

Kırma ve Öğütmede Tane Dağılımı Formülleri ve Grafikselle İfadeleri

Çetin HOŞTEN O

ÖZET:

Bu yazı bazı tane dağılımı formüllerini ve tane dağılımı analizlerinin grafiksel sunulmaları ile ilgili yöntemleri özetlemektedir. Formüllerin kullanılmalanndaki sınırlamalar ve eğri uyumlaması açısından iyilik dereceleri de yer yer tartışılmıştır.

ABSTRACT:

This article summarizes some common size distribution equations and the graphical presentation of size distribution data. The limitations of the equations and their degree of goodness as a curve - fitting agent have been also discussed.

I — TANE DAĞILIMI FORMÜLLERİ

Genel olarak kullanılan üç formül şunlardır :

A — Gates - Gaudin - Schumann formülü¹: (G-G-S)

Formül Schumann'ın ifade ettiği şekilde şöyledir:

$$Y = 100(X/k)^m \dots \dots \dots (1)$$

Bu formülde Y elek açıklığı X olan elek altına geçen toplam % ağırlıktır, k ise ebat ölçüsü cinsinden ifade edilir, m dağılım modülü olarak adlandırılır.

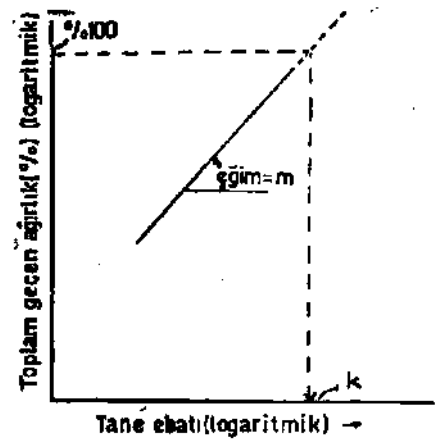
(1) numaralı eşitliğin logaritması alındığında :

$$\log Y = m(\log X - \log k) + 2 \dots \dots \dots (2)$$

m ve k sabit olduklarından (2) numaralı eşitliğin log : log eksenlerine göre grafiği bir doğru çizgi verir (Şekil: 1). Doğrunun eğimi m'yi ve uzantısının % 100 toplam geçeni kestiği noktanın absisi de k'yi verir.

(1) numaralı eşitliğin elde edilmesindeki başlangıç noktası Gaudin'in homojen katılar için geliştirdiği

$$W = Cx^m \text{ formülüdür.} \dots \dots \dots (3)$$



Şekil.1. (G.G.S) Grafiği

Maden Mühendisi — ODTÜ Maden Müh. Bölümü - Ankara

W : Geometrik bir seri teşkil eden elek dizisinde elek açıklığı x olan eleğin üzerinde kalan ve elek açıklığı px olan bir büyük eleğin altına geçen % ağırlıktır.

C, m : Sabittirler.

Schuhmann (3) numaralı eşitliğin $x=0$ a kadar geçerli olduğunu kabul ederek ve C_m, p cinsinden yeni bir k sabiti tayin ederek, bu eşitliğin (1) numaralı formüle eşit olduğunu göstermiştir¹. Ancak (3) numaralı formülde C - nin basit olarak ifade edilebilecek fiziksel bir anlamı yoktur ve değeri elek oranı p'ye ve kırılan materyale Qbre değişmektedir. Öte yandan (1) numaralı (G-G-S) formülü herhangi bir tane dağılımı analizi sisteminin verilerine uygulanabilir.

G-G-S) formülü genellikle cevher hazırlamada kullanılır.

