



Sınıf Öğretmenlerinin Dört İşlem ile İlgili Matematiksel Bilgileri ve Öğretimsel Açıklamaları*

Fırat KARABAĞ¹, Gönül GÜNEŞ²

Özet

Sınıf öğretmenlerinin doğal sayılarla temel dört işleme ilişkin öğretme bilgilerinin seviyelerini belirlemeyi ve buna yönelik yaptıkları öğretimsel açıklamaları incelemeyi amaçlayan bu araştırma karma araştırma yöntemlerinden sıralı açıklayıcı desene göre yürütülmüştür. Sınıf öğretmenlerinin matematik öğretim bilgileri; konu alan bilgisi, öğrenci ve içerik bilgisi, öğretim ve içerik bilgisi ve müfredat bilgisi bileşenleri kapsamında incelenmiştir. Araştırmanın nicel kısmında sınıf öğretmenlerine doğal sayılarla dört işlem alanına ilişkin test uygulanmış, nitel kısmında ise belirlenen öğretmenlerle klinik mülakatlar yapılmıştır. Araştırma, mesleki deneyimleri 1 ila 30 yıl arası olan 70 sınıf öğretmeni ile gerçekleştirilmiştir. Araştırma verileri katılımcıların demografik bilgilerini içeren bilgi formu, doğal sayılarla dört işlem öğretimine ilişkin alan bilgisi testi ve klinik mülakatlar ile toplanmıştır. Testten elde edilen veriler araştırmacılar tarafından geliştirilen değerlendirme rubriği ile analiz edilmiştir. Klinik mülakat verileri ise betimsel içerik analizine tabi tutulmuştur. Araştırma sonucunda sınıf öğretmenleri en düşük performansı öğretim ve içerik bilgisi bileşeninde, en başarılı performansı ise müfredat bilgisi bileşeninde göstermişlerdir. Tespit edilen sonuçlar neticesinde sınıf öğretmenlerinin pedagojik alan ve konu alan bilgilerine ilişkin eksiklikleri belirlenmiş, bu eksikliklerin giderilmesi için üniversitelerle iş birliği yapılarak öğretmenlere, teorik ve alan öğretimi bilgilerini meslek içinde güncelleştirip geliştirebilecekleri öğrenme ortamlarının sağlanması gerektiği önerilmiştir.

Makale Bilgileri

Araştırma
Makalesi

Gönderim Tarihi
08/03/2024
Kabul Tarihi
05/11/2024
Yayın Tarihi
20/01/2025

Anahtar Kelimeler

Sınıf
öğretmenleri,
Matematik
öğretme bilgisi,
Doğal sayılarla
dört işlem,
Öğretimsel
açıklamalar

* Bu makale ilk yazarın yüksek lisans tez çalışmasından üretilmiştir.
1 Milli Eğitim Bakanlığı, 0000-0002-5780-8970, frtkrbg@hotmail.com
2 Prof. Dr., Trabzon Üniversitesi, 0000-0003-3223-8163, gmgunes@trabzon.edu.tr

Atıf:

Karabağ, F. ve Güneş, G. (2025). Sınıf öğretmenlerinin dört işlem ile ilgili matematiksel bilgileri ve öğretimsel açıklamaları. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi [PAÜEFD]*, 63, 176-206. <https://doi.org/10.9779/pauefd.1449468>

Giriş

Öğrenme ve öğretme yaklaşımlarındaki gelişmeler kişilerden beklenen rolleri de doğrudan etkilemiş, tüm bu yenilikler ülkeleri, nitelikli bireyler yetiştirmede eğitim sistemlerini güncellemeye yönlendirmiştir. Nitelikli bireyler yetiştirmenin yolu nitelikli öğretmenlerden geçtiğinden (Baki, 2017), öğretmenlerin kendilerini birçok alanda geliştirmeleri ve geleceği şekillendiren bireyler olan öğrencilere öğrenmeyi öğretmeleri gerekmektedir. Öğrenmeyi öğretme, öğrenciye kendi başına çalışabilme yeteneğinin kazandırılmasıdır (Balcı, 2004). Bu da öğretmenin, konu alan bilgisini öğretme bilgisiyle ilişkilidir. Öğretmen adaylarına lisans eğitimi süresince her ne kadar konu alan bilgisini öğretme bilgisi kazandırılmaya çalışılsa da uygulamada bu bilgiler yetersiz kalmakta (Gökkurt, 2014; Keleş, 2019; Kutlu, 2018) bu durum dolayısıyla birçok dersin öğretiminde eksikliklere sebep olmaktadır. Öğrenme ve anlamlandırma sürecinin çok zaman alması, içerdiği soyut kavramlar ve kişilerce başarılması zor bir ders olarak kabul görmesi gibi nedenlerle matematik dersi bu derslerin başında gelmektedir (Başar ve diğerleri, 2002). Günümüz dünyasında matematiği anlayan ve günlük hayata transfer edebilen bireylere ihtiyaç duyulmakta bu da etkili bir öğretim sürecini gerekli kılmaktadır. Yapılan birçok çalışma (Grossman, 1990; Shulman, 1986, 1987) öğretmenin sahip olduğu konu alan bilgisinin etkili bir öğretim için tek başına yeterli olmadığını, öğretmene has, önemli başka bilgi türlerinin de olabileceğini ortaya çıkarmıştır. Bu sebeple öğretmenlerin konu alan bilgisinin yanında konuyu nasıl öğretebileceklerine ilişkin bilgi ve beceriler gibi yetkinliklere de sahip olmaları gerekmektedir (Işık ve diğerleri, 2010).

Shulman, 1986'da yaptığı çalışmasında öğretmenin alan öğretimi bilgisini merkeze alarak bir model geliştirmiş ve bu konuda diğer araştırmalara da öncülük etmiştir. Öğretmenlerde bulunması gereken bilgiyi, Konu Alan Bilgisi (KAB), Pedagojik Alan Bilgisi (PAB) ve Müfredat Bilgisi olarak üç başlık altında toplayan Shulman, konu alan bilgisini öğretme bilgisi olarak tanımladığı pedagojik alan bilgisini; konuyu daha açık, anlaşılır duruma getirme bilgisi şeklinde açıklamıştır (Shulman, 1986). Shulman'ın ardından birçok araştırmacı (An ve diğerleri, 2004; Ball ve diğerleri, 2008; Grossman, 1990; Marks, 1990) modelde eksik gördükleri boşlukları yeni bileşenlerle doldurarak kendi modellerini oluşturmuşlardır. Örneğin; Marks (1990), Shulman modeline "Ortam" bileşenini ekleyerek konu öğretiminde materyallerin önemine değinmiştir. Ball vd., (2008) ise, Shulman modelini deneysel açıdan yetersiz bulduklarını ifade ederek öğretmenin mevcut bilgisinden ziyade bu bilgiyi nasıl ve ne şekilde öğrettiğine odaklanmış ve "*Öğretim İçin Matematiksel Bilgi, (ÖMB)*" adını verdikleri Tablo 1'de yer alan modeli geliştirmişlerdir.

Tablo 1*Öğretim İçin Matematiksel Bilgi Modeli (Ball ve diğerleri, 2008)*

Konu Alan Bilgisi	Pedagojik Alan Bilgisi
<ul style="list-style-type: none"> • Genel Alan Bilgisi • Özel Alan Bilgisi • Yatay Alan Bilgisi 	<ul style="list-style-type: none"> • Öğretim ve İçerik Bilgisi • Öğrenci ve İçerik Bilgisi • Müfredat Bilgisi

Genel alan bilgisi, bir öğretmenin ders ortamında matematiksel işlemleri yapabileceği genel matematik bilgisidir. Özel alan bilgisi ise, öğretime özgü matematiksel bilgilerdir. Örneğin; bir öğretmenin öğrencilerce yapılan matematiksel bir hatayı doğru tespit edip çözümlenmesi bu bilgi dahilindedir. Yatay alan bilgisi, öğretim programında bulunan konulara ve bu konuların birbirleriyle olan ilişkilerine yönelik öğretime bulunması gereken bilgilerdir. Öğretim ve içerik bilgisi ise öğretime ilişkin bilgi ve matematik alan bilgisinin birleşmiş halidir. Örneğin; bir öğretmenin derslerinde belirlenen hedefe yönelik planlamalar yapabilmesi ve bu planlar çerçevesinde dersini işleyebilmesi bu bilgi türüne yönelik becerilerdir. Öğrenci ve içerik bilgisi, öğrenci bilgisi ile matematik alan bilgisinin birleşmiş halidir. Bir öğretmenin öğrencilerin dikkatini çeken, onlarda ilgi uyandıran ve motive olmalarını sağlayan etkinliklere derslerinde yer vermesi bu bilgi dahilinde beklenen öğretmen davranışlarıdır. Müfredat bilgisi ise, programa ilişkin materyal kullanımında öğretmene yol gösteren ve rehberlik eden bilgidir (Ball ve diğerleri, 2008).

