öz

Bu çalışmada kararsız akış koşulları altında yumurta kesitli atık su borularında hesaplamalı akışkanlar dinamiği (CFD) programı kullanılarak oluşturulan akış sonuçlarının, karakteristikler yöntemi kullanılarak karşılaştırılması ve istatistiksel analizler ile doğrulanması yapılmıştır. Yumurta kesitli atık su boruları 3 faz (katı, sıvı ve gaz) olarak incelenmiş olup, zamana bağlı değişen akış hızlarına bağlı CFD programı kullanılarak işletme çalışması yapılmış, ortaya çıkan hız ve piyezometre yükseklikleri verileri programdan alınmıştır. Karakteristikler yöntemi için serbest yüzeyli akış boru hattı hesaplama esaslarına göre başlangıç koşulu olarak $t=0$ zamanı, boru içerisindeki akışın kararlı akış olması şartına bağlı olarak çalışma yapılmıştır. Çalışmada $t=156$ s'lik zaman diliminde 6s'lik verilerden yararlanılarak elde edilen CFD çıktıları ve karakteristikler yöntemi ile hesaplanan sonuçlar oluşturulmuştur. Elde edilen veriler karşılaştırılarak istatistiksel analizler yapılmış ve uyumlu olduğu görülmüştür. Böylece analitik ve nümerik bir çalışmanın karşılaştırılması yapılmış, istatistiksel analizler ile desteklenmiştir.

Anahtar Kelimeler: hesaplamalı akışkanlar dinamiği (CFD), karakteristikler yöntemi (MOC), kararsız akış, çok fazlı akış, yumurta kesitli boru

Verification of Computational Fluid Dynamics Problem in Wastewater Pipes by Characteristics Method

Abstract

In this study, the flow results generated using the computational fluid dynamics (CFD) program in egg-section wastewater pipes under unstable flow conditions were compared using the characteristics method and verified with statistical analysis. Egg-section wastewater pipes were examined as 3 phases (solid, liquid and gas), and the operation study was carried out using the CFD program based on time-varying flow rates, and the resulting velocity and piezometer height data were taken from the program. For the characteristics method, the study was carried out based on the free-surface flow pipeline calculation principles, with $t = 0$ time as the initial condition and the flow in the pipe being a stable flow. In the study, CFD outputs obtained using 6 s of data in a time period of $t = 156$ s and results calculated with the characteristics method were created. Statistical analyzes were performed by comparing the data obtained and it was found that they were compatible. Thus, a comparison of an analytical and numerical study was made and supported by statistical analysis.

Keywords: computational fluid dynamics (CFD), method of characteristics (MOC), unsteady flow, multi phase flow, egg shaped pipe

Giriş

Çevremizde yer alan birçok akış zamana bağlı değişen akış koşullarını taşımaktadır. Bu sebeple kararsız akış koşullarının incelenmesi ve değerlendirilebilmesi amacıyla hesaplamalı akışkanlar dinamiğinden yararlanılmaktadır. Bu programlar sayesinde çözülmesi zor denklemlerin çözümü ve akışkan hareketlerinin incelenmesi sağlanmaktadır. Bilgisayar destekli bu programlar birçok akışkan dinamiği problemlerini çözebilmektedir.

Çalışmada kullanılan yumurta kesitli atık su borusu çok fazlı akış olarak tasarlanmıştır. Bu fazlar katı, sıvı ve gaz olup zamana bağlı değişen katı madde ve sıvı hızları CFD programına girilerek $t=156s$ 'lik bir zaman diliminde çalışılmıştır. Karakteristikler yöntemi ile çalışmanın doğrulanması amaçlandığı için öncelikle kararlı akış durumunda $t=0$ anında, serbest yüzeyli akış koşulları dikkate alınarak $600mm \times 900mm$ ebatlarındaki yumurta kesitli, $1/1000$ eğimli, 20 m uzunluğunda giriş ve çıkış menhollü bir boru hattı oluşturulmuştur. Zamana bağlı olarak $6s$ 'de bir boru boyunca 5 m lik kesitlerde CFD programından hız ve piyezometre yükseklikleri alınmıştır. Karakteristikler yöntemi ile boru hattına ait ilk ve son kesitteki akışkan hızı ve piyezometre yükseklikleri CFD programı verilerinden çekilmiştir. Daha sonra serbest yüzeyli akış koşullarındaki MOC hesap yöntemi esaslarına göre $t=6s$ 'de bir hız ve piyezometre yükseklikleri elle hesap ve Excel yardımıyla yapılmıştır.

Tezcan vd. (1998) çalışmalarında, karmaşık boru sistemlerinin karakteristikler yöntemini kullanarak kararsız akış analizini yapmıştır. Aşırı talep ve vana, pompa gibi cihazların aniden açılıp kapanması ile boru sistemleri kararsızlıkların oluşmasına neden olduğunu belirtmiştir. Bu sebeple boru sisteminin hidrolik analizi artık yalnızca kararlı durumda gerçekleşmediği için, kararsız akış analizi ile çalışma yapılmıştır.

Swaffield (1982) çalışmasında, kısmen doldurulmuş kararsız boru akışında akış zayıflama mekanizması sunulmuş ve yer altı drenaj sistemlerinin tasarımıyla ilgisi olduğu gösterilmiştir. Kısmen dolu bir boruda kararsız akışı tanımlayan denklemler türetilmiş ve karakteristikler yöntemiyle çözümlenebildiği gösterilmiştir. Uzun bir drenaj borusu boyunca akış derinliğini, hızını ve dalga hızını çeşitli boru eğimleri, çapları ve pürüzlülük katsayılarında tahmin etmeye yönelik bir yöntem olan bu teknik, dijital bir bilgisayarda çalıştırılan bir dizi simülasyon için sayısal örnekler aracılığıyla test edilmiştir.