B — ROSIN - RAMMLER Formülü²:
(R-R)

Formül Bennet'in ifade ettiği şekliyle şöyledir:

$$Y = (1 - \exp(-(X/X_0)^n)) \dots \dots \dots (4)$$

X : Tane ebatı (elek açıklığı)

Y : X ebatından ufak olan materyalin % ağırlığı

X : Ebat parametresi

n : Dağılım parametresi

(4) numaralı eşitlikten ilerleyerek

$$(100-Y)/100 = \exp(-(X/X_0)^n)$$

$$\log_{10}((100-Y)/100) = \log_{10}(\exp(-(X/X_0)^n))$$

$$\log_{10}((100/(100-Y))) = n (\log X - \log X_0) \dots \dots \dots (5)$$

Bu şekli ile formül bir doğru verecek şekilde özel olarak hazırlanmış grafik kâğıtlarında kullanılabilir. Çizilen grafikte doğrunun eğimin parametresini ve düşey eksen değeri % 36.79 olduğundaki X değeri X' parametresini verir.

(R—R) formülü kömür hazırlamada tercih edilir.

C — Gaudin - Meloy Formülü³; (G-M)
Kırılan katının izotropik ve homojen ol-

duğu kabul edilirse ve kırılma işlemi tek bir çatlamada (= single fracture) oluyorsa :

$$Y = 1 - (1 - X/X_0)^r \dots \dots \dots (6)$$

Y = X ebatından ufak olan materyal fraksiyonu

X₀: En büyük tane ebatı

r: Dağılım parametresi

(G-M) formülü bazı özel grafiksel yöntemler ile kullanılabilir. İlk iki yöntem nazaran daha az kullanışlıdır⁴. Bu engele karşılık, (GiM) yöntemi İri tane bölgesini temsil edebilme yönünden diğerlerinden daha üstündür⁵.

Küçük tane ebatlarında (küçük Y değerlerinde) (4) numaralı eşitlik (1) numaralı eşitliğe indirgenmektedir. Yine $m=r=1$ olduğunda (1) ve (6) numaralı formüller özdeş olur. $m=n=r=1$ olduğunda ve sadece küçük ebatlar düşünüldüğünde üç tane - dağılımı formülü özdeş olmaktadır. Dağılım modüllerinin 1 değerini alması özel bir durum olup tek bir çatlama (=single fracture) koşullarından ortaya çıkar*. Ancak birçok kırıcı ve öğütücüde tekrarlanan çatlamalar (=repeated fractures) vardır. Bu özellikle bilyalı ve çubuklu değirmenler için geçerlidir⁷.

II _ TANE DAĞILIMI VERİLERİNİN GRAFİKSEL SUNULMA YÖNTEMLERİ

Tane dağılımı verilerinin grafiksel olarak ifade edilmelerindeki amaçlar şu şekilde sıralanabilir⁸:

a — Bir tane dağılım formülünün eğrisel uyumlamasını yapmak ve parametrelerini tayin etmek.

b — Eldeki veriyi en iyi açıklıkla göstermek ve karşılaştırmalar yapabilmek.

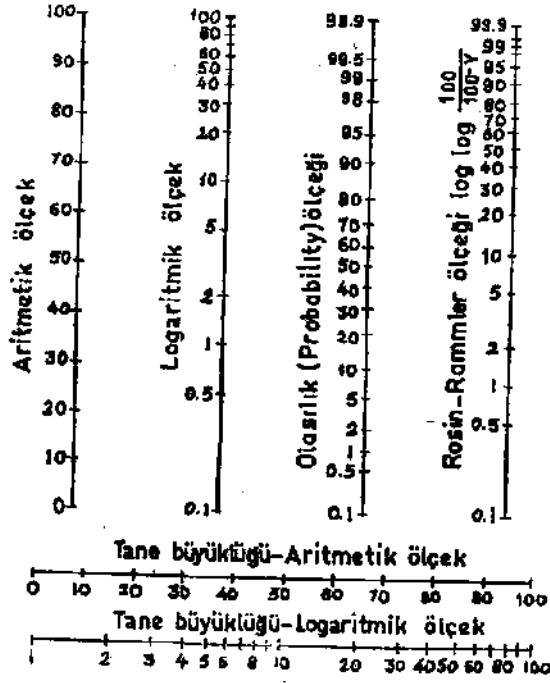
Grafiklerde genel olarak düşey ekseninde ağırlık fonksiyonları, yatay ekseninde ise ebat fonksiyonları noktalanır.

