Huni Kapların En Uygun Hesabı

Mehmet AKYURT *

ÖZET

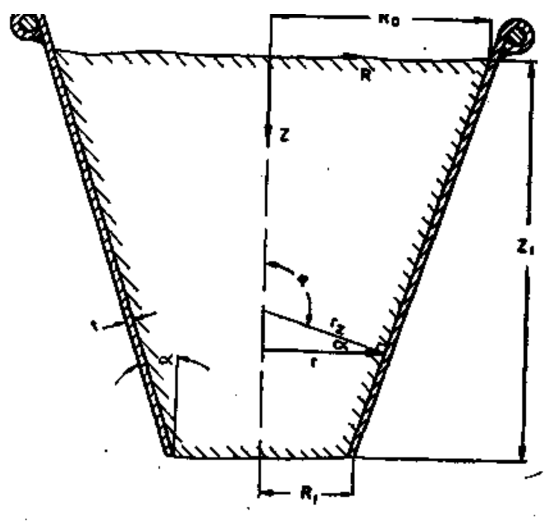
Taneli maimeze dolu huni biçimindeki kaplar iğin bir değer bağıntısı bulundu. Huni duvarındaki gerilimler hesaplanarak sınır fonksiyonları çıkarıldı. Side edilen denklem takımlarının bir hesaplayan marifetiyle çözülebileceğine işaret edildikten sonra ortaya konan teoıi maliyetin asgari tutulduğu iki misalle izah edildi.

ABSTRACT

A merit function is given for the optimum design of conical hoppers containing granular media. Stress field in the bin wall is formulated, and regional and functional constraints of the problem are discussed. Possibility of to illustrate the theory developed.

Giriş :

Çeşitli mühendislik tatbikatlarında depo veya doldurma işlemlerinde huni kaplar kullanılmaktadır. Taneli madde dolu dairesel ta-banlı dik silindirik kaplardaki gerilim dağılımı Janssen formülüyle bulunabilir. (McCabe ve Smith, 1967). Huni biçimindeki kaplan da içine alan daha genel bir çözüm bir başka yazıda verilmişti. (Akyurt, 1970). Bu yazıda üsten halka ile desteklenen taneli malzeme dolu huni biçimindeki kapların en uygun hesabı (optimum design) için temel prensipler verilecek, ve sonuçlar iki misalle izah edilecektir.



Şekil 1. Taneli madde dolu kesik huni

Değer Bağlantısı :

Belli bir malzemeden imâl edilmesi istenen huni biçiminde bir kap düşünelim (Şekil 1). Kabın hacmi de verilmiş olsun. Bu takdirde toplam maliyeti şöyle ifade etmek mümkündür:

M = f (huninin yüzey alanı, saç kalınlığı, kaynak uzunluğu)

Burada yüzey alanı

$$S = 2\pi \int_0^{z_1} r \left[1 + \left(\frac{dr}{dz} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} dz,$$

$$r = \frac{R_1 - R_0}{z_1} z + R_0,$$

ve kaynak uzunluğu $\pi z_1 / \cos \alpha$ ifadesiyle verileceğinden, maliyeti

M = f (R_0, Z_1, α, t) olarak yazabiliriz.

* Makina Y. Müh. O.D.T.U. Makina Mühendisliği Bölümü Y. Profesörü.

Yukarıda n dikine kaynak sayısıdır, ve kesik huninin alt kapağı hesaba dahil edilmemiştir.