Salih (2016) çalışmasında, Karakteristikler yöntemi, hiperbolik kısmi diferansiyel denklemleri (PDE) çözmeye yönelik bir teknik olduğunu belirtmiştir. Tipik olarak bu yöntem birinci dereceden denklemlere uygulanır, ancak herhangi bir hiperbolik tip PDE için de geçerlidir. Yöntem, karakteristik eğriler olarak adlandırılan ve PDE'nin bir sıradan diferansiyel denklemler (ODE) ailesi haline geldiği özel eğrilerin belirlenmesini içerir. ODE'ler bulunduktan sonra, ODE'nin çözümlerini elde etmek için karakteristik eğriler boyunca çözülebilir ve daha sonra ODE'nin çözümleri orijinal PDE'nin çözümüyle ilişkilendirilebilir olduğunu belirtmiştir.

Kumar (2020), Karakteristikler metodu temel olarak doğrusal olmayan birleşik kısmi diferansiyel denklemi, karakteristik yönler olarak bilinen belirli yönler boyunca daha basit, ayrıştırılmış denklemlere indirgemek için kullanılan matematiksel bir yöntemdir. Süpersonik akışları içeren problemlerde, kütle, momentum ve enerji korunumunun kombinasyonu, böyle bir doğrusal olmayan, kısmi, birleşik diferansiyel denklemi verir. Bu denklemin ayrıştırılması, birleştirilmiş terimin değişkenleri belirsizdir. Bu, biri karakteristik eğrilerin yönüne karşılık gelen ve diğeri uyumluluk koşullarını temsil eden iki denklem seti verdiğini belirtmiştir.

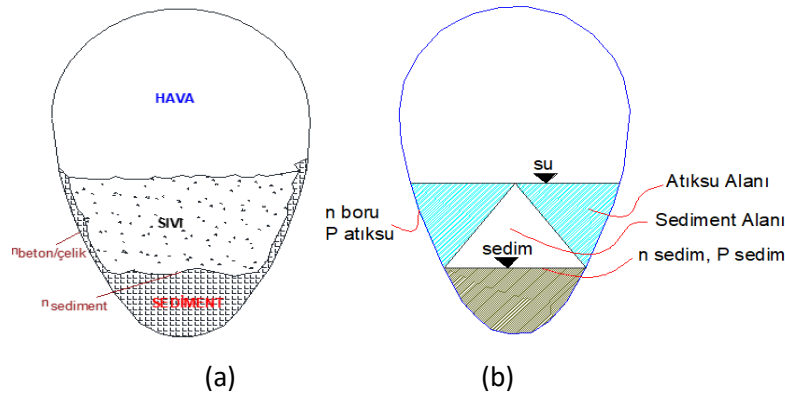
Materyal ve Yöntem

Çalışmada kullanılan yöntemler; $n_{kompozit}$ pürüzlülük hesabı, karakteristikler yöntemi ile CFD programı olan Star CCM⁺ programıdır. Bu çalışma ile hem analitik hem de sayısal hesap yöntemlerinin kullanılması sağlanmıştır.

Manning Kompozit Pürüzlülük Katsayı (n_{kompozit}) Hesabı

Çalışmada boru hattına gelen akımlar zamana bağlı olarak değiştiği için boru tabanında sediment birikimi oluşmaktadır. Bu sebeple belirlenen kesitlerdeki sedimentten kaynaklı yumurta kesitin pürüzlülük değerleri değişeceğinden dolayı, öncelikle 6s'de bir kesitlerdeki n_{kompozit} pürüzlülük değerleri hesaplanmıştır. 3 fazlı akış ortamında, boru hattının tabanında bir sediment birikimi söz konusudur.

Akış ortamındaki hız dağılımına benzetilen bir hız dağılımı Açık Kanal (Nehir) Akışı (2008) esas alınmış ve farklı yüzey pürüzlülüklerinden kaynaklanan Manning pürüzlülük katsayısı, kompozit olarak hız dağılımı ve hızların egemen oldukları yüzeylerin (boru materyali ya da taban sediment materyali) pürüzlülüklerine eşitlik (1)'e göre hesaplanmıştır (Şekil 1) (Acar, 2023).



Şekil 1. (a) Yumurta Kesit 3 Faz Gösterimi, (b) Hidrolik Yarıçapın Belirlenmesinde Islak Çevre-İslak Alan Paylaşımı Kabulünün Gösterimi

Her gözlem kesitte ve değişen zaman aralıklarında n_{kompozit} pürüzlülük katsayıları, kesit alanı içinde sediment birikiminin yüksekliği-sediment alanı dikkate alınarak eşitlik (1) bağıntısıyla hesaplanma yoluna gidilmiştir.

$$n_{\text{kompozit}} = \frac{\left(\sum n_i^{\frac{3}{2}} P_i \right)^{\frac{2}{3}}}{P^{\frac{2}{3}}} \quad (1)$$

Eş hız eğrilerine ve eğrilerin ait oldukları yüzeye paralel seyirleri göz önüne alınarak bir kabul dâhilinde kompozit pürüzlülüğün gerektirdiği ıslak çevrelere (P_i) ve bölünmüş alana karşılık gelen yüzey pürüzlülüğüne (n_i) dayalı n_{kompozit} katsayısı hesaplanmıştır.

Acar (2023), Eşdeğer pürüzlülük değeri yumurta kesitli boru hattındaki pürüzlülük değerini tanımlamak amacı ile kullanılmaktadır. Bu sebeple sediment tanımlaması yaparken girilen eşdeğer pürüzlülük değeri problemin doğru tanımlanabilmesinde önemli bir etkindir. STAR CCM+ programında da bu değer tanımlanabilmektedir.