Son yıllarda yapılan çoğu çalışmanın (Baki, 2013; Doğruel ve Karakuş, 2022; Durak, 2021; Yurtyapan ve Karataş 2020) öğretmen eğitimi odaklı olması ve öğretime bulunması gereken niteliklerin araştırmacılarca sürekli olarak sorgulanması ülkeler açısından da değişimi kaçınılmaz kılmış ve çok boyutlu düzenlemeleri beraberinde getirmiştir. MEB 2017'de "*Öğretmenlik Mesleği Genel Yeterlikleri*"ni yayımlayarak nitelikli bir öğretim için yalnızca öğrenci faktörünün yeterli olmadığını öğretmenlerin de bazı yetkinliklere (mesleki bilgi, mesleki beceri, tutum ve değerler) sahip olmaları gerektiğini bizlere göstermiştir (MEB, 2017).

Öğrencilere matematiksel okuryazarlık becerisi kazandırmada ve onların matematiğe bakışlarını değiştirmede sınıf öğretmenleri oldukça etkilidir (Yurtbakan ve diğerleri, 2016). Çünkü matematiksel alt yapı ilkokullarda oluşturulmaktadır. Nitelikli bir öğretim için öğretmenlerin, öğrenci gereksinimlerine uygun ortam oluşturmaları, konu alanına özgü kavram yanılgılarından ve öğrenme güçlüklerinden haberdar olmaları, bilgi ve teknolojiye faydalanarak öğrenciyi analitik düşünmeye yönlendirmeleri ve tüm bunları gerçekleştirecek alan bilgisi, öğretme bilgisi ve öğretimsel açıklama bilgisine sahip olmaları gerekmektedir (Akyıldız, 2019; Baki, 2020; MEB, 2017).

Sınıf öğretmenlerinin matematiği öğretme bilgisi kapsamında yapılan çalışmaların büyük bir kısmının öğretmen adayları ile yapıldığı (Aksu, 2013; Baki, 2013; Sivacı, 2003; Tarım ve diğerleri, 2017; Toluk-Uçar, 2010) görülmektedir. Ayrıca çoğunun (Arseven ve diğerleri, 2015; Deringöl, 2018; Hacıömeroğlu, 2013b; Yıldırım, 2013) sınıf öğretmenlerinin matematiksel kaygı ve tutumlarını belirlemeye ilişkin olduğu, sınıf öğretmenlerinin pedagojik alan bilgisine yönelik çalışmaların ise sınırlı sayıda olduğu (Aksu ve Konyalıoğlu, 2015; Toluk-Uçar, 2011) görülmektedir. Sınıf öğretmenlerinin matematiği öğretmeye ilişkin pedagojik alan bilgilerini ölçen ve öğretimsel açıklamalarını konu edinen çalışmaların ise az sayıda olduğu (Durak, 2021; Keleş, 2019; Özdemir ve diğerleri, 2017; Yıldızlı ve Sarı, 2017) ve yine öğretmen adayları ağırlıklı (Baki, 2013; Toluk-Uçar, 2010) olduğu görülmektedir. Bununla birlikte ülkemizde sınıf öğretmenlerinin matematiği öğretme bilgisi temelli yapılan çalışmaların (Aksu ve Konyalıoğlu, 2015; Durak, 2021; Keleş ve Güneş, 2022; Şimşek ve Boz, 2015) çoğunlukla geometri, ölçme, kesirler, örüntüler gibi temalara yoğunlaştığı, doğal sayılarla işlemlere yönelik yapılan çalışmaların ise (Balci, 2023; Baki, 2013) sınırlı sayıda olduğu ve öğretmen adaylarıyla yapıldığı görülmüştür.

Oysaki sayılar ve işlemler öğrenme alanı içerisinde bulunan doğal sayılarla dört işlem konusu, birçok konunun öğretimine temel niteliği taşıdığından matematik öğretiminde oldukça önemlidir. Matematik Dersi Öğretim Programı'na göre doğal sayılarla dört işlem öğretiminin temel amacı; 1. sınıfta toplama ve çıkarmanın temel özelliklerini aktarmak, 2. sınıfta dört işlem arasındaki ilişkiyi belirlemek, 3. sınıfta zihinsel hesaplama gerektiren işlemlere ağırlık vermek, 4. sınıfta ise bölme ve diğer işlemler arasındaki ilişkiyi belirlemek ve detaylandırmaktır (MEB, 2018). Matematik eğitiminde dört işlem öğretimi yığılmalı bir dal olarak eğitimin tüm kademelerinde başarıyı doğrudan etkilemektedir (Önal, 2017). İlkokullar, eğitimin temellendirildiği kurumlar olduğundan sınıf öğretmenlerinin matematik öğretimine ilişkin pedagojik alan bilgilerinin belirlenmesi dahilinde bu çalışmanın, öğretmen alan eğitimine katkı sağlayacağı, öğretmenlere öğretimsel açıklamalara ilişkin öz değerlendirme imkânı sunacağı ve öğretmen yetiştiren kurumlara rehberlik edeceği düşünülmektedir.

Matematik Öğretiminde Öğretimsel Açıklamalar

Matematiksel kavramlar ve kurallar için yapılan etkili öğretimsel açıklamalar pedagojik bilginin önemli niteliklerindedir (Toluk-Uçar, 2010). Matematik öğretiminde öğretimsel açıklamaların bir model olarak kavramsallaştırılmasına öncülük eden Kinach (2002a; 2002b), PAB'in öğretme bilgisine dönüşümünü araştırmak ve öğretmen adaylarının sahip oldukları matematiksel bilginin öğretimsel açıklamalarına etkisini belirlemek amacıyla "Öğretimsel Açıklama

Düzeyleri” adını verdiği beş farklı düzey (içerik, kavrama, problem çözme, epistemik, araştırma) geliştirmiştir. Ona göre içerik düzeyindeki öğretimsel açıklamalar işlemsel anlama düzeyinde, diğerleri ise ilişkisel anlama düzeyindedir. İşlemsel anlamada yüzeysel öğretimsel açıklamalar yapılırken, ilişkisel ya da kavramsal anlamada daha çok üst düzey bilişsel beceriler ön plandadır. İçerik düzeyinde yapılan öğretimsel açıklamalar, kurallar doğrultusunda, detaya girmeyen, gerekçe ve nedenlere değinmeyen açıklamalardır (Kinach, 2002a; 2002b). Kavrama düzeyinde yapılan öğretimsel açıklamalar, matematiksel örnekleri ve çözümleri açıklayan; problem çözme düzeyinde yapılan öğretimsel açıklamalar, problem çözme tekniklerinden yararlanan, analitik yöntemleri ifade eden; epistemik düzeyde yapılan öğretimsel açıklamalar, ne ve nasıl akılcı bir çerçevede aktarabilen; araştırma düzeyinde yapılan öğretimsel açıklamalar ise bir disipline dair yeni bilgi ve teorilerin ortaya konulduğu açıklamalardır (Kinach, 2002a; 2002b). Matematiksel kavramların öğrencilere doğru kazandırılmasında öğretimsel açıklamalar büyük önem taşıdığından (Zaslavsky, 2010) ve matematik öğretiminde ilköğretim birinci kademedede oluşabilecek eksikliklerin sonradan çok zor telafi olacağı bilindiğinden (Baki, 2012) sınıf öğretmenlerinin matematiksel bilgilerinin incelenerek ortaya çıkarılması etkili bir matematik öğretimi açısından gerekli ve önemlidir.

Araştırmanın Amacı

Bu çalışmanın amacı görev yapmakta olan sınıf öğretmenlerinin doğal sayılarla dört işleme ilişkin öğretme bilgilerinin seviyelerini tespit etmek ve öğretimsel açıklamalarını incelemektir. Araştırma problemi “Sınıf öğretmenlerinin doğal sayılarla dört işleme ilişkin öğretme bilgilerinin düzeyi nedir ve öğretimsel açıklamaları nasıldır?” şeklindedir. Alt problemler ise:

Sınıf öğretmenlerinin;

1. Doğal sayılarla dört işlem öğretimine ilişkin konu alan bilgisi seviyeleri nedir ve öğretimsel açıklamaları nasıldır?
2. Doğal sayılarla dört işlem öğretimine ilişkin pedagojik alan bilgisi seviyeleri nedir ve öğretimsel açıklamaları nasıldır? şeklindedir.

