

## *Kapalı Devre Flotasyon Deney Sonuçlarının Önceden Tahmininde Kullanılan Eşitliklerin Analitik Çözümleri*

### **Analytical Solution of the Material Balance Equations Used in the Prediction of the Locked Cycle Test Results**

Mustafa YALÇIN (\*)

#### OZET

Son zamanlarda, gelişen teknolojiye uygun olarak, bazı cevher hazırlama yöntemlerinin sonuçları bu amaç için geliştirilen matematiksel modeller ve bilgisayar yardımı ile önceden tahmin edilebilmektedir. Bu çalışmaların belirgin özellikleri ise daha kolay elde edilebilen verileri kullanarak daha karışık ve yapılması daha güç cevher hazırlama yöntemlerinin sonuçlarının önceden belirlenebilmesidir. Böylece zamandan, maliyetten, numuneden ve gerekli iş gücünden tasarruf sağlanabilmektedir.

#### ABSTRACT

Recently, it has become widespread to simulate or predict the results of some mineral processing works by mathematical models supported with computers.

In these models, parameters obtained by simple works are used to predict the results of more sophisticated works. Therefore, saving of time, cost, sample and necessary labour is realized.

In this work, a simulation method predicting the results of locked cycle test from batch data is presented in detail.

(\*) Araş. Gör., ODTÜ, ANKARA

## 1. GİRİŞ

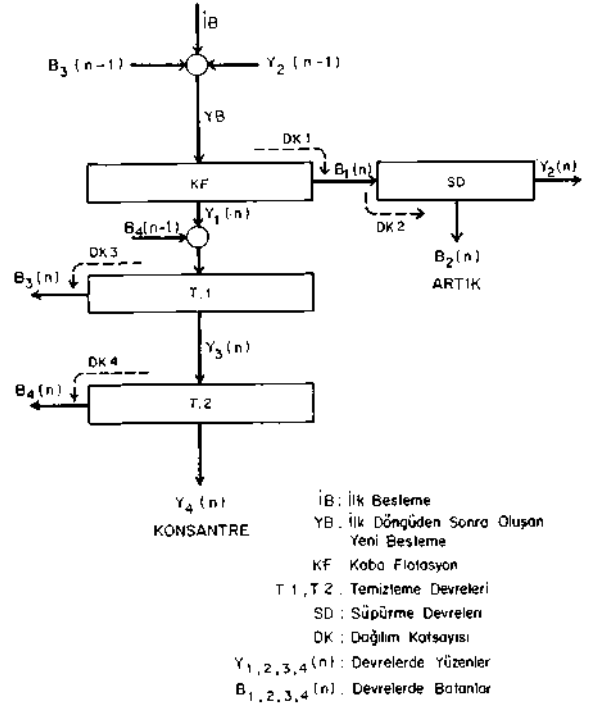
Minerallerin süreli (tesis) devrelerdeki yüzebilirlik davranışları kesikli (klasik laboratuvar deneyleri) devrelerden farklı olmaktadır (Agar ve ark., 1980). Bu nedenle klasik flotasyon deneyleri, minerallerin tesis devrelerindeki davranışlarını belirlemede yetersiz kalmaktadır. Minerallerin yüzebilirliklerinin tesis devrelerine benzer süreli devrelerde incelenmesi gerekmektedir. Bu amaçla kapalı devre flotasyon deneyleri ve pilot tesis çalışmaları yapılmaktadır. Fakat, bu iki çalışmanın yürütülebilmesi çok güç, zaman alıcı, hatta bazı durumlarda olanaksız olabilmektedir (örneğin; devrelerde denge durumuna (steady state) ulaşamaması, ya da önceden tahmin edilemediği için devrelerde oluşan aşırı yükten dolayı deneyin tamamlanamaması gibi) (Agar, 1982 ve 1978).

Benzetim (simulasyon) yöntemleri yukarıda bahsedilen zorlukları aşmada araştırmacılara ışık tutmaktadır. Kaynaklarda bu tür çalışmaların sonuçları, simulasyon yöntemlerinin kapalı devre flotasyon deney sonuçlarının klasik flotasyon deney sonuçlarını kullanarak önceden belirlenebileceğini göstermektedir (Agar, 1978, Nishmura ve ark., 1989).

