



The Potential of GeoGebra Software for Providing Mathematical Communication in the Light of Pre-service Teachers' Views

Yılmaz ZENGİN

Department of Mathematics and Science Education, Ziya Gökalp Education Faculty, Dicle University, Diyarbakır, Turkey, yilmazzengin@outlook.com

Received : 16.11.2016

Accepted : 03.06.2017

Abstract – The purpose of this study was to investigate the potential of GeoGebra software for providing mathematical communication in the light of pre-service teachers' views. The research was designed as single-case holistic design and conducted with 16 pre-service mathematics teachers. An open-ended questionnaire was used as a data collection tool. The obtained qualitative data were analyzed by using content analysis. As a result of analysis, it was determined that GeoGebra software directly contributed to provide mathematical communication both by helping the use of the language of mathematics correctly and by contributing to provide dynamic connections between multiple representations of concepts. It was also found that GeoGebra software contributed to provide mathematical communication not only by helping the use of the language of mathematics in self-confidence but also the development of mathematical connections skills. In addition, It was detected that GeoGebra software contributed to provide mathematical communication by supplying discussion and cooperation learning environment. It was determined that the GeoGebra software had a significant potential to provide mathematical communication in the light of pre-service teachers' views.

Key words: mathematical communication, GeoGebra software, pre-service mathematics teachers.

Summary

Introduction

Communication is a significant component of mathematics and mathematics education. Thanks to the communication process, students understand mathematical concepts better and share mathematical ideas. In this process, mathematical thoughts are developed with sharing ideas and discussion. The mathematical concepts are understood effectively in the communicative learning environment. Moreover, mathematical communication provides build meaning and permanence for ideas (NCTM, 2005). Considering the importance of the

mathematical communication, it is very significant for mathematics teacher educators and researchers to be aware of teachers' conceptions of communication as a tool for building mathematical meaning, and know how they should contribute to teachers for developing training that improve mathematical communication (Brendefur & Frykholm, 2000). In this regard, the effort of students and teachers is very significant to bring out the advantages of mathematical communication in the learning environment. Mathematics teachers should create classroom environment that supports students to express their ideas, to explain their inference, and to discuss their understanding. The teachers should use model, figure, graphics, and ICT (Information and Communication Technology) to prepare that classroom environment (MEB, 2013).

As ICT supports constructivist learning and constructivist learning theory is suitable for using technology in the classroom environment, technology offers rich learning environments for mathematics teaching. Thanks to the constructivist learning theory, a teacher's role is not to transfer mathematical knowledge to students but to build an environment that allows students to develop their own cognitive structures. GeoGebra is suitable for creating that environment and offers students and teachers good opportunities (Dikovic, 2009a). GeoGebra software, which is a dynamic mathematics software of ICTs that is suitable for using in mathematics teaching and cooperative learning, provides students to investigate multiple representations of concepts (Dikovic, 2009a; Hohenwarter, Hohenwarter, Kreis, & Lavicza, 2008). The use of GeoGebra software in the learning environment positively affects students' emotion toward mathematics (Zengin, 2015) and helps to develop their mathematical connections skills (Furner & Marinas, 2012). In addition, GeoGebra software positively effects student achievement in mathematics (Ayvaz Reis & Özdemir, 2010; Zengin, 2011) and supports students' mathematics motivation (Choi, 2010; Kutluca & Zengin, 2011). Therefore, GeoGebra software was preferred in this study. In this regard, the purpose of this study was to investigate the potential of GeoGebra software for providing mathematical communication in the light of pre-service teachers' views.

Method

The research was designed as single-case holistic design (Yin, 2003). The participants of the study consisted of 16 pre-service mathematics teachers from a state university in Turkey. The participants were chosen using the convenience sampling. In this sampling the participants were selected on the basis of being accessible or expedient (McMillan & Schumacher, 2010). The participants consisted of 12 females and 4 males. Participants' ages

ranged from 20 to 24 years. An open-ended questionnaire was used as a data collection tool. The researcher prepared questions before the implement. In addition to the support of relevant literature, sources from MEB (2013) and NCTM (2005) were referred to while writing open-ended questions. The obtained qualitative data were analyzed by using content analysis. The implementation process lasted for six weeks. In this process, *Think-Pair-Share* method (Slavin, 1995) was used in the classroom. This method was very useful for pre-service teachers because when they studied or constructed dynamic material about mathematics concepts, this method provided them cooperation and discussion environment.

Results

When qualitative data were analyzed, it was revealed that GeoGebra software provided pre-service teachers to use mathematical language, mathematical symbols and terms correctly. Similarly, they stated that this software helped them to examine multiple representations of concepts and to improve mathematical connections skills. Moreover, they could use the language of mathematics in self-confidence. It was also determined that this software created discussion and cooperation environment. They stated that these direct contributions helped them to provide mathematical communication in the classroom environment. Besides these positive contributions, this software had indirect advantages according to pre-service teachers. It was stated that GeoGebra software increased retention of knowledge and provided them practices by building material about mathematical concepts, and contributed to a good learning environment. Similarly, the pre-service teachers stated that this software helped them to visualize and concretize the lesson, it created a conceptual learning environment, and it had positive effects on students' emotions towards mathematics. Therefore, they stated that these indirect contributions helped them to provide mathematical communication in the classroom environment.

Conclusion and Suggestions

Considering the findings obtained from the open-ended questionnaires, the following direct positive contributions for providing mathematical communication in the classroom: helping the use of the language of mathematics correctly, contributing to provide dynamic connections between multiple representations of concepts, helping the use of the language of mathematics in self-confidence, development of mathematical connections skills, supplying discussion and cooperation learning environment. It was determined that the GeoGebra

software had a significant potential to provide mathematical communication in the light of pre-service teachers' views. Considering the importance of mathematical communications, mathematics teachers and pre-service teachers should learn this software and the workshop about GeoGebra should be done for teachers. The context of computer assisted mathematics instruction lesson was revised to include this software for pre-service teachers.

Öğretmen Adaylarının Görüşleri Işığında Matematiksel İletişim Sağlayabilmede GeoGebra Yazılımının Potansiyeli

Yılmaz ZENGİN

Dicle Üniversitesi, Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi
Bölümü, Diyarbakır, Türkiye, yilmazzengin@outlook.com

Makale Gönderme Tarihi: 16.11.2016

Makale Kabul Tarihi: 03.06.2017

Özet – Bu çalışmanın amacı matematiksel iletişim sağlayabilmede GeoGebra yazılımının potansiyelini öğretmen adaylarının görüşleri ışığında incelemektir. Araştırmada yöntem olarak tekli durum holistik tasarımı kullanılmış ve araştırmanın çalışma grubunu 16 matematik öğretmeni adayı oluşturmaktadır. Veri toplama aracı olarak açık uçlu görüş formu kullanılmıştır. Elde edilen nitel veriler içerik analizi yöntemiyle analiz edilmiştir. Analiz sonucunda, GeoGebra yazılımı matematiksel dili doğru kullanmaya, kavramların farklı temsilleri arasında dinamik bir ilişki sağlamaya yardımcı olarak matematiksel iletişimin sağlanmasına doğrudan katkı sağladığı belirlenmiştir. Ayrıca GeoGebra yazılımı matematiksel dili özgüvenli bir şekilde kullanmaya, kavramları tartışma ve yardımlaşma ortamında çalışmaya, ilişkilendirme becerisinin gelişmesine yardımcı olarak matematiksel iletişimin sağlanabilmesine katkı sağladığı ortaya çıkmıştır. Matematik öğretmeni adaylarının görüşleri ışığında GeoGebra yazılımının matematiksel iletişimin sağlanmasında önemli bir potansiyeli olduğu belirlenmiştir.

Anahtar kelimeler: matematiksel iletişim, GeoGebra yazılımı, matematik öğretmeni adayları.

Giriş

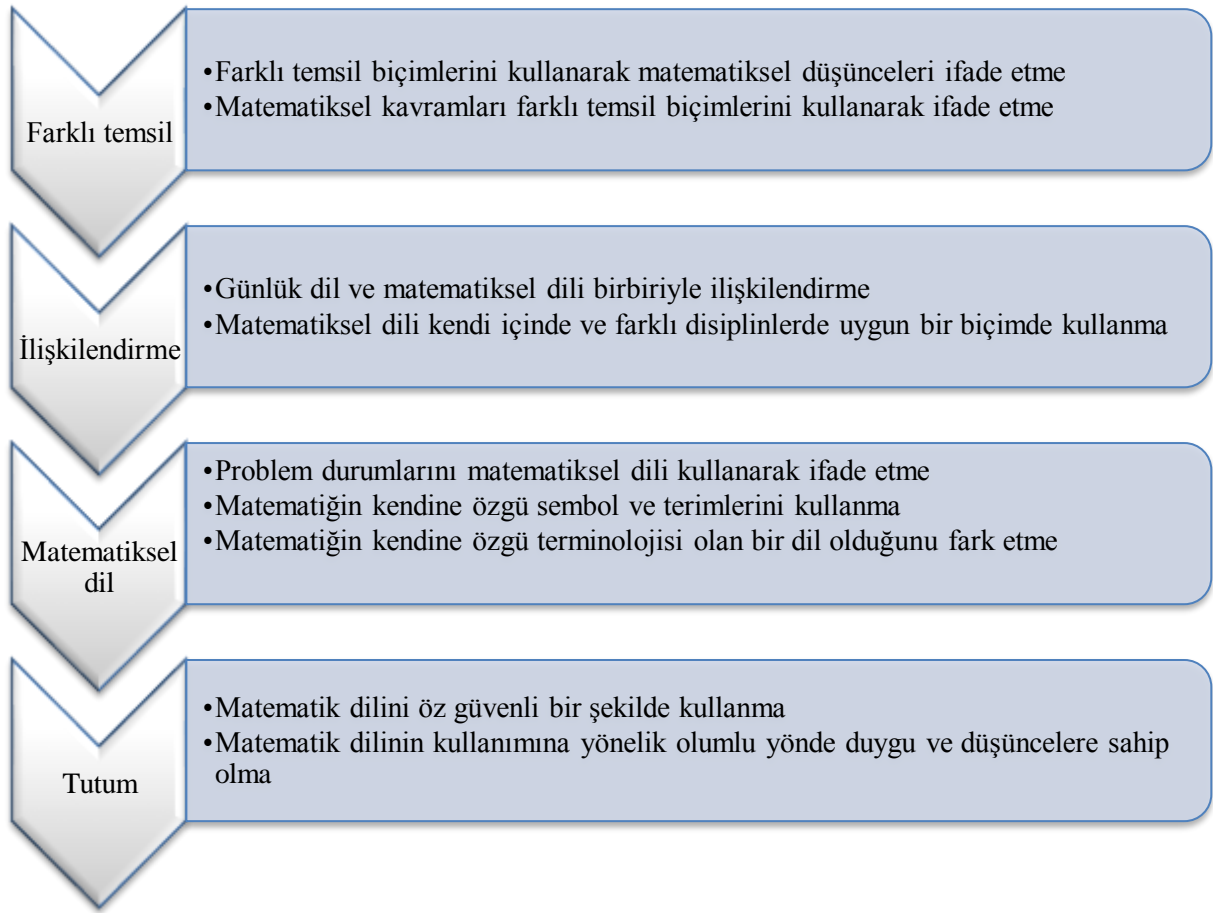
İletişim matematik ve matematik eğitiminin vazgeçilmez bir parçasıdır. Matematiksel kavramların daha iyi anlaşılması ve matematiksel fikirlerin paylaşılmasını sağlamaktadır. İletişim süresince matematiksel düşünceler fikir alış verişi ve tartışma ile gelişmektedir. Matematiksel iletişim ile kavramlar daha iyi anlaşılakta ve edinilen bilgilerin kalıcılığı artmaktadır. Öğrencilerin matematiksel bir durumu kendi cümleleriyle ifade etmesi, diyagram, sembol ve matematiksel nesnelere kullanması, sözel anlatım ve açıklamalar yapması, grafik çizmesi ve matematik hakkında yazması öğrencilerin öğrenmelerini desteklemektedir (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2005). Öğrenme ortamında matematiksel iletişimin katkılarının ortaya çıkması için öğrenci ve öğretmenin çabası önemlidir. Ayrıca öğrenme ortamında matematiksel dilin doğru ve etkili bir şekilde kullanılmasının öğrenciler için anlamlı olmasına ve buna ihtiyaç hissetmelerine bağlı olduğu,

