Marmara Üniversitesi

İ.İ.B.F. Dergisi

YIL 2006, CİLT XXI, SAYI 1

ÇOK AMAÇLI DOĞRUSAL KESİRLİ PROGRAMLAMA YÖNTEMİ İLE
ÇEVRE YÖNETİM SİSTEMLERİ PROBLEMLERİNE ÇÖZÜM YAKLAŞIMI

S. Erdal DİNÇER[*]

ABSTRACT

In real world decision situations, decision makers, some times, may face up with the decision to optimize inventory/sales, actual cost/standart cost, output/employee, etc with respect to some constraints. In management problems, both the ratio functions profit and cost and quality to be maximized are conflicting in nature. Such types of problems are inherently multi objective fractional programming problems. The present paper deals with solution procedures and steps for multi objective linear fractional programming problems. An equivalent multi objective linear programming form of the problem has been formulated in the proposed methodology. The proposed solution has also been used to solve a real inventory problem.

ÖZET

Gerçek hayatta karar alma işlemlerinde, karar alıcılar genellikle envanter/satışlar, gerçek maliyetler/standart maliyetler, girdi/çalışanlar gibi pek çok geçerli kısıtlar altında optimizasyon kararlarını almak durumundadırlar. Yönetim problemlerinde de kar, maliyet ve kaliteden oluşan ikili veya daha fazla oran fonksiyonlarından hareket etme durumu sözkonusu olmaktadır. Bu çeşit problemler doğal olarak çok amaçlı kesirli programlama problemlerini oluşturmaktadır. Bu çalışmada çok amaçlı doğrusal kesirli programlama problemleri için çözüm işlemleri ve adımlarının incelenmesine ve gerçek bir envanter probleminin çok amaçlı doğrusal kesirli programlama yöntemi ile çözüme ulaştırılmasına çalışılmıştır.

---

[*] M.Ü. İ.İ.B.F. Ekonometri Bölümü Yöneylem Araştırması Anabilim Dalı Dr. Öğretim Görevlisi

GİRİŞ

Matematiksel programlama gerçek problemlerin çözümüne yönelik olarak oldukça geniş bir kullanım alanına sahiptir. Doğrusal programlama modelleri başta olmak üzere yöneylem araştırması oldukça çeşitli alanlarda kullanıma elverişli çok sayıda yöntemin geliştirilmesini ve uygulamaya konulmasını sağlamış ve sağlamaya da devam etmektedir. Ancak, tüm bunlara rağmen varolan bu modellerin geliştirilerek daha geniş alanlarda kullanılabilirliğinin artırılabilmesi çeşitli faktörlerin etkisi altındadır. Bu etkenlerden ilki ve en önemlisi, gerçek problemlere uyarlanabilirliktir. İkincisi, modellerin çözülmesinde yan modellerin varlığı, üçüncüsü, gerçek problemlerin çözüm sonuçlarının kabul edilebilirliliği ve dördüncüsü ise, bu modellerin çözülebilmesi için gerekli olan araçların var olmasıdır. Gelişen günümüz bilgisayar teknolojisi sayesinde dördüncü kısıt faktörü çözüme kavuşturulmuş olsa da ilk üç faktörün zorunluluğu halen devam etmektedir[1].

Matematiksel programlama alanında uğraşı verenlerin büyük bir kısmı kurulan modellerin basitlik ve gerçeği yansıtabilme gibi iki ana özelliğe sahip olması üzerinde yoğunlaşmaktadır. Yalın modeller çözüme ulaşmak için oldukça yardımcı yöntemler olup, yalınlığı sağlamada da doğrusallık en genel yol olarak tercih edilmektedir[2].

Bu çalışmada güncel koşullarda karşılaşılan bazı gerçek problemlerin çözümlenmesinde kullanılan Kesirli Programlama yönteminin genel tanımlama ve çözüm algoritmasının açıklanmasına ve Çok Amaçlı Doğrusal Kesirli Programlama yöntemi ile çok amaçlı bir gerçek problem için çözüm değerlerinin bulunmasına çalışılmıştır.