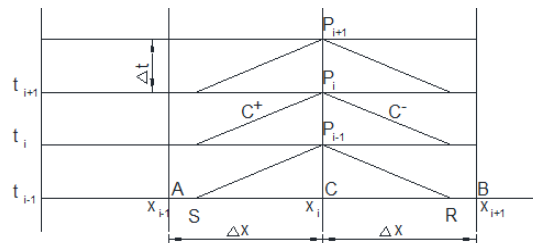
Regueiro-Picallo (2016), Sayısal modeldeki pürüzlülük k_s , Strickler denkleminde yer alan ($n_{\text{kompozit}} = k_s^{1/6} / 25$) bağıntısına uygun olarak n_{kompozit} 'in bir fonksiyonu olacak biçimde tahmin etmiştir. Çalışmada 6 s'de bir olmak üzere Kesit 0-5-10-15-20 'ye ait hesaplanan n_{kompozit} değerleri Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1. Serbest Yüzeyli Boru Akışına ait n_{kompozit} değerleri

t(s)	Kesit 0 n_{komp}	Kesit 5 n_{komp}	Kesit 10 n_{komp}	Kesit 15 n_{komp}	Kesit 20 n_{komp}
0	0.028	0.028	0.028	0.028	0.026
6	0.027	0.033	0.031	0.031	0.027
12	0.026	0.033	0.027	0.032	0.029
18	0.028	0.033	0.030	0.032	0.029
24	0.027	0.033	0.026	0.032	0.029
30	0.027	0.028	0.026	0.029	0.029
36	0.026	0.029	0.026	0.028	0.031
42	0.025	0.029	0.029	0.030	0.029
48	0.025	0.030	0.026	0.028	0.033
54	0.025	0.026	0.027	0.028	0.029
60	0.025	0.027	0.026	0.028	0.028
66	0.025	0.024	0.026	0.030	0.028
72	0.030	0.026	0.025	0.027	0.027
78	0.025	0.024	0.025	0.027	0.029
84	0.026	0.028	0.025	0.026	0.028
90	0.025	0.026	0.025	0.026	0.028
96	0.026	0.028	0.025	0.026	0.028
102	0.026	0.026	0.025	0.026	0.028
108	0.028	0.028	0.025	0.025	0.028
114	0.028	0.027	0.025	0.024	0.026
120	0.029	0.033	0.025	0.024	0.026
126	0.031	0.029	0.026	0.024	0.025
132	0.032	0.032	0.028	0.025	0.027
138	0.034	0.032	0.028	0.025	0.024
144	0.034	0.027	0.026	0.026	0.026
150	0.026	0.032	0.030	0.026	0.025
156	0.026	0.030	0.028	0.029	0.026

Karakteristikler Yöntemi

Bu yöntem “gerek karmaşık boru sistemlerinde, gerekse kararsız akışın hidrolik analizinde, çoğu şartnamede ve hidrolik hesaplamalarda kararlı akış durum koşullarının dikkate alınarak hesaplanmaktadır. Yarı-kararsız akış olarak her akış diliminde (genellikle saat bazında) farklılaşan akış hızların ortalaması alınarak kararlı çözülmektedir. Ancak bilinmektedir ki baz zaman dilimi içinde akış hızı kararsız bir değişim göstermektedir” (Acar, 2023). Şekil 2’de MOC hesabına ait şema verilmiştir.

**Şekil 2.** Serbest Yüzeyli MOC Hesap Şeması

Serbest yüzeyle akış olması durumunda kullanılan bu sonlu farklar analizinde V_R , c_R hızlar (2) ve (3), h_R ve h_S su derinlikleri (4) ve (5) ve θ (6), V_S , C_S (7) ve (8) hızları, öncelikle hesaplanacaktır (Swaffield, 1982). Burada c değeri ise courant sayısı olup yüzeysel dalga yayılma hızı değeri (9), Δt zaman aralığı (10), $\frac{dt}{dx}$ (11) ve S kanal taban eğimi (12) eşitlikleriyle verilmektedir.

$$V_R = \frac{V_C + \theta(-V_C c_A + c_C V_A)}{1 + \theta(V_C - V_A + c_C - c_A)} \quad (2)$$

$$c_R = \frac{c_C + (1 - V_R \theta) + c_A V_R \theta}{1 + c_C \theta - c_A \theta} \quad (3)$$

$$h_R = h_C - (h_C - h_A)(\theta(V_R + c_R)) \quad (4)$$

$$h_S = h_C + \theta(V_S - c_S)(h_C - h_B) \quad (5)$$

$$\theta = \Delta t / \Delta x \quad (6)$$

$$V_S = \frac{V_C - \theta(V_C c_B + c_C V_B)}{1 - \theta(V_C - V_B - c_C + c_B)} \quad (7)$$

$$C_S = \frac{c_C + V_S \theta(c_C - c_B)}{1 + \theta(c_C - c_B)} \quad (8)$$

$$c = \sqrt{\frac{gA}{T}} \quad (9)$$

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{(V+c)_{max}} \quad (10)$$

$$\frac{dt}{dx} = \frac{1}{V \mp c} \quad (11)$$

$$S = \frac{n^2 V^2}{R^{\frac{4}{3}}} \quad (12)$$

Bu çalışmada, MOC hesabı yöntem gereği olarak başlangıç koşulu da $t=0$ zamanında boru akışının kararlı akış olması gerekmektedir. Bu sebeple çalışmada $t=0$ anı kararlı akış kabulünden sonra hesaplamalara başlanmıştır.