Taggart⁹ 12 çeşit grafiksel yöntemden söz etmekte ise de bunların ancak birkaçı yaygın olarak kullanılmaktadır.

Bir grafiksel yöntemin içermesi gereken en önemli özellik bütün tane ebat-

ianni aynı açıklıkla ortaya koyması ve bazı tane - ebat bölgelerindeki yığılmayı önlemesidir.

Grafiklerin düşey ve yatay eksenlerinde kullanılan ölçekler karşılaştırmalı olarak (Şekil - 2) de gösterilmiştir.



Şekil 2. Ölçeklerin karşılaştırılması (Harris*)

A — Direkt - Aritmetik : log

Her eleğin kendi üzerinde kalan ağırlığın logaritmik tane ebatına karşı noktalanmasıdır. Elek açıklıkları sabit bir orana artan elekler kullanıldığında, bu elek açıklıklarının logaritmaları da sabit olarak artacağından, yatay eksen boyunca veri noktalarının eşit aralıklar ile dağılmasını sağlar.

B — Toplam (=kümülatif) - aritmetik: log

X ebatı altına geçen Y toplam ağırlık yüzdesinin aritmetik olarak logaritmik tane ebatına karşı noktalanmasıdır. Bu şekilde çizilen birçok eğriler S şeklindedir ve genellikle eğrinin uç noktalarında veri noktalarının yığılmasına neden olur.

C — Toplam - Probabilite : log

X ebatı altına geçen % ağırlık (Y) bir probabilite ölçeğinde noktalanır. Bu yöntem Y'nin % 25'ten küçük ve % 75'ten büyük olduğu bölgelerdeki yığılmayı önler ve bir önceki yöntemde bahsettiğimiz S şeklini kısmen ortadan kaldırır. Eğer dağılım bir ebata göre simetrik ise eğri doğrusal olur.

D — (G-G-S-) ve (R-R) Yöntemleri:

Her iki yöntemin özellikleri Tablo -1 de verilmiştir.

TABLO — I : (G-G-S) ve (R-R) Yöntemlerinin Özellikleri

	G-G-S	R-R
Formül	$Y = (X/k)^m$	$Y = 1 - \exp(-HX/X')$
Eğri uygulamasında kullanılan formül	$\log Y = m (\log X - \log k)$ $\log X'$ 'e karşı $\log Y$	$\log \ln (1/(1 - Y)) = n (\log X - \log X')$ $\log X'$ 'e karşı $\log \ln (1/(K - Y))$
Eğri çizim yöntemi	Cevher hazırlama	Cevher hazırlama, kömür hazırlama
Bugünkü ana kullanılış sahası		
Diğer uygulamalar	Sadece kırma - öğütme çalışmaları	Genel tane dağılımı fonksiyonu olarak

Y: X ebatı altına geçen toplam fraksiyon (veya % ağırlık).

(G-G-S) grafiksel yöntemi Y'nin % 50'den ve özellikle % 25'ten küçük olduğu bölgelerde genişleme sağlar. Ancak Y'nin % 50'den ve özellikle % 75'ten büyük olduğu bölgelerde yığılmaya neden olur. Bu engel yöntemin kullanılmasını sınırlamaktadır. Yöntemin bu aksaklığı iri tane bölgelerinde eğrinin eğimi arttığında kendini daha çok hissettirir. Bu nedenle kısa süreli öğütme deneyleri verileri G-G-S ile oldukça iyi ifade edilebilir.