KESİRLİ PROGRAMLAMA

Kesirli programlama ilk olarak Isbell ve Marlow tarafından 1956 yılında uygulamaya konu olmuş, daha sonra Charnes ve Cooper tarafından 1962 yılında doğrusal kesirli programlama yapısında geliştirilerek genel algoritması ortaya konmuştur. Yöntem, 1964 yılında Martos tarafından Hiperbolik Programlama ve 1987 yılında da Chadha tarafından Oran Programlama olarak ele alınmıştır. Literatür araştırmalarından da görüldüğü üzere kesirli programlama oldukça geniş bir uygulama alanına sahiptir. Bu uygulamalar yöneylem araştırması başlığı altında kaynak aktarımı, ulaştırma, üretim, finans, stokastik süreçler, markow yenileme programları, bilgi teorisi, uygulamalı doğrusal cebir ve oyun teorisi gibi çok çeşitli alanlara yayılmış durumdadır. Ayrıca bu çalışmanın uygulamasına konu olan envanter problemi üzerine ilk uygulama ise Gilmor ve Gomory

[1] Choo, E.U., Atkins, D.R., 1982. Bicriteria linear fractional programming . Journal of Optimization Theory and Applications 36, 203-220.

[2] Charnes, a., Cooper, W.W.,1962. Programming with linear fractional functionals. Navals Research Logistics Quarterly 9, 181-186.

tarafından ham maddelerin kullanım ve atık miktarları oranlarının minimizasyonuna yönelik olarak gerçekleştirilmiştir[3].

Charnes ve Cooper'ın oluşturduğu doğrusal kesirli programlamanın ardından Choo-Atkins, Kornbluth-Steuer, Nykowsky-Zolkiewski gibi araştırmacılar tarafından çeşitli Çok Amaçlı Doğrusal Kesirli Programlama Problemine yönelik olarak çözüm metodolojileri oluşturulmuştur. Ayrıca, ister doğrusal, isterse doğrusal olmayan olsun çok çeşitli alanlarda kesirli programlama ile uygulamalar yaparak tek ve çok amaca yönelik olarak kesirli programlamanın yöntem ve çözüm metodolojisine katkıda bulunmuş araştırmacılar bu çalışmanın literatür taramasına konu olmuş ve kaynakçada yeralmıştır[4].

Genel olarak, n ve d R^n de tanımlanmış gerçek bir fonksiyon olmak üzere ve x de matematiksel programlamadaki uygun çözüm setine karşılık gelecek şekilde tanımlanmış olsun. Bu durumda kesirli programlamanın matematiksel yapısını aşağıdaki gibi ifade etmek mümkündür[5],

$$Maksimizasyon \quad r(x) = \frac{n(x)}{d(x)}$$

$$Kısıtlar \quad x \in X$$

$$x \geq 0$$

d(x) in x de pozitif olduğunu kabul edecek olursak, X kümesi doğrusal kısıtlar ile sınırlandırılmış R^n fonksiyonunun bağımlı ve boş olmayan bir alt kümesi durumundadır. Burada x polihedral bir yapıya sahiptir[6].

$$Maksimizasyon \quad r(x) = \frac{n(x)}{d(x)}$$

$$Kısıtlar \quad Ax \leq C$$

$$x \geq 0$$

[3]Luhanjula, M.K., 1984. Fuzzy approachs for multiple objective linear fractional optimization. Fuzzy Sets and Systems 13, 11-23.

[4] Choo, E.U., Atkins, D.R., 1983, Connectednes Connectedness in multiple criterion fractional programming. Management science 29, 250-255.

[5] Lara, P., 1993. Multiple objective fractional programming and livestock ration formulation: a case study for diary cow diets in Spain. Agricultural Systems 41 (3), 321-334.

[6]Gupta, p., Bhatia., D., 2001. Sensivity analysis in fuzzy multiobjective linear fractional programming problem. Fuzzy Sets and Systems 122, 229-236.