Star CCM⁺ CFD Programı

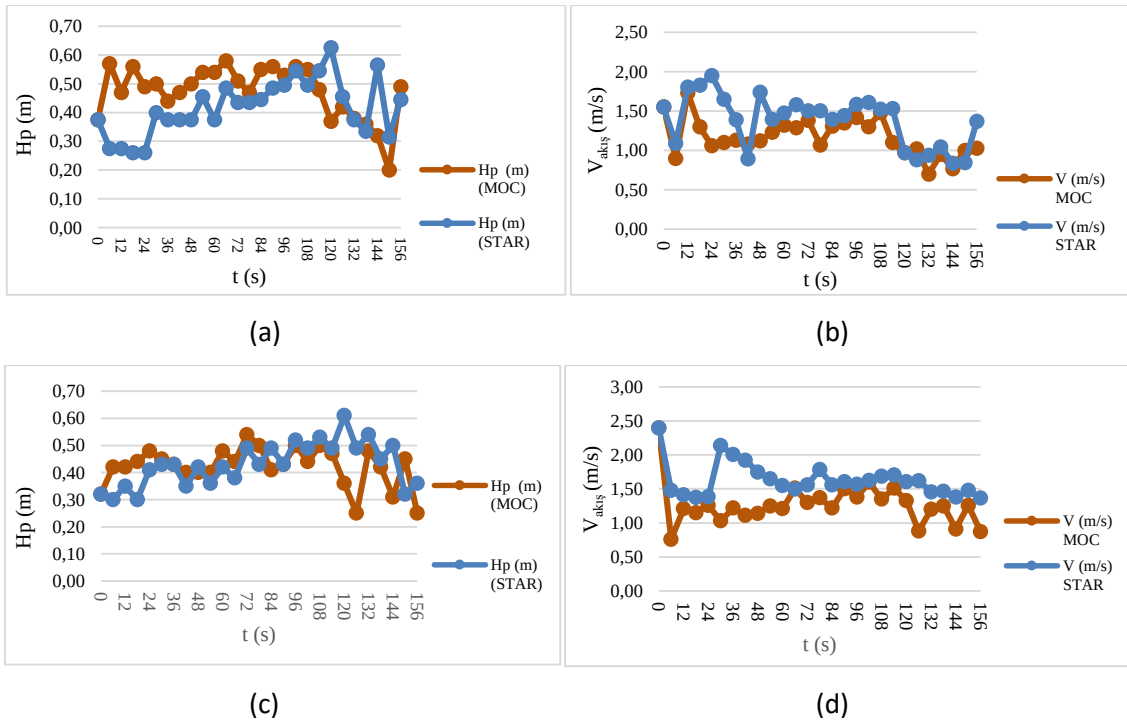
Star CCM⁺ programı hesaplamalı akışkanlar dinamiği probleminin çözümlerinde kullanılan nümerik analiz programıdır. Sonlu hacimler metodu kullanılarak modellenen ağ yapısı ile akış denklemlerinin çözümünü gerçekleştiren nümerik çözüm yöntemidir. Program birçok alanda kullanım alanı sunan akışkanlar dinamiği birden fazla faz çalışmalarında birbiri ile karışmayan akış prensiplerine dayanarak çözümlemeler yapmaktadır.

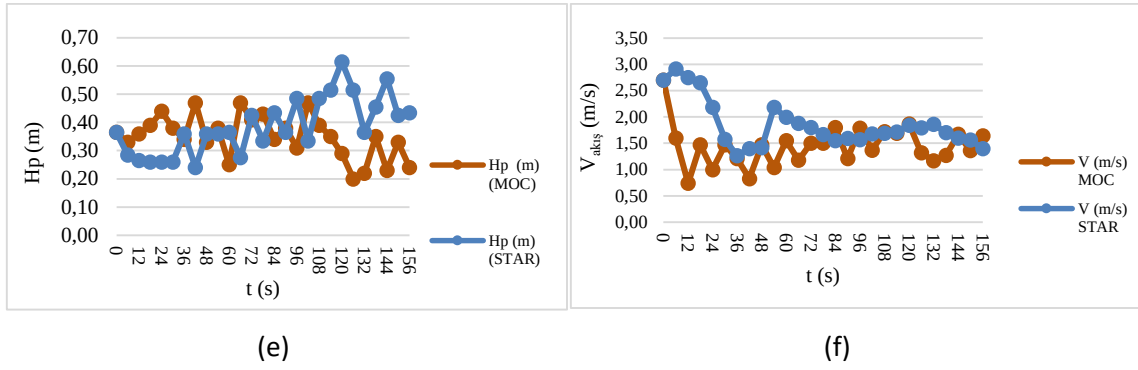
Star CCM⁺, tek bir entegre paket içerisinde en kapsamlı mühendislik fiziği simülasyonunu sağlar. Star CCM⁺ yalnızca CFD çözücüsü değildir; akış (sıvıların veya katıların), ısı transferi ve stresi içeren sorunların çözümüne yönelik bütün bir mühendislik sürecidir. Çok çeşitli modelleme ihtiyaçlarını karşılayabilecek güçlü bir paket oluşturmak için bir araya gelen bir dizi entegre bileşen sağlar (Rajak v.d., 2018). Üç boyutlu modellerde hassas çözüm için sonlu eleman sayısı çok fazla artacağından çözüm zamanı ve zorluğu da çok fazla artmaktadır. Çok fazlı ve serbest yüzeyli akımlar gibi problemlerin sayısal analizlerinin yapılabilmesi için yazılım şirketleri Çok-Fazlı Model (Multi-phase Model), Akışkan Hacmi (VOF- Volume of Fluid) modeli gibi CFD modelleri geliştirmiştir (Aydın, 2005).

Bulgular ve Tartışma

Star CCM⁺ programı sonuçlarının doğrulanması için serbest yüzeyli boru hattında 3 fazlı akış sonuçlarının karakteristikler yöntemi ile karşılaştırılmıştır. Karakteristikler yöntemi hesap esasları gereği başlangıç koşulu olarak öncelikle kararlı duruma göre giriş ve çıkış kısmi dolu durumları Star CCM⁺ programında oluşturulmuştur. Sonra zamana bağlı değişen hız değerleri programa input verileri olarak girilerek t=156s çalışılmış, her 5 m de bir akış yükseklikleri ve hız değerleri programdan alınmıştır. Her kesitte farklılık gösteren sediment ve akış yüksekliklerine göre kompozit manning (n_{kompozit}) hesaplanmıştır.