Yöntem

Araştırma Modeli

Sınıf öğretmenlerinin doğal sayılarla dört işleme ilişkin öğretme bilgilerinin seviyelerini tespit etmek ve öğretimsel açıklamalarını incelemek amacıyla karma araştırma yöntemi desenlerinden açıklayıcı desen şeklinde tasarlanan bu çalışmada nicel ve nitel yöntemler bir arada kullanılmıştır. Açıklayıcı desende, nicel yöntemlerle toplanan verilerin incelenmesinin ardından nitel veriler toplanır (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Karma araştırmalar, araştırmacının aynı araştırma

bünyesinde nicel ve nitel yöntemleri birlikte kullanarak veri topladığı, topladığı verileri analiz ettiği, bulgulardan hareketle çıkarımlarda bulunduğu araştırmalardır (Tashakkori ve Creswell, 2007). Araştırmanın nicel kısmında katılımcı öğretmenlere Dört İşlem Alan Bilgisi Testi (DİABT) uygulanarak doğal sayılarla dört işlem öğretimine ilişkin pedagojik alan bilgisi düzeyleri belirlenmiş, nitel kısımda ise klinik mülakatlar yapılarak öğretimsel açıklamalarına yönelik öğretme bilgileri detaylı incelenmiştir.

Nicel Veriler için Evren ve Örneklem

Araştırmanın evrenini Ardahan ilinde 2021-2022 eğitim öğretim yılında görev yapan sınıf öğretmenlerinin tümü, örneklemini ise uygun durum örneklemesine göre seçilen sınıf öğretmenleri oluşturmaktadır. Ekiz'e (2020) göre uygun durum örneklemesinde katılımcıların araştırmaya katılımı daha kolay ve erişilebilirdir. Araştırma 70 öğretmenle (33 erkek, 37 kadın) gerçekleştirilmiştir. Katılımcı sınıf öğretmenlerinin mesleki deneyimleri 1 ila 30 yıl arasında değişmekte olup 5 öğretmen o dönem okul yöneticiliği görevini yürütmektedir. Katılımcı kimliklerinin saklı kalması araştırma etiği açısından önemli olduğundan katılımcı öğretmenlerin gerçek isimleri gizli tutulmuş ve öğretmenler Ö1'den Ö70'e kadar kodlanmıştır.

Nitel Veriler için Çalışma Grubu

Klinik mülakat verilerinin toplanması amacıyla çalışma grubunun oluşturulmasında aykırı durum örneklemesi kullanılmıştır. Daha zengin veri elde edilmesini sağlayan bu örnekleme türünde amaç normal nitelikleri farklılık gösteren kişi ya da grupların seçilerek araştırmaya dahil edilmesidir (Ekiz, 2020; Yıldırım ve Şimşek, 2018). Çalışma grubu, araştırmacı tarafından geliştirilen DİABT puanları ölçüt alınarak oluşturulmuştur. Katılımcı öğretmenlerin teste verdikleri cevaplardan hareketle aldıkları puanlar neticesinde seviye grupları (çok iyi düzey, iyi düzey, orta düzey, alt düzey) oluşturulmuş ve alt düzey yeterliliğe sahip bir öğretmen olmadığından diğer seviye gruplarından seçilen ikisi kadın biri erkek toplamda 3 öğretmen ile farklı zamanlarda klinik mülakatlar gerçekleştirilmiştir. Klinik mülakat yapılan öğretmenlerin mesleki deneyimleri 1 ila 10 yıl arasında değişmektedir.

Veri Toplama Araçları

Araştırma verileri, sınıf öğretmenlerinin bazı demografik özelliklerinin yer aldığı "Kişisel Bilgi Formu", katılımcı öğretmenlerin doğal sayılarla dört işlem öğretme bilgilerini ölçmeye yönelik sorulardan oluşan "Dört İşlem Alan Bilgisi Testi" ve derinlemesine bilgi elde edilmesini sağlayan "Klinik Mülakat" ile toplanmıştır.

Dört İşlem Alan Bilgisi Testi (DİABT)

Doğal sayılarla dört işlem öğretimine ilişkin bilgi soruları ve açık uçlu sorulardan oluşan bu testte, bilgi soruları geliştirilirken ders kitapları, yardımcı kaynak kitaplar, ilgili bilimsel çalışmalar (Baki, 2013; Eroğlu, 2012; Kwong ve diğerleri, 2007; Vural ve Çankaya, 2020) ve araştırmacılar tarafından geliştirilen sorulardan yararlanılmıştır. Öğretme bilgisine yönelik soruların geliştirilmesinde ise ÖMB (Ball ve diğerleri, 2008) bileşenleri göz önüne alınmış ayrıca uluslararası (TIMSS, PISA) bazı sınav soruları incelenmiş ve araştırmacılar tarafından geliştirilen sorular da dahil edilerek uzman görüşüne sunulmuştur. İçlerinden araştırma amacına en iyi hizmet etme, araştırılabilir olma özelliği taşıyanlar seçilmiş, aynı kazanıma yönelik ve çözüm stratejisi benzer sorular elenerek toplam soru sayısı 18'e düşürülmüştür. Ayrıca uzman görüşlerinin ardından bazı sorular geliştirilmiş, soru köklerinde yer alan bazı ifadeler açık ve anlaşılır hale getirilmiştir. Tablo 2'de testte yer alan soruların ÖMB'ye göre dağılımı gösterilmektedir.

Tablo 2

ÖMB'ye İlişkin Soru Dağılımı

KAB	PAB		
	Öğretim ve İçerik Bilgisi	Öğrenci ve İçerik Bilgisi	Müfredat Bilgisi
2a	1	4	6a
5b	2b	5a	6b
11a	3	7	8b
12a	5c	11b	10b
12b	8a	11d	13a
12c	9	12c	17b
12d	10a	12d	18b
13b	11c	14a	
16a	15	14b	
18a	16b		
	17a		

Tablo 2 incelendiğinde, sınıf öğretmenlerine konu alan bilgisine ilişkin alt maddelerle birlikte toplam 10 soru sorulduğu diğer soruların ise pedagojik alan bilgisine ilişkin sorular olup ağırlıklı olarak öğretim ve içerik bilgisini içeren sorulardan (%40,7) oluştuğu ayrıca 12. sorunun (c) ve (d) alt maddelerinin her iki öğretim alanını da kapsadığı görülmektedir. Tablo 3'te testte yer alan soruların dört işlem alanı ve sınıf düzeylerine göre dağılımı gösterilmektedir.

Tablo 3*Testte Yer Alan Soruların Dört İşlem Alanı ve Sınıf Düzeyine Göre Dağılımı*

	Toplama işlemi	Çıkarma işlemi	Çarpma işlemi	Bölme işlemi	f	%
1. Sınıf	9,13	-	-	-	2	10
2. Sınıf	2	1	16	18	4	20
3. Sınıf	5	14,10	11	12	5	25
4. Sınıf	6	6	3,7	4,15	6	30
Ortaokul Seviyesi	-	17	17	8	3	15

Tablo 3'te kapsam geçerliliğinin sağlanması adına araştırma sorularının dört işlem alanına da eşit (%20) dağıtıldığı, 4. sınıf kazanımlarını kapsayacak soruların çoğunlukla olduğu ve 1. sınıf düzeyine inildikçe soru sayısının azaldığı görülmektedir. İşlem öğretimine ilkökul ders müfredatında tümüyle 2. sınıfta geçilmesi ve üst sınıflara doğru kazanım sayılarındaki artış bu farklılığın temel sebebidir. Ayrıca ortaokul seviyesinde sorulara da testte yer verilerek sınıf öğretmenlerinin ortaokul konuları ile müfredatına hakimlik durumlarının tespiti amaçlanmıştır.

Uzman görüşlerinin ardından düzenlenerek geliştirilen DİABT'nin geçerliliğini artırmak, testte anlatımsal hata ya da eksik ifade olup olmadığını belirlemek, soru sayısının yeterliliğini sağlamak ve teste son halini vermek için farklı zamanlarda iki sınıf öğretmeni ile pilot çalışma yapılmış, veri toplama aracına ilişkin öğretmenlerin görüşleri alınmıştır.

Klinik Mülakat

Sınıf öğretmenlerinin doğal sayılarla dört işlem öğretimine ilişkin çözüm stratejilerini görmek, öğretimsel açıklamalarını açığa çıkarmak ve derinlemesine bilgi elde etmek amacıyla belirlenen öğretmenlerle DİABT'de yer alan sorulardan her bir ÖMB Modeli bileşenine ait en çok zorlanılan toplamda 5 soruya vermiş oldukları cevaplar üzerinden klinik mülakatlar yapılmıştır. Matematikte daha çok alternatif değerlendirme yöntemi şeklinde kullanılan klinik mülakat, kişilerin düşüncelerinin altında yatan sebepleri açığa çıkarmak ve düşünce süreçlerini belirlemek amacıyla esnek soruların sorulduğu bir araştırma yöntemidir (Clement, 2000; Çelik ve Güzel, 2020). Matematik öğretiminde klinik mülakat yöntemi etkili bir değerlendirme yöntemi olduğundan ve bu yöntemde çoğunlukla özel durumlar incelendiğinden (Karataş ve Güven, 2003), çalışmanın doğasına elverişli olarak katılımcı öğretmenlerin doğal sayılarla dört işlem öğretimine ilişkin öğretimsel açıklamalarını incelemek ve detaylı bilgi elde etmek için bu yöntem tercih edilmiştir.