matematikselsel iletişimde sözlü anlatımın, yazılı ve görsel ifadelerin ve gerektiğinde modellerin kullanımının büyük önem taşıdığı öğretim programında vurgulanmaktadır (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2013).

Okul matematiği öğrencilerin matematiksel terimleri iyi kullanabilecek bir seviyeye gelmesini sağlamalıdır. Bunun için uygun stratejilerin ve etkinliklerin planlanması gerekmektedir. Böylece öğrenciler düşüncelerini matematiksel dili kullanarak akıcı ve doğru bir şekilde ifade edebilmektedir. Matematiksel dilin sınıf ortamında doğru bir şekilde kullanılması öğrencilerin matematiksel düşüncelerini geliştirmektedir (Baki, 2008). Matematiksel iletişim ile matematiksel düşünme becerisi gelişen öğrenciler matematiğe yönelik olumlu duygu ve düşüncelere sahip olabilir. Böylece matematik problemleriyle ve içerikleriyle daha ilgili ve istekli çaba harcayabilir, iyi birer problem çözücü olabilirler. Problem çözme ve modelleme ile öğrencilerin matematiksel düşünme ve iletişim becerisi gelişmektedir. Lise matematik öğretim programı ile öğrencilerin matematiksel düşünme becerisi kazanmaları, matematiğe ve matematik öğrenimine değer vermeleri, problem çözme ve matematiksel iletişim becerilerinin geliştirilmesi hedeflenmektedir (MEB, 2013). Süreç becerilerinden biri olan matematiksel iletişim (NCTM, 2005) programın geliştirmeyi amaçladığı önemli becerilerden biri olmakla beraber diğer hedeflere ulaşmada da önemli bir araçtır. Matematik öğreniminde hem amaç hem de araç olarak önemli bir rolü olan matematiksel iletişimin sağlanabilmesi ve sınıf ortamına etkin ve doğru bir şekilde taşınması önem arz etmektedir. Matematiksel iletişim sınıf ortamında sağlanmasıyla öğrencilerin düşüncelerini açıklamalarına, çözümlerini doğrulamalarına, alternatif çözüm yolları için bir çerçeve oluşturmalarına ve hatalı çözüm yollarını analiz etmelerine fırsat sunmaktadır (Yackel, Cobb, & Wood, 1993). Özellikle de öğrencilerin sahip oldukları kavram yanlışlarının tanımlanmasını ve tespit edilmesini sağlamaktadır (NCTM, 2005). Kavram yanlışlığı olan öğrencilerin tanınması ve öğretmenin rehberliğinde dönütler verilmesi öğrencilerin sahip oldukları bu kavram yanlışlarının başka matematik kavramlarıyla ilişkilendirilip artmasını engellemektedir.

Öğrencilerin matematiksel iletişim becerinin gelişmesi bunun öğrenme ortamına doğru bir şekilde taşınmasıyla mümkündür. Öğretmenlerin öğrencilerin etkileşimlerini destekleyecek ortamlar oluşturması ve sınıftaki anlayışını bunu sağlayacak şekilde yapılandırması matematiksel iletişimin öğrenme ortamına yansımalarını sağlamaktadır (Brendefur & Frykholm, 2000). Öğretmenler matematik dilini kullanmada öğrencilere güven duyacakları bir ortam sunmalı ve matematik dilini kullanmada model olmalı. Öğrencilere

önce sahip oldukları matematiksel deneyimler ve yeni deneyimleri ile ilgili tartışma ve paylaşma imkanı verilmelidir (Cooke & Buchholz, 2005). Öğretmenler öğrencileri için matematik kavramları üzerine paylaşım ve tartışma yapabilecekleri öğrenme ortamları oluşturmalı ve iyi bir iletişimin kurabilmesi için öğrencilere uygun sorgulama yapabilecekleri problem, materyal ve çalışma yapraklarını sunmalıdır. Öğretim programında öğrencilerin matematiksel iletişim becerilerinin gelişmesi için kazanılması önerilen bazı davranışlar Şekil 1’de yer almaktadır (MEB, 2013).



Şekil 1 Matematiksel İletişim Becerilerinin Gelişmesinde Önemli Rol Oynayan Davranışlar

Matematiksel iletişimin sınıf ortamına taşınmasında Şekil 1 incelendiğinde (MEB, 2013); matematiksel dilin kullanımına yönelik öğrencilerin olumlu yönde tutum sergilemesi, öğrencilerden matematiksel dilin kendine özgü terim ve sembolleri barındıran bir dil olduğunu fark etmeleri, öğrencilerin matematiksel dili kendi içinde, farklı disiplinlerle ve günlük dil ile ilişkilendirerek etkin bir şekilde kullanabilmesi beklenmektedir. Ayrıca öğrencilerin matematik kavramlarının farklı temsillerini (sayısal, cebirsel, grafik) kullanma ve farklı temsillerle matematiksel düşüncelerini ifade etme gibi davranışları kazanmaları

hedeflenmektedir. Genel olarak bu dört başlığın (farklı temsil, ilişkilendirme, matematiksel dil ve tutum) öğrencilerin matematiksel iletişim becerilerinin gelişiminde önemli rol oynadığı görülmektedir. Bu değerlendirme ışığında öğretmenlerin bu temel davranışları matematiksel iletişimin gelişmesi için sınıf ortamına nasıl ve hangi araçlarla taşıyacağı önem arz etmektedir. Farklı temsil, ilişkilendirme, matematiksel dil ve tutum gibi temel dört başlığın matematiksel iletişim için önemli birer bileşen olduğu açık bir şekilde görülmektedir.

Öğrenme ortamında yaygın olarak kullanılan bilgi ve iletişim teknolojilerinden biri olan GeoGebra, öğrencilere matematik kavramlarının çoklu temsilleri üzerinde çalışmasına imkân sağlamaktadır (Dikovic, 2009a; Hohenwarter, Hohenwarter, Kreis, & Lavicza, 2008). Ayrıca öğrencilerin matematiğe yönelik duygu ve düşüncelerini olumlu yönde etkilemekte (Zengin, 2015) ve öğrencilerin ilişkilendirebilme becerilerinin gelişmesine yardımcı olmaktadır (Furner & Marinas, 2012). GeoGebra yazılımı öğrencilerin başarılarını (Ayvaz Reis & Özdemir, 2010; Zengin, 2011) ve motivasyonlarını (Choi, 2010; Kutluca & Zengin, 2011) olumlu yönde desteklemektedir. Ayrıca matematik derslerine daha görsel bir öğrenme ortamı sunmaktadır (Dikovic, 2009a; Hohenwarter & Jones, 2007). Bununla birlikte GeoGebra yazılımı öğrencilerin sınıf ortamında sosyal ve iletişim becerilerinin gelişimine yardımcı olan işbirlikli öğrenme modeliyle birlikte kolaylıkla kullanılmaktadır (Zengin, 2015). Yazılımın öğrenme ortamına sunduğu bu katkılarından dolayı matematiksel iletişimin sınıf ortamına yansımaya ne derecede fırsatlar sunabileceği araştırmada ele alınmış ve matematiksel iletişimin sağlanmasındaki potansiyeli araştırılmıştır.

Matematiksel iletişimin sağlandığı işbirlikli öğrenme ortamları öğrencilerin kavramsal öğrenmelerine fırsat sunmakta ve matematiğe yönelik tutumlarını olumlu yönde etkilemektedir (Hirschfeld-Cotton, 2008). Güncellenen öğretim programlarındaki temel unsurlardan biri öğrencilerden kendi akranlarıyla ve öğretmenleriyle matematiği tartışmaları beklentisidir. Ancak öğretim programlarında yer alan bu önemli bileşenin öğrenciler ve öğretmenler için sınıfta sağlanmasının zor olduğu tespit edilmiştir (Brenner, 1998). Bu değerlendirme ışığında matematiksel iletişimin doğru ve etkili bir şekilde sınıf ortamına taşınmasına yardımcı güncel ve pratik araçlar üzerine yapılacak araştırmaların öğretim programında önemle altı çizilen matematiksel iletişimin öğrenme ortamına yansımaya katkıda bulunabileceği düşünülmektedir. Bu bağlamda çalışmanın amacı matematik öğretmeni adaylarının görüşleri ışığında matematiksel iletişim sağlayabilmede GeoGebra yazılımının potansiyelini incelemektir. Literatürde matematiksel iletişimin öğrencilere katkıları vurgulanmış (Baki, 2008; Hirschfeld-Cotton, 2008; Yackel, Cobb, & Wood, 1993)

ancak hangi araçlarla sınıfa doğru ve etkili bir şekilde taşınabileceğiyle ilgili çalışmalara sınırlı bir düzeyde rastlanılmıştır. Özellikle teknolojinin sunduğu açık kaynak kodlu platformlardan biri olan GeoGebra yazılımının matematiksel iletişimi sağlamadaki potansiyelinin araştırılması öğrenci ve öğretmenlere matematiksel iletişimin sağlanmasında alternatif araçlar sunabilir.

