

BEKLENEN KAYIP YÖNTEMİ İLE RİSKE MARUZ DEĞER ANALİZİ*

VALUE AT RISK ANALYSIS WITH EXPECTED SHORTFALL

Mert URAL**

Türker ADAKALE***

ÖZET

Uygulamalı çalışmalar, finansal varlık getirilerinin şişman kuyruklu olduklarını ve büyük bir kısmının volatilité kümelenmesi ve asimetri ile karakterize edildiklerini göstermektedir. Bu çalışmada, iki farklı dönem (normal ve kriz) açısından çeşitli dağılımlara göre Genelleştirilmiş Asimetrik Üslü ARCH (APGARÇH) modeli uygulanarak günlük hisse senedi getirileri için Riske Maruz Değer (VaR) ve Beklenen Kayıp (ES) tutarları hesaplanmıştır. İstanbul Menkul Kıymetler Borsası'nda kısa ve uzun pozisyon alan yatırımcılar için VaR ve ES hesaplamalarının normal, Student-*t* ve GED dağılımlarına kıyasla Skewed (Çarpık) Student-*t* dağılımlı APGARÇH modeli ile daha doğru modellendiği anlaşılmıştır.

Anahtar Sözcükler: APGARÇH, Çarpık Student-*t* Dağılımı, Riske Maruz Değer, Beklenen Kayıp, Geriye Dönük Test.

ABSTRACT

Empirical studies have shown that a large number of financial asset returns exhibit fat tails and are often characterized by volatility clustering and asymmetry. This paper provides Value at Risk (VaR) and Expected Shortfall (ES) estimations for daily stock returns in two different periods (normal and crises) with the application of Generalized Asymmetric Power ARCH (APGARÇH) model according to different error distribution assumptions. The results show that the estimated VaR and ES for traders having both short and long positions in the Istanbul Stock Exchange is more accurately modeled by a Skewed Student-*t* APARÇH model than by a normal, Student-*t* or GED distributions.

Keywords: APGARÇH, Skewed Student-*t* Distribution, Value-at-Risk, Expected Shortfall, Backtesting,

* Bu çalışma, Dokuz Eylül Üniversitesi, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi, Ekonometri Bölümü tarafından Kuşadası'nda düzenlenen 9. Ekonometri ve İstatistik Sempozyumu'nda 29 Mayıs 2008 tarihinde sunulan bildirinin gözden geçirilerek düzeltilmiş ve analizleri güncelleştirilmiş halidir.

** Dokuz Eylül Üniversitesi, İİBF İktisat Bölümü, Öğretim Üyesi.

*** Dokuz Eylül Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Para ve Banka Programı.

GİRİŞ

Finansal zaman serilerinin temel istatistiksel özellikleri; aşırı basıklık (leptokurtosis, fat tail) ve çarpıklık değerlerine sahip olmaları, getiri volatilitelerinin zaman içinde değişim (heteroskedasticity) göstermeleri ve yüksek volatilité dönemlerinde asimetrik özellik taşımaları olarak sıralanabilir (Çifter, 2004:1). Bu özelliklerden en az birine sahip seriler için normal dağılım varsayımı ile oluşturulan modeller sağlıklı sonuç vermemektedir.

Çalışmada, İstanbul Menkul Kıymetler Borsası Ulusal-30 (İMKB30) Endeksi iki farklı dönem (kriz ve normal) açısından Normal, Student-*t*, Genelleştirilmiş Hata (GED) ve Skewed (Çarpık) Student-*t* dağılım ölçütlerine göre Genelleştirilmiş Asimetrik Üslü Otoresif Koşullu Değişen Varyans (Generalized Asymmetric Power Autoregressive Conditional Heteroskedasticity-APGARCH) modeli ile analiz edilmiştir. Günlük hisse senedi getirileri için bulunan Riske Maruz Değer (VaR) ve Beklenen Kayıp (ES) sonuçlarına göre, VaR ve ES hesaplamalarının Skewed Student-*t* dağılımlı APGARCH modeli ile daha doğru modellendiği anlaşılmıştır.

RİSKE MARUZ DEĞER VE BEKLENEN KAYIP YÖNTEMLERİ

Gelişen finansal piyasaların risklerini ölçmede geleneksel risk analizlerinin yetersiz kalmaları, 1990'lı yıllarda daha etkin ve tutarlı sonuçlar elde edilmesini sağlayan Riske Maruz Değer (Value at Risk-VaR) yönteminin ortaya çıkmasına yol açmıştır. Yöntem, normal piyasa koşullarında belirli bir zaman sürecinde (elde tutma süresi) ve güven düzeyinde ortaya çıkabilecek en büyük zararı ölçmektedir (Jorion, 2000:22). Basel Komite kararı ve Bankacılık Düzenleme ve Denetleme Kurumu (BDDK) yönetmeliğince güven düzeyi %99, elde tutma süresi ise en az 10 gün olarak belirlenmiştir. Bu bağlamda, gerçekleşme olasılığı (α) %1'den küçük olan zarar tutarı istatistiksel açıdan aşağıdaki gibi bir fonksiyon yardımıyla gösterilebilir:

$$VaR_{\alpha}(X) = -\inf \{x \mid P[X \leq x] > \alpha\} \quad (1)$$

Fonksiyonda X , portföy kâr/zararı, $\inf \{x \mid P[X \leq x] > \alpha\}$ ise kâr/zarar dağılımının en düşük % α değeridir. Yöntem; Parametrik, Tarihsel Simülasyon ve Monte Carlo Simülasyonu olmak üzere üç yaklaşımı kapsamaktadır. Parametrik yaklaşım, korelasyon ve kovaryans matrislerine dayanan ve normal dağılım varsayımını kapsayan bir yöntemdir. Tarihsel simülasyon yaklaşımı, geçmişte yaşanan ve kayıp (zarar) oluşturan bir olayın tekrar yaşanması halinde belirli bir güven düzeyinde mevcut kaybı gösteren bir yöntemdir. Monte Carlo simülasyon yaklaşımı ise, normal dağılıma

yakınsayacak rastsal sayı üretilmesi esasına dayanarak risk değerini hesaplayan bir yöntemdir.

Monte Carlo Simülasyon yönteminin en büyük yararı, doğrusal olmama ya da normal dağılıma uymama sorunlarını ortaya çıkaran karmaşık durumların modellenmesindeki esnekliğidir (Dowd, 2002b:287-288). Üretilen rastsal sayılardan oluşan seriler arasında gerekli korelasyonu sağlamak üzere, risk faktörlerinin geçmiş dönem verilerinden hareketle hesaplanan kovaryans matrisi, Cholesky Decomposition matrisinin devriği (transpozisi) ile çarpılarak ayrıştırılmaktadır (Jorion, 2003:97-98).

