


Türk ve Fransız Ders Kitaplarındaki Kesirlerin Sayı Doğrusu/ Doğru Parçası Temsili

Number Line/Line Segment Representation of Fractions in Turkish and French Textbooks

Savaş BAŞTÜRK 
Mehtap TAŞTEPE 

Sinop Üniversitesi, Eğitim Fakültesi,
Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi,
Sinop, Türkiye



ÖZ

Ders kitapları özellikle matematik gibi soyut olan dersler için önemli bir ders materyalidir. Ders kitaplarında matematiksel kavramların anlaşılabilmesi ve bu kavramlara dair matematiksel becerilerin kullanılabilmesi için çoklu temsillerin yer alması önemlidir. Ders kitaplarının bir diğer önemi ise ait olduğu ülkenin eğitim sistemine dair birçok öğeyi içerisinde barındırabilmesidir. Bu araştırmada Fransız ve Türk ders kitapları birçok farklı temsile sahip olan kesirler kavramının sayı doğrusu/doğru parçası temsili kapsamında incelenmiştir. Bu doğrultuda 6. sınıf düzeyinde olmak üzere, 3 Fransız ve 3 Türk matematik ders kitabı araştırmaya dâhil edilmiştir. Araştırmada doküman analizi yöntemi kullanılmıştır. Elde edilen verilere göre Fransız ders kitaplarında Türk ders kitaplarına göre sayı doğrusu/doğru parçası temsiline çok daha fazla yer verilmektedir. Ders kitaplarında bu temsille ilgili farklı görevler öğrencilerden beklenmektedir. Bir kesrin sayı doğrusu üzerindeki aralığını belirleme görevi ise Fransızlara özgü bir görev olarak belirlenmiştir. Bu araştırmanın sonucunda Türk ders kitabı yazarlarına sayı doğrusu/doğru parçası temsiline daha fazla yer vermeleri ve bir kesrin aralığını belirleme görevini ders kitaplarında kullanmaları önerilebilir.

Anahtar Kelimeler: Çoklu temsil, ders kitabı, karşılaştırmalı eğitim çalışması, kesirler, sayı doğrusu/doğru parçası temsili

ABSTRACT

Textbooks are an important course material especially for abstract courses such as mathematics. It is important to include multiple representations in textbooks so that mathematical concepts can be understood and mathematical skills related to these concepts can be used. Another importance of textbooks is that they can contain many elements of the education system of the country they belong to. In this research, French and Turkish textbooks were examined within the scope of the number line/line segment representation of the concept of fractions, which have many different representations. In this regard, 3 French and 3 Turkish mathematics textbooks at the 6th grade level were included in the research. Document analysis method was used in the research. According to the data obtained, number line/line segment representation is given much more place in French textbooks than in Turkish textbooks. Different tasks related to this representation are expected from the students in the textbooks. The task of determining the interval of a fraction on a number line was determined as a task to the French. As a result of this research, it can be suggested that Turkish textbook authors give more place to number line/line segment representation and use the task of determining the range of a fraction in their textbooks.

Keywords: Comparative education study, fractions, multiple representation, number line/line segment representation, textbook

Geliş Tarihi/Received: 05.02.2022
Kabul Tarihi/Accepted:06.02.2024
Yayın Tarihi/Publication Date:30.03.2024

Sorumlu Yazar/Corresponding author:
Mehtap TAŞTEPE
E-mail: mehtap.tastepe@hotmail.com
Cite this article: Baştürk, S., & Taştepe, M. (2024). Number line/line segment representation of fractions in Turkish and French textbooks. *Educational Academic Research*, 52, 30-44.



Content of this journal is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License.

Giriş

Matematik diğer bilim alanlarından farklı olarak sadece soyut kavramlar içermektedir. Bu nedenle ancak temsilleri ile anlaşılabilir (Duval, 1993). National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)'e (2000) göre, öğrenciler matematiksel fikirlerini ifade edebilmek için matematiksel duruma uygun temsili belirleyebilmeli, farklı temsilleri oluşturabilmeleri, kullanabilmeleri, uygun olanı seçebilmeleri ve farklı temsiller arasında dönüşüm yapabilmeleri önemlidir. Duval (1993), Sierpinski (1992) ve Thompson (1994) özellikle nesne ile temsilinin birbiri yerine kullanılmaması gerektiğini ifade etmişlerdir.

Matematiksel kavramlar farklı ortamlar ya da başka bir ifadeyle farklı çerçevelerde var olup gelişmektedirler. Buradaki çerçeve kelimesinden kavramın işlediği ve diğer kavramlarla ilişki içinde kullanılabildiği bir matematiksel ağ anlaşılmaktadır (Douady, 1986). Buna göre çerçeve dendiğinde matematiğin bir koluna (geometri, aritmetik vb.) ait objeler, bunların birbiriyle olan ilişkileri, olası farklı gösterim biçimleri ve bu objeler ve bu objelerin arasındaki ilişkilerle ilgili zihinsel resimleri akla gelmektedir. Matematik büyük oranda bir problem çözme faaliyetidir ve problem çözerken bazı noktalarda tıkanmaların yaşanması kaçınılmazdır. İşte çerçeve değişimleri bu tür tıkanıklıkların aşılmasında oldukça önemli bir role sahiptir. Douady'e (1986) göre bir problemi bir çerçeveden diğerine dönüştürmek çözüme ilişkin yeni sorular sorulmasına, daha önce söz konusu olmayan başka araçların çözüm için kullanılmasına, yeni çözüm yollarının ortaya çıkmasına, bir engel söz konusuysa bunun aşılmasına ve kavramsal öğrenmenin gelişmesine imkân sağlamaktadır.

Temsiller çerçevenin bir parçası olduğundan çerçeve değişimlerinin temsil değişimlerini de beraberinde getirdiğini söylemek mümkündür. Bir çerçeveden diğerine ya da bir temsilden diğerine yapılacak geçişler kavramla ilgili bilgilerde genişleme ya da daralmalara sebep olmaktadır. Kavramın birtakım öğeleri bazı temsillerce daha iyi temsil edilirken, diğer temsilleri tarafından temsil edilememekte ya da çok az temsil edilebilmektedir. Bir çok araştırmacı tarafından matematik öğretiminde farklı temsillerin kullanılması öğrencilerin öğretilmek istenilen kavramı daha ayrıntılı, daha farklı açılardan ve daha ilişkili şekilde öğrenmelerini sağlar (Driscoll, 1999; Goldin & Shteingold, 2001; Hilbert & Carpenter, 1992; Kaput, 1989; Kilpatrick & Porzio, 1999; Swafford & Findell, 2001; Zembat, 2004). Cebirsel temsil fonksiyonlar için önemli bir temsildir. Çeşitli hesaplamalar yardımıyla fonksiyon hakkında pek çok bilgi edinilmesini sağlamakla birlikte bu temsil biçimini fonksiyonun tamamıyla kendisi olarak

görmek eksik ve hatalıdır. Cebirsel temsilin görsellik noktasındaki eksikliklerini başka temsiller tamamlamakta ve bunların yaygın kullanımı ölçüsünde de kavramsal anlama zenginleşmektedir. Ne yazık ki, ders kitapları ve öğretmenler genellikle farklı temsillere yer verme konusunda yeterince istekli görünmemektedir (Baştürk, 2003, 2007). Bu durum da ister istemez öğrencilerin en çok yer verilen temsili kavramın kendisi olarak görmesine (Akkoç, 2005; Thompson, 1994), kavramın farklı temsilleri arasında bağlantı kuramamasına (Karakas, 2004) ve diğer temsillerin kullanımını gerektiren sorularda performansının düşmesine neden olmaktadır (Baştürk, 2010). Unutulmamalıdır ki, hiçbir temsilin kavramı tam anlamıyla yansıtmaması mümkün değildir. Bu nedenle öğretimde kavramın farklı temsillerine yer verilmesi önemli olduğu kadar bunların birbiriyle ilişkilendirilmeleri ve birinden diğerine yapılan geçişler de oldukça önemlidir. Aksi hâlde, Thompson'un (1994) da altını çizerek vurguladığı gibi, öğrenciler bir temsilden diğerine geçerken sabit kalan bir şeylerin olduğunu fark edememekte ve sanki kavramın her temsili biribirinden bağımsız başka bir konu başlığıymış gibi görmektedir. Hâlbuki kavramın anlaşılabilmesi, kavramın farklı temsillerinin oluşturulabilmesi, bu temsillerin yorumlanabilmesi ve temsiller arasında dönüşümler yapılabilmesi ile sağlanabilir (Bossé, Adu-Gyamfi ve Cheetham, 2011). Çoklu temsiller, farklı çözüm yollarının ortaya çıkmasını (Keller & Hirsch, 1998) ve bilişsel ilişki kurulmasını (Kula, 2011) sağlamaları bağlamında kavramın anlaşılmasını kolaylaştırmaktadır.