Hesabın gayesi kesik huniyi mümkün olduğu kadar aza mal etmek olduğuna göre M bağıntısını biraz daha incelemek yerinde olur

$$M = \rho_m \cdot S \cdot t \cdot f_m + n \cdot f_k \cdot z_1 / \cos\alpha \quad (1)$$

Burada

ρ_m huni malzemesinin birim ağırlığı, kg/cm^3

f_m huni malzemesinin birim fiatı, Tl/kg

f_k şekillendirme ve kaynak için, birim kaynak uzunluğuna indirgenmiş fiattir

Yüzey alanının nihai ifadesi olan

$$S = \frac{\pi z_1}{\cos\alpha} (2R_o - z_1 \tan\alpha)$$

yi (1) de yerine koyunca değer fonksiyonu olan maliyet

$$M = \left[\rho_m \cdot \pi (2R_o - z_1 \tan\alpha) t \cdot f_m + n f_k\right] \frac{z_1}{\cos\alpha} \quad (2)$$

olur

Huni Duvarındaki Gerilimler :

Değer fonksiyonundaki Ro, z ve t değişkenlerinin sınır fonksiyonlarını bulmak amacıyla önce huni duvarındaki gerilimleri inceleyelim. Bu maksatla simetrik olarak yüklenen dönel bir yüzey için denge denklemlerini yazalım (Timoshenko ve Woinowsky-Krieger, 1959):

$$2\pi r N_\phi \sin\phi + Y = 0$$

$$\frac{N_\phi}{r_1} + \frac{N_\theta}{r_2} = -W$$

Burada

r_1 = boylam düzleminde eğiklik yarıçapı — cm,

r_2 = boylam düzlemine dik düzlemin eğiklik yarıçapı — cm,

N_ϕ = ϕ — yönündeki birim normal kuvvetin büyüklüğü — kg/cm,

N_θ = θ — yönündeki birim normal kuvvetin büyüklüğü — kg/cm,

W = Z — yönündeki yük,

Y = eşdeğer harici yüktür.

Huni için $r_1 = \infty$ olduğundan

$$N_\theta = -\frac{W r}{\cos\alpha} \quad (4)$$

haline sadeleşir. Taneli malzemeden dolayı meydana gelen dikey ve yatay gerilimlere sırasıyla P_v ve P_L denirse,

$$-W = P_v (K \cos\alpha + \sin\alpha)$$

olarak bulunur. Burada K, p_L 'nin P_v'ye oranına eşittir.

Böylece N_θ

$$N_\theta = r \cdot P_v (K + \tan\alpha) \quad (5)$$

Üstteki taşıyıcı halkaya gelen (3) denklemindeki Y kuvveti ise z seviyesinde

$$-Y = \pi r^2 P_v + \frac{1}{3}(z_1 - z)\pi \left[r^2 + rR_1 + R_1^2\right] \rho_d \quad \text{dir.}$$

Buradan

$$N_\phi = \frac{1}{2\cos\alpha}\left[r P_v + \frac{1}{3}(z_1 - z)\left(r + R_1 + \frac{R_1^2}{r}\right)\rho_d\right] \quad (6)$$

sonucuna varılır.

Yukarıdaki (5) ve (6) denklemlerinde geçen P_v'nin

$$P_v = \frac{(1-\frac{z}{R_0}\tan\alpha)\,\rho_d R_0}{2\mu(K\cos\alpha+\sin\alpha)-3\tan\alpha}\left[1-\left(1-\frac{z}{R_0}\tan\alpha\right)^{-(p+1)}\right] \qquad (7)$$

olduğu gösterilebilir (Akyurt ve Altınay, 1970). Bu ifade de

$$p = 2\left[1-\mu\cos\alpha(K\cot\alpha+1)\right],$$

ve μ taneli madde ile huni kabuğu arasındaki sürtünme katsayısıdır.