Uygulamada pratik ve daha etkin olan riske maruz değer yöntemi, normal dağılım gibi simetrik bir dağılım varsaymakta ve beklenmedik olayların yaşanması durumundaki kaybı ölçmemektedir. Finansal zaman serilerinin normal dağılıma uymaları, genellikle yüksek volatiliteye sahip olmaları nedeniyle olanaklı değildir. Normal dağılımın en önemli göstergeleri basıklık (kurtosis) ve çarpıklık (skewness) değerleridir. Serinin basıklık değerinin 3'ten büyük olması (leptokurtosis) durumunda, değerlerin uç bölgede yoğunlaştığı şişman kuyruklar (fat tail) oluşmakta, serinin çarpıklık değerinin 0'dan farklı olması durumunda ise asimetric etkiler oluşmakta ve riske maruz değer analizleri tutarsız ve yanıltıcı sonuçlar vermektedir.

Risk yönetimi alanında en önemli unsurlardan biri kullanılan analiz yönteminin etkinliğidir. Tutarlı bir risk ölçüm yönteminin (coherent risk measure) taşınması gereken özellikler Artzner vd. (1999) tarafından tanımlanmıştır. Artzner vd. göre, X ve Y iki farklı risk pozisyonunun gelecekteki değerleri olmak üzere $\rho(\cdot)$ ile ifade edilen risk ölçümünün a ve b sayıları için tutarlı (coherent) olabilmesi, aşağıdaki özellikleri taşınmasına bağlıdır (Bozkuş, 2005: 30; Acerbi ve Tasche, 2002:1491):

- 1) Sapmasızlık (Translation invariant) : $\rho(X + a) = \rho(X) - a$
- 2) Alt Toplanabilirlik (Sub-additivity) : $\rho(X + Y) \leq \rho(X) + \rho(Y)$
- 3) Pozitif Homojenlik (Homogeneity) : $b \geq 0, \rho(b.X) = b.\rho(X)$
- 4) Monotonluk (Monotonicity) : $X \leq Y, \rho(X) \geq \rho(Y)$

Sapmasızlık, portföye 'a' tutarı eklenirse bu ölçüde risk değerinin azalacağını; Alt Toplanabilirlik, portföy toplam riskinin iki varlığın ayrı ayrı risklerinin toplamından küçük olacağını; Pozitif Homojenlik, portföy büyüklüğünü 'b' gibi bir faktörle aynı oranda artırırsak, risk değerinin de aynı faktörle artacağını; Monotonluk, portföydeki negatif (düşük) değerler için riskin daha büyük olacağını ifade etmektedir.

Artzner vd., riske maruz değer, alt toplanabilirlik özelliği taşımadığından tutarlı bir risk ölçüm yöntemi olamayacağını belirtmişlerdir. Ayrıca, Uluslararası Ödemeler Bankası (Bank for International Settlements-

BIS) da, riske maruz değer in uç değer kayıplarını göz ardı ettiğini ve yetersiz olduğunu belirtmiştir. Bu eksikliği gidermek üzere, Artzner vd. (1999) ile Basak ve Shapiro (2001), alternatif bir risk ölçüm yöntemi olarak Beklenen Kayıp¹ (Expected Shortfall-ES) yöntemini önermişlerdir (Jondeau vd., 2007:318-319). Beklenen Kayıp, istatistiksel açıdan aşağıdaki gibi bir fonksiyon yardımıyla gösterilebilir:

$$ES_{\alpha}(X) = E[-X | -X \geq VaR_{\alpha}(X)] \quad (2)$$

Burada, $E[-X | A]$, A olayında X için koşullu beklenen değerdir. Beklenen kayıp, riske maruz değeri aşan kayıp (zarar) tutarı olarak tanımlanabilir. Bununla birlikte, beklenen kayıp yönteminin etkinliği kullanılan dağılım ölçütüne de bağlıdır. Risk yöneticilerinin, birden fazla risk ölçüm yöntemi kullanmaları ve elde edilen sonuçları çok dikkatli yorumlamaları gerekmektedir.

DAĞILIM ÖLÇÜTLERİ

Riske maruz değer yöntemlerinin çoğu GARCH tipi modellere benzediklerinden GARCH yapısı kullanılarak açıklanabilirler. GARCH modelleri, y_t getiri serisinin koşullu değişen varyansını modellemek için düzenlenmiştir. Ortalama ve varyans denklemleri sırasıyla (3) ve (4) nolu eşitliklerde görülmektedir (Laurent ve Peters, 2000; Laurent, 2007):

$$y_t = \mu_t + \varepsilon_t \quad (3)$$

$$\varepsilon_t = \sigma_t z_t \quad (4)$$

z_t : verilerin 0 ortalama $E[z_t] = 0$ ve birim varyanslı $Var[z_t] = 1$ i.i.d.² süreci, ε_t : hata terimi, μ_t : getiri serisinin koşullu ortalaması ve σ_t : getiri serisinin koşullu varyansıdır. Aşağıda Normal, Student- t , Genelleştirilmiş Hata (GED) ve Skewed Student- t dağılımları sırasıyla açıklanmıştır (Çifter, 2004:4-5; Bollerslev vd.,1994:2979).

Normal (Gauss) Dağılım

Doğrusal denklem modelinin varsayımlardan biri varyansın normal dağılıma sahip olduğudur. Normal dağılımda olabilirlik (log-likelihood)

¹ Terminolojide kesin bir ayırım yapılamamakla birlikte; Beklenen Kayıp (Expected Shortfall-ES), Beklenen Kuyruk Kaybı (Expected Tail Loss-ETL), Koşullu Riske Maruz Değer (Conditional Value at Risk-CVaR) aynı anlamda kullanılmaktadır.