Yöntem

Araştırmanın Deseni

Bu çalışmada yöntem olarak durum çalışması benimsenmiştir. Durum çalışması farklı araştırmacılar tarafından farklı şekillerde ele alınmaktadır. Merriam (1998) durum çalışmalarını; bir durumun analiz edilerek detaylı ve bütüncül bir biçimde tanımlanması olarak ele alırken Yin (1981) ise durum çalışmasını; sınırları belirgin olmayan durumların yaşantılar ve denemeler yoluyla araştırılması olarak ifade etmiştir. Creswell (2007) ise durum çalışmasını; sınırlandırılmış bir veya birkaç durumu farklı veri toplama araçları ile detaylı bir şekilde incelendiği nitel bir araştırma olarak ele almıştır. Bu çalışmada ise Yin (2003)'ün sınıflamalarından tekli durum holistik tasarımı kullanılmıştır. Tasarımda bir durum kendine has özellikleri çerçevesinde mercek altına alınarak detaylı bir şekilde incelenmektedir. Çalışmada matematiksel iletişim sağlamada GeoGebra yazılımının potansiyeli öğretmen adaylarının görüşleri ışığında detaylı bir şekilde mercek altına alındığından çalışmada tekli durum holistik tasarımı kullanılmıştır (Yin, 2003).

Çalışma Grubu

Araştırmanın çalışma grubunu 12 kız ve 4 erkek öğretmen adayı olmak üzere toplam 16 matematik öğretmeni adayı oluşturmaktadır. Yaşları 20 ile 24 arasında değişmektedir. Çalışma grubundaki öğretmen adayları kolay erişilebilir örneklem yoluyla belirlenmiştir. Bu örneklem yöntemi araştırmacıya elverişli ve ulaşılabilir bir imkan sağladığından dolayı tercih edilmiştir (McMillan & Schumacher, 2010).

Veri toplama aracı

Veri toplama aracı olarak araştırmacı tarafından geliştirilen görüş formu kullanılmıştır. 13 açık uçlu sorudan oluşan görüş formu geliştirilirken MEB (2013) ve NCTM (2005) kaynaklarından yararlanılmıştır. Veri toplama aracında bulunan bazı örnek maddeler şu şekildedir:

Matematiksel iletişim sağlayabilmede GeoGebra yazılımının potansiyeli hakkında neler düşünüyorsunuz?

GeoGebra yazılımının kavramların farklı temsil biçimleri bağlamında matematiksel iletişimin sağlanmasına yönelik değerlendirmeniz nelerdir? Açıklayınız.

GeoGebra yazılımının matematiğin kendine özgü sembol ve terimleri kullanmada olumlu veya olumsuz size nasıl bir katkısı oldu? Açıklayınız.

GeoGebra yazılımının kullanılmadığı öğrenme ortamı ile yazılımın kullanıldığı öğrenme ortamını matematiksel iletişim açısından karşılaştırdığınızda sizce ne gibi farklar vardır? Açıklayınız.

Matematik hakkında konuşma, yazma ve dinleme gibi iletişim becerilerinin geliştirilmesinde GeoGebra yazılımının kullanımı hakkında neler düşünüyorsunuz?

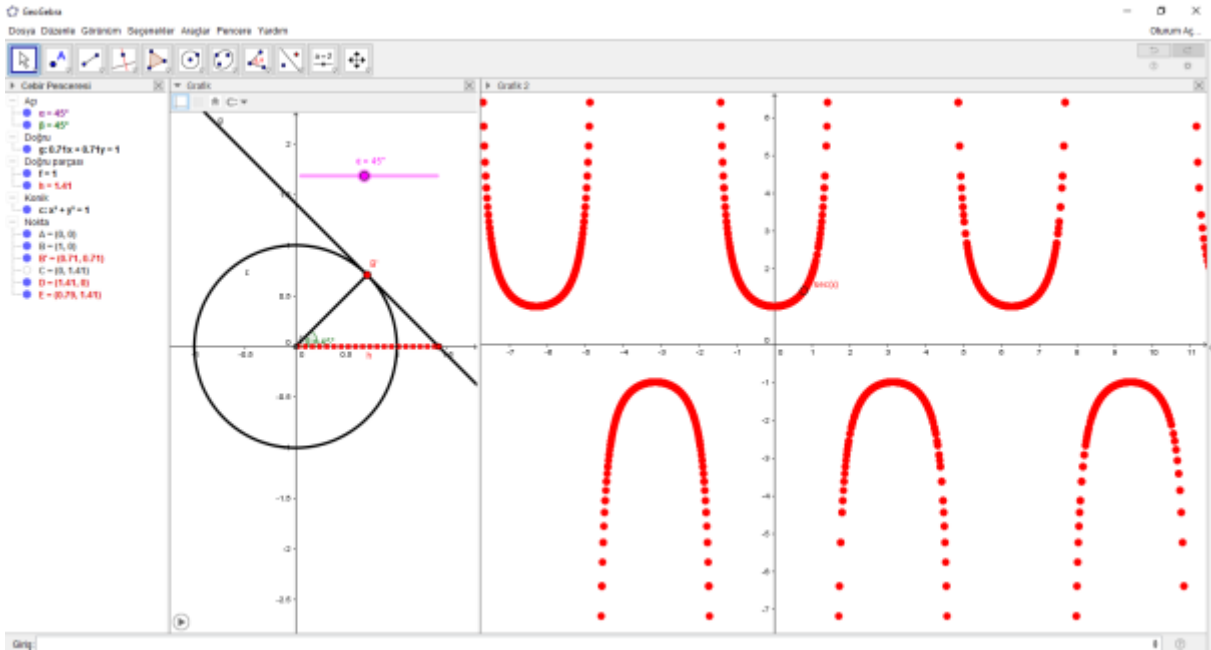
Veri Analizi

Matematiksel iletişim sağlayabilmede GeoGebra yazılımının potansiyelini matematik öğretmeni adaylarının görüşleri ışığında detaylı bir şekilde inceleyebilmek için 6 haftalık uygulama süreci sonunda öğretmen adaylarına araştırmacı tarafından görüş formu uygulanmıştır. Öğretmen adaylarından elde edilen nitel veriler içerik analizi yardımıyla analiz edilmiştir. İçerik analizinde veriler arasında bağlantı kurarak verileri açıklayabilecek kavramlara ulaşmak hedeflenmektedir. Nitel veriler öncelikle kavramsallaştırılmakta sonra veriler arasındaki bağlantılar dikkate alınarak düzenlenmekte ve buna göre veriyi açıklayan kategori veya temalar belirlenmektedir (Yıldırım & Şimşek, 2011). Ayrıca verilerin analizinde matematik öğretmeni adaylarının sayısı frekans olarak ele alınmış ve kodlara ait frekans 'F' ile gösterilmiştir. Elde edilen nitel verilerden bir kısmı eğitim bilimlerinde doktorasını yapmış bir başka araştırmacı tarafından kodlanmıştır. Kodlamalar arasında sadece kavramların farklı temsil bağlamında bir farklılık tespit edilmiştir. Ayrıca araştırmacı tarafından kodlanan nitel veriler iki nitel araştırma dersi veren uzman ve bir matematik eğitimi uzmanına gösterilmiştir. Uzmanlardan elde edilen dönütler dikkate alınarak kodlar ve kategorilere son hali verilmiştir. Matematik öğretmeni adayları ÖA1, ÖA2, ÖA3, ... , ÖA16 şeklinde kodlanmış ve öğretmen adaylarından elde edilen bazı alıntılar bu kodlamaya göre bulgular kısmında verilmiştir.

Süreç

Matematik öğretmeni adayları 6 hafta boyunca GeoGebra yazılımıyla matematik kavramları üzerinde incelemelerde bulunmuşlardır. Her hafta 4 ders saati olmak üzere toplam 2 hafta boyunca GeoGebra yazılımının temel özellikleri tanıtılmıştır. Giriş alanı, GeoGebra'nın temel araçları, cebir, grafik ve elektronik tablo pencereleri temel düzeyde öğretmen adaylarına uygulamalı bir şekilde sunulmuştur. Daha sonraki her hafta 4 ders saati

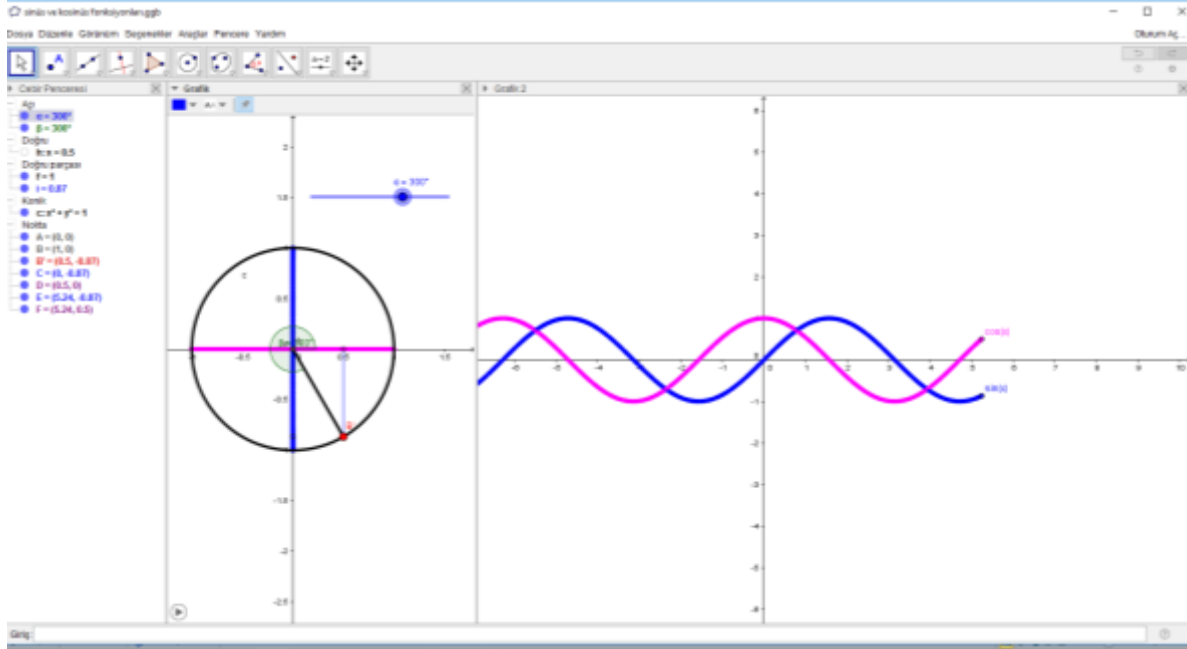
olmak üzere 4 hafta boyunca ilköğretimden yükseköğretime kadar her seviyede matematik kavramları GeoGebra yazılımı yardımıyla ele alınmıştır. Bilgisayar destekli matematik dersi kapsamında araştırmacı tarafından bu uygulamalar yapılırken informal işbirlikli metotlarından basit ve kullanışlı olan *Düşün-Eşleş-Paylaş* (*Think-Pair-Share*) tekniğiyle (Slavin, 1995) dinamik materyaller inşa edilmiş ve bu materyaller yardımıyla matematik kavramları üzerine sınıf ortamında tartışmalar gerçekleştirilmiştir. Uygulamalar süresince çember kavramından doğrunun analitik incelenmesine, fonksiyon kavramından Riemann toplamlarına, üçgen kavramından trigonometrik fonksiyonların grafiklerine kadar her seviyede farklı kavramlar ele alınmıştır. Bu kavramlardan biri olan trigonometrik fonksiyonlarla ilgili öğretmen adaylarının hazırlamış oldukları materyallerden biri Şekil 2 de verilmiştir.