(5) ve (6) ifadelerindeki birim kuvvetlerden sırasıyla θ ve ϕ yönündeki gerilimleri bulmak için bunları t kabuk kalınlığına bölmek kâfidir. Her iki bağıntıda da P_v nin gerilimlerle doğru orantılı olduğu görülmektedir. Kabuk malzemesinin akma sınırı S_m ise, S_θ ve S_ϕ gerilimlerinin S_m'le bağıntıları şöyle olacaktır:

$$S_\theta \leq \frac{S_m}{m}, \quad \text{ki burada m emniyet katsayısıdır,} \qquad (8)$$

ve

$$S_\phi \leq \frac{S_m}{m}. \qquad (9)$$

Belli bir kabuk et kalınlığı t için husule gelecek N_θ ve N_ϕ değerlerinin hangi derinlik z de en büyük değerlerine ulaşacakları hesap yönünden ilgi çekicidir. Ek 1 de P_v'nin $z = z_1$ de, Ek 2 ve Ek 3 te de N_θ ve N_ϕ'nin, sabit ρ_d, R_0, μ, K ve α değerleri için, huninin tabanında sırasıyla P_{vm}, $N_{\theta m}$ ve $N_{\phi m}$ azami kametlerine ulaştıkları gösterilmiştir.

Bu durumda en uygun maliyetin hesabı için kullanılacak formüller şöyle sıralanabilir:

$$M = \frac{z_1}{\cos\alpha}\left[\pi\rho_m t f_m(2R_0-z_1\tan\alpha)+n f_k\right] \qquad (2)$$

$$V = \frac{\pi}{3} z_1 (R_0^2 + R_1 R_0 + R_1^2) \qquad (10)$$

$$R_1 = R_0 - z_1\tan\alpha \qquad (11)$$

$$N_{\theta m} = R_1 P_{vm}(K+\tan\alpha) \qquad (12)$$

$$t = \frac{N_{\phi m}}{S_\phi} \qquad S_\phi \leq \frac{S_m}{m} \qquad (13)$$

$$N_{\phi m} = R_1 P_{vm}/2\cos\alpha \qquad (14)$$

$$t = \frac{N_{\theta m}}{S_\theta} \qquad S_\theta \leq \frac{S_m}{m} \qquad (15)$$

$$P_{vm} = \frac{R_1\,\rho_d}{2\mu(K\cos\alpha+\sin\alpha)-3\tan\alpha}\left[1-\left(\frac{R_1}{R_0}\right)^{-(p+1)}\right] \qquad (7)$$

$$p = 2\left[1-\mu\cos\alpha(K\cot\alpha+1)\right]$$

Ayrıca kesik huninin hacmi V, S_m, K, μ, ρ_m, f_m, f_k ve taneli madde birim ağırlığı ρ_d'nin önceden bilindiği kabul edilmiştir. Varsayımlardan biri de kabuk ağırlığının taneli madde ağırlığına kıyasla yok farzedilebileceğidir.

Bu problem artık çözülebilir hale gelmiştir. Çözüm için çeşitli metotlar kullanılabilir. Klasik Lagrange çarpanları metodu ilk akla gelen yol olursa da, ortaya çıkacak denklemlerin bir arada çözülmesinin zorluğu göz önünde tutularak bundan sarfınazar edilecektir. Beş boyutlu bir uzaya sığan bu problemin çözümü için elektronik hesap makinası (hesaplayan) ve iterasyon metodları oldukça elverişlidir.

En Düşük Maliyeti Huninin Boyutlandırılması

Örnek olarak yukarıda geliştirilen teoriyi St 34 sacdan yapılması istenen 450 metreküp hacimli bir kesik huninin en uygun boyutlarını hesaplamakta kullanalım. K = O. 3, *p.* <= O. 5, pd = 5 gm/cm^3, p, = 7.8 gm/cm^3, n = 1, birim kaynak maliyeti 0.5 Tl/cm, çeliğin birim fiatı da 6 Tl/kg olsun. Ayrıca emniyetrıca emniyet katsayısı m'i de iki olarak alalım.