² i.i.d = identically and independently distributed (özdeş ve bağımsız dağılmış).

değeri, T gözlem sayısı olmak üzere aşağıdaki denklem ile hesaplanmaktadır. Normal dağılımda basıklık (kurtosis) '3' ve çarpıklık (skewness) '0' değer almaktadır.

$$L_{Normal} = -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \left[\ln(2\pi) + \ln(\sigma_t^2) + z_t^2 \right] \quad (5)$$

Student-t Dağılımı

Zaman serileri genellikle şişman kuyruk özelliğine sahip olduklarından Bollerslev (1987), Student-t dağılımının GARCH modellerinde kullanılmasını önermiştir. Student-t dağılımı normal dağılıma benzer şekilde simetrik bir dağılımdır ve olabirlik aşağıdaki denklem ile hesaplanmaktadır. Denklemden ν serbestlik derecesini ($2 < \nu \leq \infty$) ve $\Gamma(\cdot)$ gamma fonksiyonunu ifade etmektedir.

$$L_{Student} = \ln \left[\Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right) \right] - \ln \left[\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right) \right] - \frac{1}{2} \ln[\pi(\nu-2)] - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \left[\ln(\sigma_t^2) + (1+\nu) \ln \left(1 + \frac{z_t^2}{\nu-2} \right) \right] \quad (6)$$

Genelleştirilmiş Hata Dağılımı (GED)

Özellikle spekülative veri hareketlerinin olduğu durumlarda şişman kuyruk sorunu Student-t dağılımı ile çözümlenemeyebilmektedir. Bu durumu dikkate alan modellerden birisi Nelson (1991) tarafından geliştirilen Genelleştirilmiş Hata Dağılımı (Generalized Error Distribution-GED)'dir. Getiri serisi, aşağıdaki denklemde $\nu=2$ olduğunda simetrik (normal), $\nu>2$ olduğunda ince kuyruk (thin tail), $\nu<2$ olduğunda ise şişman kuyruk (thick/fat tail) özelliği sergilemektedir. GED dağılımının olabirliği aşağıdaki gibidir.

$$L_{GED} = \sum_{t=1}^T \left[\ln \frac{\nu}{\lambda} - 0.5 \left| \frac{z_t}{\lambda} \right|^\nu - (1+\nu^{-1}) \ln(2) - \ln \left[\Gamma\left(\frac{1}{\nu}\right) \right] - 0.5 \ln(\sigma_t^2) \right] \quad (7)$$

Burada, $-\infty < z_t < \infty$ olmak üzere, ν serbestlik derecesini ($0 < \nu \leq \infty$), $\Gamma(\cdot)$ gamma fonksiyonunu ifade etmektedir. λ ise aşağıdaki şekilde hesaplanmaktadır.

$$\lambda = \sqrt{\frac{2^{(-2/\nu)} \Gamma(1/\nu)}{\Gamma(3/\nu)}} \quad (8)$$

Skewed Student-t Dağılımı

Çarpıklık ve basıklık değerleri finansal uygulamalarda (varlık fiyatlama modelleri, portföy seçimi, opsiyon fiyatlama teorisi, riske maruz değer vb.) birçok yönden öneme sahiptir. Fernandez ve Steel (1998) tarafından geliştirilen Skewed Student-t dağılımı Lambert ve Laurent (2001) tarafından

GARCH modellerine uygulanmıştır. Dağılımın en önemli özelliği, asimetri ve şişman kuyruk yapılarının birlikte dikkate alınmasıdır. ξ asimetri katsayısı ve ν kuyruk şişmanlığını belirleyen serbestlik derecesi olmak üzere Skewed Student- t dağılımının olabilirliği aşağıdaki şekilde hesaplanmaktadır.

$$L_{SkewedST} = T \left\{ \ln \Gamma \left(\frac{\nu+1}{2} \right) - \ln \Gamma \left(\frac{\nu}{2} \right) - 0.5 \ln [\pi(\nu-2)] + \ln \left(\frac{2}{\xi + \frac{1}{\xi}} \right) + \ln(s) \right\} - 0.5 \sum_{t=1}^T \left\{ \ln \sigma_t^2 + (1+\nu) \ln \left[1 + \frac{(sz_t + m)^2}{\nu-2} \xi^{-2I_t} \right] \right\} \quad (9)$$

$$\text{Burada, } I_t = \begin{cases} z_t \geq -\frac{m}{s} \text{ ise } 1 \\ z_t < -\frac{m}{s} \text{ ise } -1 \end{cases} \text{ olmaktadır.}$$

Asimetri³ (ξ) katsayısı; negatif (pozitif) ise dağılım sola (sağa) çarpık olmaktadır. Diğer iki parametre olan m ve s , sırasıyla standartlaştırılmamış Skewed Student- t dağılımının ortalaması ve standart sapmasıdır:

$$m = \frac{\Gamma((\nu+1)/2) \sqrt{\nu-2}}{\sqrt{\pi} \Gamma(\nu/2)} \left(\xi - \frac{1}{\xi} \right) \quad (10)$$

$$s = \sqrt{\left(\xi^2 + \frac{1}{\xi^2} - 1 \right) - m^2} \quad (11)$$

YAZIN TARAMASI

GARCH ve türev modelleri farklı dağılım varsayımları altında riske maruz değer hesaplamalarında kullanılmıştır. Exponential (Üslü) GARCH (EGARCH; Nelson, 1991), GJR-GARCH (Glosten, Jagannathan ve Runkle, 1993), APGARCH (Ding, Granger ve Engle, 1993), Non-linear (Doğrusal Olmayan) GARCH (NGARCH: Berkowitz ve O'Brien, 2002) farklı finansal

³ GARCH programı asimetri (ξ) katsayısını hesaplamamakta, fakat simetriye ilişkin boş hipotez hakkında bilgi vermek üzere $\ln(\xi)$ değerini hesaplamaktadır ($\xi=1$ veya $\ln(\xi)=0$ olduğunda, Skewed (Çarpık) Student- t dağılımı simetrik Student- t dağılımına eşit olmaktadır).

piyasa verileriyle yapılan analizlerde, GARCH modellerinin ani volatilité değişimlerini yakalayabildiğini ortaya koymuşlardır (Çifter vd., 2007:5)

Yamai ve Yoshiba (2002), VaR ve ES yöntemlerini karşılaştırmışlardır. ES yönteminin, aynı doğruluk derecesinde VaR yönteminden daha başarılı sonuçlar verebilmesi için daha büyük örnekleme sahip olması gerektiğini vurgulamışlardır.

Giot ve Laurent (2003), farklı GARCH modellerinin hisse senedi getirilerinin öngörü performansını karşılaştırmışlardır. Sonuçta, Skewed Student-*t* dağılımlı Asimetrik Üslü ARCH (APARCH) modelinin en etkin performansa sahip olduğunu vurgulamışlardır.

Giot ve Laurent (2004), CAC40 ve SP500 hisse senedi getirileri ile YEN-USD ve DEM-USD döviz kurlarının günlük getirilerini ayrı ayrı modellemişlerdir. Sonuçta, Skewed Student-*t* dağılımlı APARCH modelinin daha etkin olduğunu belirlemişler ve dağılım tercihinin önemini vurgulamışlardır.

Yamai ve Yoshiba (2005), yine VaR ve ES yöntemlerini karşılaştırmışlardır. Yüksek volatilité dönemlerinde ES yönteminin daha iyi performansa sahip olduğunu belirlemişlerdir.