Şekil 2 Sekant Fonksiyonunun Birim Çember Yardımıyla Dinamik Bir Ortamda İncelenmesi

Dersin başında tüm öğretmen adayları informal işbirlikli öğrenme metotlarından *Düşün-Eşleş-Paylaş* metodu için hemen yanındaki arkadaşıyla eşleştirilmiştir. Araştırmacı dersin başında öğretmen adaylarına sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının birim çember yardımıyla nasıl gösterildiğine dair sorular sormuştur. Öğretmen adayları sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının dik üçgen yardımıyla cebirsel temsili hakkında genellikle dönütler vermişlerdir. Öğretmen adaylarından bu fonksiyonları birim çember yardımıyla dinamik bir ortamda incelemek için birer materyal hazırlamaları istenmiştir. Öğretmen adayları önce bunu nasıl hazırlayacaklarıyla ilgili her bir öğretmen adayı yanındaki arkadaşıyla tartışmıştır. Öğretmen adayları elde ettikleri dinamik materyali inşa ettikten sonra materyallerini sınıfa

sunmuşlardır (Şekil 3). Daha sonra tanjant fonksiyonu bu şekilde ele alınmıştır. Aynı şekilde öğretmen adaylarından sekant fonksiyonunu birim çember yardımıyla inşa etmeleri istenmiştir. Her bir öğretmen adayı kendi arkadaşıyla bunu inşa etmek için beraber çalışmıştır. Yazılımda sorun yaşayanlar araştırmacı tarafından desteklenmiştir. Dinamik materyali inşa ettikten sonra her iki öğretmen adayı kendi dinamik materyallerini sınıfa sunmuş ve sınıftaki öğretmen adayları arkadaşlarına dönütler vermişlerdir. Araştırmacı daha sonra öğretmen adaylarından dinamik materyalleri hangi adımlarla inşa ettiklerini yazmalarını ve inşa adımlarını sınıftaki arkadaşlarıyla paylaşmalarını istemiştir. Materyallerin hazırlanmasında GeoGebra web sitesinden (<https://www.geogebra.org/>), Hohenwarter ve Hohenwarter (2012) ve Zengin (2011) tarafından geliştirilen kaynaklardan yararlanılmıştır.



Şekil 3 Sinüs ve Kosinüs Fonksiyonlarıyla İlgili Oluşturulan Örnek Materyallerden Bir Görüntü

4 hafta boyunca matematik kavramları informal işbirlikli metoduyla ele alınırken araştırmacı sürekli matematik öğretmeni adaylarından inşa ettikleri materyaller hakkında inşa adımları ve matematik kavramıyla ilgili önceki bilgilerini kullanarak sınıfa paylaşmalarını istemiştir.

Bulgular

Matematiksel iletişim sağlayabilmede GeoGebra yazılımının potansiyelini matematik öğretmeni adaylarının görüşleri ışığında detaylı bir şekilde inceleyebilmek amacıyla görüş formlarından elde edilen nitel veriler içerik analiziyle incelenmiştir. 16 matematik öğretmeni

adayından elde edilen verilerin analizi sonucunda oluşan kodlar ve bu kodlara ait kategori Tablo 1’de verilmiştir.

Tablo 1 Matematiksel İletişim Sağlayabilmede GeoGebra Yazılımının Rolü

Kategori	Kod	F
GeoGebra’nın matematiksel iletişime doğrudan katkıları	Sembol ve terimleri doğru kullanma	13
	Matematiksel dili kullanma	13
	Kavramların çoklu temsilleri	12
	Öz güvenin artması	11
	Tartışma	10
	Yardımlaşma	10
	İlişkilendirme	7
GeoGebra’nın matematiksel iletişime dolaylı katkıları	Kalıcı öğrenme	13
	Uygulama yaparak öğrenme	11
	Materyal inşa etme	10
	Daha iyi öğrenme	10
	Görselleştirme	10
	Olumlu duygu ve düşünce	9
	Somutlaştırma	8
	Kavramsal öğrenme	6
İlgi çekici ve eğlenceli	5	

Tablo 1 “GeoGebra’nın matematiksel iletişime doğrudan katkıları” kategorisi çerçevesinde incelendiğinde; GeoGebra yazılımının matematiksel dili, matematiğe ait sembol ve terimleri doğru bir şekilde kullanmaya fırsat sunduğu ve kavramların çoklu temsillerini kullanmaya katkı sağladığı öğretmen adaylarının çoğunluğu tarafından vurgulanmıştır. Ayrıca yazılımın matematiksel iletişim için vazgeçilmez olan tartışma ve yardımlaşma ortamını oluşturduğu, öğretmen adaylarının matematiksel dili kullanmada öz güvenlerini arttırdığı ve kavramlar arası ilişkileri anlamaya imkan sağladığı Tablo 1’de dikkati çekmektedir.

GeoGebra yazılımının matematiğe ait sembol ve terimlerin doğru bir şekilde kullanılmasını destekleyerek matematiksel iletişimin sınıf ortamına taşınmasında doğrudan katkı sağladığı öğretmen adaylarının büyük çoğunluğu tarafından ifade edilmiştir. Matematik öğretmeni adaylarının aşağıdaki görüşleri buna örnek olarak verilebilir:

“Kendi açımdan bir şeyleri sembollerle ya da terimlerle açıklamak hoş gelmiyor. Özellikle de matematikte. Sanki bu semboller ve terimler ezberlenmesi gereken kavramlar gibi geliyor ve ben ezber yapmaktan hiç hoşlanmıyorum. Bu açıdan GeoGebra’nın sembol ve terimleri kullanmama etkisinin olumlu olduğunu düşünüyorum.” (ÖA1)

“Şu ana kadar hep olumlu katkıları oldu diyebilirim. Çünkü GeoGebra’da sembolleri ve terimleri kendi çabamızla oluşturup oradan bir kurala ulaşmaya çalışırken hangi sembolü veya terimi nerede ne zaman kullanacağımızın farkına varıyorduk ve bu da bize hazır olarak sunulan bilgidan daha çok katkı sağlıyordu. Terim ve sembolleri sadece sunup, neyi nereden nasıl kullanacağımızı da bir

yönden gösterip yanlış girilen ifadelerde bizi uyararak bir nevi yol göstererek yardımcı oluyor, sembolleri ve terimleri keşfetmemizi sağlıyor.” (ÖA3)

“Sembolleri ve terimleri yanlış yazdığımızda bizi yönlendiren bir pencere açılıyor. Bunun sayesinde yanlışımızı görüp doğru sembol ve terimleri öğreniyoruz.” (ÖA16)

Öğretmen adaylarının büyük çoğunluğu GeoGebra yazılımının matematiksel dilin sınıf ortamında doğru bir şekilde kullanılmasına katkı sağladığını belirtmiştir. Bu yönde görüşlerini paylaşan bazı öğretmen adaylarının düşünceleri şu şekildedir:

“Bu yazılım ile matematik dilini kullanmayı öğreniyorum. Derste öğrenemeyip ezberlemeyi yeğlediğim teoremleri şimdi kendi ifadelerimle açıklayabiliyorum ve teoremi oluşturabiliyorum. İnsan konuşmadığı bir dili aktaramaz. Matematik dilini kullanamayınca matematik yapmak mümkün olmuyor. GeoGebra ile matematik dilini kullanabilmeyi öğrendim. Sınıf ortamında rahatlıkla matematik konuşabiliyorum mesela... Öğrencinin gerek arkadaşlarıyla gerek yazılımla bir matematiksel iletişim gerçekleştirmesine yardımcı olur. Öğrencinin mevcut matematik lügatına yeni sembol ve terimler ekler.” (ÖA5)

“Matematik dilini daha etkili bir şekilde kullanabiliyorum. GeoGebra ile yaptığım teoremler aklımda daha kalıcı oldu ve daha iyi anladım. Hem yanımdaki arkadaşım ile hem sınıf ortamıyla hem de dersin öğretmeniyle matematiksel iletişimim önemli ölçüde artış gösterdi.” (ÖA14)

“GeoGebra’daki sekmelerin üstüne geldiğimizde bize ne yapmamız gerektiğini yazıyor. Fakat biz matematik dilini kullanamazsak o sekmeyi de kullanamıyoruz. Herhangi bir üçgende verilen ölçüde açı sekmesinin üzerine geldiğimizde “Ayak noktası, daha sonra köşe seçin ve büyüklüğü girin” yazıyor. Matematiksel dili kullanamamız ayak noktasının ne olduğunu bilemeyiz... Bu konuda GeoGebra matematiksel dille kullanılan bir yazılımdır.” (ÖA16)

Matematik öğretmeni adaylarının dörtte üçü GeoGebra yazılımının kavramların farklı şekillerde temsiline imkân sağlayarak matematiksel iletişim becerilerine olumlu yönde katkı sağladığını dile getirmiştir. Buna örnek olarak öğretmen adaylarının şu görüşleri verilebilir:

“...Yazılım dinamik olmasıyla ve cebirsel, grafiksel gösterim açısından bizlere farklı bakış açıları sunarak matematik ile olan iletişimimizi artırarak konuları daha rahat bir şekilde anlamlandırabilmemize ve bütün bunları pratik bir şekilde kolayca yapabilmesine bağlıyorum.” (ÖA3)