Temsillerin çeşitli araştırmacılar tarafından sınıflandırıldığı görülmektedir. Bunlardan en bilineni Goldin ve Janvier'in (1998) *içsel* ve *dışsal* temsil sınıflamasıdır. Tall ve Vinner'in (1981) *kavram tanımı* ve *kavram imajı* yaklaşımını hatırlatan bu sınıflandırmada, bireyin kendisi tarafından yapılandırılan, içselleştirilen, başka bir ifadeyle kendisine mal edilen (şekil, problem çözme yöntemleri ya da şemalar vb.) temsiller içseldir. İnsanlar tarafından anlaşılabilir ortak bir dille ifade edilen, başka bir ifadeyle toplumun ortak malı olan temsiller (grafikler, tablolar, ağaç diyagramları vb.) ise dışsaldır (Edwards, 1998). Ders kitaplarında yer verilen görsel objeleri konu edinen bu araştırmanın odağında dışsal temsiller yer almaktadır.

Sonuç olarak, farklı temsillere yer vermek ve bunlar arasında ilişkiler kurmak, birinden diğerine geçişler yapmak kavramsal anlama boyutunda oldukça önemlidir. Problemi yorumlamada, bir çözümsüzlük durumunda bakış açısını değiştirmede, probleme farklı açılardan yaklaşımda temsiller arası geçişler yapmak matematikçilerin sıklıkla başvurduğu stratejilerin başında gelmektedir (Douady, 1986). Hiçbir temsil tek başına bir kavramı temsil edemez.

Her temsilin bir diğerine göre üstün yanları olduğu gibi sınırlı yanları da vardır. Öğretmenlerden ve ders kitabı yazarlarından beklenen mümkün olduğunca çoklu temsillere ve bunlar arasındaki geçişlere yer verecek şekilde kavramların öğretimini ele almalarıdır. Bütün bu özelliklerinden dolayı ders kitaplarının karşılaştırmalı olarak analizinde çoklu temsil kavramı önemli bir değişken olarak alınmıştır.

Kesirler konusu kendi içerisinde farklı temsilleri (Metinsel-doğal dil temsil, Kesir temsil, Ondalık temsil, Yüzdelik temsil, Model temsil) barındıran matematikteki önemli konu alanlarından biridir. Bu araştırmada kesirler konusu model temsil kapsamında ele alınmıştır. Lesh ve Doerr (2003) modelleri bir durumu matematiksel olarak tanımlamak, açıklamak, yorumlamak ve temsil etmek için geliştirilen kavramsal sistemler olarak tanımlamaktadır. Kesirlerin öğretiminde model kullanımının önemini vurgulayan pek çok çalışma vardır (Cramer & Henry, 2002; Lee, 2017; Siebert & Gaskin, 2006).

Tamamen sembolik ve işleme dayalı bir yaklaşımla kesirler ele alındığında, öğrencilerde kafa karıştırıcı durumlar ortaya çıkabilmektedir. Uygun bir şekilde kullanılmaları durumunda modeller bunların anlaşılmasına yardımcı olabilmektedir. Kesirleri modellemede sıklıkla kullanılan üç temel model, *alan*, *uzunluk* ve *küme* modelleridir. Farklı modeller kullanmak öğrencilerin daha derin bir kesir algısı oluşturmasını sağlar. Örneğin, alan model üzerine çalışan bir öğrenci parça ve bütün arasındaki ilişkiyi daha net görebilme imkânına sahip olurken, uzunluk kesir modellerinden sayı doğrusu üzerinde çalıştığında aynı zamanda kesrin bir sayı olduğunu, diğer sayılara göre göreceli bir büyüklüğünün olduğunu ve iki kesir arasında her zaman başka bir kesir bulunabileceğinin farkına varmaktadır (Van de Walle ve ark., 2010). Öte yandan, farklı modellere yer vermek, öğrencilerin bireysel farklılıkları göz önüne alındığında, temkinli bir yaklaşımdır. Bir öğrenci bir modelde anlayışını geliştirip derinleştirirken başka bir öğrenci başka bir modelde bu şansı yakalayabilmektedir.

Uzunluk modellerden biri olan sayı doğrusu temsili kesirlerin öğretiminde oldukça önemli bir yere sahiptir ve pek çok araştırmacı tarafından daha çok öne çıkarılması tavsiye edilmektedir (Clarke ve ark., 2008; Usiskin, 2007; Watanabe, 2002). Temel matematikte sayı doğrusu reel (ileri matematikte reel eksen) sayıları somutlaştırmak için kullanılan derecelendirilmiş düz bir çizgidir. Sayı doğrusu üzerindeki her bir noktanın bir reel sayıya ve her bir reel sayının bir noktaya karşılık geldiği kabul edilir (Stewart ve ark., 2008). Sayıların sıralanması, büyüklük küçüklük ilişkisi,

negatif-pozitif sayı kavramlarının anlaşılması, düzenli ve ritmik sayma, dört işlem, problem çözme vb. pek çok konunun öğretiminde sayı doğrusu anahtar bir rol üstlenmektedir. Nitekim bu temsilin ders kitaplarında kullanılması da kritik bir öneme sahiptir.

Ders kitapları özellikle ilkökul ve ortaokul seviyesindeki öğrenciler için önemlidir. Öğretmenler için ise kime, neyi ne zaman öğretecekleri konusunda bir düşünme zemini sağladıkları için en önemli eğitim-öğretim materyallerinin başında gelmektedirler (Baştürk, 2012). Farklı ülkelerde yapılmış pek çok araştırma, ders kitaplarının genellikle eğitim ve öğretimi desteklemek için kullanıldığını rapor etmektedirler (Pepin & Haggarty, 2001; Sharp, 1999; Sheldon, 1988; Teters ve Gabel, 1984). Ders kitapları öğrencinin öğrenmesine, öğretmenin de öğretmesini etkileme potansiyeli yüksek materyaller olduklarından eğitim araştırmacılarının da dikkatini çekmiş; içerikleri (Schmidt ve ark., 1997) ya da mevcut öğretimde değişim ve gelişme sağlamak için nasıl kullanılabilecekleri (Rickard, 1996) konularında yoğunlaşmıştır. Ders kitapları genellikle zor olarak algılanan ve soyut bir bilim dalı olan matematik derslerinde hem öğrenciler hem de öğretmenler için oldukça önemli bir ders materyalidir. Lester ve Cheek (1998) öğrencilerin en fazla matematik ders kitabını kullandıklarını, hatta araştırmaya katılan öğrencilerin %77'sinin her gün sadece bu kitabı kullandıklarını belirttiklerini ifade etmişlerdir. Eğitim sisteminde bu denli öneme sahip olan ders kitapları aynı zamanda ait olduğu ülkenin, eğitim sistemlerinin zayıf ve güçlü yönleri tespit edilebilmekte ve bu sistemlerin toplumsal değerlerle nasıl şekillendikleri ortaya konabilmektedir (Kubow ve Fossum, 2007). Bu kapsamda bir ülkenin eğitim sistemine, bir derse ya da konuya olan yaklaşımına ders kitapları yardımı ile rahatlıkla ulaşılabilir ve ülkeler birçok farklı açıdan karşılaştırılabilir. Bu durum literatürde karşılaştırmalı eğitim çalışmaları olarak yerini almaktadır.

Bir ya da daha fazla ülkenin eğitime ilişkin belli konularda bireyler ya da topluluklar tarafından araştırılmasıyla karşılaştırmalı eğitim çalışmaları ortaya çıkmıştır. Bu tip araştırmalarda araştırmacılar, ele aldıkları ülkeler arasındaki benzerlik ve farklılıkları açıklamayı ya da toplumun farklı katmanlarındaki sosyal durumlar hakkında daha derin bir anlayış oluşturmayı hedefleyebilmektedirler (Khakpour, 2013). Özetle, ülkelerarası eğitimin karşılaştırılmasından doğmuş olan karşılaştırmalı eğitimin en temel işlevi, karşılaştırma sonucunda bir fayda elde etmektir.

Tarih boyunca René Descartes, Pierre de Fermat, Pierre-Simon Laplace, Augustin-Louis Cauchy, Blaise Pascal,

Joseph Fourier, Henri Poincaré, André Weil, Benoit Mandelbrot ve Cédric Villani gibi önemli matematikçileri yetiştiren Fransa derin bir matematik eğitimi geçmişine sahiptir. Nitekim ülkede matematik öğretim programlarının ve ders kitaplarının hazırlanmasında Fransız matematikçilerinin de önemli etkisi olduğu bilinmektedir (Gueudet ve ark., 2017).