Pan ve Zhang (2006), Çin Borsası için günlük getirilerle üç farklı dağılım (Normal, Student-*t*, Skewed Student-*t*) varsayımı altında GARCH modelleri kullanarak volatilité öngörümlemesi yapmışlardır. Çin Borsası için Skewed Student-*t* dağılımlı GJR-GARCH ve EGARCH modellerin daha iyi öngörümleme performansına sahip olduklarını belirlemişlerdir.

Diamandis, Kouretas ve Zarangas (2006), Atina Borsası için günlük getiriler ve farklı dağılım varsayımları altında APARCH modeli kullanarak VaR hesaplamaları yapmışlardır. Skewed Student-*t* dağılımına dayalı APARCH modelinin şişman kuyrukları tamamen hesapladığı sonucuna ulaşmışlardır.

VERİ VE YÖNTEM

Çalışmada, İMKB Ulusal-30 endeksi (İMKB30) günlük getirileri üzerinde asimetrik yapı ile şişman kuyrukların varlık ve etkilerini görebilmek amacıyla iki farklı dönem belirlenmiştir. Birincisi, Kasım 2000 ve Şubat 2001 krizlerinin dikkate alındığı Kriz Dönemi, ikincisi ise büyük çaplı finansal dalgalanmaların yaşanmadığı Normal Dönem'dir. Kriz Dönemi, 01.09.1998–29.08.2003 tarihleri arasındaki; Normal Dönem ise, 01.09.2003-29.08.2008 tarihleri arasındaki günlük getiri serilerini içermektedir. Getiri serilerini elde etmek için logaritmik birinci dereceden fark alınmıştır [$r_t = \ln(p_t / p_{t-1})$]. Yapılan analizlerde otokorelasyon katsayıları anlamsız çıkmıştır. Analizler,

OxMetrics 4.0 programının G@RCH 4.2 modülü kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Getiri serileri için elde edilen tanımlayıcı istatistikler Tablo 1’de görülmektedir.

Tablo 1: Tanımlayıcı İstatistikler

	İMKB30	
	Kriz Dönemi	Normal Dönem
Gözlem Sayısı	1.242	1.258
Minimum	-0,2007	-0,0853
Maksimum	0,1765	0,1080
Standart Sapma	0,0363	0,0200
Çarpıklık	0,1540	0,0252
Basıklık	6,1188	4,7847
Jarque-Bera (Prob.)	508,27 (0,0000)	167,08 (0,0000)

Minimum, maksimum ve standart sapma değerleri açısından volatilitenin kriz döneminde yükseldiği; çarpıklık değeri açısından kriz döneminde asimetrinin çok fazla arttığı; basıklık değeri açısından ise, kriz döneminde daha fazla olmakla birlikte, her iki dönemde de şişman kuyruk (fat-tail) yapısı olduğu anlaşılmaktadır. Jarque-Bera istatistiğine göre, yine her iki dönemde de serilerin normal dağılıma sahip olmadığı görülmektedir.

Buradan hareketle, söz konusu iki farklı dönem için VaR ve ES hesaplamaları yapılmış, yöntemlerin başarısını görmek üzere geriye dönük test (backtesting) uygulanmıştır. Beklenti, kriz dönemlerinde artan volatilitenin, asimetrik yapı ve şişman kuyrukları belirginleştirip VaR hesaplamalarını saptıracağı ve dolayısıyla ES yönteminin daha tutarlı sonuçlar vereceği yönündedir.

Analizlerde, Ding vd. (1993) tarafından asimetrik dağılıma sahip kuyruklu yapıların yer aldığı seriler için risk ölçümlerinde etkin bir tahmin edici olarak ileri sürülen APGARÇH modeli kullanılmıştır. Aşağıdaki denklemde ifade edilen APGARÇH modelinde; α_i ve β_i standart GARCH, γ_i kaldıraç etkisi (leverage effect) ve δ ise kuvvet parametreleridir. Kaldıraç etkisi -1 ile +1 arasında ($-1 < \gamma_i < 1$) değerler alırken, kuvvet parametresi 0’den büyük ($\delta > 0$) olmak üzere standart sapmanın (σ) Box-Cox dönüşümüdür. γ_i parametresi pozitif (negatif) değer alması, geçmişte yaşanan negatif (pozitif) şokların, serinin bugünkü koşullu varyansı üzerinde geçmişte yaşanan aynı büyüklükteki pozitif (negatif) şoklara kıyasla daha derin bir etkiye neden olduğu anlamına gelmektedir.

$$\sigma_t^\delta = \omega_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i (|\varepsilon_{t-1}| - \gamma_i \varepsilon_{t-1})^\delta + \sum_{i=1}^q \beta_i \sigma_{t-1}^\delta \quad (12)$$

ARCH ve GARCH tipi modeller için hesaplanması gereken parametreler farklıdır. Yer kısıdı nedeniyle tüm modeller tek tek incelenmemiş, sadece analizde kullanılan APGARCH modeli açıklanmıştır. Tablo 2’de APGARCH modeline uymak üzere farklı ARCH ve GARCH tipi modeller için gereken kısıtlamalar özetlenmiştir.

Tablo 2: Farklı ARCH ve GARCH Modellerinin Özellikleri

MODEL	α_i	β_i	γ_i	δ
ARCH	Serbest	0	0	2
GARCH	Serbest	Serbest	0	2
GJR-ARCH	$\alpha_i(1+\gamma_i)^2$	0	$-4\alpha_i\gamma_i$	2
GJR-GARCH	$\alpha_i(1+\gamma_i)^2$	Serbest	$-4\alpha_i\gamma_i$	2
TARCH	Serbest	0	$ \gamma_i \leq 1$	1
TGARCH	Serbest	Serbest	$ \gamma_i \leq 1$	1
NARCH	Serbest	0	0	Serbest
PGARCH	Serbest	Serbest	0	Serbest
APARCH	Serbest	0	$ \gamma_i \leq 1$	Serbest
APGARCH	Serbest	Serbest	$ \gamma_i \leq 1$	Serbest

Kaynak: Brooks vd., 2000:380.

Tabloya göre, α_i serbest, $\delta=2$, $\beta_i=\gamma_i=0$ olarak alınırsa bu model Engle’in ARCH modeline indirgenir. α_i ve β_i ’nin herhangi bir değer alması durumunda Bollerslev’in GARCH modeli elde edilir. $\beta_i=\gamma_i=0$ iken α_i ve δ ’nin herhangi bir değer alması durumunda ise Higgens ve Bera’nın doğrusal olmayan ARCH (NARCH) modeli bulunur. NARCH modelindeki β_i herhangi bir değer alırsa PGARCH modeline ulaşılır. GJR-GARCH modelinde $\delta=2$, β_i serbest olmakla birlikte α_i , $\alpha_i(1+\gamma_i)^2$ olarak belirtilmekte ve γ_i ise $-4\alpha_i\gamma_i$ ile kısıtlanmaktadır.