“Öğrencinin matematiksel iletişim kuramamasının sebeplerinden biri matematik dilini tam bilmiyor ve hatalı kullanıyor olmasıdır. GeoGebra ise bu konuda bir rehber görevi üstleniyor. Yaptığımız materyallerin isimleri cebir penceresinde görerek doğru matematiksel ifadeleri öğrenmiş oluyoruz. Farklı temsil biçimlerini bünyesinde barındırması bireye çok yönlü bir öğrenme sağlıyor... Bana tamamen olumlu etkisi oldu. GeoGebra üzerinde öğrendiğim teoremleri artık daha rahat ve doğru sembol ve terimlerle ifade edebiliyorum.” (ÖA5)

“GeoGebra yazılımında kavramlar komutlar dâhilinde oluşurken gerek sayısal değeri gerek grafik olarak gerekse girilen cebirsel komut aracılığıyla çok açık anlaşılır bir sonuç elde ediliyor. Oluşan grafikte değerlerin değiştirilmesinde grafikte oluşan değişimler cebirsel ifadelerin değişmesinde

oluşan değişimler çeşitli örneklerin pekişmesinde çok yararlı olacaktır. Sayısal değerler değiştirildiğinde oluşan yeni durum ile önceki durum arasında fark ve benzerlikleri öğrenci akıl yürütme ve muhakeme etme yollarıyla kendileri bir sonuca varacaktır... GeoGebra yazılımı aracılığıyla öğrenci matematiksel iletişimini kuracaktır.” (ÖA7)

GeoGebra yazılımının matematiksel dilin kullanılmasında öz güveni artırdığı öğretmen adaylarının çoğunluğu tarafından ifade edilmiştir. Buna örnek olarak öğretmen adaylarından bazılarının ait görüşler şu şekildedir:

“GeoGebra ile bir teoremi kendi ifadelerimle anladığım şekilde aktarmak ve sınıf içinde matematik dilini rahatlıkla konuşmak matematik dilini konuşup yazmamı sağladı. Uygulamalı olarak yaparak yaşayarak yaptığım için bana çok verimli geliyor. GeoGebra ile matematik dilini daha rahat konuşmamı ve ifade edip açıklamamı sağladı aynı zamanda anladığım için kendi ifademle yazmayı da öğrendim.” (ÖA4)

“GeoGebra yazılımında gördüğüm semboller ve terimleri matematik dilinde daha iyi kullanmaya başladım. Matematik diliyle konuşurken kendime olan özgüvenimi artırdı. Sınıf ortamında daha iyi bir matematik dilini kullanmış oldum. Matematik diline ait olan kavramları daha çok kullanarak matematikle daha çok iç içe oldum. Matematiksel düşüncelerimi daha sıralı ve uygun bir biçimde belli bir düzene göre sıralayabiliyorum. Sıraladıklarım sınıf ortamında başkasına aktarırken zorlanmadan aktarabiliyorum.” (ÖA8)

“Şimdiye kadar hiçbir teoremi gözümde canlandırıp kendi cümlelerimle ifade edemiyordum. GeoGebra programını kullandıktan sonra sınıfta rahat bir şekilde kalkıp uyguladığım teoremleri kendi cümlelerimle ifade edebiliyorum... Matematiği kendimiz yaparak öğrendiğimiz için kendi cümlelerimizle ifade edip yazabiliyoruz. Yani GeoGebra matematik hakkında iletişim becerilerimi geliştirmeye yardımcıdır.” (ÖA9)

Öğretmen adaylarının üçü de (ÖA4, ÖA8 ve ÖA9) GeoGebra yazılımında matematik kavramlarını uygulama yaparak öğrendikleri için matematiksel dili öz güvenli kullanarak iletişim becerilerinin geliştiğini vurgulamıştır.

GeoGebra yazılımının öğretmen adaylarına kavramları tartışma ve yardımlaşma olanaklarıyla öğrenerek matematiksel iletişimin sağlanabilmesine doğrudan katkı sağladığı öğretmen adaylarının tarafından belirtilmiştir. Matematik öğretmeni adaylarının aşağıdaki görüşleri buna örnek olarak verilebilir:

“Sınıf ortamında GeoGebra programını kullandığımızda, bazen önce sadece teoremlerden bahsedip programda nasıl ispatlayacağımız hakkında tartışıyoruz. Yaklaşık 10-15 dk. Sürüyor tartışmalarımız. Bunun sonucunda bir bakıyoruz ki sınıfta hiç konuşmayan, derse katılmayan ya da birbiriyle herhangi bir muhabbeti olmayan arkadaşlar birbiriyle fikir alış verişi yapıyorlar. Tabi tüm bu tartışmalar matematiksel iletişim bağlamında gerçekleşiyor. Bu sebepten dolayı yazılımın matematiksel iletişimin sağlanmasında büyük roller oynadığını düşünüyorum.” (ÖA1)

“GeoGebra yazılımını kullanırken aslında yazılım ile bir matematik konusunu konuşuyor oluyorum... GeoGebra yazılımını sınıf ortamında arkadaşlarımızla kullanırken ve onlarla matematiksel iletişimdeyken onları dinleyerek... Hem de dinlediğimde yazılımda yaptıklarımı zihnimde canlandırdığımda dolayı GeoGebra yazılımında öğrenilecek çok şeyin olduğunu düşünmekteyim... Grup arkadaşımın yardımıyla vardığımız çözümü yazılım aracılığıyla sınıfa paylaşıncı bendeki bilginin pekiştiğini ve arkadaşlarımda da yeni çözüm yolu öğrendiği bir ders havası oldu.” (ÖA7)

GeoGebra yazılımı öğretmen adaylarının ilişkilendirme becerilerinin gelişimine yardımcı olarak matematiksel iletişimin sağlanmasını desteklediği matematik öğretmenleri tarafından ifade edilmiştir. Bu yönde düşüncelerini paylaşan ÖA2'nin görüşleri şu şekildedir:

“Matematiksel iletişim öğrencilerin matematiği anlamlandırma sürecinde matematiksel düşüncelerini görünür kılan ve matematiksel kavramlar ile bütüncül olarak geliştirmemiz gereken bir süreç olarak görmekteyim. Bu iletişimin etkili olması için yani matematiği yazabilmek, matematiği konuşmak veya matematiği dinlemek için kavramları anlamak, matematiği anlamlandırmak ve kavramları anlamak için de matematiği gerçek hayatla ilişkilendirmemiz gerekir veya bunu somut olarak, sezgisel olarak görmemiz gerekir. Burada da GeoGebra matematiği anlamlandırmada bir araç olur. Araçlar hedefe en kısa ve en iyi şekilde gitmemizi sağlar.” (ÖA2)

Tablo 1 “GeoGebra'nın matematiksel iletişime dolaylı katkıları” kategorisi çerçevesinde incelendiğinde; GeoGebra yazılımının kalıcı öğrenmeyi desteklediği, matematiksel kavramları dinamik bir ortamda inşa etme fırsatı sunduğu ve uygulama yaparak öğrenmeyi sağladığı öğretmen adaylarının çoğunluğu tarafından vurgulanmıştır. Ayrıca yazılım kavramların daha iyi öğrenilmesini sağladığı, matematik kavramlarının görsel ve somut bir ortamda çalışılmasına imkan sunduğu öğretmen adaylarının görüşlerinde ortaya çıkmıştır. GeoGebra yazılımı matematik öğrenme ve öğretme sürecinde önemli bir yer teşkil eden kavramsal öğrenme için uygun bir araç olduğu öğretmen adaylarının görüşleri arasında yer almaktadır. Yazılımın öğrenme ortamına ve öğrenenlere sunduğu bu olumlu katkıların doğrudan olmasa da dolaylı olarak matematiksel iletişimin sağlanabilmesine yardımcı olduğu matematik öğretmeni adayları tarafından ifade edilmiştir.

GeoGebra yazılımının edinilen bilgilerin kalıcılığını artırarak matematiksel iletişimin sağlanmasına dolaylı olarak katkı sağladığı öğretmen adaylarının büyük çoğunluğu tarafından ifade edilmiştir. Buna örnek olarak öğretmen adaylarının şu görüşleri verilebilir:

“GeoGebra matematiksel iletişimde kolaylık sağlar... GeoGebra ile çalıştığımız zaman uygulayarak deneyerek yaptığımız için öğrenmemizi ve akılda kolaylıkla kalmasını sağlar. İnsan ne de olsa uygulayarak yaptığı bir çalışmayı unutmaz hayatı boyunca neredeyse kalıcı iz bırakır.” (ÖA4)

“GeoGebra matematikte ve matematiksel iletişimde çok iyi bir rehber bence. GeoGebra kullanan birey aynı anda öğreniyor matematik konuşup yazıyor ve uyguluyor. Dolayısıyla öğrenmenin kalıcılığı sağlanmış oluyor. Kişiyeye matematiksel iletişim sağlayabileceği bir ortam sunuyor.”(ÖA5)

“GeoGebra yazılımının kullanılmadığı ortamda öğrenci konuya tamamen hâkim olamaz. Terim, sembol, grafikleri anlamada sıkıntı yaşar. Geç öğrenir. Öğrendiklerini kolaylıkla ispatlayamadığı ve bağdaştıramadığı için ifade edemez. Farklı bir şey görmediği için yorum yapamaz. Daha çok ezbere dayalı öğrenme ortamı olduğu için matematiği kavrayıp yorumlayamaz. Bildikleri kalıcı olmadığı için bir sonraki derslerde unutup diğer konularla ilişkisini çözüp matematik konuşamaz. Fakat GeoGebra yazılımının kullanıldığı ortam bunların tam tersine sebep olur. ...Duygu ve düşüncelerini sınıf ortamında rahatlıkla ifade edip matematiksel iletişimi en iyi şekilde sağlar.”(ÖA10)

ÖA4 ve ÖA5’in görüşlerine bakıldığında yazılımın öğretmen adaylarına matematiği uygulama ve deneme yaparak öğrenmelerine yardımcı olduğu bunun da edindikleri bilgilerin kalıcılığını sağladığı görülmektedir. ÖA10 da kalıcı olmayan bilgilerin unutulması bir sonraki derse taşınmadığı böylece matematiksel iletişimin sağlanamayacağını vurgulamıştır.