Bu araştırmada matematik eğitimi alanında dünyada yer edinmiş ülkelerden biri olan Fransa ile Türkiye'deki matematik eğitimi karşılaştırmak adına matematik ders kitaplarını incelemek ve benzerlik ve farklılıklarını ortaya koymak istenmektedir. Bu kapsamda ortaokul 6. sınıf matematik ders kitaplarında kesirler konusuyla ilgili sayı doğrusu temsiline incelenmesi, matematik öğretimi açısından özelliklerinin ve iki ülke arasındaki benzerlik ve farklılıkların belirlenmesini amaçlanmıştır.

Kesirler konusu her iki ülkede ilk kez ve yoğun olarak 6. sınıflarda işlendiği için ders kitaplarındaki görsel objeleri analiz etmek üzere bu sınıf seviyesi seçilmiştir. Bu kapsamda Türk ve Fransız 6. sınıf matematik ders kitaplarında kesir kavramıyla ilgili kullanılan görsel temsiller arasında sayı doğrusu temsiline ne kadar yer verildiği, sayı doğrusu temsiline niteliği, sayı doğrusu temsiline öğrencilerden beklenen görevler ve analiz edilen ders kitaplarında bu durumların nasıl değiştiği ele alınmıştır.

Yöntem

Bu araştırmada, araştırmanın amacı doğrultusunda nitel araştırma yöntemlerinden doküman analizi yöntemi kullanılmıştır. Şenyurt ve Özkan'a (2017) göre doküman analizi ile ilgili yapılan araştırmalar son dönemlerde artmakla birlikte, eğitim alanında az kullanılmaktadır. Bu kapsamda bu araştırmanın alana katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Doküman analizi araştırılması hedeflenen olgu ya da olgular hakkında bilgi içeren yazılı materyallerin incelenmesidir (Seyidoğlu, 2016; Yıldırım & Şimşek, 2013). Analiz edilen dokümanlar ders kitapları olup, analiz neticesinde genel kategoriler ve alt kategoriler oluşturulmuş ve kategorilerin frekansları belirlenerek nitel veriler sayısallaştırılmıştır. Böylece güvenilirlik artırılmış, tarafsızlık azaltılmış ve kategoriler arasında kıyaslama gerçekleştirilmeye çalışılmıştır (Yıldırım & Şimşek, 2018).

İncelenen Dokümanlar

Bu kapsamda araştırmacılar birinin yabancı dili Fransızca olduğu ve bu nedenle kitaplar daha doğru belirlenip, daha kolay temin edilebildiği için 3 adet Fransız ders kitabı ve 3 adet Türk ders kitabı araştırmaya dâhil

edilmiştir. Kesirler konusu her iki ülkede ilk kez ve yoğun olarak 6. sınıflarda işlendiğinden ders kitaplarındaki görsel objeleri analiz etmek üzere bu sınıf seviyesi seçilmiştir. Fransa'da 6. sınıf seviyesinde güncel olarak okullarda okutulan ders kitaplarının 3 tane olduğu belirlenmiş ve bu 3 kitap incelenmiştir. Türkiye'de de aktif olarak kullanılan 4 ders kitabından 3'ü (2 Milli Eğitim Bakanlığı (MEB), 1 özel yayın) ele alınmıştır. Araştırma kapsamında seçilen ders kitapları ve yayınevleri aşağıdaki gibidir:

- Barnet, C. (Ed.). (2017). *6th grade mathematics textbook*. Hachette Press.
- Malaval, J. (Ed.). (2016). *6th grade mathematics textbook*. Nathan Press.
- Fabienne, L. & Jérôme, L. (Ed.). (2017). *6th grade mathematics textbook*. Didier Press.
- Uluçay, H. (Edt.) (2019). *6. sınıf ortaokul ve imam hatip ortaokulu matematik ders kitabı*. Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları.
- Doğan, M. (Edt.) (2019). *6. sınıf ortaokul ve imam hatip ortaokulu matematik ders kitabı*. Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları.
- Özdemir, Ç. (2019). *6. sınıf ortaokul ve imam hatip ortaokulu matematik ders kitabı*. Öğün Yayınları

Verilerin Analizi

Mevcut araştırmada iki ülke ders kitapları doküman analiz yöntemi kullanılarak, araştırmanın teorik çatısından hareketle belirlenen değişkenler; sayı doğrusu/doğru parçası temsili, resim temsili, geometrik temsiller, sayı doğrusundan beklenen görevler (G1: Sayı doğrusundaki gösterimi verilen kesri ifade etme, G2: Bir bütünü doğru parçası olarak alma ve üzerinde kesirlerle işlem yapma, G3: Kesri sayı doğrusu üzerinde gösterme, G4: Bir kesrin sayı doğrusu üzerindeki aralığını belirlemek) bağlamında analiz edilmiştir. Görsel objelerin nicel ve nitel şeklinde ders kitapları iki açıdan incelenmiştir. Nicel analiz kısmında ders kitaplarında kullanılan görsel öğelerin kullanım frekansları ve yüzdeleri incelenmiş, nitel analiz kısmında görsellerin niteliği ve bu görsel öğelerle öğrencilerden istenen görevler incelenmiştir. Araştırma tutarlık ve teyit incelemesinin sağlanması için ders kitaplarındaki sayı doğrusu/ doğru parçası temsilleri, türleri ve işlevleri farklı iki matematik eğitimcisi tarafından yapılmış, ardından veriler ve kodlamalar incelenmiş ve görüş birliği sağlanmaya çalışılmıştır. Öncelikle araştırmacılar tarafından oluşturulan kategoriler incelenerek "Görüş Birliği" ve "Görüş Ayrılığı" olan maddeler belirlenmiştir. Araştırmanın güvenilirliğinde Miles ile Huberman'ın (1994) (Uzlaşma Yüzdesi) = $[Na (Görüş Birliği) / Na (Görüş Birliği) + Nd (Görüş Ayrılığı)] \times 100$ formülü aracılığıyla belirlenmiş ve uzlaşma % 96

bulunmuştur. Uyuşmazlık içeren %4'lük kısım genellikle Fransız ders kitaplarında sayı doğrusu/doğru parçası temsilerinden beklenen görevlerde oluşmuş ve bu durumun Fransızca'dan kaynaklanan yanılgılar olduğu belirlenerek uzlaşma sağlanmış ve bu araştırmanın güvenilir olduğu kabul edilmiştir. Ayrıca bu araştırma insanla çalışma gerektirmediği için etik kurul izni alınmamıştır.

Bulgular

Bu bölümde Fransız ve Türk ders kitaplarının analizi yer almaktadır. Belirlenen ders kitapları, ders kitaplarında yer alan görseller, ders kitaplarında yer alan sayı doğrusu/doğru parçası temsillerinin analizi ve ders

kitaplarında yer alan sayı doğrusu/doğru parçası temsillerinin görevleri başlıkları altında karma desen kullanılarak analiz edilmiştir.

Ders Kitabında Yer Alan Görseller

Bu bölümde kesirler konusunda ders kitaplarında yer alan görsel öğeler sayı doğrusu/doğru parçası, resimler ve geometrik şekiller şeklinde incelenmiştir. Tablo 1'e göre ders kitaplarında en çok kullanılan görsel öğeler olarak geometrik şekiller (%68,7), en az kullanılan görsel öğeler olarak ise sayı doğrusu/doğru parçası (%43,3) şeklinde belirlenmiştir.

Tablo 1.
Ders Kitaplarında Yer Verilen Görsellerin Frekans ve Yüzde Dağılımı

Görsel Türü	Nathan		Didier		Hachette		MEB 1		MEB 2		Öğün	
	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
Sayı Doğrusu/Doğru Parçası	44	36,1	28	32,2	28	29,2	7	7,07	9	22,5	24	29,6
Resimler	24	19,7	35	40,2	38	39,6	22	22,2	10	25	32	39,5
Geometrik Şekiller	54	44,3	24	27,6	30	31,3	68	68,6	21	52,5	25	30,9
<i>Toplam</i>	122	100	87	100	96	100	99	100	40	100	32	39,5

Kitaplar tek tek incelendiğinde, Nathan ders kitabında yer alan görsel öğelerde en çok kullanılan ikinci görselin sayı doğrusu ve doğru parçası olduğu görülmektedir. Didier Ders Kitabında da benzer şekilde en çok kullanılan ikinci görsel sayı doğrusu ve doğru parçasıdır. Hachette ders kitabında ise en az kullanılan görsel sayı doğrusu ve doğru parçasıdır. Didier ve Hachette ders kitaplarında kullanılan sayı doğrusu ve doğru parçası görseli eşit sayıda (28) olmakla birlikte Nathan ders kitabında diğer 2 kitaba göre çok daha fazla sayıdadır (44).