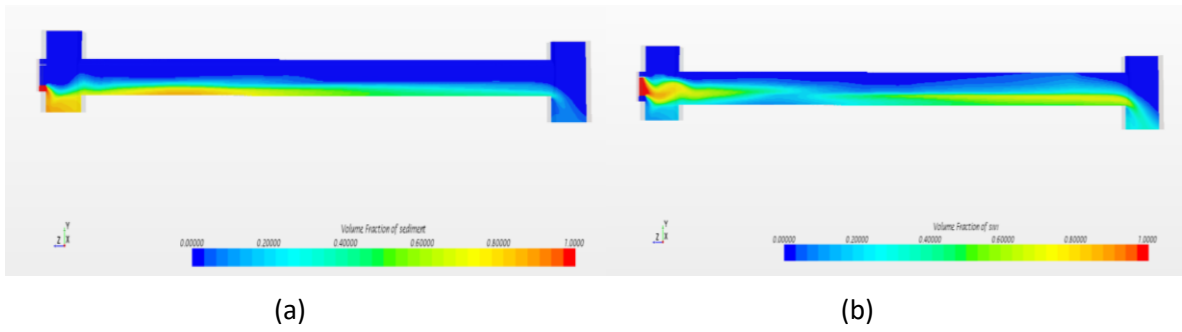
Serbest yüzey akışlı karakteristikler yöntemi çalışması ile 6s'de bir hesaplanan H_p (piyezometre yüksekliği) ve $V_{\text{akış}}$ (akış hızı) oluşturulmuştur. Daha sonra 6s'de bir her 5 m'de Star CCM⁺ ve karakteristikler yöntemi ile hesaplanan değerler karşılaştırılmıştır (Şekil 3). MOC hesaplamalarında sedimentsiz temiz su akışı yer almış olup, boru tabanında biriken sedimentin boru tabanı kotu olduğu kabulüne göre çalışma yapılmıştır.



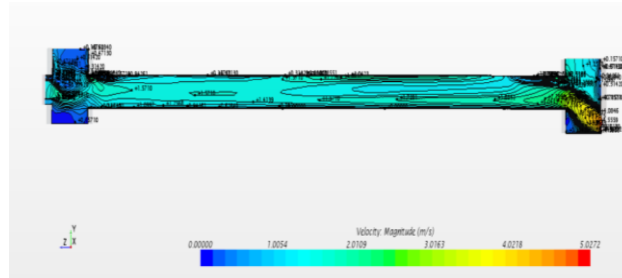


Şekil 3. MOC-Star CCM⁺ H_p ve V Karşılaştırma Grafikleri (a) (b) Kesit 5, (c) (d) Kesit 10, (e) (f) Kesit 15

Star CCM⁺ ve MOC karşılaştırma çalışmasına ait örnek sediment birikimi Şekil 4 (a)'da, akışkan görünümü Şekil 4 (b)'de ve hız dağılımları boy kesiti ise Şekil 5'te verilmiştir.



Şekil 4. (a) Sediment Birikimi, (b) Akışkan Görünümü



Şekil 5. Karşılaştırma Çalışması Hız Dağılımları

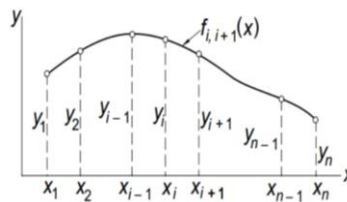
Yapılan hesaplamalara göre hem MOC hem de Star CCM⁺ işletme sonuçlarına göre H_p , $V_{akış}$ ve Q debi değerleri Kesit 5-10-15 için Tablo 2'de verilmiştir. Bu veriler Star CCM⁺ ve MOC çalışmalarının $t=0$ 'dan başlayarak $t=156$ s'ye kadar olmak üzere 6s'de bir değişimlerini göstermektedir. Böylece kararsız akış koşullarının boru hattı boyunca kısa sürelerdeki değişimlerini de görmemize olanak sağlamıştır.