GeoGebra yazılımının matematiksel kavramların dinamik bir ortamda inşa edilerek kavramlar hakkında kolaylıkla inceleme imkanı sunduğu ve uygulama yaparak öğrenmeyi desteklediği öğretmen adaylarının çoğunluğu tarafından belirtilmiştir. Öğretmen adayları materyal inşa etme ve uygulama yaparak öğrenmenin dolaylı olarak matematiksel iletişim becerilerinin gelişmesine katkı sağladığını vurgulamıştır. Buna örnek olarak öğretmen adaylarının şu görüşleri verilebilir:

“Bir teoremi kendim yaparak uygulayarak yaptığımda daha verimli olduğunu kalıcı olduğunu onu kendi ifadelerimle açıklayabildiğimi ve aktarabileceğimi fark ettim. Aynı zamanda anladığım şekilde yazabildiğimi de gördüm.” (ÖA4)

“Bir teoremi kendi cümleleriyle ifade etmek zorlayıcıdır öğrenci için. Ancak GeoGebra’da teoremi inceleyen ve uygulayan bir öğrenci teoremi kendi ifadelerini kullanarak oluşturabilecek ve kalıcılığı daha fazla olacaktır. Dolayısıyla öğrenci matematik konuşabiliyor olacaktır. GeoGebra kullanılan bir ortamda matematiksel iletişimin tam anlamıyla gerçekleştiğini ve verimin arttığını söylemek mümkündür.” (ÖA5).

“GeoGebra matematiksel iletişime katkı sağlar çünkü bir teoremi inşa ederken matematiksel terminolojiyi doğru kullanmak ve etkili kullanmak zorunda olduğumuz için matematiksel iletişim gelişir... Burada öğrenci GeoGebra’yı kullanarak matematikteki terminolojiyi öğrenmiş olup kendini bu yönde geliştirir. Öğrenci yazılımı kullana kullana bazı şeyler inşa ede ede matematiksel iletişim belirli bir seviyeye gelir.” (ÖA12)

ÖA5 ve ÖA12'nin görüşlerine bakıldığında, GeoGebra ile yapılan uygulamalar ve matematiksel inşaların onları matematiğe ait sembol ve terimleri doğru kullanmaya mecbur bıraktığı görülmektedir. Çünkü bir kavramı yazılımda inşa edebilmek için doğru araçları kullanmak gereklidir. Yazılımda yanlış bir araçla bir matematiksel nesne oluşturmaya çalıştığınızda size uyarı vermektedir.

GeoGebra yazılımının matematiksel kavramları daha iyi ve kavramsal bir şekilde öğrenmeyi sağlayarak iletişimin daha sağlıklı bir şekilde oluşmasına yardımcı olduğu öğretmen adayları tarafından ifade edilmiştir. Buna örnek bazı öğretmen adaylarının görüşleri şu şekildedir:

“Matematiksel iletişim kurarken farklı yollar kullanmamı ve konular hakkında daha tutarlı konuşabilmemi sağladı. Bazı konularda örneğin trigonometride neyin nereden niçin nasıl geldiğini anladığımda da kendimi o konuda daha güvenli ve rahat bir şekilde ifade edebilecek seviyeye ulaştırdı. Bu yönden duygu ve düşüncelerimi daha güvenli ve tutarlı bir şekilde ifade edebilmemi sağladı. İnsan bir konuya ne kadar hakimse o konu hakkında kendini daha iyi bir şekilde ifade edebilir. Bu yönden GeoGebra hem konuları anlama ve anlatabilme kalitesini sayesinde matematik hakkında daha etkili konuşabilme, konuşulanları anlayabilme ve yorumlayabilme kabiliyetini artırıyor.” (ÖA3)

“GeoGebra matematiksel iletişimin artmasını sağlayan bir programdır. Bu programı kullanırken düşünürüz, tartışırız arkadaşlarımızla iletişim kurarız. Bu da matematiksel iletişimin artmasını sağlar. GeoGebra programını kullanırken matematiği daha iyi anlayıp kavrarız. Anlayıp kavradığımız için matematik hakkında konuşup tartışabiliriz. Bu da matematiksel iletişimimizi artırır.” (ÖA9)

“Kendi açımdan düşündüğüm zaman ilk haftaya göre daha çok şey öğrendim. Matematiksel iletişimde özgüvenim arttı. Uygulama sayesinde öğrendiğim bilgiler bende kalıcılık sağladı. Neyin nereden geldiğini yorumlayabiliyorum. Konular ve kavramlar arasındaki ilişkiyi görebiliyorum ve yorumlayabiliyorum. Bunu sınıf ortamında arkadaşlarımla da paylaşıp tartışabiliyorum. Matematikte dili daha etkili kullanmaya çalışıyorum. İfade edip dinledikçe daha çabuk kavrayabiliyorum. Dinledikçe eksikliği görebiliyorum. Fikrimi iyi kötü çekinmeden ifade edebiliyorum.” (ÖA10)

ÖA3 ve ÖA10'nun görüşlerine bakıldığında yazılımın kavramsal öğrenmelerini destekleyerek matematiksel dili sınıf ortamında daha güvenli bir şekilde kullandıkları görülmektedir. ÖA9 da yazılımın iletişimi artırmasıyla kavramları daha iyi anladıklarını ve bunun sonucunda da matematiksel iletişim sınıf ortamında daha da arttığını vurgulamıştır.

Matematik öğretmeni adayları GeoGebra yazılımının matematiksel kavramları daha somut ve görsel bir öğrenme ortamına taşıyarak matematiksel iletişimin sağlanmasına katkıda

bulduğunu ifade etmiştir. Bu yönde düşüncelerini paylaşan bazı öğretmen adaylarının görüşleri şu şekildedir:

“Sınıf ortamında konuları anlatırken matematiğin sadece soyut kavramlardan ibaret olmadığını ve öğrenciye somutlaştırarak anlatılabileceğini gösteren en etkili yazılımlardan biridir. Bu yönden öğrenci ile matematik arasındaki ilişki daha sağlam olacaktır ve öğrenci kendini matematik hakkında konular hakkında daha rahat ve kendinden emin bir şekilde ifade edebilecektir... Bir konuyu anlatırken özellikle matematik gibi soyut konuları olan bir konuyu anlatırken o konuyu somutlaştıracak araç gereçler ne kadar çoksa o konu o kadar verimli anlatılabilir ve anlaşılabilir.” (ÖA3)

“GeoGebra yazılımıyla ilk haftadan itibaren matematiksel kavramları iyi bir şekilde kullanabilecek seviyeye geldim. Örneğin Riemann integrali denildiği zaman sadece bir eğriyi gözümde canlandırıyorum. Bu eğrinin alt ve üst toplamlarını da görmüş oldum. Bununla beraber $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$... gibi eğrilerin görsel olarak zihnimde daha iyi canlandı. Matematik diliyle ilgili olan kavramlar arasında daha iyi bağlantı kurabiliyorum. Bir doğru ve parabolün birbiriyle olan durumlarını daha iyi yorumlayabiliyorum.” (ÖA8)

“GeoGebra matematiği konuşma imkanı sağlıyor. Matematiğin her alanına hitap ettiği için konular arasında ilişkiyi de görebiliyoruz. Böylece bir konu hakkında birden fazla fikir sahibi olabiliyoruz. Matematiksel sembol, şekil ve grafikleri inceleme fırsatımız oluyor. Ezber olmadığı için unutmuyoruz ve matematik hakkında rahatça konuşabiliyoruz... Sembol ve grafikleri ayrıntılı incelememizi sağladığı için mantığını kavramış oluyoruz ve daha iyi ifade etmemizi sağlıyor.... Anlamadığımız bir noktada farklı temsil biçimlerini göreyerek kavramayı kolaylaştırıyoruz.” (ÖA10)

ÖA3, ÖA8 ve ÖA10'un görüşlerine bakıldığında öğrenme ortamında sağlanan görselleştirme ve somutlaştırmanın matematiksel dilin kullanılmasını desteklediği görülmektedir.

Matematik öğretmeni adayları GeoGebra yazılımının matematiğe yönelik duyu ve düşüncelerini olumlu yönde etkilediğini ve ilgi çekici bir öğrenme ortamı sunduğunu belirtmiştir. Buna örnek olarak bazı öğretmen adaylarının görüşleri şu şekildedir:

“GeoGebra gibi yazılım veya başka programlarla matematik anlatıldığında öğrencilere daha ilgi çekici geliyor. Öğretmenin anlattıklarını interaktif bir ortamda görebilmek, arkadaşlarıyla ve öğretmenleriyle iletişim kurarak ortaya bir ürün çıkarmak hem öğrencinin dersi anlamasını hem de matematiksel iletişim becerilerinin gelişmesine yardımcı olması açısından katkı sağlar diye düşünüyorum.” (ÖA1)

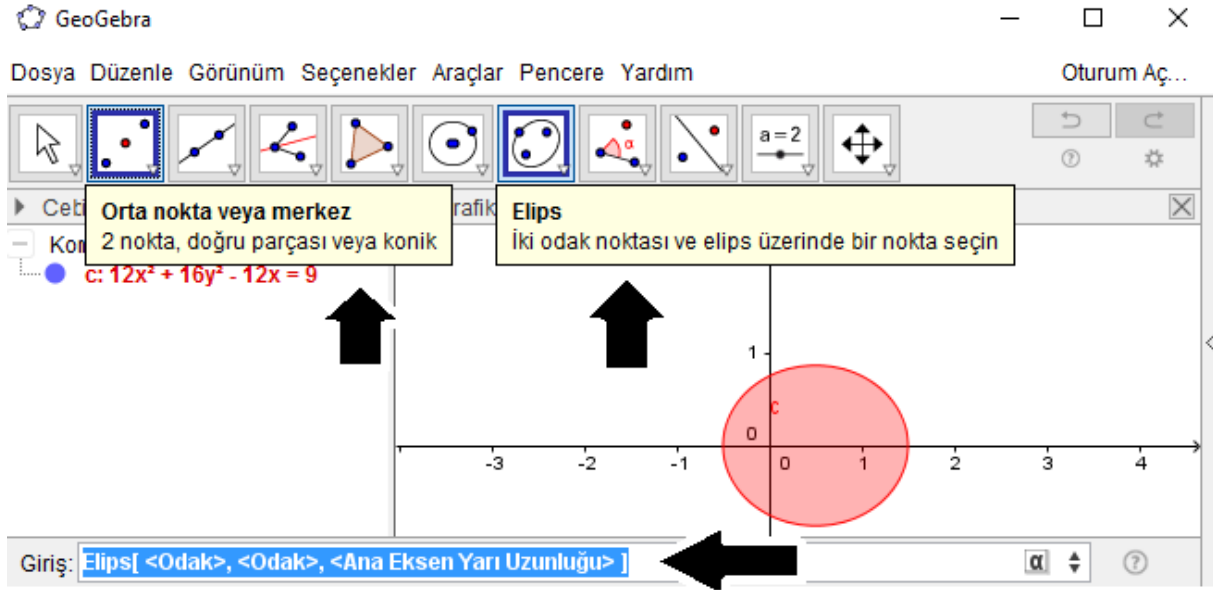
“Eğer GeoGebra programını kullanmayı bilirim bu benim için sınıf ortamında bir özgüvene sahip olmamı sağlayacaktı çünkü programı etkin ve doğru kullanırsam amacına uygun hareket edere benim ihtiyaçlarımı karşılayacak şekilde bir netliği vardır. Aynı zamanda öğrencilerin matematik fobisini azaltacağı, bu program sayesinde onlara matematik dilinin oldukça anlamlı ve konuşabilecekleri bir dil olduğunu gösterirdim.” (ÖA6)

“Sınıf ortamında arkadaşlarımızla hocalarımızla matematik diliyle konuları düşünüp tartışmak matematiğe ilişkin özgüvenimizi arttırmakla beraber matematiğe daha fazla sempati duymamızı ve değer vermemizi sağladı. Yani duygu ve düşüncelerimizde olumlu yönde etki etti.” (ÖA14)

ÖA1 ve ÖA6'nın görüşleri incelendiğinde, GeoGebra yazılımının ilgi çekici bir öğrenme ortamı sunarak ve matematiğe yönelik olumlu bakış açısının gelişmesine katkı sağlayarak iletişim becerilerini pozitif yönde etkilediği sonucu ortaya çıkmaktadır. Matematiksel dilin kullanılmasıyla matematiğe yönelik öz güven ve tutumun geliştiği ÖA14'ün görüşlerinde öne çıkmaktadır.