Burada A, mxn boyutlu bir matris olup $c \in R^m$ dir. Şayet n ve d doğrusal pozitif kısıtlı fonksiyonlar ve X de standart olarak doğrusal programlamada olduğu üzere konvex polihedron ise doğrusal kesirli programlama,

$$Maksimizasyon \;\; r(x) = \frac{a^T x + \alpha}{b^T x + \beta}$$

$$Kısıtlar \;\; Ax \leq C$$

$$x \geq 0$$

olarak ifade edilebilir. Burada, a ve $b \in R^n$, $c \in R^m$, α ve $\beta \in R$ ve T ise ortalamaların dönüşümünü ifade etmektedir.

n(x) ve d(x) in kuadratik fonksiyonlar ve X'in de konvex polihedron olması durumunda elde edilen model Kuadratik Kesirli Programlama olarak adlandırılmaktadır[7].

n(x) in tüm x' ler için konkav, d(x)' in ve kısıt denklemlerinin konvex ve de x' in konveks polihedron olması durumunda ise Konkav Kesirli Programlama adını almaktadır. Bu tanımlama Schaible tarafından 1976 yılında Konkav-Konvex Kesirli Programlama olarak ortaya konmuştur[8].

Tüm bu adlandırmalara rağmen amaç fonksiyonu genellikle konkav bir fonksiyon özelliğine sahip olamamaktadır. Konkavlık genel olarak bir fonksiyonun konveks küme içerisindeki maximum değerinin hesaplanmasında yardımcı olmaktadır.

Çok Amaçlı Kesirli Programlama problemlerinin genel formülasyonunu ise aşağıdaki gibi ifade etmek mümkündür[9],

$$F(x) = \left\{ \frac{n_1(x)}{d_1(x)}, \frac{n_2(x)}{d_2(x)}, \ldots\ldots\ldots, \frac{n_q(x)}{d_q(x)} \right\}$$

---

[7] Kornbluth, J.S.H., Steuer, R.E., 1981. Multiple objective linear fractional programming. Management Science 27. 1024-1039.

[8] Calvete, I.H., Gale, C., 2003. A note on bilevel linear fractional programming problem. European Journal of Operational Research 152. 296-299.

[9] Pal, B.B., Moitra, B.N., Maulik, U., 2003. A goal programming procedure for fuzzy multiobjective linear fractional programming problem. Fuzz Sets And Systems 139, 395-405.

Burada, $q \geq 2$, n_k ve d_k (k=1,2,…...,q) x üzerinde tanımlanan sürekli gerçek değerler fonksiyonunu ifade etmektedir. $d_k(x)>0$ (k=1,2,……,q) tüm $x \in X$ ler için ve X ise R^n de boş olmayan konveks bir kümedir.

Çok amaçlı doğrusal programlamada olduğu gibi etkinlik kavramı çok amaçlı doğrusal kesirli programlama için de oldukça önemli bir kavram durumundadır. Etkinlik kavramı güçlü ve zayıf olmak üzere iki grupta ele alınmaktadır[10].

Güçlü etkinlik çok amaçlı doğrusal programlamadaki Pareto Etkinlik kavramıyla açıklanmaktadır. Buna göre, şayet elde edilen sonuç güçlü bir etkinliğe sahipse, tek veya birden fazla amaç fonksiyonu için tüm amaç fonksiyonlarını daha fazla tatmin edebilecek çok daha uygun bir diğer sonuç değeri bulmamız söz konusu olamamaktadır. Bunu matematiksel olarak aşağıdaki gibi ifade edbiliriz.

Şayet $x^l \in X$ noktası güçlü etkin ise herhangi bir $x \in X$ değeri söz konusu olamaz.

$r_i(x) \geq r_i(x^l)$ tüm i' ler için

$r_i(x) > r_i(x^l)$ en az bir i değeri için olmak kaydıyla.

Zayıf etkinlik kavramı ise biraz daha farklı bir durumu ifade etmektedir. Şayet yüm amaç fonksiyonları için ortak bir tatmin edici veya daha bir sonuca götürebilen bir diğer uygun çözüm bulunamıyorsa buna zayıf etkin çözüm denilmektedir. Bunu matematiksel olarak ifade edecek olursak[11],

$x^l \in X$ değeri tüm i' ler için

$r_i(x) > r_i(x^l)$ de söz konusu olamamaktadır.