Ding vd. (1993), APGARCH modelinin durağanlığı için dağılım fonksiyonuna ilişkin olarak (13) nolu denklemin çözümlenmesini önermişlerdir. Durağanlık, $\alpha_i E(|z| - \gamma_i z)^\delta + \beta_i < 1$ koşulunun gerçekleşmesine bağlıdır.

$$E(\sigma_t^\delta) = \frac{\omega_0}{1 - \alpha_i E(|z| - \gamma_i z)^\delta - \beta_i}, \quad (\omega_0 > 0) \quad (13)$$

AMPİRİK ANALİZ VE BULGULAR

ARCH ve GARCH terimlerini belirlemek üzere yapılan değerlendirmelerde (1,1) modelinin uygun olduğu kararı verilmiştir. Tablo 3’de, İMKB30 Endeksi için Kriz Dönemi ve Normal Dönem APGARCH(1,1) modellerinin analiz sonuçları yer almaktadır. Tablo değerlerine göre, VaR ve ES hesaplamaları için en uygun model seçilmiştir.

Tablo 3: APGARCH(1,1) Modeli Analiz Sonuçları

	KRİZ DÖNEMİ				NORMAL DÖNEM			
	N	ST	GED	SKST	N	ST	GED	SKST
μ	0,00016 (0,178†)	0,00000 (0,008†)	-0,00028 (-0,364†)	0,00063 (0,719†)	0,00110 (2,066*)	0,00116 (2,257*)	0,00111 (2,121*)	0,00111 (2,124*)
ω	0,00001 (0,503†)	0,00006 (0,575†)	0,00003 (0,563†)	0,00007 (0,572†)	0,00015 (0,465†)	0,00032 (0,408†)	0,00021 (0,450†)	0,00028 (0,397†)
α	0,11536 (2,963)	0,12608 (3,183)	0,11932 (3,029)	0,12325 (3,174)	0,09317 (3,189)	0,09072 (4,145)	0,09242 (3,630)	0,09011 (3,996)
β	0,79642 (8,768)	0,84107 (13,620)	0,82391 (10,870)	0,84264 (13,710)	0,85625 (18,900)	0,85562 (23,370)	0,85589 (21,100)	0,85606 (23,170)
γ	0,08215 (1,317†)	0,13057 (1,777**)	0,11350 (1,712**)	0,14773 (1,994*)	0,29482 (1,754**)	0,39610 (1,920**)	0,33784 (1,458**)	0,38932 (1,909**)
δ	2,52427 (3,771)	1,96550 (3,604)	2,22666 (3,805)	1,92725 (3,540)	1,53249 (3,110)	1,36293 (2,355*)	1,45812 (2,831)	1,39426 (2,355*)
ξ	-	-	-	0,08270 (2,010*)	-	-	-	-0,02210 (-0,484†)
ν	-	-	-	6,11168 (6,246)	-	-	-	11,05424 (3,597)
V	0,942188	0,967062	0,959702	0,958860	0,939872	0,932488	0,936070	0,935354
LL	2.446,97	2.478,71	2.473,72	2.480,74	3.188,26	3.199,76	3.195,53	3.199,89
AIC	-3,9307	-3,9802	-3,9722	-3,9819	-5,0592	-5,0759	-5,0692	-5,0745
Q(20)	21,3436 (0,377)	20,3258 (0,438)	20,8362 (0,407)	20,5835 (0,422)	29,4290 (0,079)	29,6660 (0,075)	29,5239 (0,078)	29,6608 (0,076)
Q²(20)	15,6689 (0,616)	15,1325 (0,653)	14,9485 (0,666)	15,5512 (0,624)	14,8756 (0,670)	15,8871 (0,600)	15,3049 (0,641)	15,8778 (0,601)

*, ** sırasıyla %5 ve %10 düzeyinde anlamlılığı; † anlamsızlığı; N-Normal, ST-Studnet-t, GED-Genelleştirilmiş Hata, SKST-Skewed Student-t Dağılımlarını;

$V = \alpha E(|z| - \gamma z)^\delta + \beta$ katsayısını ifade etmekte, parantez içindeki değerler t-istatistiklerini göstermektedir. LL-Maksimum Logaritmik Olasılık değerini, AIC-Akaike Bilgi Kriterini, Q(20) ve Q²(20) sırasıyla 20 gecikme için standartlaştırılmış ve kareli standartlaştırılmış hata serilerinde otokorelasyon kalıp kalmadığını gösteren Ljung-Box istatistik değerlerini ifade etmekte, parantez içindeki değerler olasılık değerlerini göstermektedir.

Kriz Dönemi analiz sonuçlarına göre: Tüm dağılımlarda hem ortalama denkleminin sabit terimi (μ) hem de varyans denkleminin sabit terimi (ω) anlamsız çıkmıştır. Standart GARCH parametreleri (α ve β) anlamlıdır ve β parametresi bire yakın olup önemli hafıza etkilerinin (volatilite sürekliliği) olduğunu göstermektedir. Kaldıraç parametresi (γ), pozitif ve normal dağılım dışında anlamlı (ST ve GED dağılımlarında %10 düzeyinde, SKST dağılımında %5 düzeyinde) bulunmuştur. Bu durum, koşullu varyansta negatif getiriler için kaldıraç etkisinin varlığını (koşullu varyansta asimetri) göstermektedir. Kuvvet parametresi (δ), tüm dağılımlarda istatistiksel olarak anlamlı, 1'den uzak ancak 2'ye yakın çıkmıştır. Kuvvet parametresi, kriz döneminde normal döneme kıyasla daha yüksek bulunmuştur. Bu durumda, koşullu standart sapma yerine koşullu varyansın modellenmesinin daha anlamlı olacağı anlaşılmaktadır. Dolayısıyla, APGARCH modelinin asimetri ve şişman kuyrukların analizinde daha tutarlı sonuçlar vereceği görülmektedir. SKST dağılımı açısından ek olarak asimetri katsayısı (ξ), küçük ve pozitif olup sağa çarpık bir yapı olduğunu göstermekle birlikte %5 düzeyinde anlamlı çıkmıştır. SKST açısından kuyruk şişmanlığını belirleyen serbestlik derecesi (ν), anlamlı ve sıfırdan farklıdır. Son iki göstergeye göre, kriz dönemi için İMKB30 serisinde şişman kuyruk olduğu ve çok küçük pozitif asimetrinin bulunduğu anlaşılmaktadır. Dağılımların Akaike Bilgi Kriteri (AIC) ve logaritmik olasılık (LL) değerlerine göre, en küçük AIC ve en büyük LL değerlerine sahip SKST dağılımlı APGARCH (SKST-APGARCH) modelinin getiri serisini daha iyi tahminlediği kararı verilmiştir.