Veri Toplama Süreci

DİABT, yasal izin sürecinin ardından araştırmacı tarafından görev yapmakta olan sınıf öğretmenlerine uygulanmış, uygulama öncesi alınan izinler gösterilerek araştırmacının gerekçesi ve süreci hakkında katılımcılar bilgilendirilmiştir. Araştırma verilerinin yalnızca bilimsel araştırmada yer alacağı hatırlatılarak katılımcıların onayı alınmıştır. Uygulamalar, katılımcıların yazma ve kişisel yorumlama hızlarına bağlı olarak ortalama 50 dakika sürmüştür ardından değerlendirme sürecine geçilmiştir. Son olarak belirlenen 3 sınıf öğretmeni ile farklı zamanlarda klinik mülakatlar gerçekleştirilmiştir. Ortalama 30 dakika süren klinik mülakatlar katılımcı öğretmenlerin de izniyle kayıt altına alınmış, önem arz eden açıklamalar araştırmacılar tarafından not edilmiştir. Bu araştırma, Trabzon Üniversitesi Sosyal ve Beşerî Bilimler Bilimsel Araştırma ve Yayın Etik Kurulu'nun 21/10/2021 tarihli 2021-10/2.1 sayılı kararı ile alınan izinle yürütülmüştür.

Verilerin Analizi

Araştırma verileri nicel ve nitel olarak iki farklı şekilde analiz edilmiştir. DİABT ile elde edilen veriler yüzde ve frekanslarla incelenmiş, açık uçlu soruların analizinde araştırmacıların hazırladığı değerlendirme rubriği kullanılmış, klinik mülakat verileri ise çözümlenerek değerlendirilmiştir.

Dört İşlem Alan Bilgisi Testi Analizi

DİABT verileri nicel olarak analiz edilmiş, verilerin analizinde araştırmacılar tarafından geliştirilen analitik puanlama ölçeği kullanılmıştır. Değerlendirme rubriği geliştirilirken literatürdeki ilgili çalışmalardan (Doğruel, 2019; Keleş, 2019) faydalanılmış, öğretmenlerin testte bulunan sorulara vermiş oldukları cevaplar ayrıntılı olarak incelenerek puanlama yapılmış ve alanında uzman iki matematik eğitimcisinin görüşlerine başvurulmuştur. Bilgi soruları; doğru cevaplar 2 puan, yanlış ve boş bırakılan cevaplar 0 puan şeklinde, öğretim bilgisi soruları ise tam doğru cevaplar 2 puan, kısmen doğru cevaplar 1 puan, ilişkisiz, yetersiz, yanlış ve boş cevaplar ise 0 puan olarak kategorize edilip değerlendirilmiştir. Şekil 1'de testte yer alan 10. soru, Tablo 4 ve Tablo 5'te ise sorunun (a) ve (b) maddelerinin analizinde kullanılan puanlama gösterilmektedir.

Şekil 1

Dört İşlem Alan Bilgisi Testinde Yer Alan 10. Soru

Soru 10: Mehmet ev ödevi olarak bir çıkarma işlemi yapmış ama daha sonra içeceği bir miktarını ödevinin üzerine dökmüştür. İşlemin yanıtı 415 doğrudur fakat işlemde yer alan sayılardan birinin onlar basamağındaki rakamın sayı değeri okunmamaktadır.

$\begin{array}{r} 942 \\ - 517 \\ \hline 415 \end{array}$	<p>a) Bu basamaktaki okunmayan rakamın sayı değerini bulmak için öğrenci nasıl işlemler yapabilir? Yazınız.</p> <p>b) Bu işlem kaçınıcı sınıf düzeyinde bir işlemdir? Nedenini açıklayınız.</p>
---	---

Tablo 4*Testte Yer Alan 10. Sorunun A Maddesine Yönelik Değerlendirme Rubriği*

2 Puan	Okunamayan rakamın sayı değerini bulmak için; Fark, eksilen sayıdan çıkarılarak çıkan sayı bulunabilir, Eksilen sayının onlar basamağındaki 4 rakamının 1 onluk verdiği, çıkarmanın 3 ile sürdürüldüğü düşünülerek rakamın sayı değeri bulunabilir, şeklinde öğrenci seviyesine uygun işlem içeren cevaplar.
1 puan	Mehmet'in, okunamayan rakamın sayı değerini bulması için yapması gereken işlemleri eksik belirten cevaplar. Örneğin; Mehmet burada 942 sayısından 415 sayısını çıkarabilir.
0 Puan	Yetersiz cevaplar Örneğin; İşlemi tersten yapabilir. /Onluk bozarak işlemi yapabilir.
0 Puan	İlişkisiz cevaplar Fikrim yok /- Bilgim yok
0 puan	Yanlış cevaplar Örneğin; İşlemin tanımlanması: "Bilinmeyenli çıkarma işlemi."
0 Puan	Boş cevap

Tablo 4'e göre testte yer alan açık uçlu sorulara sınıf öğretmenlerince verilen bilimsel gerekçeli ve öğrenci seviyesine uygun tüm cevapların tam doğru cevap şeklinde 2 puan olarak değerlendirildiği, diğerlerinin ise 1 puan veya 0 puan olarak değerlendirildiği görülmektedir.

Tablo 5*Testte Yer Alan 10. Sorunun B Maddesine Yönelik Değerlendirme Rubriği*

Doğru cevaplar	2 Puan
Yanlış cevaplar	0 Puan
Boş cevap	0 Puan

Testten alınan puanları değerlendirmede seviye grupları ve puan aralıkları dikkate alınmıştır. Puan aralıkları belirlenirken; *Puan aralığı = [Testten alınabilecek en yüksek puan (70) – en düşük puan (0) ÷ 4]* formülü kullanılmış, seviye gruplarının oluşturulmasında literatürdeki ilgili çalışmalardan (Akyıldız ve Altun, 2018; Ekiz, 2020) yararlanılmıştır. Tablo 6'da sınıf öğretmenlerinin teste ait puan aralıkları ve seviye grupları gösterilmiştir.

Tablo 6*Teste Ait Puan Aralıkları ve Seviye Grupları*

Puan Aralıkları	Seviye Grupları
52.6 – 70	Çok İyi Düzey
35.1 – 52.5	İyi Düzey
17.6 – 35	Orta Düzey
0 – 17.5	Alt Düzey

Tablo 6 incelendiğinde seviye grupları arasındaki puan aralığının 17,5 olduğu görülmektedir. Alt ve orta düzey yeterliliğe sahip öğretmenler matematik öğretme bilgilerinde eksiklikler olduğu şeklinde, iyi ve çok iyi düzey yeterliliğe sahip olanlar ise matematik öğretme bilgileri yeterli şeklinde yorumlanmıştır. Tablo 6'da yer alan puan aralıkları ile seviye grupları ayrıca klinik mülakat yapılacak öğretmenler belirlenirken de dikkate alınmış, alt düzey yeterliliğe sahip herhangi bir öğretmen olmadığından görüşmeler diğer düzeylerden seçilen 3 sınıf öğretmeni ile gerçekleştirilmiştir.

Klinik Mülakatların Analizi

Klinik mülakatlar ile katılımcı öğretmenlerin yapmış oldukları öğretimsel açıklamalar analiz edilmiş, detaylı bilgi elde etmek adına öğretmenlere, soruları çözerken kullanmış oldukları çözüm stratejilerini tercih sebepleri ve çözüme nasıl ulaştıklarına ilişkin irdeleyici sorular yöneltilmiş böylece sesli düşünceleri sağlanarak cevaplarının altında yatan nedenler açığa çıkarılmaya çalışılmıştır. Öğretmenlerin matematik öğretim bilgilerinin öğretimsel açıklamalarına etkisini belirlemek amacıyla klinik mülakatlardan elde edilen veriler "Öğretimsel Açıklama Düzeyleri" (Kinach, 2002a; 2002b) kapsamında analiz edilmiştir. Araştırma etiği açısından klinik mülakat yapılan öğretmenler "Ö17, Ö24, Ö48" şeklinde kodlanmıştır.

Bulgular

Sınıf öğretmenlerinin doğal sayılarla dört işleme ilişkin öğretme bilgileri araştırmanın bu bölümünde ÖMB modeli (Ball ve diğerleri, 2008) bileşenlerine göre incelenmiş ve daha detaylı bilgi elde etmek adına klinik mülakatlarla bazı öğretmenlerin belirlenen sorulara yapmış oldukları öğretimsel açıklamalar Kinach'ın (2002a; 2002b), "Öğretimsel Açıklama Düzeyleri" kapsamında analiz edilerek değerlendirilmiştir. Katılımcı öğretmenlerin testten aldıkları puan aralıkları ve seviye grupları Tablo 7'de gösterilmektedir.