## 2. SİMULASYON YÖNTEMİ

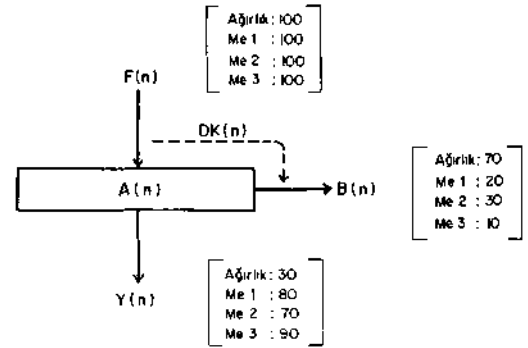
Kapalı devre flotasyon deneyleri (Şekil 1), n'inci döngüde elde edilen orta ürünlerin ( $B_1(n)$ ,  $B_2(n)$ , ...) ve varsa süpürme devresi konsantrisinin ilk besleme (İB) ile bir sonraki döngüde (n+1) gerekli yerlere yeniden yüzdürmek için birleştirilmesiyle oluşan ve aslında klasik flotasyon deneylerinin tekrarı olan uzun flotasyon deneyleridir.

Bu çalışmada sunulan simulasyon yönteminde, flotasyon devrelerindeki madde taneciklerinin dağılımının devrenin içinde bulunduğu kimyasal koşullara ve flotasyon zamanına bağlı olduğu ve bu koşullar sabit kaldığı sürece değişmeyeceği (Agar, 1978) kabul edilmiştir. Bu yüzden her ayırma işlemine (kaba flotasyon, temizleme ve süpürme devreleri) klasik flotasyon deneylerinden elde edilen dağılım katsayıları (DK) verilmiştir. Bu dağılım katsayıları



Şekil 1. n'inci Döngüde Tipik Bir Kapalı Devre Flotasyon Şeması

(Şekil 2), bir devrede batan kısmın ağırlıkça ve metal içeriği olarak o devreye beslenen cevherin aynı özelliklerine oranlayarak hesaplanmaktadır.



### Dağılım Katsayıları

A (Ağırlık)	DK: 0.70
Me 1 DK	: 0.20
Me 2 DK	: 0.30
Me 3 DK	: 0.10

n: Kaba Flotasyon, Temizleme Süpürme Devresi

F(n): Besleme

A(n): Flotasyon Devresi

Y(n): Flotasyon Devresinde Yüzenler

B(n): Flotasyon Devresinde Batanlar

DK(n): Dağılım Katsayısı

Me 1, 2, 3: Cevherin İçerdiği Metaller

Şekil 2. Flotasyon Devrelerinde Dağılım Katsayılarının Hesaplanması

Dağılım katsayılarının devrelerdeki kimyasal koşullar ve flotasyon zamanı değişmediği sürece sabit kalacağı kabul edildiğinden, devrelerin denge durumundaki (steady state) yüklerini (ağırlık ve metal miktarı) hesaplamada kullanılan matematiksel eşitlikler türetilmektedir. Bu eşitliklerin nasıl çıkartıldığı anlaşıldıktan sonra herhangi bir akım şeması için devrelerdeki yük dağılımlarını veren eşitliklerin yazılabilmesi kolay olacaktır.

Kapalı devre flotasyon deneyi sonuçlarının simülasyonunda, ilk döngüde beslenen numune ağırlıkça ve metal miktarı olarak yukarıda bahsedilen ağırlık ve metal dağılım katsayılarına uygun olarak alt devrelere dağıtılırlar. Bundan sonraki döngülerde ise bazı ürünlerin yeniden beslenmesiyle oluşan yeni besleme, yine aynı dağılım katsayılarıyla alt devrelere dağıtılırlar. Belirli sayıda döngü sonunda devrelerin taşıdıkları ağırlık ve metal miktarı değişmez. Bu durum denge durumu (steady state) olarak adlandırılır.

