

## $\pi D^* \bar{D}^*$ Üç Mezon Sisteminin Faddeev Denkleminin Sabit Merkez Yaklaşıklık Yöntemi ile İncelenmesi

Merve Aleyna AKARSU<sup>1</sup>, Melahat BAYAR<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Kocaeli Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, Fizik Bölümü, 41380, Kocaeli, Türkiye

<sup>2</sup> Kocaeli Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, Fizik Bölümü, 41380, Kocaeli, Türkiye

(Alınış / Received: 26.01.2024, Kabul / Accepted: 29.05.2024, Online Yayınlanma / Published Online: 23.08.2024)

**Anahtar Kelimeler**  
Hadronik molekül,  
Ağır Mezon,  
Faddeev Denklemi.

**Özet:** Bu çalışmada,  $\pi D^* \bar{D}^*$  üç mezon sistemi üniter kiral pertürbasyon teorisinde, Faddeev denkleminin sabit merkez yaklaşığı yöntemi kullanılarak hesaplandı. Bu yöntemde, iki parçacık küme olarak alınır ve üçüncü parçacık bu kümeden saçılarak üç parçacık sistemi araştırılır. Bu hesapta  $D^* \bar{D}^*$  durumu küme olarak alındı ve pionun bu kümeden saçılması incelendi. Pionun kümenin birinci parçacığından saçılması ( $\pi D^*$ ) ve pionun kümenin ikinci parçacığından saçılması ( $\pi \bar{D}^*$ )'nin hesabı, üniter kiral pertürbasyon teorisinde izospin bazda Bethe-Salpeter denklemi çiftlenmiş kanallarda çözülerek yapıldı. Yaptığımız hesapların sonucunda izospin  $I = 1$  olan, kütlesi 4156 MeV ve genişliği yaklaşık 130 MeV olan yarı bağlı durum elde edildi. Bulduğumuz pik;  $4153_{-35}^{+23}$  MeV kütleli ve  $136_{-35}^{+60}$  MeV genişliğe sahip olan X(4160) mezonu ile ilişkilendirildi.

## Investigation of the $\pi D^* \bar{D}^*$ Three Meson System by the Fixed Center Approximation to the Faddeev Equation

**Keywords**  
Hadronic Molecule,  
Heavy Meson,  
Faddeev Equation

**Abstract:** In this study, the  $\pi D^* \bar{D}^*$  three meson system is calculated in unitary chiral perturbation theory using the fixed center approximation to the Faddeev equation. In this method, two particles are taken as a cluster and the third particle is scattered from this cluster to search for the three particle system. In this calculation, the  $D^* \bar{D}^*$  state was taken as a cluster and the scattering of the pion from this cluster was analyzed. The scattering of the pion from the first particle of the cluster ( $\pi D^*$ ) and the scattering of the pion from the second particle of the cluster ( $\pi \bar{D}^*$ ) were calculated by solving the Bethe-Salpeter equation in the isospin basis in the unitary chiral perturbation theory in coupled channels. As a result of our calculations, we obtained a quasi-bound state with isospin  $I=1$ , mass 4156 MeV and width about 130 MeV. The peak was associated with the X(4160) meson with a mass of  $4153_{-35}^{+23}$  MeV and a width of  $136_{-35}^{+60}$  MeV.

### 1. Giriş

Parçacık fiziğinde son elli yılın en önemli araştırma konularından biri olan hadron nedir, içyapıları nasıldır, nasıl etkileşir hala güncelliğini korumaktadır. Murray Gell-Man ve George Zweig, 1964 yılında hadronları; kuark ve antikuarktan oluşan mezonlar ve üç kuarktan oluşan baryonlar olarak sınıflandırdılar [1,2]. Deneysel teknikler geliştikçe ve yüksek enerji fiziği laboratuvarlarında daha yüksek enerjilerde

çıkıldıkça deneylerde gözlenen yeni hadronların kuark modeldeki gibi basit mezon veya baryon yapısında olmadığı görüldü. Bu yeni hadronlar egzotik hadronlar olarak adlandırıldı. Egzotik hadronlara; iki kuark iki antikuarktan oluşan tetrakuarklar [3,4], dört kuark bir antikuarktan oluşan pentakuarklar [5-7], valans kuark ve gluonlar içeren hibrit mezonlar [8], hiç valans kuark içermeyen gluontopu [9,10], mezon mezon veya mezon baryondan oluşan hadronik moleküller [11] örnek olarak verilebilir. Bu çalışmada,