E_g; tüm güçlü etkili noktalar ve E_z de tüm zayıf etkili noktalar olarak ifade edilir ise, yukarıdaki açıklamadan da anlaşılacağı üzere;

$E_g \subset E_z$ ' dir[12].

[10] Metev, B., Gueorguieva, D., 2000. A simple method for obtaining weakly efficient points in multiobjective linear fractional programming problems. European Journal of Operational Research 126, 336-390.

[11] Chadha, S.S., 1987. Hyperbolic programming-new criteria. Economic Computation and Economic Computation and Economic Cybernetics studies and Research 22 (4), 83-88.

[12] Chadha, S.S., 2002. Fractional programming with absolute-value functions. European Journal of Operational Research 141. 233-238.

ÇOK AMAÇLI DOĞRUSAL KESİRLİ PROGRAMLAMA'NIN İŞLEYİŞ ADIMLARI

Çok Amaçlı Doğrusal Kesirli Programlama Problemlerinin genel ifadesi aşağıdaki gibi yazılabilir[13].

$$Max\ \ Z(x) = \left[Z_1(x), Z_2(x), \ldots\ldots, Z_K(x) \right]$$

Kısıtlar

$$x \in \Delta = \left\{ x \in R^n : Ax \le b,\ x \ge 0 \right\}$$

$$b \in R^n,\ A \in R^{mxn}$$

ve

$$Z_i(x) = \frac{c_i x + \alpha_i}{d_i x + \beta_i} = \frac{N_i(x)}{D_i(x)};$$

$$c_i, d_i \in R^n \text{ ve } \alpha_i, \beta_i \in R$$

Bu çalışmada Çok Amaçlı Doğrusal Kesirli Programlama modellerinde doğrusal algoritmaların kullanılmasına ilişkin başlıca iki yöntem ele alınacaktır. Bu yöntemlerden ilki Nykowski-Zolkiewski (1985) Yaklaşımı ve diğeri ise Dutta-Rao-Tiwori yaklaşımıdır.

1-Nykowski-Zolkiewski Yaklaşımı

Bu yaklaşım Nykowski ve Zolkiewski tarafından 1985 yılında çok amaçlı daoğrusal kesirli programlama problemlerinin etkili uç değerlerinin elde edilmesine yönelik olarak geliştirilmiş bir yöntemdir. Genel yapısı[14],

---

[13] Charnes, a., Cooper, W.W., Rhodes, e., 1978. Measuring the efficiency of decision making units. European Journal of Operational Research 2, 429-444.

[14] Nykowski, I., Zolkiewski, Z., 1985. A compromise procedure for the multiple objective linear fractional programming problem. European Journal of Operational Research 19, 91-97.

$$F(x) = \{n_1(x), n_2(x), ..., n_q(x), -d_1(x), ..., -d_q(x)\}$$
$$x \in X$$

bu problem için E_1 in etkili çözüm kümesi olduğunu varsayalım,

$$F(x) = \{n_1(x), n_2(x), ..., n_q(x), d_1(x), ..., d_q(x)\}$$
$$x \in X$$

bu problem için E_2 nin etkili çözüm kümesi olduğunu varsayalım,

$$F(x) = \{n_1(x), n_2(x), .., n_q(x), -d_1(x), .., -d_h(x), d_{h+1}(x), ..d_q(x)\}$$
$$x \in X$$

bu problem için de E_3 ün etkili çözüm kümesi olduğunu varsayacak olursak, bu durumda çok amaçlı doğrusal programlama probleminin etkili çözümünün bulunması için gerçekleştirilmesi gereken adımlar aşağıdaki teoremden hareketle tespit edilmektedir.