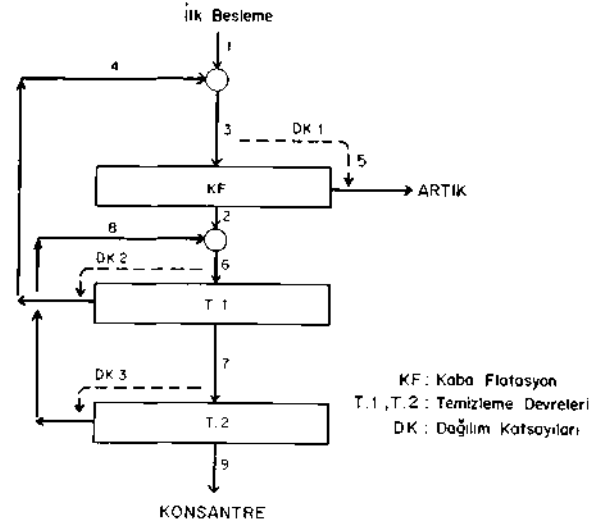
### 3. MODEL

Bu çalışmada sunulan simülasyon yönteminin kapsadığı Matematiksel model, kapalı devre flotasyon deneyinde, akım şemasının içerdiği ayırıcıların sayılarına göre değişebilen sayıda devrelerin, denge durumunda taşıyacakları ağırlık ve metal miktarını (Bu iki değer ve besleme tenöründen, devrelerdeki verim ve tenörü hesaplanabilir) veren eşitliklerden oluşmaktadır. Bu eşitliklerin analitik çözümleri 2 örnek uygulama üzerinde aşağıda sunulmuştur.

#### Örnek Uygulama 1:

Şekil 3'de sunulan kapalı devre flotasyon deneyi akım şeması 3 üniteden oluşmaktadır. (1 kaba flotasyon, 2 ve 3 temizleme devreleri). Şekil 3'de sadece laboratuvarında klasik flotasyon deneyi çalışmalarıyla elde edilen dağılım katsayıları ile 1'no'lu devre yükü ve tenörü bilinmektedir.

Dolayısıyla, (1) no'lu devre dışındaki devreler



Şekil 3. 3 Ayırıcılı Kapalı Devre Flotasyon Deneyi Akım Şeması

sadece bu devreye ve dağılım katsayılarına bağlı eşitliklerle ifade edilmek zorundadırlar. Simülasyon yönteminin kapsadığı Matematiksel modeli de oluşturan bu eşitliklerin analitik yolla yazılımları aşağıda sunulmuştur.

#### I. Döngü:

<b>(3)* = (1)</b>	<b>1.1</b>
<b>(5) = (3) (DK1)</b>	<b>1.2</b>
<b>(2) = (3) (1-DK1)</b>	<b>1.3</b>
<b>(6) = (2)</b>	<b>1.4</b>
<b>(4) = (3) (1-DK1) (DK2)</b>	<b>1.5</b>
<b>(7) = (3) (1-DK1) (1-DK2)</b>	<b>1.6</b>
<b>(8) = (3) (1-DK1) (1-DK2) (DK3)</b>	<b>1.7</b>
<b>(9) = (3) (1-DK1) (1-DK2)(1-DK3)</b>	<b>1.8</b>

#### Denge Durumu (n'döngü sonunda):

<b>(3) = (1) + (4)</b>	<b>1.9</b>
<b>(6) = (2) + (8)</b>	<b>1.10</b>

Denge durumunda, yeni besleme devresi (3 no'lu devre) (1) no'lu devreye bağlı olarak aşağıdaki gibi çıkartılır.

#### Denge Durumunda (8),

$$(8) = (6) (1-DK2) (DK3) \quad 1.11$$

olduğundan ve Eşitlik 1,10 buna göre yeniden yazıldığında,

\* Parantez içerisindeki sayı devre numarasını gösterir. Dağılım katsayıları ağırlık ve metal için denkleme konduğunda, eşitliğin sağ tarafı o devredeki ağırlık ve metal dağılımını gösterir.

$$(6) = (2) + (6)(1-DK2)(DK3) \quad 1.12$$

yada,

$$(6) = (2)/(1-(1-DK2)(DK3)) \quad 1.13$$

olarak yeniden düzenlenebilir. Daha sonra aşağıdaki işlemler yapıp, (3) no'lu devre eşitliği (1) no'lu devreye ve dağılım katsayılarına bağlı yazılabilir.

$$(2) = (3)(1-DK1) \quad 1.14$$

$$(6) = (3) (1-DK1) / (1-(1-DK2) (DK3)) \quad 1.15$$

$$(4) = (3) (1-DK1) (DK2)/(1-(1-DK2)(DK3)) \quad 1.16$$

$$(3) = (1) + (3)(1-DK1)(DK2)/ (1-(1-DK2) (DK3)) \quad 1.17$$

(3) yalnız bırakılırsa,

$$(3) = (1)/(1-(((1-DK1)(DK2)))/ (1-(1-DK2) (DK3)))) \quad 1.18$$

(3) no'lu devre eşitliği sadece (1) no'lu devre ve dağılım katsayılarına bağlı yazılabilir. Bundan sonraki işlem ise denge durumunda oluşan yeni beslenmeyi (1.18), I. döngüde olduğu gibi dağılım katsayılarıyla alt devrelere aşağıdaki gibi dağıtmaktadır.