Tartışma

GeoGebra yazılımının matematiksel dili ve matematiğe ait sembol ve terimleri doğru kullanmaya yardımcı olarak matematiksel iletişimin sağlanmasına doğrudan katkı sağladığı belirlenmiştir. Matematik öğretmeni adaylarıyla 6 haftalık uygulama süresince GeoGebra yazılımında dinamik materyaller oluşturularak matematik kavramları ele alınmıştır. Bu süreçte öğretmen adayları kavramları yazılımda inşa etmiş ve daha sonra yazılımdaki araçları kullanarak kavramlar üzerinde sorgulamalar yapmıştır. Yazılımda matematiksel yapılar inşa edilirken o kavrama ait inşa süresince sembol ve terimlerin doğru kullanılması gerekmektedir. Aksi takdirde yazılımda o aşamadaki inşa adımında hata iletisi ekrana yansımaktadır. Ayrıca GeoGebra araçlarını kullanırken yazılım öğretmen adaylarına çeşitli ipuçları vermektedir (Şekil 4). Yazılımdaki doğru kullanmaya yardımcı olan hata iletileri ve araçların kullanımına yönelik ipuçları öğretmen adaylarının matematiksel dili, sembol ve terimleri doğru kullanmalarına yardımcı olduğu söylenebilir. ÖA3 ve ÖA16'nın sembol ve terimlerin kullanımıyla ilgili görüşleri bunu destekler niteliktedir. Ayrıca GeoGebra yazılımının öğrenme ortamında matematiksel dilin kullanılmasını desteklediği bulgusu McGuffey (2015)'in çalışması ile örtüşmektedir.



Şekil 4 Yazılımda Matematiksel İnşalar İçin Örnek İpuçları

GeoGebra yazılımı matematik kavramlarının farklı temsilleri arasında dinamik bir ilişki kurarak öğretmen adaylarının bu temsilleri tanımları ve farklı temsilleri kullanarak düşüncelerini ifade etmelerine fırsat sunmaktadır. Öğretmen adayları yazılımın matematik kavramlarının sayısal, cebirsel ve grafiksel temsillerine fırsat sunarak matematiksel iletişim becerinin geliştiğini vurgulamıştır. Yazılımın bu temsiller arasında dinamik bir ilişki sağlayarak öğretmen adaylarına farklı bir bakış açısı kazandırdığı ve böylece öğrenme ortamında matematiksel iletişimin arttığı belirlenmiştir. Matematiksel kavram ve teoremleri farklı temsiller yardımıyla öğrenerek matematiğe ait sembol ve terimleri doğru ve etkili bir biçimde kullandıkları tespit edilmiştir. ÖA3, ÖA5 ve ÖA7'nin kavramların farklı temsiller ile ilgili görüşleri bu düşünceyi desteklemektedir. Lipeikiene (2009) matematiksel iletişimde farklı temsillerin önemine vurgu yapmaktadır. Bu bağlamda çalışmada GeoGebra yazılımının öğrenme ortamında kavramların farklı temsillerini dinamik bir ortamda sunarak matematiksel iletişimin sağlanmasına yardımcı olduğu bulgusu Ng (2016)'nın sonuçlarıyla aynı doğrultudadır.

Öğretim programında öğrencilerin matematiksel iletişim becerilerinin gelişmesi için kazanması gereken davranışlardan biri öğrencilerin matematiksel dili kullanmada öz güvene sahip olmalarıdır (MEB, 2013). Elde edilen nitel bulgular öğretmen adaylarının GeoGebra yazılımı sayesinde matematiksel dili özgüvenli bir şekilde kullandıklarını göstermektedir. Yazılımın öğrenme ortamında başta uygulama yaparak öğrenmeyi desteklemesi olmak üzere öğrencilere kendi matematiksel inşalarını oluşturmalarına katkı sağlaması ve matematiğe ait

sembol ve terimlerin doğru bir şekilde kullanmaya teşvik etmesi öğretmen adaylarının matematiksel dili kullanmada özgüvene sahip olmalarını kazandırmış olabilir. ÖA4, ÖA8 ve ÖA9'un özgüven ile ilgili görüşleri bu düşüncüyü desteklemektedir. Zengin (2015)'in çalışmasındaki GeoGebra yazılımının kullanıldığı işbirlikli öğrenme ortamında öğrencilerin öz güvenlerinin arttığı bulgusu bu çalışmanın sonuçlarını desteklemektedir. Öz güvenle matematiksel dili kullanan öğretmen adaylarının öğrenme ortamında arkadaşlarıyla kavramlar hakkında fikir alışverişinde daha rahat bulunabilmeleri ve birbirlerine matematik kavramlarını yazılımda inşa ederken yardımlaşmaları beklenmektedir. Nitekim GeoGebra yazılımının öğretmen adaylarına tartışma ve yardımlaşma ortamı sunarak matematiksel iletişimin sağlanabilmesine doğrudan katkı sağladığı bulgusu bu düşüncüyü doğrulamaktadır. Stahl, Çakır, Weimar, Weusijana ve Ou (2010) çalışmalarında yazılımın öğrencilerin kavramları tartışarak öğrendikleri ortamların oluşturulmasına katkı sağladığı bulgusu bu araştırmanın sonuçlarıyla kısmen örtüşmektedir. Yazılımın matematiksel iletişimin sağlanmasında öğretmen adaylarına tartışma ve yardımlaşma ortamı sunmasının yanında ilişkilendirebilme becerilerinin gelişimi için dinamik bir ortamda kavramları inceleme imkanı vermektedir. ÖA2 matematiksel iletişimin sağlanmasında matematiğin anlamlandırılmasının önemini ifade ederek kavramların anlaşılması için gerçek hayatla ilişkilendirilmesi gerektiğini vurgulamıştır. Bunun sağlanmasında GeoGebra'nın bir araç olarak kullanılabileceğini ifade etmiştir. Dikovic (2009b) GeoGebra yazılımının öğrencilere matematiksel nesnelere ve grafikleri arasındaki ilişkileri keşfetmelerine yardımcı olduğunu, Furner ve Marinas (2013) GeoGebra'nın matematikle gerçek hayat arasında ilişkileri dinamik bir ortama aktardığını ifade etmiştir. Çalışmada elde edilen yazılımın öğretmen adaylarının ilişkilendirme becerilerini geliştirmeye yardımcı olarak matematiksel iletişimin sağlanmasına katkı sağladığı bulgusu bu çalışmaların sonuçlarıyla (Dikovic, 2009b; Furner & Marinas, 2013) kısmen benzerlik göstermektedir.

GeoGebra yazılımını matematiksel dili, matematiğe ait sembol ve terimleri doğru bir şekilde kullanma, kavramların farklı şekillerde temsil edilmesine fırsat sunarak matematiksel iletişimi sağlama, öğretmen adaylarının matematiksel dili kullanmada öz güvene sahip olma ve ilişkilendirme becerilerini geliştirme gibi doğrudan matematiksel iletişime katkıları nitel bulgularda dikkati çekmektedir. Bunun yanında GeoGebra yazılımının kalıcı öğrenmeyi, matematik kavramlarının dinamik bir ortamda inşa edilerek uygulamalar çerçevesinde daha iyi ve kavramsal bir şekilde öğrenilmesini desteklediği öğretmen adaylarının görüşlerinde ortaya çıkmaktadır. Ayrıca yazılım görsel, somut ve ilgi çekici bir öğrenme ortamı sunarak matematiğe dair duygu ve düşünceleri olumlu yönde etkilediği öğretmen adaylarının görüşleri

arasında yer almaktadır. GeoGebra yazılımının sağladığı bu olumlu katkıların matematiksel iletişimin sağlanmasına dolaylı olarak yardımcı olduğu öğretmen adaylarının görüşleri doğrultusunda söylenebilir.

GeoGebra yazılımı materyal inşa etme ve çeşitli uygulamaların yapılmasını sağlayarak öğrencilere kavramlar üzerinde farklı deneyimlerde bulunma fırsatı sunmaktadır. Bu deneyimlerle öğrencilerin edindikleri bilgilerin kalıcılığı artmaktadır. Kalıcı olmayan bilgiler öğrencilerin eski deneyimlerinden veya sahip oldukları deneyimler arasında ilişkiler kurarak yeni deneyimler oluşturma sürecinde zorluk yaşamalarına neden olabilir. Bu durumda matematiksel iletişimin sağlanmasında güçlükler ortaya çıkabilir. Nitekim ÖA4, ÖA5 ve ÖA10'un görüşleri de bu fikri desteklemektedir. Ayrıca Zengin (2015), Furner ve Marinas (2013) çalışmalarındaki GeoGebra yazılımının kalıcılığı artırdığı bulgusu bu çalışmanın sonuçlarıyla örtüşmektedir. GeoGebra yazılımının görsel ve somut bir ortam sunarak matematiksel dilin kullanılmasını desteklediği öğretmen adaylarının görüşlerinde vurgulanmıştır. Dikovic (2009a) çalışmasındaki GeoGebra yazılımının matematiksel süreçlere yeterince görsellik sağladığı yönündeki sonucu bu çalışmanın bulgusuyla aynı doğrultudadır. Yazılımın matematiksel iletişime katkıda bulunduğu bileşenlerden biri de kavramsal öğrenmedir. Kavramsal öğrenmeyle matematik daha iyi öğrenilmekte, bununla ilgili yorumlama ve sorgulamaların daha kolay yapılabilmektedir. Özellikle öğrencilerin işlemsel bilgi düzeyinde kalan bilgilerle matematiksel dili öz güvenle kullanamadıkları tespit edilmiştir. ÖA3 ve ÖA10'un neyin nereden geldiği bilindiğinde bunun hakkında matematiksel dili öz güvenle kullanacakları yönündeki görüşleri bu tespiti desteklemektedir. Bununla beraber yazılımın matematiğe yönelik duygu ve düşünceleri olumlu yönde etkileyerek matematiksel dilin öğrenme ortamına öz güvenli bir şekilde taşınmasına katkı sağladığı belirlenmiştir. Matematiksel dili kullanmada öz güvene sahip olan öğretmen adaylarının matematiğe daha fazla sempati duydukları ve bunun sonucunda matematiğe yönelik olumlu yönde tutum geliştirdikleri söylenebilir. ÖA6 ve ÖA14'ün GeoGebra yazılımının matematiğe yönelik duygu ve düşüncelerine etkisiyle ilgili görüşleri bu fikri destekler niteliktedir.