Tablo 7

DİABT'den Alınan Puanların Seviye Gruplarına Göre Dağılımı

Puan Aralıkları	Seviye Grupları	f	%
0 – 17.5	Alt Düzey	0	0
17.6 – 35	Orta Düzey	15	11.4
35.1 – 52.5	İyi Düzey	47	67.1
52.6 – 70	Çok İyi Düzey	8	21.5

Tablo 7 incelendiğinde, sınıf öğretmenlerinin dört işlem alan bilgilerinin çoğunlukla iyi düzeyde (%67,1) olduğu, alt düzey yeterlilikte ise hiçbir öğretmen olmadığı görülmektedir.

Konu Alan Bilgisine İlişkin Bulgular ve Öğretimsel Açıklamalar

DİABT’de, sınıf öğretmenlerinin konu alan bilgilerini ölçen sorulardan alınan puan aralıkları ve seviye grupları Tablo 8’de gösterilmektedir.

Tablo 8

Konu Alan Bilgisi Puanlarının Seviye Gruplarına Göre Dağılımı

Puan Aralıkları	Seviye Grupları	f	%
0 – 5	Alt Düzey	0	0
5.1 – 10	Orta Düzey	14	20
10.1 – 15	İyi Düzey	39	55.7
15.1 – 20	Çok İyi Düzey	17	24.3

Tablo 8 incelendiğinde, sınıf öğretmenlerinin konu alan bilgilerinin çoğunlukla iyi düzeyde (%55,7) olduğu ve ilgili bileşene ilişkin alt düzey yeterlilikte hiçbir öğretmen olmadığı görülmektedir. Şekil 2’de konu alan bilgisine yönelik DİABT’de yer alan 18. soru, sorunun (a) maddesine ilişkin Ö53 kodlu öğretmenin cevabı ise Şekil 3’te gösterilmiştir.

Şekil 2

DİABT’de Yer Alan 18. Sorunun A Maddesi

Soru 18: Serkan öğretmen öğrencileriyle birlikte doğal sayılarla bölme işlemi konusuna giriş yapmak istiyor. Buna göre,

a) Öğrencilerin derse etkin katılabilmesi için hangi ön bilgilere sahip olması gerekir?

Şekil 3

Ö53 Kodlu Öğretmenin Cevabı

Ritmik sayma, sayma, sıkarma, bölüştürme, paylaşırma gibi birbirine bağlantılı birçok şey bilmesi gerekir.

Şekil 3 incelendiğinde, Ö53 kodlu öğretmenin soruya tam doğru cevap vererek derse etkin katılımında öğrencide bulunması gereken ön bilgileri; çıkarma işlemi, çarpma işlemi, ritmik sayma, paylaşırma-bölüştürme şeklinde açıkladığı görülmektedir.

Yapılan değerlendirme sonucu öğretmenlerin büyük çoğunluğunun (%71,4) soruyu eksik veya yetersiz cevapladığı görülmüş, bu sebeple de alt düzey seviye grubu hariç diğer seviye gruplarından seçilen 1’er öğretmenle soruya ilişkin klinik mülakat gerçekleştirilmiştir. Şekil 4’te orta düzey yeterliliğe sahip Ö24 kodlu öğretmenin gerçekleştirilen klinik mülakatta öğretmenin cevabı görülmektedir.

Şekil 4**Ö24 Kodlu Öğretmenin Cevabı**

- Toplama ve çarpmada sonuca her zaman verilen sayılardan büyük çıkar yani artardı. Çıkarmada sonuca, verilen sayıların en büyüğünden küçük çıkar yani azalır. Bölmede de sonuca her zaman bölünen sayıdan küçük olmalıdır. Çarpma, toplama işleminin (aynı sayılar olmak koşulu ile) kısa yoldan yapımıdır. Bölme ise aynı sayılardan oluşan çıkarma işleminin kısa yoldan yapımıdır. Bölme demek paylaşım demektir. Örneğin bir tepside bulunan 8 dilim keki 4 ayrı tabağa eşit olacak şekilde paylaşım demektir.

Şekil 4 incelendiğinde, Ö24 kodlu öğretmenin soruya ilişkin net bir açıklamada bulunmadığı, "verilen sayı" ifadesiyle ne demek istediğini belirtmediği bu sebeple de Kinach'ın içerik öğretimsel açıklama düzeyine uygun açıklamalarda bulunduğu görülmektedir. Aşağıda 18. sorunun a maddesine yönelik Ö24 kodlu öğretmen ile gerçekleştirilen klinik mülakat verileri yer almaktadır.

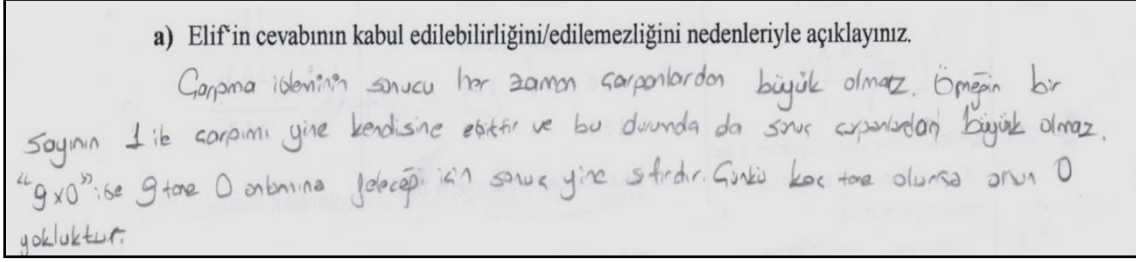
Ö24 kodlu öğretmen, hangi ön bilgilerin doğal sayılarla bölme işlemi öğretiminde etkili olduğu ve niçin yazısında diğer işlemleri açıklama gereği duyduğu sorularına şu cevapları vermiştir: "Öğrenci ön bilgilere sahip ise derste daha aktif olur. Öğretmen konuyu rahat anlatır. Öğrenci derste işlenen konuları tekrar edip, aklında tutarak ön bilgilere sahip olur.", "Bölmeyi bilmek demek diğer işlemler olan çıkarma ve çarpmayı da bilmek demektir."

Klinik mülakat sonrası öğretmenin yapmış olduğu açıklamalar incelendiğinde Ö24 kodlu öğretmenin doğal sayılarla bölme işlemi öğretiminde hangi ön bilgilere sahip olunması hususunda net bir açıklama yapmadığı, öğrenci öğrenmelerini destekleyici görüşlerde bulunmadığı bu sebeple de içerik düzeyinde öğretimsel açıklama bilgisine sahip olduğu görülmüştür. Şekil 5'te konu alan bilgisine yönelik testte yer alan 16. sorunun (a) maddesi gösterilmiştir. Şekil 6'da ise Ö27 kodlu öğretmenin soruya ilişkin cevabına yer verilmiştir.

Şekil 5**DİABT'de Yer Alan 16. Sorunun A Maddesi**

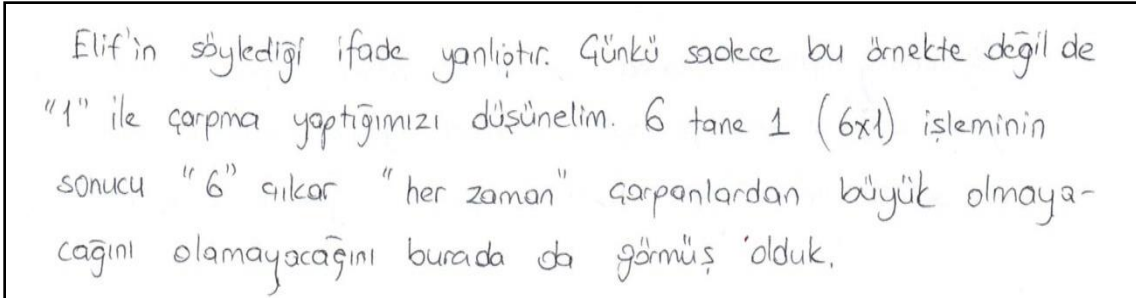
Soru 16: Engin öğretmen '9x0' işleminin sonucunu '0' bulmuştur. Elif ise öğretmenin, sonucu yanlış bulduğunu iddia etmiş, sebebini de "Çarpma işleminin sonucu her zaman çarpanlardan büyük olur." şeklinde açıklamıştır.

a) Elif'in cevabının kabul edilebilirliğini/edilemezliğini nedenleriyle açıklayınız.

Şekil 6**Ö27 Kodlu Öğretmenin Cevabı**

Şekil 6 incelendiğinde Ö27 kodlu öğretmenin soruya tam doğru cevap verdiği ve cevabın kabul edilemezliğini gerekçelendirerek açıkladığı görülmektedir. Soruya ilişkin yapılan değerlendirme sonucu katılımcı öğretmenlerin çok az bir kısmının (%8,6) soruyu tam doğru cevap verdiği, yetersiz ve yanlış cevap verenlerin ise (%30) çoğunlukta olduğu görülmüştür. Örneğin; Ö66 kodlu öğretmen soruya: "Kabul edilemez." şeklinde yetersiz bir cevap, Ö13 kodlu öğretmen ise, "Kabul edilebilir." şeklinde yanlış bir cevap vermiştir.