MEB 1 ders kitabında tüm kullanılan görsellerin sadece yaklaşık %7'lik bir kısmını sayı doğrusu ve doğru parçası görsellerinin oluşturduğu görülmektedir. MEB 2 ders kitabında yer alan görsel öğelerde ise %22,5'lik oranla diğer görsellere göre en az sayı doğrusu ve doğru parçası kullanımı izlenmektedir. Öğün Ders Kitabında yer alan görsel öğelerde ise sayı doğrusu ve doğru parçası görsellerinin (%29,6) kullanımı diğer Türk ders kitaplarına benzer şekilde en son sıradadır.

Türk-Fransız ders kitaplarında yer verilen görsel öğelerin açısından iki ülke ders kitapları birlikte ele alındığında, en az kullanılan görsel öğeler %26,8'lik oranla sayı doğrusu görselidir. Ülkeler kendi içlerinde değerlendirildiğinde, Fransız ders kitaplarında üç görsel öğenin birbirine yakın olarak kullanıldığı belirlenmiştir. Nathan ders kitabının sayı doğrusu ve doğru parçası görselini kullanma konusunda diğer kitaplara göre (%36,1'e karşı %32,2 Didier ve %29,2 Hachette) üstün olduğu görülmektedir. Fransız ders kitaplarında üç tür görsel öğenin birbirinden farklı oranlarda kullanıldığı belirlenmiştir. En az kullanılan görselin %19,7'lik bir oranla sayı doğrusu olduğu görülmektedir. MEB 1 sayı doğrusu ve doğru parçası temsili konusunda diğer ders kitaplarından önemli ölçüde geride kaldığı görülürken (%7,1'e karşı %22,5 MEB 2 ve %29,6 Öğün), diğer iki Türk ders kitabında bu oranlar birbirine yakındır.

Sonuç olarak, sayı doğrusu görseli kesirlerin öğretiminde kullanılan önemli görsellerden biri olmasına karşın iki ülke arasında bu konuda önemli farklılıklar bulunmaktadır. Türk ders kitaplarında sayı ve sayı doğrusu görselinin Fransız

ders kitaplarına göre fark edilir düzeyde az kullanıldığı görülmektedir. Fransız ders kitaplarında sayı doğrusu ve doğru parçası görselinin kullanım oranlarının sıralamaları arasında farklılıklar söz konusu olabilirken, Türk ders kitaplarında en son kullanılan görsel olduğu belirlenmiştir. Genel olarak ders kitaplarında sayı doğrusu ve doğru parçası görselinin kullanım oranı arasında bir uyumsuzluk söz konusudur.

Ders Kitaplarındaki Sayı Doğrusu/ Doğru Parçası Görseli Analizi

Bu kısımda kesirler konusunda ders kitaplarında yer alan sayı doğrusu ve doğru parçası incelenmiştir. Sayı doğrusu ile doğru parçalarının kesirler konusunda kullanımı birbirine çok yakın olduğundan aynı başlık altında incelenmesinin uygun olacağı düşünülmüştür.

Tablo 2

Ders Kitaplarında Yer Verilen Sayı Doğrusu/Doğru Parçası Temsilinin Frekans ve Yüzde Dağılımı

	Nathan		Didier		Hachette		FDK* Toplam		MEB 1		MEB 2		Öğün		TDK** Toplam		Genel Toplam		
	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	
Görsel Türü																			
Sayı Doğrusu/ Doğru Parçası	44	36,1	28	32,2	28	29,2	100	100	7	7	9	22,5	24	29,6	40	100	140	100	
Genel Toplam	44	31,4	28	20	28	20	100	71,4	7	5	9	6,4	24	17,1	40	28,5	140	100	

FDK* (Fransız Ders Kitabı)

TDK ** (Türk Ders Kitabı)

Tablo 2'ye göre kullanılan tüm sayı doğrusu/doğru parçası temsilleri açısından ülkeler kıyaslandığında Fransız ders kitapları bu temsilin % 71,4'ünü kullanırken Türk ders kitapları % 28,5'lik kısmını kullanmaktadır. Sayı doğrusu/doğru parçası temsiline en çok kullanıldığı ders kitabı Nathan yayınlarına (%31,4) ait Fransız ders kitabıdır. En az ise MEB1 (%5) Türk ders kitabında kullanılmıştır.

Sayı Doğrusu/ Doğru Parçası Görselinden Beklenen Görevler

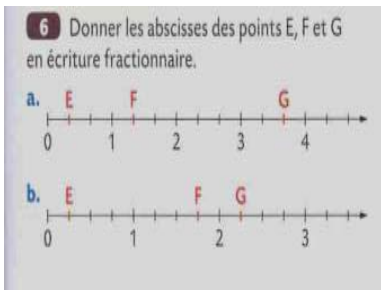
Ders kitaplarının sayı doğrusu görseliyle ilgili görevler bağlamında nasıl bir dağılım gösterdikleri Tablo 3'te verilmektedir.

Tablo 3.

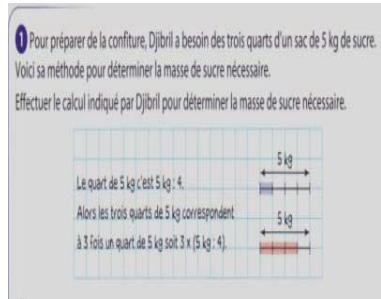
Türk-Fransız Ders Kitaplarındaki Sayı Doğrusu Görselinden Beklenen Görev Dağılımları

Ders Kitapları	Nathan		Didier		Hachette		MEB1		MEB2		Öğün		Toplam	
	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
G1: Sayı doğrusundaki gösterimi verilen kesri ifade etme	9	20,5	8	28,6	9	32,1	-	-	2	22,2	3	12,5	31	22,1
G2: Bir bütünü doğru parçası olarak alma ve üzerinde kesirlerle işlem yapma	13	29,5	3	10,7	2	7,1	3	42,9	1	11,1	2	8,3	24	17,1
G3: Kesri sayı doğrusu üzerinde gösterme	22	50	17	60,7	16	57,1	4	57,1	6	66,7	19	79,2	84	60
G4: Bir kesrin sayı doğrusu üzerindeki aralığını belirlemek	-	-	-	-	1	3,6	-	-	-	-	-	-	1	0,7

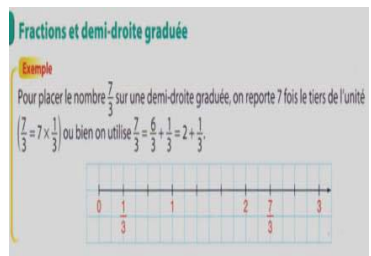
Bütün olarak bakıldığında kesri sayı doğrusu üzerinde gösterme görevinin belirgin bir ağırlığının olduğu görülmektedir (%60). Az olmakla birlikte önemli sayılabilecek oranda sayı doğrusu görselinde öğrenciden sayı doğrusundaki yeri verilen kesri ifade etmesi (%22,1) ve bir bütünü doğru parçası olarak alması ve üzerinde kesirlerle işlem yapması (%17,1) beklenmektedir. Bu öne çıkan görevlerde (G3, G1 ve G2) ders kitaplarını ayrı olarak ele alacak olursak, G3'de hiçbir ders kitabının %50'nin altına düşmediği, %79,2 ile Öğün'ün başı çektiği görülmektedir. G1 görevine yer vermeyen tek ders kitabı MEB1 iken G2 görevine en çok yer veren de aynı ders kitabıdır. G4 görevine ise sadece Hachette ders kitabı yer vermiştir.



Didier Ders Kitabı, 2017 (s. 59)



Nathan Ders Kitabı, 2016 (s. 61)



Nathan Ders Kitabı, 2016 (s. 62)

Şekil 1.