$$(3) = (1)/(1-(((1-DK1)(DK2)))/ (1-(1-DK2) (DK3)))) \quad 1.19$$

$$(2) = (1) (1-DK1) / (1-(((1-DK1) (DK2)))/ (1-(1-DK2) (DK3)))) \quad 1.20$$

$$(4) = (1) (1-DK1) (DK2) / (1-(((1-DK1) (DK2)))/ (1-(1-DK2) (DK3)))) \quad 1.21$$

$$(5) = (1)(DK1)/(1-(((1-DK1)(DK2)))/ (1-(1-DK2) (DK3)))) \quad 1.22$$

$$(6) = (1)(DK1)/(1-(((1-DK1)(DK2)))/ (1-(1-DK2) (DK3)))) ((1-DK2)(DK3)) \quad 1.23$$

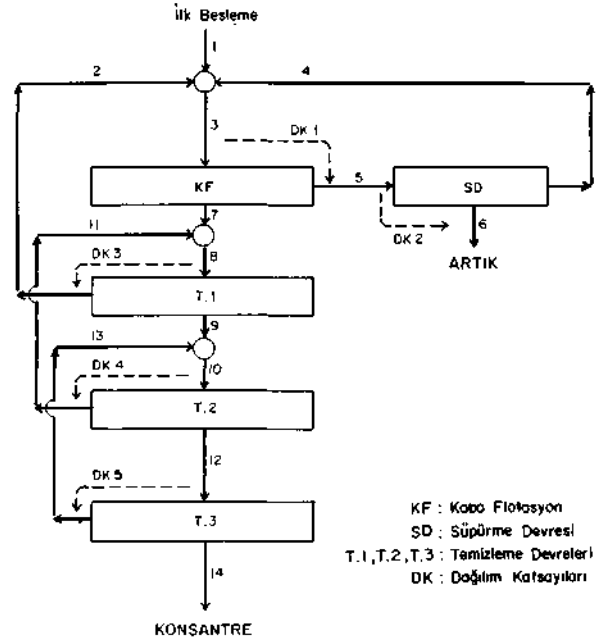
$$(7) = (1) (1-DK1) (1-DK2) / (1-(((1-DK1) (DK2)))/ (1-(1-DK2) (DK3)))) \quad 1.24$$

$$(8) = (1) (1-DK1) (1-DK2) (DK3) / (1-(((1-DK1) (DK2)))/ (1-(1-DK2) (DK3)))) \quad 1.25$$

$$(9) = (1) (1-DK1) (1-DK2) (DK3) / (1-(((1-DK1) (DK2)))/ (1-(1-DK2) (DK3)))) \quad 1.26$$

## Örnek Uygulama 2:

Bazı kapalı devre flotasyon deneyleri, cevherin zenginleştirilebilir özelliklerine bağlı olarak daha fazla sayıda temizleme devresi içerebilmektedir. Böylece, daha zengin konsantre üretilebilmektedir. Ayrıca, artığa kaçan bir miktar minerali de yeniden kazanmak için süpürme devreleri bu tür akım şemalarına eklenmektedir. Bu şekilde oluşan akım şemalarına bir örnek Şekil 4'de sunulmuştur. Bu akım şemasının, denge durumunda, devrelerinin taşıyacakları yükleri veren eşitlikler aşağıda çıkartılmıştır.