Teorem:

Şayet $r_i(x) > 0$ *(i=1,2,......,q) tüm xєX ,* $E_g \subset E_1$ *için*

Şayet $r_i(x) < 0$ *(i=1,2,.....,q) tüm xєX ,* $E_g \subset E_1$ *için*

Şayet $r_i(x) > 0$ *(i=1,2,.....,h) tüm xєX, ve*

$r_i(x) > 0$ *(i=h+1,...,q) tüm xєX,* $E_g \subset E_3$ *için*

2-Dutta-Rao-Tiwori Yaklaşımı

Bu yaklaşım Charnes ve Cooper (1962) tarafından Doğrusal Kesirli Programlama problemlerinin çözümü için oluşturulan değişken dönüşümü yöntemiyle hareket etmektedir. Bu dönüşüm[15],

$$Y = \frac{1}{d(x)} x$$

$$t = \frac{\gamma}{d(x)}$$

Formülde yer alan γ genellikle 1 değerine sahip bir parametredir. Dönüşüm işlemini uygulayacak olursak;

$$\begin{aligned} Maximizasyon \quad & a^T + \alpha t \\ Kısıtlar \quad & Ay - ct \leq 0 \\ & b^T y + \beta t = 1 \\ & y, t \geq 0 \end{aligned}$$

Çok Amaçlı Doğrusal Kesirli Programlama problemleri için genel formülasyon ise[16];

[15] Dutta, D., Rao, J.R., Tiwari, R.N., 1993a. Fuzzy approaches for multiple criteria linear fractional optimization: a comment. Fuzzy Sets and Systems 54. 347-349.

[16] Dutta, D., Rao, J.R., Tiwari, R.N., 1993b. A restricted class of multiobjective linear fractional programming problems. European Journal of Operational Researc 68 (3),352-355.

$$
\begin{aligned}
& F(x) = \{n_1(y), n_2(y), \ldots\ldots., n_q(y)\} \\
& Kısıtlar \quad Ay - ct \le 0 \\
& \qquad d_1(y) = \gamma_1 \\
& \qquad d_2(y) = \gamma_2 \\
& \qquad . \qquad . \\
& \qquad . \qquad . \\
& \qquad . \qquad . \\
& \qquad d_q(y) = \gamma_q \\
& \qquad y, t \ge 0
\end{aligned}
$$

Bu ifadeden hareketle,

$$
\begin{aligned}
& F(x) = \left\{ \frac{n_1(x)}{d_1(x)}, \frac{n_2(x)}{d_2(x)}, \ldots\ldots\ldots, \frac{n_q(x)}{d_q(x)} \right\} \\
& Kısıtlar \quad Ax \le c \\
& \qquad x \ge 0
\end{aligned}
$$

ve dönüştürülmüş problem;

$$
\begin{aligned}
& F(x) = \{n_1(y), n_2(y), \ldots\ldots., n_q(y)\} \\
& Kısıtlar \quad ay - ct \le 0 \\
& \qquad d_1(y) = \gamma \\
& \qquad y, t \ge 0
\end{aligned}
$$

olarak ifade edilmektedir.

UYGULAMA

Uygulamada, üretim alanında faaliyet gösteren bir firmanın ISO 14001 Çevre Yönetim Sistemi çerçevesinde geçerli olan uygun belgeyi almaya yönelik olarak gerçekleştireceği faaliyet ve düzenlemelerden hareket edilerek işletmeye en uygun yöntemin seçilmesine çalışılmıştır. Uygulama için gerekli olan bilgiler BORUSAN OTOMOTİV A.Ş. kalite departmanından elde edilmiş olup, Borusan Otomotiv A.Ş. nin ISO 14001 Çevre Yönetim Sistemi uygulamalarından yararlanılmıştır. Uygulamada ISO 14001 Çevre Yönetim Sistemi belgesinin alınmasında işletmelere yardımcı olacağı düşünülen 3 farklı süreç tespit edilmiştir (x_1, x_2, x_3). Bu süreçlerin her birinde geçerli olmak üzere işletmenin fayda fonksiyonunun maksimizasyonu, çevreye verilen zararın minimizasyonu ve çalışanların verimliliğinin maksimizasyonu hedeflenmektedir. Kısıt değerleri olarak da teknoloji, yatırım tutarı ve dönüşüm süresi göz önüne alınmıştır.