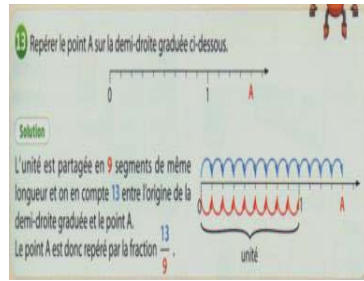
Fransız Ders Kitaplarında Kullanılan Sayı Doğrusu/Doğru Parçası Temsili Ve Beklenen Görevlerle İlgili Örnekler

Görselin yer aldığı etkinlikte öğrenciden beklenen görev sayı doğrusu üzerindeki E, F ve G noktalarına karşılık gelen kesirleri bulmasıdır. (G1)

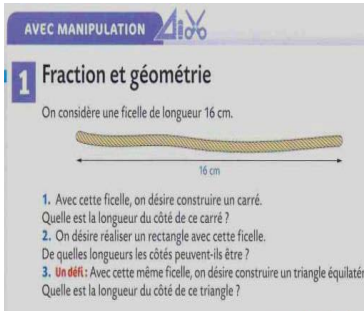
Reçel yapabilmek için Djibril'in 5 kilogramlık bir torba şekerin dördte üçüne ihtiyacı olduğunu, söz konusu miktarın tüm şeker miktarını gösteren 4 eşit parçaya bölünmüş bir doğru parçasından hareketle nasıl bulunacağı yöntem olarak ifade edilmektedir. (G2)

7/3 kesrinin sayı doğrusu üzerinde gösterilmesi isteniyor. 7/3 ün farklı şekillerdeki ifadelerinin kullanılabileceği öğrenciye hatırlatılmaktadır. (G3)

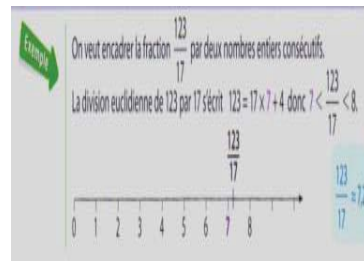
Ülkeler bazında ders kitaplarının sonuçlarına bakıldığında, Tablo 3'teki Fransız ders kitaplarına ait sonuçlara göre tüm sayı doğrusu görselinin yarıdan fazlası kesri sayı doğrusunda gösterme göreviyle ilgili olduğu görülmektedir (%55). Bu oran sayı doğrusundaki gösterimi verilen kesri ifade etme görevinde neredeyse yarıya düşmektedir. G3 görevi hiçbir ders kitabında %50'nin altına düşmezken en yüksek orana Didier ders kitabında ulaşmaktadır. Bir kesrin sayı doğrusu üzerindeki aralığını belirlemek (G4) görevi çok az bir oranla bile olsa (%3,6) sadece Hachette özgü bir görev olarak kalırken yine aynı ders kitabının G1 görevine en çok yer veren kitap olma noktasında diğerlerinden ayrıldığı görülmektedir.



Hachette Ders Kitabı, 2017 (s. 95)



Didier Ders Kitabı, 2017 (s. 54)



Hachette Ders Kitabı, 2017 (s.94)

Sayı doğrusu üzerinde A noktası verilmiş ve bu noktaya karşılık gelen kesrin bulunması istenmektedir. (G1)

Burada aynı amaca hizmet eden iki farklı görsel yer almaktadır. Birincisinde 16 cm uzunluğundaki bir ip kullanılarak bir kare yapılmak istenmektedir. Karenin bir kenarı ve yine aynı ip ile eşkenar üçgen yapılmak istenir üçgenin bir kenarının bulunması istenmektedir. (G2)

123/17 kesrinin ardışık iki tamsayı arasında olduğu ifade edilerek bu sayıların nasıl bulunacağı örnek üzerinden gösterilmektedir. (G4)

Didier kitabının yazarları en çok verilen bir kesri sayı doğrusu üzerinde göstermek için sayı doğrusu görselini kullanmaktadırlar (%60,7). Söz konusu kullanımın tersi diyebileceğimiz sayı doğrusu üzerinde yeri belirtilmiş olan kesri ifade etmenin oranı %28,6'dır. Bir bütünü doğru parçası olarak alma ve üzerinde kesirlerle işlem yapma görevine yönelik kullanımların oranı ise %10,7'dir. Doğru parçası görselinin kullanım şekline gelince verilen bir bütünün (belli uzunlukta bir ip, üçgen veya dikdörtgen gibi geometrik şekillerin kenar uzunlukları vb.) doğru parçası ya da parçaları olarak ifade edilmesi, bunların duruma göre eşit parçalara bölünmesi, kesir olarak ifade edilmesi, kesir olarak ifade edilen kısma karşılık gelen miktarın belirlenmesi vb. görevler için kullanıldığı görülmektedir.

Hachette ders kitabı yazarları en çok verilen bir kesri sayı doğrusu üzerinde göstermek için sayı doğrusu görselini kullanmaktadırlar (%57,1). Söz konusu kullanımın tersi diyebileceğimiz sayı doğrusu üzerinde yeri belirtilmiş olan kesri ifade etmenin oranı ise %32,1'dir. Az olmakla birlikte bir bütünü doğru parçası olarak almak ve üzerinde kesirlerle işlem yapmak (%7,1) ve bir kesrin sayı doğrusu üzerindeki aralığını belirlemek (%3,6) için de bu tür görsellerin kullanıldığı görülmektedir.

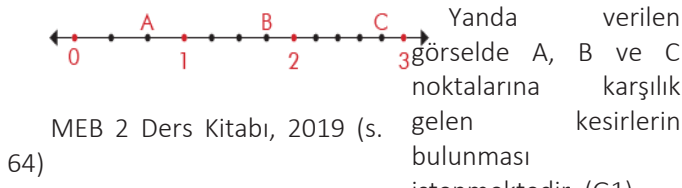
Tablo 3'te yer verilen Türk ders kitaplarının sonuçları ise Türklerin G3 görevine Fransızlardan daha fazla önem verdiklerini ve sayı doğrusuyla ilgili görevlerin üçte ikisinden fazlasını bu görevin oluşturduğunu ortaya koymaktadır.

Hiçbir ders kitabında bu görevin oranı %57'nin altına düşmezken Öğün %79,2'lik bir oranla başı çekmektedir. Hiçbir Türk ders kitabında G4 gibi bir göreve rastlanmamaktadır.

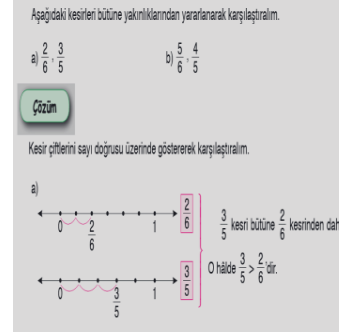
MEB 1 ders kitabı yazarları en çok verilen bir kesri sayı doğrusu üzerinde göstermek için sayı doğrusu görselini kullanmaktadırlar (%57,1). Söz konusu kullanımın tersi diyebileceğimiz sayı doğrusu üzerinde yeri belirtilmiş olan kesri ifade etmek ise gözlemlenmemiştir. Doğru parçası olarak kullanımı ise %42,9 olarak belirlenmiştir. Doğru parçası görselinin kullanım şekline gelince verilen bir bütünün (belli uzunlukta bir yol, belli miktarda elma vb.)

doğru parçası olarak ifade edilmesi, doğru parçasının istenen miktarda eşit parçalara bölünmesi, bunların duruma göre kesir olarak ifade edilmesi, kesir olarak ifade edilen kısma karşılık gelen miktarın belirlenmesi vb. görevler için kullanıldığı görülmektedir.

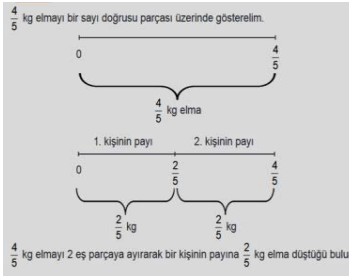
MEB2 ders kitabı yazarları en çok verilen bir kesri sayı doğrusu üzerinde göstermek için sayı doğrusu görselini kullanmaktadırlar (%66,7). Bir bütünü doğru parçası olarak alma ve üzerinde işlem yapma görseli ise en az kullanılandır (%11,1). Öğün ders kitabı yazarları en çok verilen bir kesri sayı doğrusu üzerinde göstermek için sayı doğrusu görselini kullanmaktadırlar (%79,2). Söz konusu kullanımın tersi diyebileceğimiz sayı doğrusu üzerinde yeri belirtilmiş olan kesri ifade etme kullanımı 3 (%12,5) kere, sayı doğrusu üzerinde kesirlerle işlem yapma ise 2 (%8,3) kere kullanılmıştır.