Şekil 4. 5 Ayırıcılı Kapalı Devre Flotasyon Deneyi Akım Şeması

## I. Döngü

$$(3) = (1) \quad 2.1$$

$$(2) = (3) (1-DK1) (DK3) \quad 2.2$$

$$(4) = (3) (DK1) (1-DK2) \quad 2.3$$

$$(5) = (3) (DK1) \quad 2.4$$

$$(6) = (3) (DK1) (DK2) \quad 2.5$$

$$(7) = (3) (1-DK1) \quad 2.6$$

$$(8) = (7) \quad 2.7$$

$$(9) = (3) (1-DK1) (1-DK3) \quad 2.8$$

$$(10) = (9) \quad 2.9$$

$$(11) = (3) (1-DK1) (1-DK3) (DK4) \quad 2.10$$

$$(12) = (3) (1-DK1) (1-DK3) (1-DK4) \quad 2.11$$

$$(13) = (3) (1-DK1) (1-DK3) (1-DK4) (DK5) \quad 2.12$$

$$(14) = (3)(1-DK1)(1-DK3)(1-DK4)(1-DK5) \quad 2.13$$

Denge Durumunda, (3), (8), (10) devreleri

$$(3) = (1) + (2) + (4) \quad 2.14$$

$$(8) = (7) + (11) \quad 2.15$$

$$(10) = (9) + (13) \quad 2.16$$

olarak yeniden oluşurlar. Eşitlik 2.16'da (13) no'lu devre eşitliği (10) no'lu devreye bağlı yazılıp,

$$(13) = (10)(1-DK4)(DK5) \quad 2.17$$

Eşitlik 2.16'da yerine konulursa, (10) no'lu devre,

$$(10) = (9) + (10) (1-DK4) (DK5) \quad 2.18$$

yada,

$$(10) = (9)/(1-(1-DK4) (DK5)) \quad 2.19$$

olarak yeniden düzenlenebilir. (9) no'lu devre,

$$(9) = (8)(1-DK3) \quad 2.20$$

olduğundan, 2.19'daki (10) no'lu devre eşitliği,

$$(10) = (8) (1-DK3) / (1-(1-DK4) (DK5)) \quad 2.21$$

olarak (8) no'lu devreye bağlı yazılır. Buna benzer olarak, Eşitlik 2.15'de (8) no'lu devre eşitliği (3) no'lu devreye bağlı aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$(11) = (10)(DK4) \quad 2.22$$

ve

$$(7) = (3)(1-DK1) \quad 2.23$$

olduğundan, 2.15'deki (8) no'lu devre eşitliği,

$$(8) = (3)(1-DK1) + (8)(1-DK3)/ \\ (1-(1-DK4)(DK5)) \quad 2.24$$

yada

$$(8) = (3) (1-DK1) / (1 - (1-DK3) (DK4)) / \\ (1-(1-DK4) (DK5)) \quad 2.25$$

olarak yeniden yazılabilir. Aynı şekilde (4) ve (2)

no'lu devreler,

$$(4) = (3)(DK1)(1-DK2) \quad 2.26$$

$$(2) = (8) (DK3) \quad 2.27$$

olarak yazılıp, Eşitlik 2.25'deki (8) no'lu devre eşitliği, Eşitlik 2.27'de yerine konulursa, (2) no'lu devre,

$$(2) = (3) (1-DK1) (DK3) / (1 - (1-DK3) \\ (DK4)) / (1 - (1-DK4) (DK5)) \quad 2.28$$

olur. Buradan da, 2.26 ve 2.28 eşitlikleri 2.14'de yerlerine konulursa (3),

$$(3) = (1) / (1 - (1-DK1) (DK3)) / (1 - ((1-DK3) \\ (DK4)/(1(1-DK4)(DK5)))) \\ + (DK1)(1-DK2) \quad 2.29$$

yeni besleme eşitliği olarak çıkartılabilir. Bu yeni besleme artık, Matematiksel modelde devrelerin denge durumundaki yüklerini veren eşitlikleri oluşturmada aşağıdaki gibi kullanılabilir.

$$(3)^* = (1) / (1 - (1-DK1) (DK3) / (1 - (1-DK3) \\ (DK4)/(1(1-DK4)(DK5)))) \\ + (DK1)(1-DK2) \quad 2.29$$

$$(2) = (3)^*(1-DK1)(DK3) \quad 2.30$$

$$(4) = (3)^*(DK1)(1-DK2) \quad 2.31$$

$$(5) = (3)^*(DK1) \quad 2.32$$

$$(6) = (3)^*(DK1)(DK2) \quad 2.33$$

$$(7) = (3)^*(1-DK1) \quad 2.34$$

$$(8)^* = (3)^*(1-DK1)/(1 - (1-DK3)(DK4)/ \\ 1 - (1-DK4)(DK5)) \quad 2.35$$

$$(9) = (8)^*(1-DK3) \quad 2.36$$

$$(10)^* = (8)^* (1-DK3) / (1 - (1-DK4) (DK5)) \quad 2.37$$

$$(11) = (10)^*(DK4) \quad 2.38$$

$$(12) = (10)^*(1-DK4) \quad 2.39$$

$$(13) = (10)^*(1-DK4)(DK5) \quad 2.40$$

$$(14) = (10)^*(1-DK4)(1-DK5) \quad 2.41$$

#### 4. SİMULASYON YÖNTEMİNİN UYGULANMASI

Bu çalışmada sunulan simülasyon yönteminin uygulanabilmesi için aşağıda sunulan işlemlerin sırasıyla yapılması gerekmektedir.