tılsım kuark içeren iki ağır mezon ve bir hafif mezon bir araya gelerek, üç mezonun hadronik molekül oluşturup oluşturmadığını araştırdık. Hadronlar güçlü etkileşmeler ile etkileşirler ve güçlü etkileşmelerin kuramı Kuantum Renk Dinamiğidir (KRD). KRD'de çiftlenim sabiti; düşük ve orta enerji bölgesinde büyürken, yüksek enerji bölgesinde küçülmektedir. Hadronlaşmanın olduğu orta ve düşük enerji bölgesinde çiftlenim sabitinin büyük olmasından dolayı, pertürbasyon teorisi kullanılamaz. Orta ve düşük enerji bölgesindeki çalışmalar için pertürbatif olmayan teori ve yöntemlere ihtiyaç vardır. Bu teorilerden bazıları; Kiral Pertürbasyon teorisi [12-14], Kuantum Renk Dinamiği Toplam Kuralları [15-16], Mit-Bag Model [17], Etketif Lagrange Metodu [18] ve Örgü kuramıdır [19-21]. Kiral pertürbasyon teorisi hadron fiziği araştırmalarında yoğun olarak kullanılan güçlü teorilerden biridir. Bu teoride ilk tekillik yaklaşık 400-500 MeV enerji bölgesinde oluşmaktadır. Teorinin daha yüksek enerji bölgelerinde kullanılması için çiftlenmiş kanallarda üniter genişletilmesi yapıldı [22]. Böylece Üniter Kiral pertürbasyon teorisi hafif hadronlardan ağır hadronlara kadar geniş bir bölgede ve güvenli bir şekilde kullanılmaktadır. Bu çalışmamızda üç mezon durumu üniter kiral pertürbasyon teorisi kullanılarak araştırıldı.

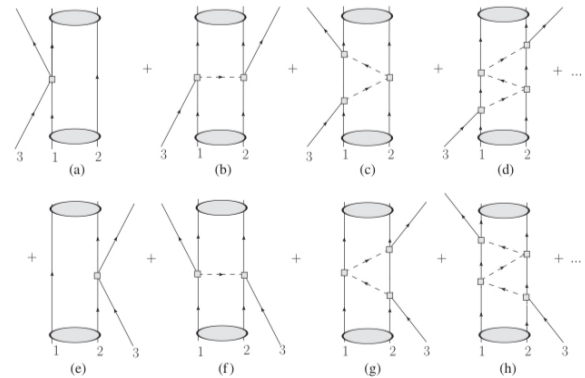
Hadronların keşfinden sonra hem deneysel hem de teorik çalışmalar hızla devam etti. Yüksek enerjilere çıktıkça tılsım, üst ve alt kuark içeren hadronlar keşfedildi. Tılsım kuark içeren  $J/\psi$ 'in keşfinden çok kısa bir süre sonra, bu hadronların molekül durumlar olabileceği fikri ortaya atıldı [23]. 2003 yılında, X(3872)'nin Belle'de gözlenmesi ile tılsım kuark içeren molekül durumlar yoğun bir şekilde çalışılmaya başlandı. Guo ve arkadaşlarının hadron molekülleri ile ilgili inceleme makalesinde ayrıntılarını verdiği, çarmonyum kütle bölgesinde, en küçük kütleli mezon mezon moleküllerinin  $D\bar{D}$ ,  $D\bar{D}^*$  ve  $D^*\bar{D}^*$  olduğunu belirtmişlerdir [11].

Bu çalışmadaki amacımız, pionun  $D^*\bar{D}^*$  ile birleşerek bir egzotik molekül oluşturup oluşturmadığını araştırmaktır. Bu üç parçacık sistemini incelemek için Faddeev denkleminin sabit merkez yaklaşıklığı (FCA) yöntemini kullandık. Makalenin ikinci bölümünde bu yöntemin  $\pi D^*\bar{D}^*$  molekül durumuna uygulanması ayrıntılı olarak verildi. Üçüncü bölümde ise elde edilen sonuçlar verilir ve tartışıldı.

## 2. Materyal ve Metot

### 2.1. Faddeev denkleminin sabit merkez yaklaşıklığı yönteminin $\pi D^*\bar{D}^*$ 'a uygulanması

Bu bölümde  $\pi D^*\bar{D}^*$  üç hadron molekül durumunu çalışacağız. Bunun için Faddeev denkleminin sabit merkez yaklaşıklığı yöntemini kullanacağız [24,25]. Bu yöntemde, iki mezon ( $D^*\bar{D}^*$ ) küme olarak alınıp,  $\pi$  mezonu bu kümeden saçırlır. Şekil 1'de  $\pi D^*\bar{D}^*$  saçılmasının Feynman diyagramları gösteriliyor. Burada 1(2) parçacıkları  $D^*$  ( $\bar{D}^*$ )'a karşılık gelmektedir. 3( $\pi$ ) parçacığı  $D^*\bar{D}^*$  kümesinden saçılmaktadır.