Tablo.1' de bahsi geçen amaç ve kısıt değerleri süreç bazında yer almaktadır. Tablo.1' deki bu değerler çok amaçlı doğrusal programlamaya göre düzenlenmiştir. Ancak asıl amacımız işletmenin fayda fonksiyonunu ve çalışanların memnuniyetlerini çevreye verilen zararın minimizasyonuna oranla maksimize etmek olduğundan problem Çok Amaçlı Doğrusal Kesirli Programlama problemine dönüştürülmüştür.

Amaç ve Kısıtlar	**Süreçler**			
	X_1	X_2	X_3	
Fayda fonksiyonu maksimizasyonu	1000	3000	1500	
Çalışanların verimliliğinin maksimizasyonu	500	200	200	
Çevreye verilen zararın minimizasyonu	6000	8000	3000	
Teknoloji	1	1	1	=1000
Yatırım tutarı	4000	5000	2000	≤4.200.000
Dönüşüm süresi	1	1	1	≤0

Tablo.1 Probleme ait değerler.

$$F = \left\{ \frac{1000X_1 + 3000X_2 + 1500X_3}{6000X_1 + 8000X_2 + 3000X_3}, \frac{500X_1 + 200X_2 + 200X_3}{6000X_1 + 8000X_2 + 3000X_3} \right\}$$

$$X_1 + X_2 + X_3 = 1000$$

$$4000X_1 + 5000X_2 + 2000X_3 \leq 4.200.000$$

$$X_1 + X_2 + X_3 \leq 0$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

Tablo.1’ de yer alan probleme *Nykowski-Zolkiewski* yaklaşımını uygulayabilmek için çok amaçlı doğrusal programlama problemi çok amaçlı doğrusal kesirli programlama problemine dönüştürülmüştür. Elde edilen problemin bilgisayar paket programı yardımıyla çözümü sonucunda elde edilen değerler Tablo.2 de yer almaktadır.

Dutta-Rao-Tiwari Yaklaşımını uygulayabilmek için ise kesirli problemi y,t uzayına dönüştürmemiz gerekmektedir. Bu dönüşüm aşağıda yer almaktadır.

$$
\begin{aligned}
F = \{ & y_1 + 3y_2 + 1.5y_3, 0.5y_1 + 0.2y_2 + 0.2y_3 \} \\
& y_1 + y_2 + y_3 - 1000t \le 0 \\
& 4y_1 + 5y_2 + 2y_3 - 4200t \le 0 \\
& y_1 + y_2 + y_3 \le 0 \\
& 6y_1 + 8y_2 + 3y_3 = 1000 \\
& y, t \ge 0
\end{aligned}
$$

Nokta	X_1	X_2	X_3	*Fayda fonksiyonu*	*Çalışanların verimliliği*	*Çevreye verilen zarar*	$\frac{Fayda}{Zarar}$	$\frac{Verim}{Zarar}$
A	500	-	500	1.250.000	350.000	4.500.000	0.280	0.080
B	500	400	100	1.850	350.000	6.500.000	0.284	0.053
C	800	200	-	1.400	440.000	6.400.000	0.218	0.068
D	1000	-	-	1.000.000	500.000	6.000.000	0.166	0.083

Tablo.2 Etkili uç noktalar

Dutta-Rao-Tiwari yaklaşımıyla oluşturulan problemin çözümünden elde edilen sonuçlar Nykowski-Zolkiewski yaklaşımıyla elde edilen sonuçlar ile aynıdır.

Tablo.2’ den de görüleceği üzere oluşturulan problem için dört etkili uç nokta elde edilmiştir. Tablo.2’ de yer alan son iki kolon iki kesirli amacın hesaplanan değerlerini göstermektedir. Çok amaçlı doğrusal programlama problemi için A,B,C ve D noktaları etkili noktalar olmasına karşın, çok amaçlı doğrusal kesirli programlama problemi için ise etkili noktalar A,B ve D olup C noktası etkisiz durumdadır.