1. Klasik flotasyon deneyinde kullanılacak numunenin kimyasal analizinin yapılması.

2. Öngörülen akım şemasına bağlı olarak optimum koşulda klasik flotasyon deneylerinin yapılması. Bu deneylerin bir kaç kez tekrar edilmesi, elde edilen sonuçların tekrarlanabilirliği açısından önemlidir.

3. Klasik flotasyon deneyinden elde edilen ürünlerin (Konsantre, orta ürün, artık) tartılıp, kimyasal analizlerinin yapılması.

4. Elde edilen bu verilerden sonra ağırlık ve metal dağılım katsayılarının hesaplanması.

5. Örneklerde de sunulduğu gibi, üzerinde çalışılan akım şemasına ait yük dağılım eşitliklerinin analitik yolla çıkartılması.

6. (1) no'lu devrede yük dağılımı 100 kabul edilip ağırlık dağılım katsayılarının girilmesinden sonra devrelerdeki ağırlık dağılımlarının hesaplanması.

7. Eşitliklere cevherin içerdiği her metal'e ait metal dağılım katsayılarının girilip, devrelerdeki metal dağılımlarının hesaplanması.

8. (1) no'lu devrede metal içeriği 100 olarak alınacağından, devrelerdeki metal dağılımları o devredeki verimi gösterir.

9. Devrelerde, verim ve ağırlık dağılımları artık bilindiğinden, her devrede tenor hesapları aşağıdaki gibi yapılabilir.

$$c = \frac{F \cdot f}{C} \times \frac{R}{100}$$

c : Devredeki tenor (%)

C : Devredeki Ağırlık Miktarı (Madde 6)

F : Flotasyon deneyine beslenen numunenin ağırlığı (100 Birim)

f : Besleme tenörü (%) (Madde 1)

R : Devrelerdeki verim (%) (Madde 7)

#### 5. SONUÇ

Minerallerin flotasyon devrelerindeki yüzeylilik davranışları, Matematiksel modeller ile analitik olarak açıklanabilmektedir. Bu amaç doğrultusunda geliştirilen Matematiksel modeller, kullanmada araştırmacıya kolaylık sağlaması için bilgisayar programları olarak yeniden düzenlenebilmektedir.

Yapılması güç ve zaman alıcı kapalı devre flotasyon deneyi sonuçlarının benzetişimi, klasik flotasyon deneylerinden elde edilen verileri bu modeller içerisinde kullanarak yapılabilmektedir. Böylece de, kapalı devre flotasyon deneyinin yürütülmesinde çıkabilecek bazı güçlükler önceden belirlenebileceği gibi, zamandan, maliyetten ve gerekli iş gücünden de tasarruf sağlanabilecektir.

Bu çalışmada yukarıda belirtilen amaç doğrultusunda bir simülasyon yönteminin uygulanması ayrıntılı olarak açıklanmıştır. Ayrıca, modeldeki eşitliklerin analitiksel yazılımları ilk defa bu çalışma ile açıklanarak, modelin cevher hazırlama ile ilgilenen bütün araştırmacılar tarafından kullanılabilirliği sağlanmıştır.

#### 6. TEŞEKKÜR

Yazar bu çalışmanın başlatılması ve yürütülmesi sırasında yakın ilgi ve yardımlarından ötürü Doç. Dr. İrfan Bayraktar'a teşekkür etmeyi borç bilir.

#### KAYNAKLAR

AGAR, G.E., CRAWLEY, R.S., and BRUCE, T.J., 1980; "Optimizing the Design of Flotation Circuits", CIM Bulletin, December, p. 173

AGAR, G.E., 1982; "Bench-Scale Simulation of Flotation Plant Performance", CIM Bulletin, December, p.93

AGAR, G.E., 1978; "Predicting the Locked Cycle Test Results From Batch Data", CIM Bulletin, November, p. 119-125

NISHMURA, S., HIROSUE, H., SHOBU, K and JINNAI, K., 1989; "Analytical Evaluation of Locked Cycle Flotation Tests", Int. Journal of Min. Proc. 27, p. 39-50