Şekil 1. Faddeev Denkleminin sabit merkez yaklaşıklığı için Feynman diyagramları

Pionun kümenin birinci parçacığı  $D^*$ 'dan saçılarak başlayan tüm diyagramları toplayarak elde ettiğimiz bölüşüm fonksiyonu  $T_1$  ve kümenin ikinci parçacığı  $\bar{D}^*$ 'dan saçılarak başlayan tüm diyagramların toplamıyla elde ettiğimiz bölüşüm fonksiyonu  $T_2$  olarak adlandırılır. Sonuçta  $T_1$  ve  $T_2$ :

$$\begin{aligned} T_1 &= t_1 + t_1 G_0 T_2 \\ T_2 &= t_2 + t_2 G_0 T_1 \end{aligned} \quad (1)$$

olarak verilir. Burada  $t_1$  ve  $t_2$  pionun  $D^*$  ve  $\bar{D}^*$ 'dan saçılması yani iki parçacık saçılmasıdır. İki parçacık saçılması Lipman-Swinger denkleminin görelisi olan Bethe-Salpeter denklemi çözülerek hesaplanır (Bölüm 2.2'de ayrıntılı bir şekilde verildi.). Toplam üç parçacık saçılma genliği  $T$ ,  $T_1$  ve  $T_2$  toplanarak elde edilir:

$$T = T_1 + T_2 = \frac{t_1 + t_2 + 2t_1 t_2 G_0}{1 - t_1 t_2 G_0^2} \quad (2)$$

Burada  $G_0$  üçüncü parçacığın küme içerisindeki ileticisidir ve:

$$G_0 = \frac{1}{2m_k} \int \frac{d^3 \vec{q}}{(2\pi)^3} F_k(\vec{q}) \frac{1}{q^{02} - \vec{q}^2 - m_3^2 + i\epsilon} \quad (3)$$

$$q^0 = \frac{s + m_3^2 - m_k^2}{2\sqrt{s}}$$

şeklinde yazılır. Burada  $F_k$ ,  $D^* \bar{D}^*$  kümesinin yapı sabitidir ve mezon mezon için aşağıdaki gibi yazılır:

$$F_k(\vec{q}) = \frac{1}{N} \int_{|\vec{p}-\vec{q}| < k_{max}} d^3 \vec{p} \frac{1}{2\omega_1(\vec{p})} \frac{1}{2\omega_2(\vec{p})} \frac{1}{m_k - \omega_1(\vec{p}) - \omega_2(\vec{p})} \quad (4)$$

$$\times \left( \frac{1}{2\omega_1(\vec{p}-\vec{q})} \right) \left( \frac{1}{2\omega_2(\vec{p}-\vec{q})} \right) \frac{1}{m_k - \omega_1(\vec{p}-\vec{q}) - \omega_2(\vec{p}-\vec{q})}$$

Denklem (4)'te, N normalizasyon faktörüdür:

$$N = \int_{p < k_{max}} d^3 \vec{p} \left[ \frac{1}{2\omega_1(\vec{p})} \frac{1}{2\omega_2(\vec{p})} \frac{1}{m_k - \omega_1(\vec{p}) - \omega_2(\vec{p})} \right]^2 \quad (5)$$

şeklinde hesaplanır. Yapı sabiti ve normalizasyondaki  $k_{max}$  denklem (4) ve (5)'teki integralleri regülarize eden üst sınırdır. Bu makalede, kümenin yapı sabitini hesaplarken kullandığımız integralin üst sınırı Ref. [26]'da hesaplanmış olan  $k_{max}$  değeri 1200 MeV'dir. Ref. [26]'da iki mezon loop fonksiyonun regülarizasyonu ayrıntılı bir şekilde yapılmıştır.