Sonuç ve Öneriler

İletişim matematik eğitiminin temel unsurları arasında yer almaktadır. Soyut ve anlaşılması zor olan matematiğin (Dienes, 1971) matematiksel iletişimin sağlanmasıyla öğrencilere daha anlaşılır geldiği ve kavramların tartışma ve yardımlaşma ortamında öğrenildiği NCTM (2005) tarafından vurgulanmaktadır. Baki (2008) öğrencilerin okulda

matematiksels dili ve terminolojiyi doğru ve etkin bir şekilde kullanmaları gerektiğini belirtmektedir. İletişimin sağlanmasıyla öğrenciler düşüncelerini açıklayabilir, elde ettikleri çözüm yolları üzerine farklı yorumlamalar yapılabilir ve hatalı çözüm yolları analiz edilebilir (Yackel, Cobb, & Wood, 1993). Bu çalışmada, öğretim programının amaçları ve geliştirmeyi hedeflediği süreç becerileri arasında yer alan matematiksels iletişimi (MEB, 2013) sağlayabilmede GeoGebra yazılımının potansiyeli öğretmen adaylarının görüşleri doğrultusunda incelenmiştir. GeoGebra yazılımı matematiksels dili, matematiğe ait sembol ve terimleri doğru kullanmaya, matematik kavramlarının farklı temsilleri arasında dinamik bir ilişki sağlamaya yardımcı olarak matematiksels iletişimin sağlanmasına doğrudan katkı sağladığı belirlenmiştir. GeoGebra yazılımı öğretmen adaylarına matematiksels dili özgüvenli bir şekilde kullanmalarına, kavramları tartışma ve yardımlaşma ortamında çalışmalarına, ilişkilendirme becerilerinin gelişmesine yardımcı olarak matematiksels iletişimin sağlanabilmesine doğrudan katkı sağladığı ortaya çıkmıştır. Ayrıca yazılımın matematik kavramlarının inşa edilerek daha kavramsal ve kalıcı bir öğrenme sağladığı öğretmen adaylarının görüşleri doğrultusunda tespit edilmiştir. Bununla beraber görsel ve somut bir öğrenme ortamında kavramların ilgi çekici bir şekilde öğrenildiği, matematiğe yönelik tutumlarının olumlu yönde etkilendiği belirlenmiştir. Yazılımın öğrenme ortamına sunduğu bu olumlu desteklerin matematiksels iletişimin sağlanmasına dolaylı olarak katkıda bulunduğu öğretmen adaylarının görüşleri doğrultusunda tespit edilmiştir. Bu değerlendirme ışığında GeoGebra yazılımının matematiksels iletişimin sağlanabilmesinde önemli bir potansiyeli olduğu görülmektedir. Matematiksels iletişimin öğretim programındaki yeri ve önemi düşünüldüğünde yazılımın sahip olduğu bu potansiyelin öğrenme ortamlarında kullanılarak iletişimin sağlanmasında önemli rol oynayacağı düşünülmektedir. Bu nedenle matematik öğretmenlerinin bu yazılımla hizmet içi eğitimlerde pratik uygulamalar çerçevesinde tanıştırılması ve öğretmen adaylarına da lisans öğrenimleri boyunca bilgisayar destekli matematik dersi veya ilgili seçmeli dersler kapsamında GeoGebra yazılımının ele alınması gerekmektedir. Matematik öğretmenleri ve öğretmen adayları bu tür yazılımlarla tanıştırıldığında hangi öğrenme yaklaşımlarıyla sınıfa yansması gerektiğiyle ilgili pratik uygulamalar yapılmalıdır. Özellikle yazılımın işbirlikli öğrenmeyi de desteklemesi göz önüne alındığında bu model çerçevesinde kullanılmasının olumlu katkıları pekiştireceği düşünülmektedir. Ayrıca GeoGebra yazılımı sınıf ortamında tablet veya telefonlara da kolaylıkla kurulabildiğinden öğrencilerle yapılacak etkinliklerde hazır materyallerin yanında inşa adımları kısa olan dinamik materyallerin de öğrenciler tarafından oluşturulması

desteklenmelidir. Bu süreçte öğretmenlerin öğrencilere materyalin inşasında kullanılacak kodları veya araçları temel düzeyde tanıtması gerekmektedir.

Kaynakça

- Ayvaz Reis, Z., & Özdemir, Ş. (2010). Using Geogebra as an information technology tool: Parabola teaching. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 9, 565-572.
- Baki, A. (2008). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi* (4. Basım). Ankara: Harf Eğitim Yayıncılık.
- Brendefur, J., & Frykholm, J. (2000). Promoting mathematical communication in the classroom: Two preservice teachers' conceptions and practices. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 3(2), 125-153.
- Brenner, M. E. (1998). Development of mathematical communication in problem solving groups by language minority students. *Bilingual Research Journal*, 22(2-4), 149-174.
- Choi, K. S. (2010). Motivating students in learning mathematics with GeoGebra. *Annals Computer Science Series*, 8(2), 65-76
- Cooke, B. D., & Buchholz, D. (2005). Mathematical communication in the classroom: A teacher makes a difference. *Early Childhood Education Journal*, 32(6), 365-369.
- Creswell, J.W. (2007). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five traditions* (2nd ed.). London: Sage.
- Dienes, Z. P. (1971). An example of the passage from the concrete to the manipulation of formal systems. *Educational Studies in Mathematics*, 3(3), 337-352.
- Dikovic, L. (2009a). Applications GeoGebra into teaching some topics of mathematics at the college level. *Computer Science and Information Systems*, 6(2), 191-203.
- Dikovic, L. (2009b). Implementing dynamic mathematics resources with GeoGebra at the college level. *International Journal of Emerging Technologies in Learning (iJET)*, 4(3), 51-54.
- Furner, J. M., & Marinas, C. A. (2012). Connecting geometry, measurement, and algebra using GeoGebra for the elementary grades. *Twenty-fourth Annual International Conference on Technology in Collegiate Mathematics* (pp. 63-72). Orlando, Florida: Pearson Education Inc.

- Hirschfeld-Cotton, K. (2008). *Mathematical communication, conceptual understanding, and students' attitudes toward mathematics*. Unpublished Master thesis. University of Nebraska, Lincoln, USA.
- Hohenwarter, J., & Hohenwarter, M. (2012). Introduction to GeoGebra⁴. Available from www.geogebra.org.
- Hohenwarter, M., & Jones, K. (2007). Ways of linking geometry and algebra, the case of Geogebra. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 27(3), 126-131.
- Hohenwarter, M., Hohenwarter, J., Kreis, Y., & Lavicza, Z. (2008). Teaching and learning calculus with free dynamic mathematics software GeoGebra. *In 11th International Congress on Mathematical Education*. Monterrey, Nuevo Leon, Mexico.
- Kutluca, T., & Zengin, Y. (2011). Matematik öğretiminde GeoGebra kullanımını hakkında öğrenci görüşlerinin değerlendirilmesi. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17, 160-172.
- Lipeikiene, J. (2009). Development of a Mathematical Communication Curriculum. *Information Sciences*, 50, 107-111.
- McGuffey, W. C. (2015). Using Strategy Games and GeoGebra to Develop Understanding of Mathematical Language. *MathAMATYC Educator*, 6 (3), 51-60.
- McMillan, J., & Schumacher, S. (2010). *Research in education: Evidence-based inquiry* (7th ed.). Boston, MA: Pearson.
- Merriam, S. B. (1998). *Qualitative Research and Case Study Applications in Education* (2nd ed.). San Francisco: Jossey Bass Publishers.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], (2013). *Ortaöğretim matematik dersi (9, 10, 11 ve 12. sınıflar) öğretim programı*. Ankara.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], (2005). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Ng, O. L. (2016). Comparing calculus communication across static and dynamic environments using a multimodal approach. *Digital Experiences in Mathematics Education*, 2(2), 1-27.
- Slavin, R. E. (1995). *Cooperative learning theory, research, and practice* (2nd ed.). Needham Heights, MA: Allyn and Bacon.

- Stahl, G., Çakir, M. P., Weimar, S., Weusijana, B. K., & Ou, J. X. (2010). Enhancing mathematical communication for virtual math teams. *Acta Didactica Napocensia*, 3(2), 101-114.
- Yackel, E., Cobb, P. & Wood, T. (1993). Developing a basis for mathematical communication within small groups. In T. Wood, P. Cobb, E. Yackel, & D. Dillon (Eds.), *Rethinking elementary school mathematics: Insights and issues, Journal for Research in Mathematics Education Monograph No. 6* (pp. 33 - 44). Reston, VA: NCTM.
- Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2011). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (8. bs.). Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yin, R. (1981). The case study crisis: Some answers. *Administrative Science Quarterly*, 26(1), 58-65.
- Yin, R.K.(2003). *Case study research (Design and Methods)*.California: Sage Publication
- Zengin, Y. (2011). *Dinamik matematik yazılımı GeoGebra'nın öğrencilerin başarılarına ve tutumlarına etkisi*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Kahramanmaraş Sütçü İmam Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü. Kahramanmaraş.
- Zengin, Y. (2015). *Dinamik matematik yazılımı destekli işbirlikli öğrenme modelinin ortaöğretim cebir konularının öğrenimi ve öğretiminde uygulanabilirliğinin incelenmesi*. Yayımlanmamış doktora tezi. Atatürk Üniversitesi, Erzurum.