Öğretmenlerin mevcut soruyu cevaplamada yetersiz kalmaları üzerine 3 seviye grubundan seçilen 1'er öğretmenle soruya yönelik klinik mülakat gerçekleştirilmiştir. Şekil 7'de çok iyi düzey yeterliliğe sahip Ö48 kodlu öğretmenle gerçekleştirilen klinik mülakatta öğretmenin aynı soruya vermiş olduğu cevap görülmektedir.

Şekil 7**Ö48 Kodlu Öğretmenin Cevabı**

Şekil 7 incelendiğinde, Ö48 kodlu öğretmenin cevabın kabul edilemezliğini örneklendirerek Kinach'ın problem çözme öğretimsel açıklama düzeyine uygun açıklamalarda bulunduğu görülmektedir. Aşağıda 16. sorunun (a) maddesine yönelik Ö48 kodlu öğretmen ile gerçekleştirilen klinik mülakat verileri yer almaktadır.

Ö48 kodlu öğretmen, Elif'in niçin böyle bir savunma yapmış olacağına dair kendine yöneltilen soruya: "Elif, olaya genel bir bakış açısıyla baktığından anlamlandırmada güçlük yaşamış olabilir. Yani zihninde işlemi yaparken sonucun her zaman çarpılan sayılardan büyük olduğunu görmüştür." şeklinde cevap vermiştir. Bu açıklamadan sonra

öğretmenden konu öğretimine ilişkin ders sürecinden bahsetmesi istenmiş, Ö48 kodlu öğretmen: “*Canlandırma ve görsellerle, yaşama uyarlayarak konuyu anlamlandırmalarını sağladım.*” şeklinde açıklama yapmıştır.

Klinik mülakat sonrası Ö48 kodlu öğretmenin, Elif’in çarpma işlemini anlamlandırmada zorluk yaşadığından böyle bir savunma yaptığını ve konunun öğretiminde daha çok yapılandırmacı öğrenme yaklaşımı temelli ders sürecini tercih edeceğini belirten açıklamalarda bulunduğu görülmüştür. Fakat yaptığı açıklamalar, yazdıklarına kıyasla kavramsal anlayıştan uzak olduğundan Kinach’ın öğretimsel açıklama düzeylerinden içerik düzeyi ile sınırlı kalmıştır.

Öğretim ve İçerik Bilgisine İlişkin Bulgular ve Öğretimsel Açıklamalar

DİABT’de sınıf öğretmenlerinin öğretim ve içerik bilgilerini ölçen sorulardan alınan puan aralıkları ve seviye grupları Tablo 9’da gösterilmektedir.

Tablo 9

Öğretim ve İçerik Bilgisi Puanlarının Seviye Gruplarına Göre Dağılımı

Puan Aralıkları	Seviye Grupları	f	%
0 – 5.5	Alt Düzey	2	2.9
5.6 – 11	Orta Düzey	39	55.7
11.1 – 16.5	İyi Düzey	25	35.7
16.6 – 22	Çok İyi Düzey	4	5.7

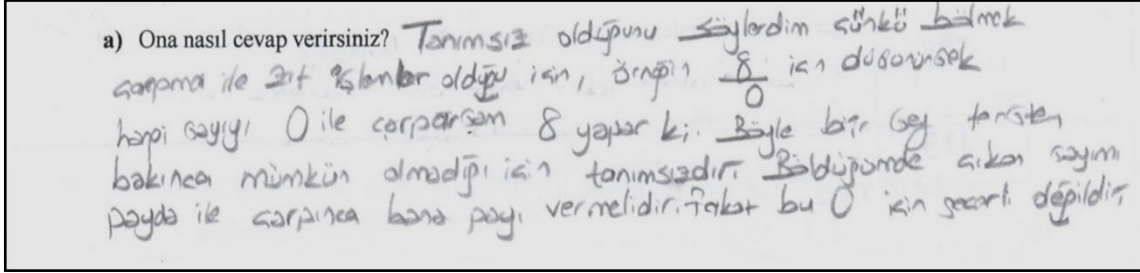
Tablo 9 incelendiğinde, sınıf öğretmenlerinin doğal sayılarla dört işlem öğretimine ilişkin öğretim ve içerik bilgilerinin çoğunlukla orta düzeyde olduğu (%55,7), alt düzey yeterliliğe sahip öğretmenlerin de bulunduğu (%2,9), çok iyi düzey yeterlilik gösterenlerin ise çok az olduğu (%5,7) görülmektedir. Öğretim ve içerik bilgisine ilişkin DİABT’de yer alan sorulardan 8. soru Şekil 8’de, aynı sorunun (a) maddesine ilişkin Ö27 kodlu öğretmenin cevabı ise Şekil 9’da gösterilmiştir

Şekil 8

DİABT’de Yer Alan 8. Sorunun A Maddesi

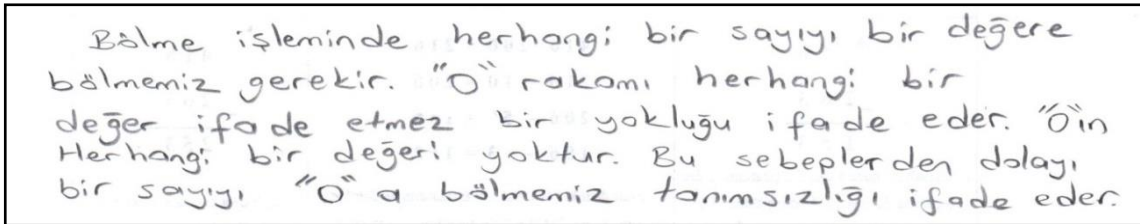
Soru 8: Öğrencilerinizden biri 8 sayısının 0’a (sekiz bölü sıfır) bölümünün ne olduğunu size soruyor?

a) Ona nasıl cevap verirsiniz?

Şekil 9**Ö27 Kodlu Öğretmenin Cevabı**

Şekil 9 incelendiğinde, Ö27 kodlu öğretmenin soruya tam doğru cevap vererek öğrenci düzeyine uygun açıklama yaptığı ve bölme işleminin, çarpma ve çıkarma işlemi ile olan ilişkisine değindiği görülmektedir. Soruya ilişkin yapılan değerlendirme sonucu dikkat çekici bir bulgu olarak katılımcı öğretmenlerin büyük çoğunluğunun (%91,5) ilgili soruyu eksik veya yetersiz cevapladığı görülmüştür. Örneğin; Ö67 kodlu öğretmen soruya: “8 sayısının 0’a bölümü demek hiçbir şeye bölmek demektir.” şeklinde eksik bir cevap, Ö62 kodlu öğretmen ise: “Cevabın 0 olduğunu, ancak bunun açıklamasının ortaokulda öğrenileceğini söylerim.” şeklinde yetersiz bir cevap vermiştir.

Öğretmenlerin mevcut soruyu cevaplamada yetersiz kalmaları üzerine 3 seviye grubundan seçilen 1’er öğretmen ile soruya yönelik klinik mülakat gerçekleştirilmiştir. Şekil 10’da iyi düzey yeterliliğe sahip Ö17 kodlu öğretmenle gerçekleştirilen klinik mülakatta öğretmenin soruya vermiş olduğu cevap görülmektedir.

Şekil 10**Ö17 Kodlu Öğretmenin Cevabı**

Şekil 10’a göre, Ö17 kodlu öğretmenin açıklamasında 0’ın bir değer belirtmediğini bu sebeple de “yokluk” anlamı taşıdığını ayrıca bir sayının 0’a bölünmesinin tanımsızlık anlamına geldiğini belirttiği görülmektedir. Buradan öğretmenin Kinach’ın içerik öğretimsel açıklama düzeyine uygun açıklamalarda bulunduğu görülmektedir. Aşağıda 8. sorunun (a) maddesine yönelik Ö17 kodlu öğretmen ile gerçekleştirilen klinik mülakat verileri yer almaktadır.

Ö17 kodlu öğretmen, yazısında geçen “yokluk- tanımsızlık” gibi ifadelerin öğrenci seviyesine uygunluğuna ilişkin kendisine yöneltilen soruya şöyle cevap vermiştir: “Yokluk demek bir şeyin hiç olmaması demektir. Bu başka şekilde öğrenciye anlatılamaz. Zaten bir şeyin hiç olmamış, bölünmemiş, parçalanmamış olması yok demek anlamına geliyor. Tanımsızlık ise öğrenciye göre daha ağır bir kavram. Onu da herhangi bir sayı 0’a bölünemez bölsük de bir sonuca ulaşamayız şeklinde açıklarım.” Bu açıklamadan sonra öğretmenden konu öğretimine ilişkin ders sürecinden bahsetmesi istenmiş, Ö17 kodlu öğretmen: “Somut materyaller kullanır, gerçek yaşama uyarlarım.” şeklinde açıklama yapmıştır. Son olarak öğretmenden ilgili soruyu çarpma işlemi ile ilişkilendirerek açıklaması istenmiş öğretmen: “Bölme parçalamak; çarpma ise birleştirmek demektir. “0” ile bir sayı çarpılınca sonuçta herhangi bir artış olmayacağı gibi bölmede de “0” ile yapılan işlemlerde paylaşım olmaz.” şeklinde bir açıklama yapmıştır.