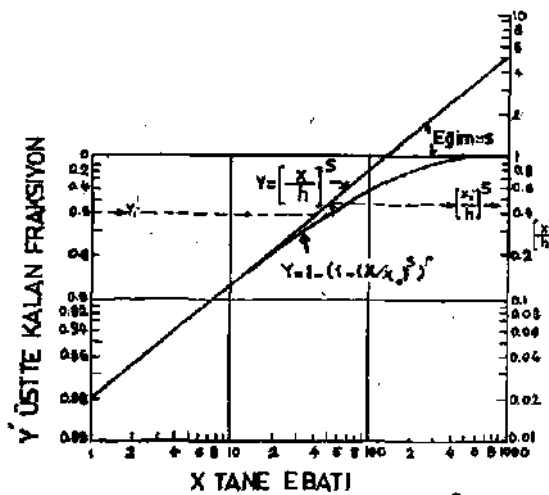
(R-R) yöntemi Y'nin % 25'ten küçük, % 75'ten büyük olduğu bölgelerde genişlemeye neden olur. Y'nin % 30 ve % 60 değerleri arasında yığılma ortaya çıkıyorsa büyük bir problem yaratacak nitelikte değildir. (R-R) yöntemi düşey eksen- de veri noktalarına yeterli ve hissedilir derecede düzgün aralıklar sağlar.

III — 3 PARAMETRELİ GENEL TANE - DAĞILIMI FORMÜLÜ

Daha önce adı geçen üç genel dağılım formülünün meziyetlerini birleştiren üç parametrelî genel bir bağıntı geliştirilmiştir - :

$$Y = 1 - (1 - (X/X_0)^S)^r \quad (7)$$

Y: X tane ebatından ufak olan fraksiyon.



SONUÇ:

İki parametrelili genel tane - dağılımı formülleri endüstrideki kırma ve öğütme işlemlerinin verdiği ürünün tümünü temsil edecek nitelikte olmayıp ancak iri veya ince tane bölgelerinde kısmî bir uyum

sağlamaktadırlar. Eğri uyumlaması yapmak açısından birbirlerine kesin üstünlük sağlayacak özelliklere sahip değildir. Üç parametrelili tane - dağılımı formülü iki parametrelili formüllerin özelliklerini kendisinde toplamaktadır.

KAYNAKLAR :

- 1.—Schuhmann, R. Jr., «Principles of Comminution I — Size Distribution and Surface Calculations,» AIME TP 1189, Mining Technology, July 1940, pp. 1-11.
- 2—Rosin P. and Rammler E. «The Laws governing the fineness of powdered coal» J. Inst. Fuel, Vol. 7, 1933-34, 29-36; Discussion by Bennett J.G. and Heywood H. Ibid, Vol. 7, 1933-34, 109-12.
- 3 — Gaudin, A. M., and Meloy, T.P., «Model and a Comminution Distribution Equation for Single Fracture», AfME Trans., 1962, 223, pp. 40-43.
- 4—Harris, C.C., «A Method for Determining the Parameters of the G-M Distribution,» AIME Trans., 1966, Vol. 235, p. 143.
- 5—Harris, C.C., «The Application of Size Distribution Equations to Multi - event Comminution Processes,» AIME Trans 1968, Vol. 241, pp. 343-358.
- 6 — Gilvarry, J.J., «Fracture of Brittle Solids Pt 1 Distribution Function for Fragment Size in Single Fracture,» J. Appl. Phys., March 1961, Vol. 32 pp. 391.
- 7 — Gaudin, A. M., Meloy, T.P., «Model and Comminution Distribution Equation for Repeated Fracture,» AIME Trans., 1962, Vol. 223, 43-50.
- 8 — Harris, C.C., «Graphical Presentation of Size Distribution Data : An Assessment of Current Practice,» tMM Trans. Section C, Vol. 80, Bull. No. 778, Sept. 1971.
- 9 — Taggart, A.F., Handbook of Mineral Dressing, Sec. 19, John Wiley & Sons, Newyork, 1945