Denklem (4)'te  $\omega_1(\vec{p})$  ve  $\omega_2(\vec{p})$ , kümeyi oluşturan  $D^*$  ve  $\bar{D}^*$ 'ın enerjileridir. Sırasıyla  $\omega_1 = \sqrt{\vec{p}^2 + m_1^2}$  ve  $\omega_2 = \sqrt{\vec{p}^2 + m_2^2}$  ile verilir. Bir sonraki aşamada, alan normalizasyonu yapılmalıdır. Bu bağlamda tek saçılma genliği için S-matrişi:

$$S_1^{(1)} = -it_1 \frac{1}{v^2} (2\pi)^4 \delta^4(k_3 + k_k - k'_3 - k'_k) \quad (6)$$

$$\times \frac{1}{\sqrt{2\omega_3}} \frac{1}{\sqrt{2\omega'_3}} \frac{1}{\sqrt{2\omega_1}} \frac{1}{\sqrt{2\omega'_1}}$$

$$S_2^{(1)} = -it_2 \frac{1}{v^2} (2\pi)^4 \delta^4(k_3 + k_k - k'_3 - k'_k)$$

$$\times \frac{1}{\sqrt{2\omega_3}} \frac{1}{\sqrt{2\omega'_3}} \frac{1}{\sqrt{2\omega_2}} \frac{1}{\sqrt{2\omega'_2}}$$

Çift saçılma genliği için S-matrişi:

$$S^{(2)} = -i(2\pi)^4 \frac{1}{v^2} \delta^4(k_3 + k_k - k'_3 - k'_k) \quad (7)$$

$$\times \frac{1}{\sqrt{2\omega_3}} \frac{1}{\sqrt{2\omega'_3}} \frac{1}{\sqrt{2\omega_1}} \frac{1}{\sqrt{2\omega'_1}} \frac{1}{\sqrt{2\omega_2}} \frac{1}{\sqrt{2\omega'_2}}$$

$$\times \int \frac{d^3 \vec{q}}{(2\pi)^3} F_k(\vec{q}) \frac{1}{q^{02} - \vec{q}^2 - m_3^2 + i\epsilon} t_1 t_2$$

ve toplam saçılma genliği için S-matrişi:

$$S = -iT \frac{1}{v^2} (2\pi)^4 \delta^4(k_3 + k_k - k'_3 - k'_k) \quad (8)$$

$$\times \frac{1}{\sqrt{2\omega_3}} \frac{1}{\sqrt{2\omega'_3}} \frac{1}{\sqrt{2\omega_k}} \frac{1}{\sqrt{2\omega'_k}}$$

Burada,  $v$ , durumların normalize edildiği kutunun hacmidir.  $v$  değeri (6), (7), (8) denklemleri birbiri ile karşılaştırılırken sadeleşmektedir. Bu değer hesabın sonucuna etki etmediğinden sayısal değeri burada tartışılmamıştır. Denklem (6), (7) ve (8)'de  $\delta^4(k_3 + k_k - k'_3 - k'_k)$  momentum korunumunu verir.  $\omega_k$  ve  $\omega_3$  sırasıyla küme ve parçacık için enerjilerine karşılık gelir. Görüldüğü gibi tek saçılma, çift saçılma ve toplam saçılma genliklerinde alan normalizasyon faktörleri birbirinden farklıdır. Denklem (6), (7) ve (8)'i birlikte incelediğimizde ve düşük enerji bölgesinde güvenli bir şekilde kullanılan  $\sqrt{2\omega} \sim \sqrt{2m}$  yaklaşıklığını kullandığımızda, alan normalizasyonundan:

$$\tilde{t}_1 = \frac{m_k}{m_1} t_1, \quad \tilde{t}_2 = \frac{m_k}{m_2} t_2 \quad (9)$$

faktörlerini elde ederiz. Bu yeni iki parçacık saçılma genlikleri  $\tilde{t}_1$  ve  $\tilde{t}_2$  kullanılarak toplam saçılma genliği:

$$T = T_1 + T_2 = \frac{\tilde{t}_1 + \tilde{t}_2 + 2\tilde{t}_1 \tilde{t}_2 G_0}{1 - \tilde{t}_1 \tilde{t}_2 G_0^2} \quad (10)$$

elde edilir.  $\tilde{t}_1$  ve  $\tilde{t}_2$ ;  $\pi D^*$  ve  $\pi \bar{D}^*$  iki mezon saçılma genlikleridir. Bu iki parçacık saçılma genlikleri üniter kiral pertürbasyon teorisinde, Bethe-Salpeter denklemi çiftlenmiş kanallarda çözümlenerek yapılır. Çünkü  $\pi D^*$  ve  $\pi \bar{D}^*$  iki parçacık saçılmasına diğer kanallardan da katkı gelmektedir. Kiral pertürbasyon teorisinin üniterleştirilmesi ve çiftlenmiş kanalların teoriye neden dahil edilmesi gerektiği Ref. [27]'de ayrıntılı bir şekilde verilmiştir.