Tablo 2. Kesit 5-10-15 MOC- Star CCM⁺ karşılaştırma Tablosu

Kesit 5						Kesit 10						Kesit 15					
H _p	H _p	V	V	Q	Q	H _p	H _p	V	V	Q	Q	H _p	H _p	V	V	Q	Q
STAR	MOC	MOC	STAR	MOC	STAR	STAR	MOC	MOC	STAR	MOC	STAR	STAR	MOC	MOC	STAR	MOC	STAR
m	m	m s ⁻¹	m s ⁻¹	m ³ s ⁻¹	m ³ s ⁻¹	m	m	m s ⁻¹	m s ⁻¹	m ³ s ⁻¹	m ³ s ⁻¹	m	m	m s ⁻¹	m s ⁻¹	m ³ s ⁻¹	m ³ s ⁻¹
0.38	0.38	1.55	1.55	0.09	0.09	0.32	0.32	2.40	2.40	0.06	0.06	0.37	0.37	2.70	2.70	0.16	0.16
0.28	0.57	0.90	1.09	0.16	0.01	0.30	0.42	0.76	1.48	0.07	0.03	0.29	0.33	1.60	2.91	0.08	0.05
0.28	0.47	1.73	1.80	0.20	0.01	0.35	0.42	1.21	1.41	0.11	0.07	0.27	0.36	0.74	2.75	0.04	0.03
0.26	0.56	1.30	1.83	0.22	0.01	0.30	0.44	1.15	1.37	0.12	0.10	0.26	0.39	1.47	2.65	0.12	0.04
0.26	0.49	1.06	1.95	0.13	0.01	0.41	0.48	1.26	1.38	0.16	0.12	0.26	0.44	1.00	2.18	0.11	0.02
0.40	0.50	1.10	1.65	0.16	0.13	0.43	0.45	1.03	2.14	0.11	0.21	0.26	0.38	1.47	1.57	0.13	0.04
0.38	0.44	1.13	1.39	0.11	0.07	0.43	0.43	1.22	2.00	0.12	0.20	0.36	0.34	1.21	1.27	0.06	0.08
0.38	0.47	1.08	0.89	0.12	0.05	0.35	0.40	1.11	1.92	0.09	0.10	0.24	0.47	0.83	1.40	0.12	0.04
0.38	0.50	1.12	1.74	0.14	0.09	0.42	0.40	1.14	1.75	0.10	0.15	0.36	0.33	1.47	1.42	0.08	0.08
0.46	0.54	1.23	1.39	0.21	0.11	0.36	0.40	1.25	1.65	0.12	0.12	0.36	0.38	1.04	2.18	0.33	0.15
0.38	0.54	1.32	1.47	0.23	0.10	0.42	0.48	1.21	1.55	0.17	0.17	0.37	0.25	1.55	1.99	0.02	0.14
0.49	0.58	1.29	1.58	0.29	0.24	0.38	0.44	1.51	1.50	0.19	0.14	0.28	0.47	1.18	1.88	0.16	0.06
0.44	0.51	1.38	1.50	0.21	0.15	0.49	0.54	1.30	1.56	0.22	0.21	0.43	0.41	1.50	1.80	0.15	0.18
0.44	0.47	1.07	1.50	0.17	0.20	0.43	0.50	1.37	1.78	0.23	0.22	0.34	0.43	1.50	1.67	0.18	0.12
0.45	0.55	1.31	1.39	0.39	0.13	0.49	0.41	1.22	1.56	0.12	0.21	0.44	0.34	1.80	1.55	0.11	0.17
0.49	0.56	1.35	1.44	0.25	0.18	0.43	0.43	1.50	1.61	0.21	0.21	0.37	0.38	1.21	1.59	0.13	0.15
0.50	0.53	1.42	1.58	0.19	0.17	0.52	0.50	1.38	1.57	0.21	0.24	0.49	0.31	1.79	1.57	0.08	0.21
0.55	0.56	1.30	1.61	0.22	0.22	0.49	0.44	1.60	1.62	0.21	0.25	0.34	0.47	1.37	1.68	0.21	0.13
0.50	0.55	1.48	1.52	0.19	0.13	0.53	0.50	1.35	1.68	0.19	0.25	0.49	0.39	1.72	1.69	0.16	0.25
0.55	0.48	1.10	1.53	0.12	0.19	0.49	0.47	1.51	1.71	0.10	0.27	0.52	0.35	1.69	1.71	0.14	0.31
0.63	0.37	0.97	0.97	0.04	0.01	0.61	0.36	1.33	1.61	0.04	0.27	0.62	0.29	1.87	1.84	0.08	0.40
0.46	0.42	1.02	0.88	0.07	0.06	0.49	0.25	0.88	1.62	0.01	0.20	0.52	0.20	1.32	1.80	0.01	0.32
0.38	0.38	0.70	0.94	0.02	0.02	0.54	0.48	1.20	1.46	0.09	0.15	0.37	0.22	1.17	1.86	0.05	0.20
0.34	0.36	0.95	1.04	0.04	0.02	0.45	0.42	1.25	1.46	0.10	0.13	0.46	0.35	1.27	1.70	0.10	0.22
0.57	0.32	0.77	0.84	0.01	0.12	0.50	0.31	0.91	1.38	0.01	0.11	0.56	0.23	1.67	1.60	0.02	0.25
0.32	0.20	1.00	0.85	0.01	0.02	0.32	0.45	1.26	1.48	0.15	0.05	0.43	0.33	1.36	1.56	0.09	0.17
0.45	0.49	1.03	1.37	0.09	0.07	0.36	0.25	0.87	1.36	0.01	0.04	0.44	0.24	1.64	1.40	0.02	0.10

Hesaplanan $V_{akış}$ ve H_p değerlerinin boru boyunca değişimlerinin izlenebilmesi amacıyla kübik spline grafiklerinin çizilmesi amaçlanmıştır. Bu çalışma her 6 s’de bir olmak üzere 5 farklı kesitte uygulanmıştır.

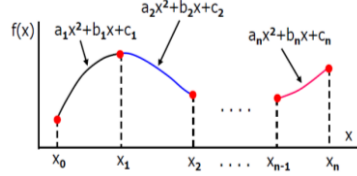
Kübik spline fonksiyonları kesin veri noktaları arasındaki ara değerleri tahmin etmek için kullanılmaktadır. Önce verilen veri noktalarından tam olarak geçen bir fonksiyon uydurulmakta ve daha sonra bu fonksiyonlar kullanarak ara değerler değerlendirilmektedir (Zorşahin, 2009). Kübik spline hesap esasına dayalı grafik Şekil 6’da verilmiştir.

**Şekil 6.** Kübik Spline Hesap Grafiği (Kiusalaas, 2005).

Kübik spline hesap esaslarına ait eşitlik (13) (Numerical Interpolation, 2008);