Bu problemdeki dört bilinmeyeni de şöyle sınırlayalım:

$$
\begin{aligned}
3^\circ &\le \alpha \le 85^\circ \\
0.01\,\text{cm} &\le t \le 10\ \text{cm} \\
50\ \text{cm} &\le z_1 \le 1000\ \text{cm} \\
50\ \text{cm} &\le R_0 \le 1000\ \text{cm}\ .
\end{aligned}
\qquad (16)
$$

Verilen denklemlerden (13) veya (15) i kullanmaya karar vermek için (12) ile (14) ü birbirine eşitlersek

$$\frac{1}{2\cos\alpha} = .3 + \tan\alpha$$

elde edilir. Yer değiştirip, karesini alınca

$$1-1.2\cos\alpha + 0.36\cos^2\alpha = 4(1-\cos^2\alpha)$$

bulunur. Buradan da

$$\alpha \sim 12.8$$

olması gerektiği görülür. Bu durumda (13) ve (15) denklemleri şu hale indirgenmiş olur:

$$\alpha < 12.8^\circ \ \text{için} \quad S_\phi = \frac{S_m}{2} \quad t = \frac{N_{\phi m}}{S_\phi}$$

ve

$$\alpha > 12.8^\circ \ \text{için} \quad S_\theta = \frac{S_m}{2} \quad t = \frac{N_{\theta m}}{S_\theta}$$

Son olarak (16) sınır şartlarına bir göz daha atıldığında z, değerinin hacim V, Ro ve o değerlerine bağlı olduğu görülebilir:

$$z_1 = 3V/(\pi\,.\text{ROT}),$$

$$\text{ROT} = R_0^2 + R_0(R_0 - \text{ZIR}\tan\alpha) + (R_0 - z_1\tan\alpha)^2 \qquad (17)$$

Bu ifade de ZIR değeri kademeli olarak artırılarak z,'in değeri itératif olarak hesaplayanda kolayca bulunabilir. Böylece bilinmeyen sayısı" üçe düşmekte, ve en düşük maliyet sadece «, t vö Ro'a bağlı kalmaktadır.

Şimdi problemi çözmeye hazırız. Sekiz bilinmeyenli bir değer bağıntısını dokuz boyutlu bir uzayda çözen bir program mevcut olduğundan (Mischke, 1968), eldeki problem bu programla çözülecek şekilde ayarlandı. Gerekli bir anda ve üç alt program yazılarak IBM 360 makînasında çözüldü. 270 iterasyon sonunda (9.44 dakika) şu sonuçlar bulundu:

$$
\begin{aligned}
\alpha &= 5.79^\circ \\
t &= 0.199\ \text{cm} \\
z_1 &= 138.00\ \text{cm} \\
R_0 &= 1000.00\ \text{cm} \\
R_1 &= 986.01\ \text{cm} \\
V &= 427.5\ \text{m}^3 \\
F_{\theta m} &= 404.74\ \text{kg/cm} \\
S_{\theta m} &= 2034.34\ \text{kg/cm}^2 \\
F_{\phi m} &= 338.22\ \text{kg/cm} \\
S_{\phi m} &= 1700.00\ \text{kg/cm}^2 \\
P_{vm} &= 0.68\ \text{kg/cm}^2 \\
\text{Maliyet} &= 5208.41\ \text{TL.}
\end{aligned}
$$

Aynı problemde yukarıdaki sınırlamalara ilâveten değişkenlerden birini daha sınırlar, sak maliyetin yükseldiği görülecektir. Mühendişlikte sınırlamaların maliyete tesirinin açık bir misali olmak üzere R, değerinin 150 cm olması gerektiğini farzedelim. Problem buna göre çözüldüğünde 136 iterasyon (38. 17) dakika) sonunda şu sonuçlar elde edildi :

$$
\begin{aligned}
\alpha &= 3^\circ \\
t &= 0.1696\ \text{cm} \\
z_1 &= 2700\ \text{cm} \\
R_0 &= 291.50\ \text{cm} \\
R_1 &= 150.00\ \text{cm}
\end{aligned}
$$

hakiki

$$
\begin{aligned}
V &= 427.5\ m^3 \\
F_{\theta m} &= 318.13\ kg/cm \\
S_{\theta m} &= 1875.61\ kg/cm^2 \\
F_{\phi m} &= 288.34\ kg/cm \\
S_{\phi m} &= 1700.00\ kg/cm^2 \\
P_{vm} &= 3.84\ kg/cm^2
\end{aligned}
$$

En düşük maliyet-20407.547L.