Dikkat edilmesi gereken diğer bir husus T'nin argümanı toplam değişmez kütle enerjisi  $s$  iken, iki parçacık  $\pi D^*$  genliğinin argümanı  $s_1$  ve  $s_2$ 'dir. Bu iki argüman aşağıdaki ifade ile birbiriyle ilişkilendirilir:

$$s_1 = s_2 = m_3^2 + m_{1(2)}^2 + \frac{1}{2}(s - m_3^2 - m_k^2) \quad (11)$$

Burada  $m_k$ ,  $D^* \bar{D}^*$  kümesinin kütesidir.

## 2.2. İki parçacık saçılması

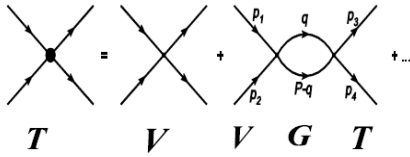
Denklem (11)'de, üç parçacık saçılma genliği ifadesindeki  $\tilde{t}_1$  ve  $\tilde{t}_2$  iki parçacık saçılma genliklerini hesaplayabilmemiz için Bethe-Salpeter denklemini çözeceğiz. Sözde skaler mezon olan pion ve  $D^*$  vektör mezonunun etkileşmesi için Bethe-Salpeter denklemi:

$$t = (\hat{1} + VG)^{-1} (-V) \vec{\mathcal{E}} \cdot \vec{\mathcal{E}}' \quad (12)$$

şeklinde yazılır. Burada  $\vec{\mathcal{E}}(\vec{\mathcal{E}}')$  gelen(çıkan) vektör mezonun polarizasyonudur. Bethe-Salpeter denkleminin diyagramatik gösterimi Şekil 2'de gösterilmektedir. Bu denklemin çözümünü üniter kiral pertürbasyon teorisinde izospin tabanda yapacağız. İzospin (I)  $I = 1/2$ 'de  $\pi D^*$  hesaplamak için sekiz çiftlenmiş kanal,  $\pi D^*$ ,  $D\rho$ ,  $\bar{K}D_s^*$ ,  $D_s\bar{K}^*$ ,  $\eta D^*$ ,  $D\omega$ ,  $\eta_c D^*$ ,  $DJ/\psi$  birlikte hesaplanır ve izospin  $I = 3/2$  için iki kanal,  $\pi D^*$ ,  $D\rho$  birlikte hesaplanır. (12) denkleminde  $V$  potansiyeldir ve izospin tabanında:

$$\tilde{V}_{i,j}^I(s, t, u) = -\frac{C_{ij}^I}{4f^2} (s - u) \varepsilon \cdot \varepsilon' \quad (13)$$

ile verilir. Burada  $s$  ve  $u$  Mandelstam değişkenleri,  $C^I$  katsayıları  $I = 1/2$  için Tablo 1'de ve  $I = 3/2$  için Tablo 2'de verilmiştir.



**Şekil 2.** Bethe-Salpeter denkleminin diyagramatik gösterimi

Denklem (12)'de  $G$ , iki mezon loop fonksiyonudur. Sözde skaler ve vektör mezon için dört vektör notasyonunda:

$$G_1 = i \int \frac{dq^4}{(2\pi)^4} \frac{1}{q^2 - m_1^2 + i\varepsilon} \frac{1}{(P - q)^2 - M_1^2 + i\varepsilon} \quad (14)$$

ile verilir. Burada,  $P$ , Şekil 2'de de görüldüğü üzere, iki mezonun dört boyutlu momentumudur ve iki mezonun durgun olduğu sistemde:  $P = (\sqrt{s}, 0)$ 'dir.

**Tablo 1.** Denklem (13)'deki  $I = 1/2$  için  $C^I$  katsayıları [28].

Kanallar	$\pi D^*$	$D\rho$	$\bar{K}D_s^*$	$D_s\bar{K}^*$	$\eta D^*$	$D\omega$	$\eta_c D^*$	$DJ/\psi$
$\pi D^*$	-2	$\frac{\gamma}{2}$	$\sqrt{\frac{3}{2}}$	0	0	$-\frac{\gamma}{2}$	0	$-\sqrt{2}\gamma$
$D\rho$	$\frac{\gamma}{2}$	-2	0	$-\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{\gamma}{2}$	0	$\sqrt{2}\gamma$	0
$\bar{K}D_s^*$	$\sqrt{\frac{3}{2}}$	0	-1	0	$-\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\sqrt{\frac{2}{3}}\gamma$	0	$\frac{2\gamma}{\sqrt{3}}$
$D_s\bar{K}^*$	0	$-\sqrt{\frac{3}{2}}$	0	-1	$-\sqrt{\frac{2}{3}}\gamma$	$-\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{2\gamma}{\sqrt{3}}$	0