SONUÇ

Planlama problemlerinde analistin yapması gerekenlerden biri de karar alıcıya kabul edilebilir sonuçlar kümesini sunmaktır. Bir biriyle çelişen çok sayıda kriteri içeren karar problemlerinde karar alıcının karar setinde yer alan değerler içerisinden kendi amacına en uygun olanı seçebilmesi için bazı araçlara ihtiyaç duyulmaktadır. İki veya daha fazla kritere sahip problemler için etkili çözüm kümesinin bulunmasında Kesirli Programlama oldukça kullanışlı bir yöntem olarak karşımıza çıkmaktadır. Birbiri ile ilişkili iki yöntemin açıklandığı bu çalışmada Nykowski-Zolkiewski yaklaşımı daha az kısıt denklemiyle hareket etmesinden dolayı Dutta-Rao-Tiwari yaklaşımından daha kullanışlı bir yöntem olarak karşımıza çıkmaktadır.

Kesirli Programlama Yöntemi'nin gerçek problemlerin çözüme kavuşturulmasında oldukça yardımcı bir yöntem olduğu, uygulama ve karar almaya son derece katkıda bulunduğu açıktır. Ayrıca Kesirli Programlamanın ister doğrusal, ister doğrusal olmayan tek veya çok amaçlı problemlere uyarlanmasının söz konusu olması oldukça geniş bir uygulama alanına sahip olduğunu ve çok çeşitli gerçek problemleri bulabileceğini göstermektedir.

YARARLANILAN KAYNAKLAR

Calvete, I.H., Gale, C., 2003. A note on bilevel linear fractional programming problem. European Journal of Operational Research 152. 296-299.

Chadha, S.S., 1987. Hyperbolic programming-new criteria. Economic Computation and Economic Computation and Economic Cybernetics studies and Research 22 (4), 83-88.

Chadha, S.S., 2002. Fractional programming with absolute-value functions. European Journal of Operational Research 141. 233-238.

Charnes, a., Cooper, W.W.,1962. Programming with linear fractional functionals. Navals Research Logistics Quarterly 9, 181-186.

Charnes, a., Cooper, W.W., Rhodes, e., 1978. Measuring the efficiency of decision making units. European Journal of Operational Research 2, 429-444.

Choo, E.U., Atkins, D.R., 1982. Bicriteria linear fractional programming . Journal of Optimization Theory and Applications 36, 203-220.

Choo, E.U., Atkins, D.R., 1983, Connectednes Connectedness in multiple criterion fractional programming. Management science 29, 250-255.

Dutta, D., Rao, J.R., Tiwari, R.N., 1993a. Fuzzy approaches for multiple criteria linear fractional optimization: a comment. Fuzzy Sets and Systems 54. 347-349.

Dutta, D., Rao, J.R., Tiwari, R.N., 1993b. A restricted class of multiobjective linear fractional programming problems. European Journal of Operational Researc 68 (3),352-355.

Gupta, p., Bhatia., D., 2001. Sensivity analysis in fuzzy multiobjective linear fractional programming problem. Fuzzy Sets and Systems 122, 229-236.

Kornbluth, J.S.H., Steuer, R.E., 1981. Multiple objective linear fractional programming. Management Science 27. 1024-1039.

Lara, P., 1993. Multiple objective fractional programming and livestock ration formulation: a case study for diary cow diets in Spain. Agricultural Systems 41 (3), 321-334.

Luhanjula, M.K., 1984. Fuzzy approachs for multiple objective linear fractional optimization. Fuzzy Sets and Systems 13, 11-23.

Metev, B., Gueorguieva, D., 2000. A simple method for obtaining weakly efficient points in multiobjective linear fractional programming problems. European Journal of Operational Research 126, 336-390.

Nykowski, I., Zolkiewski, Z., 1985. A compromise procedure for the multiple objective linear fractional programming problem. European Journal of Operational Research 19, 91-97.

Pal, B.B., Moitra, B.N., Maulik, U., 2003. A goal programming procedure for fuzzy multiobjective linear fractional programming problem. Fuzz Sets And Systems 139, 395-405.