MEB 2 Ders Kitabı, 2019 (s. 64)

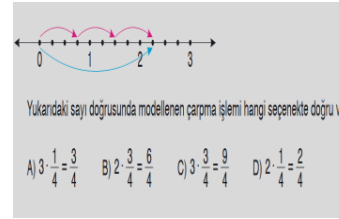


Öğün Yayınları Ders Kitabı, 2019 (s. 93)



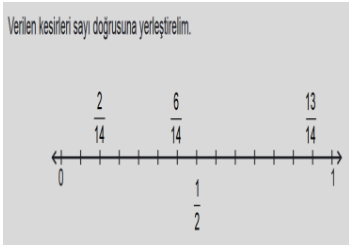
MEB 1 Ders Kitabı, 2019 (s. 134)

$\frac{4}{5}$ kg elma 2 kişi arasında eşit olarak paylaşırlırsa bir kişinin payına düşen elma miktarının ne kadar olacağını bulalım. Bunun için bütünü ifade eden bir doğru parçası veriliyor ve bunun yarısının esir olarak ifadesi istenmektedir. (G2)



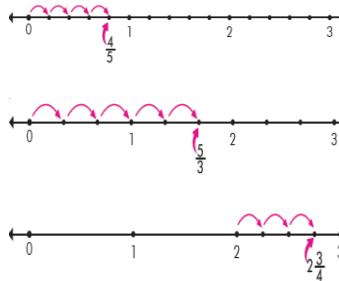
Öğün Yayınları Ders Kitabı, 2019 (s. 136)

Yandaki görselde öğrencilerden öncelikle sayı doğrusu üzerinde belirtilen noktalarda yer alan kesirleri bulmaları ardından verilen işlemi sayısal olarak ifade etmeleri istenmektedir. (G1-G2)



MEB 1 Ders Kitabı, 2019 (s. 142)

$\frac{2}{14}$, $\frac{6}{14}$ ve $\frac{13}{14}$ kesirlerinin yuvarlanması istenmiştir. Bu amaçla bu kesirlerin sayı doğrusu üzerinde gösterimi sağlanmıştır. (G3)



MEB 2 Ders Kitabı, 2019 (s. 63)

Şekil 2.

Türk Ders Kitaplarında Kullanılan Sayı Doğrusu/Doğru Parçası Temsili ve Beklenen Görevlerle İlgili Örnekler

Sonuç olarak, ders kitaplarında sayı doğrusu görseliyle ağırlıklı olarak kesri sayı doğrusu üzerinde gösterme, sayı doğrusu üzerinde yeri belirtilen kesri ifade etme ve bir bütünü doğru parçası olarak alma ve üzerinde kesirlerle işlem yapma görevleri öğrencilerden beklenmektedir. Bir kesrin sayı doğrusu üzerindeki aralığını belirleme görevi çok az bir oranla bile olsa Türk ve Fransız ders kitaplarını birbirinden ayırmakta ve sadece Fransızlara özgü bir görev olarak kalmaktadır.

Sonuç, Tartışma ve Öneriler

Bu araştırmada Türk ve Fransız 6. sınıf matematik ders kitaplarında kesirler kavramıyla ilgili kullanılan sayı doğrusu/doğru parçası temsili sayıları, nitelikleri ve bu görsellerde öğrenciden beklenen görevler kapsamında karşılaştırmalı olarak analiz edilmiştir.

Ders kitaplarının analizi var olan görsellerin üç ana kategoride ele alınabileceğini göstermiştir. Bunlar resimler, geometrik şekiller ve sayı doğrusudur. Özellikle geometrik

temsillerin en yoğun kullanılan temsil türü olduğu görülmüştür. Bunun nedeninin kesirlerde bölüm ve parça-bütün anlamının çocukların öğrenebilmeleri için kesirlerin temel anlamları olarak görülmesi olabilir (Kieren, 1993). Cramer ve Whitney'e (2010) göre parça-bütün ilişkisi kesirlerin anlamını oluşturmada uygun bir başlangıçtır. Bu yüzden ders kitabı yazarları ve öğretmenler bu anlam üzerinde durmayı daha çok önemserler ve ark., 2010). Ayrıca bazı çalışmaların sonuçları öğrencilerin parça-bütün anlamın kullanılmasını gerektiren, daire ve dikdörtgen içeren sorulardaki performansları benzer iken sayı doğrusu içeren sorularda bu performansın önemli ölçüde düştüğünü (Tunç-Pekkan, 2015) , ilkökul çocukları için sayı doğrusunda basit kesirleri göstermenin, aynı kesri parça-bütün (alan) ve parça-grup (küme) temsilleriyle ifade etmekten daha zor olduğunu (Novillis-Larson, 1980) ortaya koymaktadırlar. Bu gibi sonuçlarda ders kitaplarında parça-bütün ilişkisi bağlamında geometrik şekillere çok fazla yer verilmesine rağmen sayı doğrusu görselinin sınırlılığının etkili olduğu söylenebilir. Nitekim, Özer ve İncikapı (2019) kesirlere ilişkin ilkökul ders kitaplarında yer alan soruları doğrusu görseli bakımından Türk eşdeğerlerinden daha fazla olmakla birlikte geometrik şekillere yer verme noktasında Türkler lehine önemli bir fark söz konusudur. Siegler ve ark. (2010) kesirlerin sayı olarak öğrenilmesinde doğrusal modellerin ve özellikle sayı doğrularının kullanılması gerektiğinin altını çizmektedirler.

Uzunluk modellerden biri olan sayı doğrusu temsili kesirlerin öğretiminde oldukça önemli bir yere sahiptir ve pek çok araştırmacı tarafından daha çok öne çıkarılması tavsiye edilmektedir (Clarke ve ark., 2008; Usiskin, 2007; Watanabe, 2002). Her ne kadar konuyla ilgili daha fazla araştırmaya ihtiyaç varsa da bu araştırmalar sayı doğrusu görselinin kesirlerin anlaşılmasına yardımcı olma bağlamında önemli bir görsel olduğunu göstermektedir. Sayı doğrusu görselinin her ülke ders kitaplarında kendisine yer verilen görsellerden biri olması olumlu bir durum olarak değerlendirilmiştir. Fransız ders kitaplarında bu görsele Türk eşdeğerlerine göre daha fazla yer verilmektedir.

Sayı doğrusu görselinde öğrencilerden beklenen görevlere gelince, ağırlıklı olarak kesri sayı doğrusu üzerinde gösterme, sayı doğrusu üzerinde yeri belirtilen kesri ifade etme ve bir bütünü doğru parçası olarak alma ve üzerinde kesirlerle işlem yapma görevleri öğrencilerden beklenmektedir. Nitekim; Pesen (2008) ve Temur (2011) çalışmalarında sayı doğrusunda kesirlerin gösterimi konusunda öğrencilerin yeterli olmadıklarını ifade etmişler ve sayı doğrusu temsiliinin kullanımının artırılması gerektiğini belirtmişlerdir. Bir kesrin sayı doğrusu

inceledikleri araştırmalarında metinsel ve model temsillerin daha yoğun olduğunu vurgularken, numerik ve sayı doğrusu temsillerinin üçüncü sınıftan itibaren artarak kullanılmaya başlandığını ifade etmişlerdir ancak buna rağmen sayı doğrusu temsili en az kullanılan temsildir. Çelik ve Çiltaş (2015) ise öğretmen adayları ile gerçekleştirdikleri çalışmalarında öğretmen adaylarının 5. sınıf düzeyinde kazanımlara yönelik hazırladıkları öğretim etkinliklerinde bölge ve sayı doğrusu modelini diğerlerine göre daha çok kullandıklarını belirlemişlerdir.

Resimler ve sayı doğrusu görseli kesirlerin öğretiminde kullanılan diğer önemli görsellerdir. Görsellere ders kitaplarında kullanma açısından ülkeler arasında benzerlik ve farklılıklar vardır. Benzer durum ülke ders kitaplarının kendi aralarında dasöz konusudur. Fransız ders kitaplarında bu üç tür görselin birbirine yakın olarak kullanıldığı çok küçük bir farkla olmakla birlikte geometrik şekillerin daha fazla kullanıldığı belirlenirken, Türk ders kitaplarında geometrik şekillerin önemli oranda kullanımı söz konusudur. Fransız ders kitapları resimler ve sayı üzerindeki aralığını belirleme görevi çok az bir oranla bile olsa Türk ve Fransız ders kitaplarını birbirinden ayırmakta ve sadece Fransızlara özgü bir görev olarak kalmaktadır. Bir kesrin sayı doğrusu üzerindeki aralığını belirleme görevi yapılan herhangi bir çalışma ile karşılaşılmamıştır. Yukarıda ortaya konulan sonuçlar bağlamında şu önerilere yer verilebilir:

Kavramın bazı özellikleri bazı temsilleri tarafından daha iyi temsil edilirken diğer bazı temsilleri tarafından az temsil edilmekte ya da temsil edilmemektedir. Çok sayıda matematik eğitimcisi matematik öğretiminde farklı temsillerin kullanılmasının öğrencilerin matematiksel kavramları daha iyi anlamalarına ve ilişkilendirmelerine yardımcı olduğunu belirtmektedir (Driscoll, 1999; Goldin ve Shteingold, 2001; Hilbert ve Carpenter, 1992; Kaput, 1989; Kilpatrick ve ark., 2001; Porzio, 1999). Bu nedenle ders kitaplarının çoklu temsillere yer verme bağlamında ne kadar zengin olurlarsa o oranda öğrenmenin de verimli olacağı hipotezini ifade edebiliriz. Türk ders kitaplarının Fransız eşdeğerlerine göre daha az farklı temsillere yer verdiği belirlenmiştir. Bu Türk ders kitapları için iyileştirilmesi gereken bir durumdur. Bu kapsamda, ders kitabı yazarlarına ders kitaplarında kesir kavramına yönelik farklı temsillere daha fazla yer vermeleri önerilebilir.