Normal Dönem analiz sonuçlarına göre: Tüm dağılımlarda ortalama denkleminin sabit terimi (μ) %5 düzeyinde anlamlı iken, varyans denkleminin sabit terimi (ω) anlamsız çıkmıştır. Standart GARCH parametreleri (α ve β) anlamlıdır ve β parametresi yine bire yakın olup önemli hafıza etkilerinin (volatilite sürekliliği) olduğunu göstermektedir. Kaldıraç parametresi (γ), kriz dönemine göre yaklaşık olarak üç kat daha yüksek, pozitif ve tüm dağılımlarda %10 düzeyinde anlamlı bulunmuştur. Bu durum, koşullu varyansta negatif getiriler için %10 anlamlılık düzeyinde kaldıraç etkisinin varlığını (koşullu varyansta asimetri) göstermektedir. Kuvvet parametresi (δ), tüm dağılımlarda istatistiksel olarak anlamlı, 2'den uzak ancak 1'e yakın çıkmıştır. Bu durumda, koşullu varyans yerine koşullu standart sapmanın modellenmesinin daha anlamlı olacağı anlaşılmaktadır. Dolayısıyla, APGARCH modelinin asimetri ve şişman kuyrukların analizinde daha tutarlı sonuçlar vereceği görülmektedir. SKST dağılımı açısından ek olarak asimetri katsayısı (ξ), çok küçük ve negatif olup sola çarpık bir yapı olduğunu göstermekle birlikte anlamsız çıkmıştır. SKST açısından kuyruk şişmanlığını belirleyen serbestlik derecesi (ν), anlamlı ve sıfırdan farklıdır. Son iki göstergeye göre, normal dönem için İMKB30 serisinde şişman kuyruk olduğu ancak asimetrinin bulunmadığı anlaşılmaktadır. Normal

dağılım dışındaki dağılımların Akaike Bilgi Kriteri (AIC) ve Logaritmik Olasılık (LL) değerleri özellikle ST ve SKST dağılımlarında birbirine çok yakın olmakla birlikte, SKST dağılımlı APGARCH (SKST-APGARCH) modelinin getiri serisini daha iyi tahminlediği kararı verilmiştir.

SKST-APGARCH modelleri ile elde edilen parametreler kullanılarak İMKB30 endeksi üzerinden kısa ve uzun pozisyon alan yatırımcılar için VaR ve ES değerleri hesaplanmıştır. SKST-APGARCH modelinde kısa pozisyon (pozitif getiriler) için VaR tutarı $VaR_{\alpha} = \mu_t + SKST_{\alpha, \nu, \xi} \sigma_t$ ve uzun pozisyon (negatif getiriler) için VaR tutarı $VaR_{1-\alpha} = \mu_t + SKST_{1-\alpha, \nu, \xi} \sigma_t$ formülleri ile hesaplanmaktadır.

VaR analizlerinde en önemli aşamalardan biri, hesaplanan risk değerinin tutarlılığının ve dolayısıyla modelin başarısının geriye dönük testler aracılığıyla incelenmesi ve sapma (violation) sayısının belirlenmesidir. Çalışmada, geriye dönük test olarak kullanılan Kupiec Testi (1995) ile olabilirlik oranı (Likelihood Ratio-LR) belirlenmektedir (Çifter vd., 2007:32-33). Kupiec testi, aşağıdaki formül yardımıyla hesaplanmaktadır.

$$LR = 2 \times \ln \left[\left(\frac{T}{N} \right)^T \times \left(1 - \frac{T}{N} \right)^{N-T} \right] - 2 \times \ln \left[\alpha^T \times (1 - \alpha)^{N-T} \right] \quad (14)$$

Formüle, T VaR değerinin sapma sayısını, N toplam gözlem sayısını ve a hata oranını (T/N) göstermektedir. Kısa pozisyon için hata oranı, VaR öngörüsünden daha yüksek olan pozitif getirilerin yüzdesini; uzun pozisyon için hata oranı ise, VaR öngörüsünden daha düşük olan negatif getirilerin yüzdesini göstermektedir. LR test istatistiği asimptotik olarak χ^2 dağılımına sahiptir. Bu test, çok yüksek veya çok düşük hata oranlarında modeli reddedebilmektedir. Ancak, bu test farklı VaR modellerini karşılaştırmada kullanılamamaktadır (Ané, 2006:1303-1309). Tablo 4'te, kriz dönemi ve normal dönem için SKST-APGARCH modellerinin geriye dönük test sonucu elde edilen; hata oranı, Kupiec testi olabilirlik oranı (KLRT) ve olasılık değeri ile ES değeri görülmektedir.

Tablo 4: Geriye Dönük Test Sonuçları

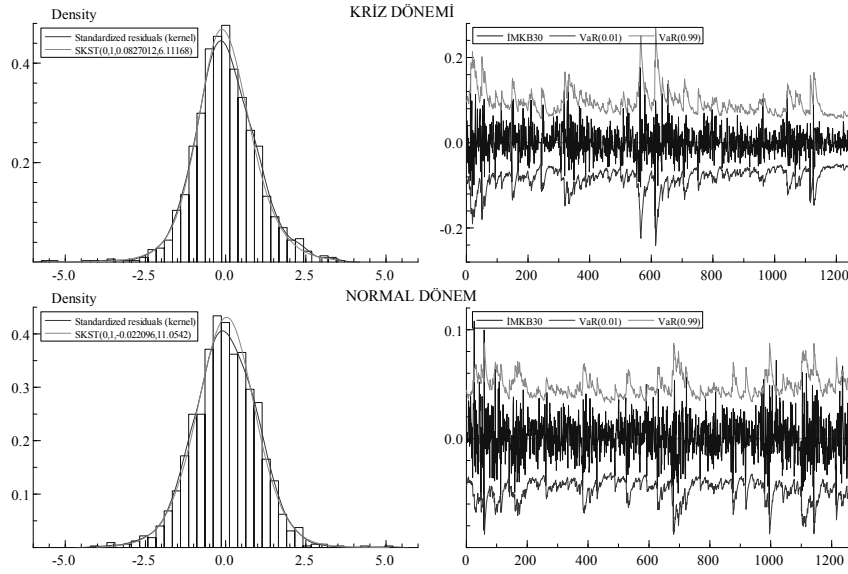
POZİSYON	KRİZ DÖNEMİ				NORMAL DÖNEM			
	HATA ORANI	KLRT	P-değeri	ES	HATA ORANI	KLRT	P-değeri	ES
Kısa (0,99)	0,99356	1,8180	0,1776	0,12209	0,99364	1,9342	0,1643	0,068215
Uzun (0,01)	0,009662	0,0145	0,9041	-0,11349	0,012719	0,8648	0,3524	-0,056856