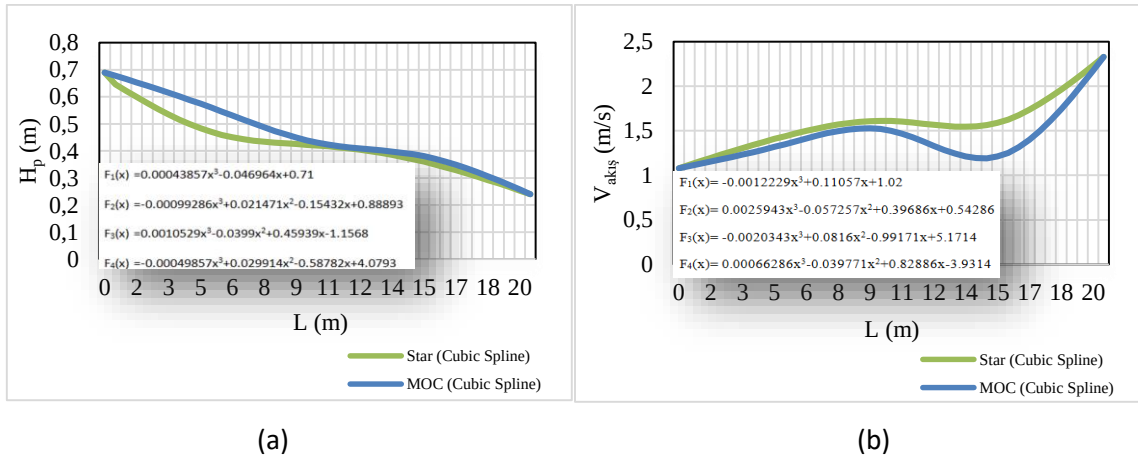
$$f_{i,i+1}(x) = \frac{k_i}{6} \left[\frac{(x-x_{i+1})^3}{x_i-x_{i+1}} - (x-x_{i+1})(x_i-x_{i+1}) \right] - \frac{k_{i+1}}{6} \left[\frac{(x-x_i)^3}{x_i-x_{i+1}} - (x-x_i)(x_i-x_{i+1}) \right] + \frac{y_i(x-x_{i+1})-y_{i+1}(x-x_i)}{x_i-x_{i+1}} \quad (13)$$

Kübik spline fonksiyonun grafiksel gösterimi Şekil 7’de verilmiştir.



Şekil 7. Spline Fonksiyon Grafiği

MOC ve Star CCM⁺ ile hesaplanan piyezometre yükseklikleri ile akış hızlarına ait Star CCM⁺ programından elde edilen veriler kullanılarak kübik spline fonksiyonları grafikleri oluşturulmuş ve 5 m’de bir fonksiyon oluşturulan denklemleri verilmiştir. Her 6 s’de bu grafikler yapılmış olup burada sadece t=90s için, H_p-L, V_{akış}-L grafikleri Şekil 8’de verilmiştir.



Şekil 8. (a) t=90s için H_p-L, MOC-STAR Grafiği, (b) t=90s için V_{akış}-L, MOC-STAR Grafiği

Sonuç ve Öneriler

Çalışmada Star CCM⁺ programı ile 600mmx900mm yumurta kesitli, 1/1000 eğimli ve 20 m uzunluğundaki boru hattı çalışılmıştır. Çalışma yapılırken kararsız akım koşulları dikkate alınarak, t=156s işletme yapılmış ve 6s’de bir çalışma sonuçlarının 5m’de bir alınan kesitlerdeki piyezometre yükseklikleri ile akış hızları alınmıştır. Karakteristikler yöntemi ile hesaplama yapılabilmesi için başlangıç ve bitiş kesitleri olan Kesit 0 ve Kesit 20 ye ait 6s’de bir veriler Star CCM⁺ programından alınmıştır.

MOC hesabında serbest yüzeyli akış özelliği ile tedrici değişen akım özelliğine göre hesaplama yapıldığı için açık kanal şeklinde çözülmüştür. t=0 anındaki kararlı duruma ait Kesit 0-5-10-15-20’ye ait hız ve piyezometre yükseklikleri işletilen Star CCM⁺ programından alınmıştır. Daha sonra Kesit 0 ve Kesit 20 için 6s’de bir alınan veriler ile Kesit 5-10-15 e ait H_p ve V_{akış} değerleri serbest yüzeyli MOC hesap esaslarına göre analitik olarak hesaplanmıştır. Burada zamana bağlı değişkenlikler olduğu için her kesitte sediment birikimi söz konusu olacağından boru taban kotu sediment üst kotu olarak kabul edilerek MOC hesabında, her kesitte manning kompozit değerleri değişeceğinden hesaplamalara bu durum katılmıştır. Star CCM⁺ programı işletme çalışmalarından alınan H_p ve V_{akış} değerlerinden

yararlanılarak Q debi ($\text{m}^3 \text{s}^{-1}$) hesaplanmıştır. Hesaplanan Q verilerinin birbirleri ile uyumluluğunu ortaya koymak için istatistiksel analiz uygunluk testi olarak ki-kare kullanılarak yapılmıştır.

Ki-kare testi, gözlenen frekanslar (f_o) ile beklenen frekanslar (f_i) arasındaki farkın istatistik olarak anlamlı olup olmadığı temeline dayanır (14). Ki-kare testinde, niteliksel olarak belirtilen veriler kullanılır.

Ki-kare dağılımı, genellikle iki bağımsız niteliksel kriteri test etmek için kullanılır. Sıfır hipotezi (H_0), iki kriterin bağımsız olduğunu; araştırma hipotezi (H_A) ise, iki kriterin arasında ilişki olduğunu ifade eder (Güngör ve Bulut, 2008).

$$\chi^2_{hes} = \sum_{i=1}^n \frac{(f_o - f_i)^2}{f_i} \quad (14)$$

Khi-Kare dağılımı için 135 adet veri alınmış olup, frekans grup sayısı 8, serbestlik derecesi 7 alınarak %5 hata olasılığıyla çalışılmıştır. Ki-kare testine ait sonuçlar Tablo 3'te verilmiştir.

Tablo 3. Khi-Kare Testi İstatistik Sonuçları

Sıra No	Debi Sınıf aralığı $\times 10^{-3}$	MOC Dağılımı f_o	Star CCM ⁺ Dağılımı f_o
1	3.510-53.50	22	20
2	53.51-103.50	31	35
3	103.51-153.50	27	29
4	153.51-203.50	22	22
5	203.51-253.50	25	23
6	253.51-303.50	6	4
7	303.51-353.50	1	1
8	353.51-404.86	1	1
χ^2	0.446<14.07		

Khi-Kare dağılımı incelendiğinde test istatistikleri serbestlik derecesine göre hesaplanan kritik değer $\chi^2=14.07$ den küçük olduğu için hipotez uygun bulunmuştur. Bu durum karakteristikler yöntemi ile Star CCM⁺ programı çıktılarının birbiriyle uyumlu sonuçlar gösterdiğini ortaya koymuştur.