Öğretmenlerin bir kavramın öğretimi ile ilgili inançları dersin planlanması ve uygulanmasında önemlidir. Bu

konuda ileriki araştırmalarda öğretmenlerin kesirlerin farklı temsilleri konusundaki inançları araştırılabilir (Andrews & Hatch, 2000). Benzer durum ders kitabı yazarları için de geçerlidir. Bu araştırmada iki ülke ders kitapları arasında benzerlikler ve farklılıklar belirlenmiş olup aynı ülke ders kitapları arasında da belirgin farklılıklar görülmüştür. Sonraki çalışmalarda ders kitabı yazarlarının inanışlarının ders kitaplarının nasıl etkilediğinin araştırılması bu araştırmadan elde edilen sonuçların daha iyi anlaşılmasını sağlayabilir.

Hakem Değerlendirmesi: Dış bağımsız

Yazar Katkıları: Fikir – S.B., M.T.; Tasarım – S.B., M.T.; Denetleme –S.B., Kaynaklar – M.T.; Malzemeler – M.T.; Veri Toplanması ve/veya İşlemesi – S.B., M.T.; Analiz ve/veya Yorum – S.B., M.T.; Literatür Taraması –S.B.; Yazıyı Yazan – S.B., M.T.; Eleştirel İnceleme – S.B., M.T.

Çıkar Çatışması: Yazarlar, çıkar çatışması olmadığını beyan etmiştir.

Finansal Destek: Bu çalışma Sinop Üniversitesi Bilimsel Araştırma Komisyonu tarafından Proje No: EĞTF-1901-18-10 no'lu proje ile desteklenmiştir.

Peer-review: Externally peer-reviewed.

Author Contributions: Concept – S.B., M.T.; Design – S.B., M.T.; Supervision- S.B.; Resources – M.T.; Materials –M.T.; Data Collection and/or Processing –S.B., M.T.; Analysis and/or Interpretation – S.B., M.T.; Literature Search – S.B.; Writing Manuscript – S.B., M.T.; CriticalReview – S. B., MT.

Conflict of Interest: The authors have no conflicts of interest to declare.

Financial Disclosure: This study was supported by Sinop University Scientific Research Commission with Project No: EĞTF-1901-18-10.

Kaynakça

- Akkoç, H. (2005). Fonksiyon kavramının anlaşılması: Çoklu temsiller ve tanımsal özellikleri. *Eğitim Araştırmaları Dergisi*, (20), 14–24.
- Andrews, P. and Hatch, G. (2000). A comparison of Hungarian and English teachers' conceptions of mathematics and its teaching. *Educational Studies in Mathematics*, (43), 31–64. <https://doi.org/10.1023/A:1017575231667>
- Baştürk, S. (2003). *Enseignement des mathématiques en Turquie: Le cas des fonctions au lycée et au concours d'entrée à l'université*. IREM de Paris 7.
- Baştürk, S. (2007). Fonksiyon kavramının öğretiminde 9. sınıf ders kitapları bağlamında incelenmesi. *Sakarya Üniversitesi Fen Edebiyat Dergisi*, 9(Ek Sayı), 270–283.
- Baştürk, S. (2010). Öğrencilerinin fonksiyon kavramının farklı temsillerindeki matematik dersi performansları. *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30(2), 465–482.

- Baştürk, S. (2012). Sınıf öğretmenlerinin ders kitabı kavram imajlarının incelenmesi. *Turkish Journal Of Education*, 2(1), 57–65. <https://doi.org/10.19128/turje.181055>
- Bossé, M. J., Adu-Gyamfi, K. and Cheetham, M. (2011). Translations among mathematical representations: Teacher beliefs and practices. *International Journal of Mathematics Teaching and Learning*, 15(6), 1–23.
- Clarke, D. M., Roche, A. and Mitchell, A. (2008). Ten practical tips for making fractions come alive and make sense. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 13(7), 372–380.
- Cramer, K. and Henry, A. (2002). Using manipulative models to build number sense for addition of fractions. B. Litwiller and G. Bright (Eds.), *IMaking sense of fractions, ratios, and proportions* in (pp. 41–48). National Council of Teachers of Mathematics. <https://doi.org/10.4236/ce.2010.12018>
- Cramer, K. and Whitney, S. (2010). Learning rational number concepts and skills in elementary school classrooms. D. V Lambdin and F. K. J. Lester (Eds.), *Teaching and learning mathematics: Translating research for elementary school teachers* in (pp. 15–22).
- Çelik, B. ve Çiltaş, A. (2015). Beşinci sınıf kesirler konusunun öğretim sürecinin matematiksel modeller açısından incelenmesi. *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi*, 10(1), 180–204.
- Douady, R. (1986). Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches En Didactique Des Mathématiques*, 7(2), 5–31.
- Driscoll, M. (1999). *Fostering algebraic thinking: A guide for teachers grades 6-10*. Heinemann.
- Duval, R. (1993). Registres de représentations sémiotiques et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, (5), 37–65.
- Edwards, L. D. (1998). Embodying mathematics and science: Microworld as representations. *The Journal of Mathematical Behavior*, 17(1), 53–78.
- Goldin, G. A. and Janvier, C. (1998). Representations and the psychology of mathematics education. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(1), 1–4.
- Goldin, G. A. and Shteingold, N. (2001). Systems of representations and the development of mathematical concepts. A. A. Cuoco and F. R. Curcio (Eds.), *The roles of representation in school mathematics* in (pp. 1–23). NCTM.
- Gueudet, G., Bueno-Ravel, L., Modeste, S., & Trouche, L. (2017). Curriculum in France: A national frame in transition. In D. Thompson, M. A. Huntley, & C. Suurtamm (Eds.), *International perspectives on mathematics curriculum* (pp. 41-70). International Age Publishing.
- Hilbert, J. and Carpenter, T. P. (1992). Learning and teaching with understanding. D. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* in (pp. 65–97). Macmillan Publishing Company.
- Kaput, J. (1989). *Linking representations in the symbol systems of algebra*. Lawrence Erlbaum Associates.