Tabloya göre, her iki dönem açısından SKST-APGARCH modelleri, kısa ve uzun pozisyonlar için şişman kuyrukları yakaladığından anlamlı ve başarılı bulunmuştur. Kriz döneminde, kısa pozisyon için %99 güven düzeyi,

hata oranına ($\approx\%99,4$) ve uzun pozisyon için $\%1$ güven düzeyi yine hata oranına ($\approx\%0,96$) özdeş çıkmıştır. Normal dönemde, kısa pozisyon için $\%99$ güven düzeyi, hata oranına ($\approx\%99,4$) özdeş ancak, uzun pozisyon için hata oranı ($\approx\%1,27$) $\%1$ güven düzeyinden yüksek çıkmıştır. Kriz dönemi (1.242 gözlem) ve normal dönemine (1.258 gözlem) ait İMKB30 endeksi getiri serileri için uzun pozisyonda sırasıyla 12 tane sapma ($1.242 \times 0,009662$) ve 16 tane sapma ($1.258 \times 0,012719$) olduğu görülmektedir. Sapma sayıları dikkate alındığında, SKST-APGARCH modelinin özellikle kriz dönemlerinde daha doğru tahminleme yapabildiği anlaşılmaktadır.

Bu bağlamda kriz dönemlerinde hesaplanan VaR değerlerinin gerçeği yansıtmadığı söylenebilir. Özellikle volatilitenin yüksek olduğu kriz dönemlerinde asimetri ve şişman kuyruk yapısı belirginleşeceğinden, VaR yerine ES yöntemi ile hesaplamaların yapılması daha tutarlı sonuçlar elde edilmesini sağlayacaktır.

Grafik 1'de, kriz dönemi ve normal dönem için İMKB30 endeksi günlük getiri serisinin SKST-APGARCH modeline göre standartlaştırılmış hata terimleri ve standartlaştırılmış SKST histogramı ile kısa ($\%99$) ve uzun pozisyon ($\%1$) VaR değerleri için sınır grafikleri yer almaktadır. Grafiklerden, SKST dağılımının şişman kuyrukları daha iyi açıkladığı anlaşılmaktadır.



Şekil 1: İMKB30 Endeksi Histogram ve Sınır Grafikleri

İMKB30 endeksi için kriz dönemi ve normal dönem bağlamında gerçekleştirilen analizler sonucunda %99 güven düzeyinde uzun pozisyon için elde edilen VaR ve ES değerleri Tablo 5'te özetlenmiştir. Parametrik ve Tarihsel Simülasyon VaR değerleri daha önce açıklandığı şekilde hesaplanmıştır.

Tablo 5: Kriz Dönemi ve Normal Döneme Göre Analiz Sonuçları

	Parametrik VaR	Tarihsel VaR	SKST-APGARCH VaR	Sapma Sayısı	ES
KRİZ DÖNEMİ	-0,08449	-0,09114	-0,08484	12	-0,11349
NORMAL DÖNEM	-0,04659	-0,04846	-0,04651	16	-0,05686

Parametrik VaR, normal dağılım varsayımı altında kayıp tutarını gösterirken, Tarihsel Simülasyon VaR, geçmişteki olayların tekrar etmesi durumundaki kayıp tutarını göstermektedir. Normal dönem açısından Parametrik VaR, Tarihsel Simülasyon VaR ve SKST-APGARCH modeli ile hesaplanan VaR tutarları birbirine yakın çıkmıştır. Ancak kriz döneminde, Tarihsel Simülasyon VaR tutarı diğerlerine göre daha yüksek hesaplanmıştır. Bu durum, kriz dönemlerinde artan asimetri ve şişman kuyruk yapısının etkilerini göstermektedir. Burada, taşıdıkları eksiklikler nedeniyle Parametrik VaR ve Tarihsel VaR yerine sadece SKST-APGARCH VaR ve ES karşılaştırması yapılmıştır.

Normal dönemde elinde 100.000 YTL olan bir yatırımcının %99 güven düzeyinde 1 günlük SKST-APGARCH VaR tutarı 4.651 YTL olmaktadır. Ancak, normal dönem, getiri serisinin normal dağıldığı anlamına gelmemektedir. Tanımlayıcı istatistiklerden de görüldüğü gibi söz konusu dönemde getiri serisi, asimetri (Çarpıklık=0,0252) ve şişman kuyruk (Basıklık=4,7847) özelliği taşımaktadır. Bu yapıda hesaplanan VaR tutarı olması gerekenden düşük çıkmaktadır. Buna karşın, yine asimetrik yapı ve şişman kuyruk özelliklerini dikkate alan SKST-APGARCH modeliyle hesaplanan ES tutarı daha güvenilir sonuçlar vermektedir. Buna göre normal dönem için %99 güven düzeyinde 1 günlük ES tutarı 5.686 YTL olmaktadır.

Kriz döneminde getiri serisinin çarpıklık değeri 0,1540'a basıklık değeri ise 6,1188'e yükselmektedir. Asimetrik yapının oldukça arttığı bu durumda SKST-APGARCH VaR tutarı 8.484 YTL'ye, ES tutarı ise 11.349 YTL'ye çıkmaktadır.

İki dönem VaR ve ES farkı olarak değerlendirildiğinde; normal dönemde 1.035 YTL (ES×0,1820), kriz döneminde 2.865 YTL ((ES×0,2524) fark olduğu görülmektedir. Kriz dönemlerinde artan volatilité nedeniyle VaR

hesaplamalarının doğru sonuç vermeyeceği, bunun yerine ES hesaplamalarının yapılması gerektiği anlaşılmaktadır.

SONUÇ

Finansal zaman serilerinin temel istatistiksel özellikleri; aşırı basıklık (leptokurtosis, fat tail) ve çarpıklık değerlerine sahip olmaları, yüksek volatilité dönemlerinde asimetrik özellik taşımaları ve dolayısıyla, zaman içinde değişen getiri volatilitelerine (heteroskedasticity) sahip olmaları şeklinde sıralanabilir. Bu özelliklerden en az bir tanesine sahip seriler için normal dağılım varsayımı ile oluşturulan modeller sağlıklı sonuç vermemektedir.

Çalışmada, iki farklı dönem (kriz ve normal) açısından Normal, Student-*t*, GED ve Skewed Student-*t* dağılım ölçütlerine göre Genelleştirilmiş Asimetrik Üslü Otoregresif Koşullu Değişen Varyans (APGARCh) modeli ile analiz edilmiştir. İstanbul Menkul Kıymetler Borsası Ulusal-30 Endeksi günlük getirileri için bulunan Riske Maruz Değer (VaR) ve Beklenen Kayıp (ES) sonuçlarına göre, VaR ve ES hesaplamalarının Normal, Student-*t* ve GED dağılımlarına kıyasla Skewed Student-*t* dağılımlı APGARCh modeli ile daha doğru modellendiği anlaşılmıştır.