Klinik mülakat sonrası Ö17 kodlu öğretmenin, 8 sayısının 0’a bölümünü “yokluk- tanımsızlık” şeklinde ifade ettiği, öğrencinin yokluk kavramını anlamlandırabileceğini fakat tanımsızlığın daha ağır bir kavram olduğunu belirttiği ve açıklamalarını örneklerle desteklediği görülmüştür. Bu bulgulardan hareketle katılımcı öğretmenin öğrenci öğrenmelerini destekler nitelikte açıklamalarının Kinach’ın öğretimsel açıklama düzeylerinden *içerik* ve *kavrama* düzeyine uygun olduğu görülmektedir.

Öğrenci ve İçerik Bilgisine İlişkin Bulgular ve Öğretimsel Açıklamalar

DİABT’de, sınıf öğretmenlerinin öğrenci ve içerik bilgilerini ölçen sorulardan alınan puan aralıkları ve seviye grupları Tablo 10’da gösterilmektedir.

Tablo 10

Öğrenci ve İçerik Bilgisi Puanlarının Seviye Gruplarına Göre Dağılımı

Puan Aralıkları	Seviye Grupları	f	%
0 – 4.5	Alt Düzey	2	2.9
4.6 – 9	Orta Düzey	23	32.8
9.1 – 13.5	İyi Düzey	31	44.3
13.6 – 18	Çok İyi Düzey	14	20

Tablo 10 incelendiğinde, sınıf öğretmenlerinin öğrenci ve içerik bilgilerinin çoğunlukla iyi düzeyde olduğu (%44,3), ilgili bileşene yönelik alt düzey yeterliliğe sahip öğretmenlerin de bulunduğu (%2,9) görülmektedir. Öğrenci ve içerik bilgisine ilişkin DİABT’de yer alan sorulardan 14. soru ve sorunun (a) maddesine ilişkin Ö43 kodlu öğretmenin cevabı Şekil 11 ve Şekil 12’de gösterilmiştir.

Şekil 11*DiABT'de Yer Alan 8. Sorunun A Maddesi*

Soru 14: Çıkarma işlemini farklı yollar ile tamamlayan Betül, Emir ve Aslı'nın çözüm yolları aşağıda verilmiştir:

Betül	Emir	Aslı
$\begin{array}{r} ^3^1 1\ 6 \\ - 2\ 6\ 3 \\ \hline 1\ 5\ 3 \end{array}$ <p>Betül dedi ki "önce 6'dan 3'ü çıkardım. 1'den 6 çıkmaz. Komşudan 1 ödünç aldım. 4'ü çizdim ve yerine 3 yazdım. 1'in yanına da 1 yazdım. Şimdi 11'den 6'yı çıkardım 5. 3'ten 2 çıkardım 1. Benim cevabım 153'tür."</p>	$\begin{array}{l} 416 - 200 = 216 \\ 216 - 10 = 206 \\ 206 - 50 = 156 \\ 156 - 3 = 153 \end{array}$ <p>Emir dedi ki "416'dan 200'ü çıkardım ve 216'yı buldum. Sonra, 216'dan 10'u çıkardım. 206'yı buldum. 206'dan 50 daha çıkardığımda 156'yı buldum. 3 daha çıkarmam gerekiyordu, sonunda 153 buldum."</p>	$\begin{array}{r} 416 \\ - 263 \\ \hline 253 \end{array}$ <p>Aslı dedi ki "önce 6'dan 3'ü çıkardım 3. Sonra 6'dan 1'i çıkardım 5. 4'ten de 2'yi çıkardım 2. Benim cevabım 253."</p>

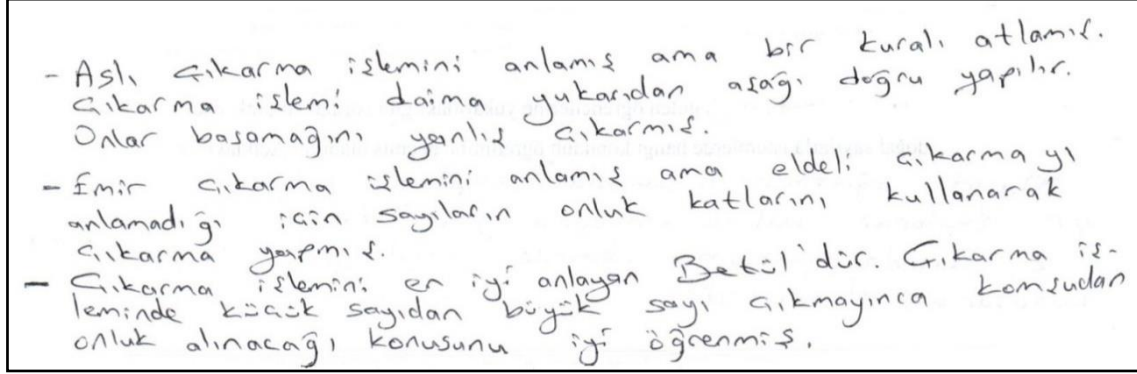
a) Öğrenciler çıkarma işlemini yaparken nasıl bir yöntem kullanmışlardır? Açıklayınız.

Şekil 12*Ö43 Kodlu Öğretmenin Cevabı*

a) Öğrenciler çıkarma işlemini yaparken nasıl bir yöntem kullanmışlardır? Açıklayınız.

- * Emir çıkan sayıyı basamaklarına ayırma yöntemini kullanmıştır.
- * Betül onluk ve yüzlük olarak yani üst basamaktan alma yöntemini kullanmıştır.
- * Aslının çözümlü yanlıştır.

Şekil 12 incelendiğinde, Ö43 kodlu öğretmenin soruya tam doğru cevap vererek öğrencilerin çözüm yöntemlerini doğru ifade ettiği, çözüm yöntemi yanlış olan öğrenciyi ise ayrıca belirttiği görülmektedir. Ö14 kodlu öğretmenin: "Ali → onluk, birlik." şeklindeki cevabı, soru kökünde "Ali" isimli herhangi bir öğrenci olmadığından ilişkisiz cevap olarak nitelendirilmiştir. Soruya ilişkin yapılan değerlendirme sonucu katılımcı öğretmenlerin yarısından çoğunun (%57,1) soruyu eksik veya yetersiz cevapladığı görülmüş ve böylece 3 seviye grubundan seçilen 1'er öğretmen ile soruya yönelik klinik mülakat gerçekleştirilmiştir. Şekil 13'te orta düzey yeterliliğe sahip Ö24 kodlu öğretmen ile gerçekleştirilen klinik mülakatta öğretmenin aynı soruya vermiş olduğu cevap görülmektedir.

Şekil 13**Ö24 Kodlu Öğretmenin Cevabı**

Şekil 13'e göre, Ö24 kodlu öğretmenin açıklamasında Betül'ü işlemi en iyi anlayan öğrenci olarak seçtiği, Emir'in konuya hâkim olduğunu fakat eldeli çıkarmada sorunlar yaşadığından onlukları eksiltme yoluyla sonuca ulaştığını, Aslı'nın ise çözümde hata yaptığını belirttiği görülmektedir. Buradan öğretmenin Kinach'ın kavrama öğretimsel açıklama düzeyine uygun açıklamalarda bulunduğu görülmektedir. Aşağıda 14. sorunun (a) maddesine yönelik Ö24 kodlu öğretmen ile gerçekleştirilen klinik mülakat verileri yer almaktadır.