$\eta D^*$	0	$\frac{\gamma}{2}$	$-\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\sqrt{\frac{2}{3}}\gamma$	0	$\frac{\gamma}{6}$	0	$\frac{\sqrt{2}\gamma}{3}$
$D\omega$	$-\frac{\gamma}{2}$	0	$-\sqrt{\frac{2}{3}}\gamma$	$-\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{\gamma}{6}$	0	$\frac{\sqrt{2}\gamma}{3}$	0
$\eta_c D^*$	0	$\sqrt{2}\gamma$	0	$\frac{2\gamma}{\sqrt{3}}$	0	$\frac{\sqrt{2}\gamma}{3}$	0	$\frac{4\gamma}{3}$
$DJ/\psi$	$-\sqrt{2}\gamma$	0	$\frac{2\gamma}{\sqrt{3}}$	0	$\frac{\sqrt{2}\gamma}{3}$	0	$\frac{4\gamma}{3}$	0

**Tablo 2.** Denklem (13)'deki  $I = 3/2$  için  $C^I$  katsayıları [29].

Kanallar	$\pi D^*$	$D\rho$
$\pi D^*$	1	1
$D\rho$	1	1

İki mezon loop fonksiyonu için, integraller analitik olarak hesaplandıktan sonra  $G_1$ :

$$G_1 = \frac{1}{16\pi^2} \left( \alpha_i + \text{Log} \frac{m_1^2}{\mu^2} + \frac{M_1^2 - m_1^2 + s}{2s} \text{Log} \frac{M_1^2}{m_1^2} \right. \\ \left. + \frac{p}{\sqrt{s}} \left( \text{Log} \frac{s - M_1^2 + m_1^2 + 2p\sqrt{s}}{-s + M_1^2 - m_1^2 + 2p\sqrt{s}} \right. \right. \\ \left. \left. + \text{Log} \frac{s + M_1^2 - m_1^2 + 2p\sqrt{s}}{-s - M_1^2 + m_1^2 + 2p\sqrt{s}} \right) \right) \quad (15)$$

elde edilir. Burada  $p$ , kütle merkezi çerçevesinde iki mezonun üç momentumudur ve aşağıdaki şekilde hesaplanır:

$$p = \frac{\sqrt{(s - (m_1 + m_2)^2)(s - (m_1 - m_2)^2)}}{2\sqrt{s}} \quad (16)$$

Denklem (15)'de  $\mu$ , regülarizasyon skalası ve  $\alpha_i$ , çıkarma sabitidir. Bu çalışmada  $\mu = 1500$  MeV ve  $\pi D^*$  için  $\alpha_i = -1,55$  olarak kullanılmıştır. Çıkarma sabiti  $\alpha_i$ , Ref. [28]'da görüleceği gibi  $C = 1$ ,  $S = 1$ ,  $I = 1/2$  sektörü için  $D_1(2430)$  mezonunu elde edecek şekilde belirlenmiştir.

### 3. Tartışma ve Sonuç

Bu bölümde  $\pi D^* \bar{D}^*$  üç mezon durumu için sonuçları vereceğiz. Faddeev denkleminin sabit merkez yaklaşıklığı yöntemi ile saçılma genliği  $T$ 'yi hesapladık. Yukarıda bahsettiğimiz gibi, hesapları izospin tabanda yaptık. Bu nedenle aynı izospin çokluda olan parçacıklar aynı kütleyle sahiptir. Hafif sözde skaler mezonların yük bazında kütleleri pion için  $m_{\pi^\pm} = 139,57$  MeV ve  $m_{\pi^0} = 134,98$  MeV'dir. Böylece izospin bazda pionun kütlelerini:

$$m_\pi = \frac{2m_{\pi^\pm} + m_{\pi^0}}{3} = 137,275 \text{ MeV} \quad (17)$$

olarak kullandık. Benzer şekilde, yük bazında vektör mezon  $m_{D^{*0}} = 2006,85$  MeV ve  $m_{D^{*\pm}} = 2010,26$  MeV kütleyle sahiptir, izospin bazda:

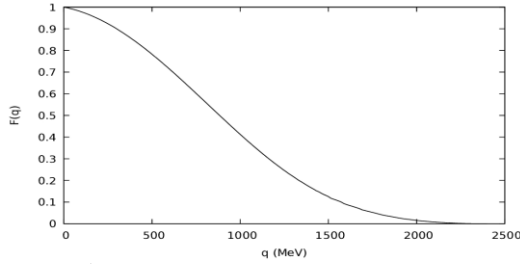
$$m_{D^*} = \frac{2m_{D^{*\pm}} + m_{D^{*0}}}{3} = 2009,123 \text{ MeV} \quad (18)$$

olarak kullandık. Potansiyelde karşımıza çıkan hafif mezonlar için leptonik bozunma sabiti  $f_\pi = 93$  MeV ve ağır mezonlar için bozunma sabiti  $f_D = 1,77 f_\pi$  olarak hesaba katıldı. Hesabımızı izospin tabanda yaptığımızdan iki parçacık saçılmaları  $t_{\pi D^*}$  ve  $t_{\pi \bar{D}^*}$ 'in  $I = 1/2$  ve  $I = 3/2$  katkılarını hesapladığımızda:

$$\langle \pi D^* \bar{D}^* | T | \pi D^* \bar{D}^* \rangle = \left( \frac{2}{3} t_{\pi D^*}^{I=3/2} + \frac{1}{3} t_{\pi D^*}^{I=1/2} \right) + \left( \frac{2}{3} t_{\pi \bar{D}^*}^{I=3/2} + \frac{1}{3} t_{\pi \bar{D}^*}^{I=1/2} \right) \quad (19)$$

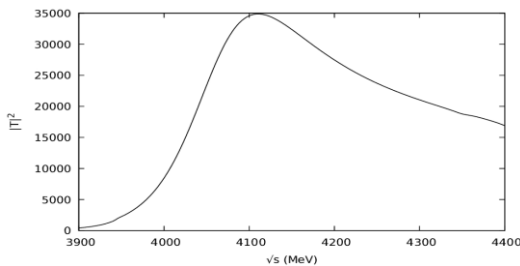
şeklinde elde ettik [29].

Üç parçacık saçılmasında  $t_{\pi D^*}$  girdi olarak kullanıldı.  $D^* \bar{D}^*$  küme olarak alındı ve pion bu kümeden saçtırılarak hesap yapıldı. Kümenin yapı sabitinin grafiği Şekil 3'te gösterilmektedir. Beklenildiği gibi yapı sabiti 1'den başlayıp azalmaktadır.



Şekil 3.  $D^* \bar{D}^*$  kümesi için yapı sabiti.

Üç mezon için genliğin mutlak değerinin karesi Şekil 4'te gösterilmektedir. Burada görüldüğü gibi pik pozisyonu parçacığın varlığını göstermektedir. Şekil 4'te görüldüğü üzere 4156 MeV kütleli ve genişliği  $\Gamma = 130$  MeV olan yarı bağlı egzotik molekül durumu vardır. Bu mezonun toplam izospini  $I = 1$ 'dir. Bulduğumuz bu molekül mezon, Particle Data Group'daki (PDG) [30]  $I^G(J^{PC}) = ?^? (?^?)$  Bilinmeyen kuantum sayılı kütleli  $4153^{+23}_{-35}$  MeV ve genişliği  $136^{+60}_{-35}$  MeV olan X(4160) mezonuna karşılık gelebilir.



Şekil 4.  $\pi D^* \bar{D}^*$  üç mezon molekül durumunu genliğinin mutlak değerinin karesi

Yani özetleyecek olursak, X(4160)  $\pi D^* \bar{D}^*$  molekül durumu olası kuvvetle muhtemeldir. Tabii ki bu öngörünün netleşmesi için farklı teorik metodların aynı sonucu vermesi için çalışmalar yapılmalıdır.