Bu çalışmada hesaplamalı akışkanlar dinamiği programı olan Star CCM⁺ ile kararsız akış koşulları altında hesaplanan serbest yüzeyli yumurta kesitli boru hattının farklı zaman aralıklarındaki, eşit aralıklı kesitlerdeki piyezometre yükseklikleri ile akış hızları alınmıştır. Serbest yüzeyli akış prensiplerine göre analitik metot olan Karakteristik yöntemi ile Star CCM⁺ programında alınan H_p ve $V_{akış}$ değerleri ortaya konmuştur. Her iki çıktıyı istatistiksel olarak değerlendirebilmek amacıyla Q debi hesaplamaları yapılmıştır. Daha sonra khi-kare testine tabi tutularak çıktıların birbirleri ile uyumlulukları ortaya konmuştur. Kübik spline grafikleri de çizilerek her 6s'de bir H_p ve $V_{akış}$ değerlerinin grafikleri çizilerek bu grafiklerin denklemleri hesaplanmıştır. Çalışmada bu grafik ve denklem sayıları çok fazla olacağı için örnek olması açısından Şekil 8.'de t=90s'ye ait grafik ve denklemler verilmiştir. Bu grafiklere göre de çıktıların birbiri ile uygun olduğu da görülmektedir.

Çalışma hem nümerik hem de analitik bir çözüm yönteminin karşılaştırılma esasına dayanmakta ve çıkan sonuçların uyumlu olmasından dolayı bu tarz çalışmalara fayda sağlayacaktır. Böylece nümerik analiz programlarının da güvenilirliğine katkı sağlamıştır. Çalışmada kullanılan yumurta kesit farklı boyutlarda, farklı eğimlerde kullanılarak, pürüzlülük değerlerinin de değiştirilmesi ile birlikte çeşitli hesaplamalar da yapılabilir. Ayrıca farklı t zamanlarda ve zaman aralıklarında çalışılarak değerler ortaya konabilir.

Destek ve Teşekkür

Bu çalışma Prof. Dr. Ümit GÖKKUŞ danışmanlığında 19.06.2023 tarihinde tamamladığımız “Kararsız Akış Koşulları Altında Yumurta-Kesitli Atık Su Borularının Hidrolik Performansı” başlıklı doktora tezi esas alınarak hazırlanmıştır (Tez No: 802977).

Etik

Bu makalenin yayınlanmasıyla ilgili herhangi bir etik sorun bulunmamaktadır.

Çıkar Çatışması

Yazar herhangi bir çıkar çatışması olmadığını belirtmektedir.

ORCID

Esin Acarı  <https://orcid.org/0000-0002-3926-2804>

Kaynaklar

- Acar, E. (2023). *Kararsız akış koşulları altında yumurta-kesitli atıksu borularının hidrolik performansı* [Yayımlanmamış doktora tezi]. Manisa Celal Bayar Üniversitesi.
- Açık Kanal (Nehir) Akışı (2008). <https://docplayer.biz.tr/104822616-Acik-kanal-nehir-akisi.html> adresinden 14 Aralık 2023 tarihinde alınmıştır.
- Aydın, M. C. (2005). *Alttan alıslı dolusavak havalandırıcıların CFD analizi* [Yayımlanmamış doktora tezi]. Fırat Üniversitesi.
- Güngör, M. ve Bulut, Y. (2008). Ki-Kare testi üzerine. *Fırat Üniversitesi Doğu Anadolu Bölgesi Araştırmaları Dergisi*, 7(1), 84-89. <https://dergipark.org.tr/tr/pub/fudad/issue/47171/593924>
- Kiusalaas, J. (2005). *Numerical methods in engineering with Matlab*. Cambridge University press.
- Kumar, A., Ogalapur, S.G. (2020). Design of minimum length supersonic nozzle using the method of characteristics. *International Journal of Science, Engineering and Technology*, 8(6), 1-7. https://www.ijset.in/wp-content/uploads/IJSET_V8_issue6_357.pdf
- Numerical Interpolation (2008). <https://towardsdatascience.com/numerical-interpolation-natural-cubic-spline-52c1157b98ac> adresinden 18 Aralık 2023 tarihinde alınmıştır.
- Rajak, U., Khare, R. ve Prasad, V. (2018). Flow simulation of elbow draft tube using STAR CCM+. *4 th National Conference on Recent Innovations in Mechanical Engineering (NCRIME 2K17)*, Malla Reddy Engineering College (Autonomous), 105-110. <https://www.researchgate.net/publication/323453676>
- Regueiro-Picallo, M., Naves, J., Anta, J., Puertas, J. ve Suárez, J. (2016). Experimental and numerical analysis of egg-shaped sewer pipes flow performance. *Water*, 8(12), 1-9. <https://doi.org/10.3390/w8120587>
- Salih, A. (2016). *Method of characteristics*. Department of Aerospace Engineering Indian Institute of Space Science and Technology, Thiruvananthapuram. https://www.iist.ac.in/sites/default/files/people/IN08026/MoC_0.pdf
- Swaffield, J. A. (1982). *Application of the method of characteristics to predict attenuation in unsteady partially filled pipe flow*. U.S. Department Of Commerce.
- Tezcan, T., Gökkuş, Ü. ve Sınır, G. (1998). Analysis of unsteady flow in complex pipe system by the method of characteristics, *Mathematical & Computational Applications*, 3(1), 27-36. <https://doi.org/10.3390/mca3010027>

Zorşahin, M. (2009). *Polinom ve polinom olmayan spline fonksiyonlar yardımıyla bazı kısmi diferansiyel denklemlerin sayısal çözümleri* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Eskişehir Osmangazi Üniversitesi.