Normal dönem için hesaplanan VaR tutarları birbirine yakın çıkmıştır. Ancak kriz döneminde, Tarihsel Simülasyon VaR tutarı diğerlerine göre daha yüksek hesaplanmıştır. Bu durum, kriz dönemlerinde artan asimetri ve şişman kuyruk yapısının etkilerini göstermektedir.

Normal dönemde elinde 100.000 YTL olan bir yatırımcının %99 güven düzeyinde 1 günlük VaR tutarı 4.651 YTL, ES tutarı ise 5.686 YTL olmaktadır. Kriz döneminde getiri serisinin çarpıklık ve basıklık değerlerinin yükselmesi sonucu, VaR tutarı 8.484 YTL'ye, ES tutarı ise 11.349 YTL'ye çıkmaktadır.

Sonuç olarak, özellikle volatilitenin yüksek olduğu kriz dönemlerinde asimetri ve şişman kuyruk yapısı belirginleştiğinden VaR hesaplamaları doğru sonuç vermemektedir. Bu durumda VaR yerine ES hesaplamaları yapılmasının daha tutarlı sonuçlar elde edilmesini sağlayacağı söylenebilir.

KAYNAKÇA

- ACERBI, C. ve TASCHE, D. (2002) On The Coherence Of Expected Shortfall, *Journal of Banking and Finance*, 26, 1487–1503.
- ARTZNER, P., DELBAEN, F., EBER, J-M. ve HEATH, D. (1999) Coherent Measures of Risk, *Mathematical Finance*, 9, 203-228.
- ANÉ, T. (2006) An Analysis of the Flexibility of Asymmetric Power GARCH Models, *Computational Statistics and Data Analysis*, 51, 1293-1311.
- BASAK, S. ve SHAPIRO, A. (2001) Value-at-Risk Based Risk Management: Optimal Policies and Asset Prices, *Review of Financial Studies*, 14, 371-405.
- BERKOWITZ, J. ve O'BRIEN, J. (2002) How Accurate Are Value-at-Risk Models At Commercial Banks?, *Journal of Finance*, 57, 1093–1111.
- BOLLERSLEV, T, ENGLE, R.F. ve NELSON, D.B. (1994) ARCH Models, (Ed.: ENGLE, R.F. ve MCFADDEN, D.L.), *Handbook of Econometrics*, North Holland Press, Amsterdam, 2959–3038.
- BOLLERSLEV, T. (1987) A Conditionally Heteroskedastic Time Series Model for Speculative Prices and Rates of Return, *The Review of Economics and Statistics*, 69(3), 542-547.
- BOZKUŞ, S. (2005), Risk Ölçümünde Alternatif Yaklaşımlar: Riske Maruz Değer (VaR) ve Beklenen Kayıp (ES) Uygulamaları, *Dokuz Eylül Üniversitesi, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 20(2), 27-45.
- BROOKS, R.D., FAFF, R.W., MCKENZIE, M.D. ve MITCHELL, H. (2000) A Multi-country Study of Power ARCH Models and National Stock Market Returns, *Journal of International Money and Finance*, 19, 377–397.
- ÇİFTER, A. (2004) Risk Yönetimi'nde (Skewed) Student-t ve GED Dağılımları ile Asimetrik ve (Kısmi) Entegre GARCH Modelleri: Eurobond Üzerine Bir Uygulama, *VIII. Ulusal Finans Sempozyumu*, İstanbul Teknik Üniversitesi, 2004.
- ÇİFTER, A., ÖZÜN, A. ve YILMAZER, S. (2007) Beklenen Kuyruk Kaybı ve Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı ile Riske Maruz Değer Öngörüsü: Faiz Oranları Üzerine Bir Uygulama, *Bankacılar Dergisi*, Türkiye Bankalar Birliği, 60, 3-16.
- DING, Z., GRANGER, C.W.J. ve ENGLE, R.F. (1993) A Long Memory Property of Stock Market Returns and A New Model, *Journal of Empirical Finance*, 1, 83-106.

- DOWD, K. (2002), *Measuring Market Risk*, John Wiley&Sons Ltd., England.
- FERNANDEZ, C. ve STEEL, M.F.J. (1998) On Bayesian Modelling of Fat Tails and Skewness, *Journal of the American Statistical Association*, 93, 359-371.
- GIOT, P. ve LAURENT, S. (2003) Value-at-Risk For Long And Short Trading Positions, *Journal of Applied Econometrics*, 18, 641–664.
- JONDEAU, E., POON, S.H. ve Rockinger, M. (2007) *Financial Modeling Under Non-Gaussian Distributions*, Springer Finance, USA.
- JORION, P. (2003) *Financial Risk Manager Handbook*, 2nd Edition, John Wiley&Sons Ltd., USA.
- JORION, P. (2000) *Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk*, 2nd Edition, McGraw Hill Inc., New York.
- DIMANDIS, P.F., KOURETAS, G.P. ve ZARANGAS, L. (2006) Value-at-Risk for Long and Short Trading Positions: The Case of the Athens Stock Exchange, *Working Paper*, University of Crete, Department of Economics, No:601.
- KUPIEC, P.H. (1995) Techniques for Verifying The Accuracy Of Risk Measurement Models, *Journal of Derivatives*, 3, 73–84.
- LAMBERT, P. ve LAURENT, S. (2001) Modelling Financial Time Series Using GARCH-Type Models with a Skewed Student Distribution For The Innovations, *Universite Catholique de Louvain, Institut de Statistique*, Discussion Paper, No:125, Belgium.
- LAURENT S. ve PETERS, J.P. (2000) *G@RCH 1.11: An Ox Package for Estimating Various ARCH Models*, Faculty of Economy, Business and Social Science, University of Liège, Belgium, October.
- LAURENT S. (2007) *G@RCH 5.0 Help*, <http://www.garch.org>, (30.03.2008).
- PAN, H. ve ZHANG, Z. (2006) Forecasting Financial Volatility: Evidence From Chinese Stock Market, *Working Paper in Economics and Finance*, University of Durham, 06/02, 1-29.
- YAMAI, Y. ve YOSHIBA, T. (2002) Comparative Analyses of Expected Shortfall and Value-at-Risk: Their Estimation Error, Decomposition, and Optimization, *Monetary and Economic Studies*, Bank of Japan, 20(1), 87–122.
- YAMAI, Y. ve YOSHIBA, T. (2005) Value-at-Risk Versus Expected Shortfall: A Practical Perspective, *Journal of Banking and Finance*, 29, 997–1015.