## Kaynakça

- [1] M. Gell-Mann 1964. A schematic model of baryons and mesons, Phys. Lett. 8, 214–215
- [2] G. Zweig, 1964. An SU(3) model for strong interaction symmetry and its breaking, 22-101.
- [3] H.-X. Chen et al. 2016. The hidden-charm pentaquark and tetraquark states, Physics Reports 639 1–121 101
- [4] R.L. Jaffe, 1977. Multi-Quark hadrons. 2. Methods, Phys. Rev. D 15 281.
- [5] H. Hogaasen, P. Sorba, 1978. The systematics of possibly narrow quark states with baryon number one, Nuclear Phys. B 145 119.
- [6] D. Strottman, 1979. Multi-Quark baryons and the MIT bag model, Phys. Rev. D 20, 748–767.
- [7] H.J. Lipkin, 1987. New possibilities for exotic hadrons: anticharmed strange baryons, Phys. Lett. B 195 484.
- [8] F. Bissey, F-G. Cao, A. R. Kitson A. I. Signal, D. B. Leinweber, B. G. Lasscock, A. G. Williams, 2007. Gluon flux-tube distribution and linear confinement in baryons, Physical Review D 76, 114512
- [9] S. Jia, et al., 2017. [Belle Collaboration], Search for the  $0^{--}$  glueball in  $\Upsilon(1S)$  and  $\Upsilon(2S)$  decays, Phys. Rev. D 95, 012001.
- [10] C.-F. Qiao, L. Tang, 2014. Finding the  $0^{--}$  Glueball, Phys. Rev. Lett. 113, 221601,
- [11] Feng-Kun Guo, Christoph Hanhart, Ulf-G. Meißner, Qian Wang, Qiang Zhao, and Bing-Song Zou, 2018. Hadronic molecules, Rev. Mod. Phys. 90, 015004.
- [12] J. Gasser and H. Leutwyler, 1984. Chiral perturbation theory to one loop, Ann. Phys. (N.Y.) 158, 142.

- [13] G. Ecker, J. Gasser, H. Leutwyler, A. Pich, and E. de Rafael, 1989. Chiral Lagrangians for massive spin 1 fields, Phys. Lett. B 223, 425.
- [14] U. G. Meissner, 1993. Recent developments in chiral perturbation theory, Rep. Prog. Phys. 56, 903.
- [15] M. A. Shifman, A. I. Vainshtein, and V. I. Zakharov, 1979. QCD and resonance physics. Sum rules, Nucl. Phys. B147, 385
- [16] L. J. Reinders, H. Rubinstein, and S. Yazaki, 1985. Hadron properties from QCD sum rules, Phys. Rep. 127, 1
- [17] A. Chodos, R. L. Jaffe, K. Johnson, C. B. Thorn, and V. F. Weisskopf, 1974. A New Extended Model of Hadrons Phys. Rev. D 9, 3471
- [18] Steven Weinberg, 1963. Elementary Particle Theory of Composite Particles, Phys. Rev. 130, 776
- [19] Y. Nakahara, M. Asakawa, and T. Hatsuda, 1999. Hadronicspectral functions in lattice QCD, Phys. Rev. D 60,091503.
- [20] K. Sasaki, S. Sasaki, and T. Hatsuda, 2005. Spectral analysis of excited nucleons in lattice QCD with maximum entropy method, Phys. Lett. B 623, 208.
- [21] S. Basak, R. G. Edwards, G. T. Fleming, K. J. Juge, A. Lichtl, C. Morningstar, D. G. Richards, I. Sato, and S. J. Wallace, 2007. Lattice QCD determination of patterns of excited baryon states, Phys. Rev. D 76, 074504.
- [22] J. A. Oller, E. Oset, and J. R. Pelaez, 1998. Nonperturbative Approach to Effective Chiral Lagrangians and Meson Interactions, Phys. Rev. Lett. 80, 3452.
- [23] De Rujula, A., H. Georgi, and S. L. Glashow Molecular, 1977. Charmonium: A New Spectroscopy?, Phys. Rev. Lett. 38, 317.
- [24] M. Bayar, J. Yamagata-Sekihara, and E. Oset, 2011. The  $\bar{K}NN$  system with chiral dynamics, Phys. Rev. C 84, 015209
- [25] A. Martínez Torres, E. J. Garzón, E. Oset, and L. R. Dai, 2011. Limits to the fixed center approximation to Faddeev equations: The case of the  $\phi(2170)$  Phys. Rev. D 83, 116002
- [26] J. Yamagata-Sekihara, J. Nieves, E. Oset, 2011. Couplings in couplet channels versus wave functions in the case of resonances: Application to the two  $\Lambda(1405)$  states, Physical Review D 83, 014003.
- [27] J. A. Oller, E. Oset, A. Ramos, 2000. Chiral unitary approach to meson-meson and meson-baryon interactions and nuclear applications, Prog. Part. Nucl. Phys. 45 157-242.
- [28] D. Gamermann and E. Oset, 2007. Axial resonances in the open and hidden charm sectors, Eur. Phys. J. A 33, 119.
- [29] B. Durkaya and M. Bayar, 2015. Faddeev fixed-center approximation to the  $\rho DD$  system PHYSICAL REVIEW D 92, 036006.
- [30] R. L. Workman et al. [Particle Data Group], 2022. Review of Particle Physics 083C01.