Sonuç

Çıkarılan denklemler yardımıyla taneli malzeme ihtiva eden konik kapların en uygun boyutlarının bulunabileceği anlaşılmıştır. Böyle hesaplar sonunda pek çok mühendislik projelerinde vakit, emek ve para tasarrufu sağlanacağı, ve üstelik ilgili işin de en uygun olarak yapılabileceği açıktır.

BİBLİYOGRAFİK TANITIM

Akyurt, M. ve V. AJtınay (1970) Pressures In conical bins containing granular materials, O.D.T.Ü. Temel ve Uygulamalı Bilimler Dergisi, 3, 3, 281-295.

McCabe, W. Ii. ve J. C. Smith (1967) Unit operations of chemical engineering, Kogakusha Co., Tokyo, 802-805.

Mischke, C. R, (1968) An Introduction to computer-aided design, Prentice - Hall, New York.

Ttaioshenko, S. ve S. Woinowsky-Krieger (1959) Theory of plates and shells, McGraw-Hill, New York, 435 v.b.

P/nin en büyük değerine ulaştığı z'nıih bulunması

$$P_v = \frac{\rho R_0 \left(1 - \frac{z}{R_0} \tan\alpha\right)}{2\mu (K\cos\alpha + \sin\alpha) - 3\tan\alpha} \left[1 - \left(1 - \frac{z}{R_0} \tan\alpha\right)^{-(p+1)}\right]$$

Eurada P_d, Ro, M, K ve *a* sabit tutulunca,

$$\frac{dP_v}{dz} = 0 = \Lambda \left\{ -\frac{\tan\alpha}{R_0} \left[1 - \gamma^{-(p+1)}\right] - (p-1) \frac{\tan\alpha}{R_0} \gamma^{-(p+1)} \right\} . \quad (a)$$

Yukarıda
$$\Lambda = \frac{\rho_d R_0}{2\mu (K\cos\alpha + \sin\alpha) - 3\tan\alpha}$$

ve
$$\gamma = 1 - \frac{z}{R} \tan\alpha$$

Sadelestirip ayarlayınca

$$z = \frac{R_0}{\tan\alpha} \left[1 - (-p)^{\frac{1}{p+1}}\right] \quad (b)$$

ifadesi elde edilir. Diğer taraftan P_v'nin z'nin fonksiyonu olarak z arttıkça daima attığı, bunun tek istisnasının p < 0 hali olduğu gösterilebilir (Akyurt, 1970). Böylece görülüyor k] p > Q haMnde en büyük değerini z = z, de~ahr, ve dP_v/dz # O (O =£ z =£ z,).- P ise Ö, ju ve K'ya bağlıdır.

Metal ve Maden Haberleri Haftalık olarak maden borsalarını izleyebileceğiniz tek dergidir

N ©'nın en büyük değerine ulaştığı z'nin bulunması

$$N_\theta = r \cdot P_v (K + \tan\alpha)$$

Burada

$$r = \frac{R_1 - R_o}{z_1} z + R_o \text{ dır.}$$

z'ye göre türev alıp, sıfıra eşitleyince,

$$\frac{R_1 - R_o}{z_1} P_v + \left(\frac{R_1 - R_o}{z_1} z + R_o\right) \frac{dPv}{dz} = 0$$

bulunur.