- Karakaş, İ. (2004). Fonksiyon kavramının farklı öğrenim düzeyinde olan öğrencilerdeki gelişimi. *Eğitim Araştırmaları Dergisi*, 4(16), 64–73.
- Keller, B. A. and Hirsch, C. R. (1998). Student preferences for representations of functions. *International Journal in Mathematics Education ScienceTechnology*, 29(1), 1–17. doi.org/10.1080/0020739980290101
- Khakpour, A. (2013). Methodology of comparative studies in education. *Contemporary Educational Researches Journal*, 2(1), 20–26.
- Kieren, T. E. (1993). The learning of fractions: maturing in a fraction. Paper presented at The Conference Fraction Learning and Instruction, GA, Athens.
- Kilpatrick, J., Swafford, J. and Findell, B. (Eds.). (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. National Academy Press.
- Kubow, P. and Fossum, P. R. (2007). Comparative Education: Exploring Issues. *Inter-national Context* in Pearson Merrill/Prentice Hall.
- Kula, S. (2011). *Matematik öğretmen adaylarının dörtlü bilgi modeli ile alan ve alan öğretimi bilgilerinin incelenmesi: Limit örneği*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Lee, M. Y. (2017). Pre-service teachers' flexibility with referent units in solving a fraction division problem. *Educational Studies in Mathematics*, 96(3), 327–348. https://doi.org/10.1007/s10649-017-9771-6
- Lesh, R. and Doerr, H. M. (2003). Foundations of models and modelling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving. R. Lesh and H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models and modelling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching* in (pp. 3–33). Laurence Erlbaum.
- Lester, J. and Cheek, E. (1998). The real experts address textbook issues. *Journal of Adolescent & Adult Literacy*, (41), 282–291.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. NCTM.
- Novillis-Larson, C. (1980). Locating proper fractions. *School Science and Mathematics*, 53(5), 423–428. https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.1980.tb09687
- Özer, T. ve İncikabı, L. (2019). İlkokul matematik ders kitaplarındaki kesirlere ilişkin soruların bazı değişkenler açısından incelenmesi. *Medeniyet Eğitim Araştırmaları Dergisi*, 3(1), 20-37.
- Pepin, B. and Haggarty, L. (2001). Mathematics textbooks and their use in English, French and German classrooms. *Zentrblatt fur Didaktik der Mathematik*, (33), 158–175. https://doi.org/10.1007/BF02656616
- Pesen, C. (2008). Kesirlerin sayı doğrusu üzerindeki gösteriminde öğrencilerin öğrenme güçlükleri ve kavram yanlışları. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9 (15), 157-168.
- Porzio, D. T. (1999). Effects of differing emphases on the use of multiple representations and technology on students' understanding of calculus concepts. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 21(3), 1–29. I
- Rickard, A. (1996). Connections and confusion: Teaching perimeter and area with a problem-solving oriented unit. *Journal of Mathematical Behavior*, 15(3), 303–327. https://doi.org/10.1016/S0732-3123(96)90008-5
- Schmidt, W., McKnight, C. and Raizen, S. (1997). *A Splintered vision: An investigation of U.S. science and mathematics education*. Kluwer Academic Publishers.
- Seyidoğlu, H. (2016). *Bilimsel araştırma ve yazma el kitabı*. Güzem Can Yayınları.
- Sharp, A. (1999). Aspects of English medium textbook use in Hong Kong. *New Horizons in Education*, (40), 93–102.
- Sheldon, L. E. (1988). Evaluating ELT textbooks and materials. *ELT Journal*, (42), 237–246. https://doi.org/10.1093/elt/42.4.237
- Siebert, D. and Gaskin, N. (2006). Creating, naming, and justifying fractions. *Teaching Children Mathematics*, 12(8), 394–400. https://doi.org/10.4236/ce.2013.49B014
- Siegler, R., Carpenter, T., Fennel, F., Geary, D., Lewis, J. and Okamoto, L. (2010). *Developing effective fractions instruction for kindergarten through 8th grade: A practice guide*. National Center for Education Evaluation and Regional Assistance, Institute of Education Sciences, U.S. Department of Education. Retrieved from whatworks.ed.gov/publications/practiceguides.
- Sierpiska, A. (1992). On understanding the notion of function. G. Harel and E. Dubinsky (Eds.), *The concept of function: Aspects of epistemology and pedagogy* in (pp. 25–58). Mathematical Association of America Simon.
- Stewart, J. B., Redlin, L. and Watson, S. (2008). *College algebra* (5th ed.). Brooks Cole.
- Tall, D. and Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12(2), 151–169. https://doi.org/10.1007/BF00305619
- Temur, Ö. D. (2011). Dördüncü ve beşinci sınıf öğretmenlerinin kesir öğretimine ilişkin görüşleri: Fenomenografik araştırma. *Dumlupınar Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 29, 203-212.
- Teters, P. and Gabel, D. (1984). *1982-83 Results of the NSTA survey of the needs of elementary teachers regarding their teaching of science*. National Science Teachers Association.
- Thompson, P. W. (1994). Students, functions, and the undergraduate curriculum. *Research in Collegiate Mathematics Education*, (1), 21–44.
- Tunç-Pekkan, Z. (2015). An analysis of elementary school children's fractional knowledge depicted with circle, rectangle, and number line representations. *Educational Studies in Mathematics*, 89(3), 419–441. https://doi.org/10.1007/s10649-015-9606-2
- Usiskin, Z. P. (2007). Some thoughts about fractions. *Mathematics Teaching in the Middle school*, 12(7), 370–373. https://doi.org/10.26822/iejee.2018541308
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S. and Williams, J. M. B. (2010). *Elementary and middle school mathematics. Teaching development* (7th ed.). Pearson.

Watanabe, T. (2002). Representations in teaching and learning fractions. *Teaching Children Mathematics*, 8(8), 457–464. <https://doi.org/https://doi.org/10.5951/TCM.8.8.0457>

Yıldırım, A., ve Şimşek, H. (2013). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Seçkin Yayıncılık.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2018). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri [Qualitative research methods in the social sciences]* (11th ed.). Seçkin Yayınevi.

Zembat, İ. Ö. (2004). *Conceptual development of prospective elementary teachers: The case of division of fractions*. Doctoral dissertation, The Pennsylvania State University. ProQuest Digital Dissertations Database.

Extended Abstract

Purpose

The aim of this research is to examine the number line representation related to the subject of fractions in secondary school 6th grade mathematics textbooks in Turkey and France, to reveal their qualities in the context of mathematics teaching and to reveal the similarities and differences between the two countries.

Method

In this study, document analysis method, one of the qualitative research methods, was used in line with the purpose of the research. The documents analyzed were textbooks, and as a result of the analysis, categories and subcategories were determined and the quantification of the qualitative data was ensured by calculating the frequency of each category's repetition. Thus, it was tried to increase reliability, decrease biases and make comparisons between categories (Yıldırım & Şimşek, 2018).

Examined documents

In this context, 3 French textbooks and 3 Turkish textbooks were included in the research. This grade level was chosen to analyze the visual objects in the textbooks, since the subject of fractions was covered intensively in the 6th grades for the first time in both countries.

Analysis of data

In the current research, the textbooks of the two countries were analyzed using the document analysis method, within the context of the variables determined from the theoretical framework of the research.

Results

This section includes the analysis of French and Turkish textbooks. The visuals in the selected textbooks, the analysis of the number line/line segment representations in the textbooks, and the tasks of the number line/line segment representations in the textbooks were analyzed using mixed design under taxonomies.

Images in the textbook

Although the number line visual is one of the two visuals used in teaching fractions, there are significant differences between countries in this regard. It is seen that number and number line visuals are used noticeably less in Turkish textbooks compared to French textbooks. While there may be differences in the order of usage rates of number line and line segment visuals in French textbooks, it has been determined that it is the least used image in Turkish textbooks. In general, there is a mismatch between the use of number line and line segment visuals in textbooks.

Number line / line segment visual analysis in textbooks

When countries are compared in terms of all number line/line segment representations used, French textbooks use 71.4% of this representation, while Turkish textbooks use 28.5%. The textbook in which the number line/line segment representation is used the most is the French textbook of Nathan publications (31.4%). It was used the least in MEB1 (5%) Turkish textbooks.

Tasks expected from number line/line segment image

In the textbooks, the tasks of showing the fraction on the number line, expressing the fraction whose location is indicated on the number line, taking a whole as a line segment and performing operations on it with fractions are expected from the students. The task of determining the interval of a fraction on a number line, even if only slightly, distinguishes Turkish and French textbooks from each other and remains a task unique to French.

Conclusion, Discussion And Suggestions

The results of some studies show that while students' performances in questions that require the use of part-whole meaning and that include circles and rectangles are similar, this performance drops significantly in questions containing number lines. They reveal that it is more difficult to express with whole (area) and part-group (cluster) representations (Novillis-Larson,

1980). It can be said that the limitation of the number line visualization is effective in such results, although geometric figures are given a lot of space in the context of the part-whole relationship in the textbooks.

Siegler et al. (2010) underline that linear models and especially number lines should be used in learning fractions as numbers. The number line, which is one of the length models, has a very important place in the teaching of representative fractions and it is recommended by many researchers to highlight it more (Clarke et al., 2008; Usiskin, 2007; Watanabe, 2002). The fact that the number line visual is one of the visuals included in the textbooks of every country is considered as a positive situation. This image is given more space in French textbooks than its Turkish equivalents. The task of determining the interval of a fraction on a number line, even if only slightly, distinguishes Turkish and French textbooks from each other and remains a task unique to French.

While some features of the concept are better represented by some of its representations, it can be represented either not at all or in a limited way by some other representations. According to many mathematics education researchers, the use of different representations in teaching enables students to understand mathematical concepts and the relationship between them, and thus improves their learning (Driscoll, 1999; Goldin & Shteingold, 2001; Hilbert & Carpenter, 1992; Kaput, 1989; Kilpatrick et al., 2001; Porzio, 1999). For this reason, we can state the hypothesis that the richer the textbooks are in the context of including multiple representations, the more efficient the learning will be. It is seen that Turkish textbooks are limited in terms of including different representations compared to their French equivalents. This limitation is an aspect that is open to improvement for Turkish textbooks and it can be suggested to textbook authors to make improvements on the subject.

In the current study, it is seen that there are differences and similarities between the textbooks of the two countries, and sometimes even significant differences can be encountered between the textbooks of the same country. In future studies, investigating how the beliefs of textbook authors are reflected in textbooks can provide a better understanding of the results obtained in this research.