Pv yi yerine koyunca

$$-\gamma\left[1-\gamma^{-(p+1)}\right] + \left(\frac{R_1 - R_0}{z_1} z + R_0\right)\left\{-\frac{1}{R_0}\left[1-(\gamma)^{-(p+1)}\right] -(p+1)\gamma^{-(p+1)} \cdot \frac{1}{R_0}\right\} = 0 \quad (c)$$

olur. Yukarıda

$$\frac{R_1 - R_0}{z_1} z + R_0 = -z \tan\alpha + R_0 = R_0\left(1 - \frac{z}{R_0} \tan\alpha\right)$$

olduğundan (c) ifadesi şöyle de yazılabilir:

$$\gamma\left\{1-\gamma^{-(p+1)} + 1-\gamma^{-(p+1)} -(p+1)\gamma^{-(p+1)}\right\} = 0$$

Sadeleştirince,

$$\gamma = 0$$

Ya d $\quad 2 + (p-1)\gamma^{-(p+1)} = 0 \quad$ i

bulunur.

Böylece bir şart olarak

$$z = \frac{R_0}{\tan\alpha} \quad \textbf{(d)}$$

ikinci şart olarak ta

$$z = \frac{R_0 z_1}{R_0 - R_1}\left[1-\left(\frac{2}{1-p}\right)^{-\frac{1}{p+1}}\right] \quad (e)$$

olması gerektiği sonucuna varılır ki, bu ikincisi, p> 1 hallerinde anlamını kaybeder.

Diğer taraftan

$$p = 2\left[1 - \mu\cos\alpha(K\cot\alpha + 1)\right]$$

olduğu hatırlanırsa,

olmak gerekir. Meselâ K .= 0.3, μ, = 0.5 için bu şart α < 40° olmaya zorlar. Bu durum ise pratik değildir.

Yukarıdaki (d) şartı iseNO'nın kesik koninin tabanında en büyük kıymetine varacağını öngörmesi yüzünden makul şarttır. Aynı zamanda buradan Nö'nın z'nin monok bir fonksiyonu olduğu d a meydana çıkar. Böylece kesik huni içinde en büyük N€> tabanda meydana gelir, yani

$$N_{\phi m} = \frac{1}{2\cos\alpha}\left[R_1 P_{v_m}\right]$$

NO'ıtİn en iböyük değerine ulaştığı z'nin bulunma»

9 — Yönündeki birim kuvvet

$$N_\phi = \frac{1}{2\cos\alpha}\left[rP_V + \frac{1}{3}(z_1 - z)(r + R_1 + \frac{R_1^2}{r})\,\rho_d \right]$$

olduğundan, N $'nin tepe noktasını bulmak için yine

$$\frac{dN_\phi}{dz} = 0 = \frac{dP_V}{dz}(\gamma)R_o + P_V\left(\frac{R_1 - R_o}{z_1}\right) - \frac{\rho_d}{3}\left(\gamma R_o + R_1 + \frac{R_1^2}{\gamma R_o}\right)$$

$$+ \frac{\rho_d}{3}(z_1 - z)\left[\frac{R_1 - R_o}{z_1} - R_1^2 \frac{\frac{R_1 - R_o}{z_1}}{(\gamma R_o)^2} \right]$$

(f) Denklemine Pv'yi yerleştirip, sadeleştîr-dikten sonra

$$-\Lambda \tan\alpha\, R_o^2 \gamma^3 \left[(p-1)\gamma^{-1(p+1)} + 2 \right] - \frac{\rho_d}{3}\left[R_o^3 \gamma^3 + R_1 R_o^2 \gamma^2 + R_1^2 R_o \gamma - \tan\alpha (z_1 - z)(R_1^2 - R_o^2 \gamma^2) \right] = 0 \qquad (g)$$

elde edilir. Bu (g) ifadesine z = z, değeri konduğunda denklemin tatmin olduğu görülür. Böylece de göstermiş oluyoruz ki N $ de kesik huninin tabanında tepe noktasına erişir, ve

$N_{\phi m} = R_1 P_{V_m}(K + \tan\alpha)$ olur.