Ö24 kodlu öğretmene öğrencilerin niçin farklı çözüm yolları tercih etmiş olabilecekleri sorusu yöneltilmiş, öğretmen: *"Sonuca daha kolay ulaşabileceklerini düşündüklerinden en iyi bildikleri çözüm yolunu tercih etmiş olabilirler."* şeklinde cevap vermiştir. Bu açıklamanın üzerine öğretmene: *"Çözüm yollarından hangisini kendi sınıfınızda kullanmayı tercih edersiniz? Neden?"* sorusu yöneltilmiş Ö24 kodlu öğretmen bu soruya ise şu şekilde cevap vermiştir: *"Kolay ve pratik bir çözüm olduğu için tabii ki de Betül derdim."*

Katılımcı öğretmenin Şekil 13'te yer alan *"eldeli çıkarma"* ifadesi ile ne demek istediği üzerine araştırmacı ile arasında geçen diyalog şu şekildedir:

A: *Eldeli çıkarma ifadesi ile ne demek istediniz?*

Ö24: *Betül'ün çözümü gibi komşuya giderek onluk isteme şeklindeki işlem yolun*

A: *Elde kelimesi toplama işleminde geçer. Siz, onluk bozarak çıkarmayı mı kastettiniz?*

Ö24: *Evet. Bu kavramları hep karıştırırım.*

Klinik mülakat sonrası Ö24 kodlu öğretmenin, söyledikleri ve yazdıkları arasında bir çelişki olduğu görülmektedir. Örneğin yazısında Emir'in çıkarmayı tam olarak anlayamadığını belirtmiş ama kendisi ile gerçekleştirilen klinik görüşmede: *"Uzun bir çözüm yolu seçmiş ama"*

yine de doğru sonuca ulaşmış.” şeklinde tutarsız bir cevap vermiştir. Bu bulgulardan hareketle katılımcı öğretmenin öğrenci öğrenmelerini destekler nitelikte yeterli bir açıklama yapamadığı görülmektedir.

Müfredat Bilgisine İlişkin Bulgular ve Öğretimsel Açıklamalar

DİABT’de bulunan ve sınıf öğretmenlerinin müfredat bilgilerini ölçen sorulardan alınan puan aralıkları ve seviye grupları Tablo 11’de gösterilmektedir.

Tablo 11

Müfredat Bilgisi Puanlarının Seviye Gruplarına Göre Dağılımı

Puan Aralıkları	Seviye Grupları	f	%
0 – 3.5	Alt Düzey	0	0
3.6 – 7	Orta Düzey	4	5.7
7.1 – 10.5	İyi Düzey	22	31.4
10.6 – 14	Çok İyi Düzey	44	62.9

Konu alan bilgisine yönelik DİABT’de yer alan sorulardan 13. soru ve sorunun (a) maddesine ilişkin Ö6 kodlu öğretmenin cevabı Şekil 14 ve Şekil 15’te gösterilmiştir.

Şekil 14

DİABT’de Yer Alan 13. Sorunun A Maddesi

Soru 13:

- I. “8 bilyem vardı. Kardeşimin verdiği bilyelerle toplam 12 bilyem oldu. Kardeşim bana kaç bilye verdi?”
 - II. “Bir miktar bilyem vardı. 4 bilye de kardeşim verdi. Toplam bilyelerim 12 tane oldu. Daha önce kaç bilyem vardı?”
- a) Murat öğretmen 1.sınıfa giden öğrencilerine yukarıdaki gibi sorular sorarak sizce doğal sayılarla işlemlerde hangi konunun öğretimine geçmiş olabilir? Açıklayınız.

Şekil 15

Ö6 Kodlu Öğretmenin Cevabı

Doğal sayılarla çıkarma işlemine geçiş yapmıştır.

Şekil 15 incelendiğinde, Ö6 kodlu öğretmenin soruya yanlış cevap verdiği görülmektedir. Ö21 kodlu öğretmen ise mevcut soruya ilişkin: “Toplama işlemi problemleri” şeklinde eksik bir cevap vermiştir. Soruya ilişkin yapılan değerlendirme sonucu katılımcı öğretmenlerin

yarısından fazlasının (%55,7) soruya tam doğru cevap verdiği fakat eksik cevap verenlerin de (%25,7) çoğunlukta olduğu görülmüştür.

Bu soru, testte yer alan ve müfredat bilgisini ölçen tüm sorular arasında öğretmenlerin en çok yanlış yaptığı soru olduğundan (%11,4) klinik mülakatta kullanılmak üzere seçilmiştir. Şekil 16'da çok iyi düzey yeterliliğe sahip Ö48 kodlu öğretmen ile gerçekleştirilen klinik mülakatta öğretmenin soruya vermiş olduğu cevap görülmektedir.

Şekil 16

Ö48 Kodlu Öğretmenin Cevabı

Murat öğretmenin sorduğu sorulardan anlaşılıyor ki bir toplama işleminde verilmeyen toplananı buldurmaya yönelik bir öğretim yapmaktadır.

Şekil 16'ya göre, Ö48 kodlu öğretmenin cevabında Murat öğretmenin, toplama işleminde verilmeyen toplananı bulma konusunu işlediğini belirterek içerik düzeyinde bir öğretimsel açıklamada bulunduğu görülmektedir. Aşağıda 13. sorunun (a) maddesine yönelik Ö48 kodlu öğretmen ile gerçekleştirilen klinik mülakat verileri yer almaktadır.

Ö48 kodlu öğretmen, kendisine yöneltilen: "Murat öğretmenin soruları sizce öğrenci düzeyine uygun mudur?" sorusuna: "1. sınıf düzeyine ağır bir soru bence. Çünkü çocuklar algılamada güçlük çekebilirler. Somut materyaller kullanılarak görselleştirilmesi sözel ifadede her zaman daha etkilidir." şeklinde cevap vermiştir. Bu açıklamadan sonra öğretmenden konu öğretimine ilişkin ders sürecinden bahsetmesi istenmiş, Ö48 kodlu öğretmen: "3 adet tabak çizerim tahtaya. Tabaklardan ikisi toplanan sayıları biri ise toplamı belirtir. Tabaklardan birine 4 veya 8 elma koyar ötekini boş bırakırım. 3. tabakta ise 12 elma buldurur verilmeyen sayıya dikkat çekerim. Aynı benzetme sınıftaki öğrenciler üzerinden de yapılabilir." şeklinde açıklama yapmıştır.

Klinik mülakat sonrası Ö48 kodlu öğretmen, Murat öğretmenin yönelttiği soruların öğrenci düzeyine uygun olmadığını ve somut materyallerin sözel ifadelerle göre daha etkili olduğunu belirten açıklamalarda bulunmuş ve bu açıklamalarını da örneklerle desteklemiştir. Bu bulgulardan hareketle katılımcı öğretmenin öğrenci öğrenmelerini destekler nitelikte açıklamalarının Kinach'ın kavrama ve problem çözme öğretimsel açıklama düzeylerine uygun olduğu görülmektedir.

Tartışma

Araştırmaya katılan sınıf öğretmenlerinin konu alan bilgisi seviyelerinin araştırma bulgularından hareketle çoğunlukla iyi düzeyde olduğu görülmüştür. Özellikle son yıllarda öğretmen atamalarında Kamu Personeli Seçme Sınavı'na (KPSS) eklenen Öğretmenlik Alan Bilgisi

Testi'nin (ÖABT) atama puanına etkisinin orantısız olarak fazla olması, öğretmenlere konu alanına ilişkin bilginin önemini fark ettirmiş olabilir. Ayrıca her dört yılda bir sınıf öğretmenlerinin aynı sınıf düzeylerini tekrar okutmaları, aynı konuları tekrar anlatmaları, konu alan bilgilerinde başarılı olmalarının bir diğer sebebi olabilir. Çoğu araştırmacı yapmış oldukları çalışmalarla öğretmende bulunması gereken konu alan bilgisinin verimli bir eğitim süreci için önemini belirtmiştir (Ball ve diğerleri, 2008; Canbazoglu ve diğerleri, 2010; Reid ve Reid, 2017). Konu alan bilgisi istenilen düzeyde olmayan öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının matematiksel kavramları açıklamada zorluk yaşadıkları bazı araştırmacılarca tespit edilmiştir (Kinach, 2002a; Reid ve Reid, 2017). Mevcut çalışmada da benzer sonuçlar elde edilmiş olup, alt düzey yeterliliğe sahip öğretmenlerin ilgili alt öğrenme alanına ilişkin öğretimsel açıklamalarda yetersiz kaldıkları tespit edilmiştir. Bu durum bize sınıf öğretmenlerinin matematiksel konu alan bilgilerinin, öğretimsel açıklamalarını etkilediğini göstermektedir. Hacıömeroğlu (2013a) sınıf öğretmeni adaylarının toplama ve çıkarma işlemlerine yönelik konu alan bilgilerini incelediği çalışmasında öğretmenlerin özel alan bilgilerinde eksiklikler olduğunu, genel alan bilgilerinin ise istenilen düzeyde olduğunu tespit etmiştir. Mevcut çalışmada da konu alan bilgisi başlığı altında sınıf öğretmenlerinin genel alan ve özel alan bilgilerini kapsayan sorular sorulmuş ve her iki alan bilgilerinin de istenilen düzeyde olduğu görülmüştür. Buradan mesleki deneyimin sınıf öğretmenlerinin özel alan bilgilerini olumlu yönde etkilediği sonucuna ulaşılabılır. Konu alan bilgisine yönelik çoğu çalışmada öğretmenlerin yetersiz alan bilgisine sahip olduğu (Baki, 2013; Keleş ve Güneş, 2022) sonucuna ulaşılmıştır. Matematik öğretiminde etkili bir öğretim süreci için konu alan bilgisinin önemi bilindiğinden (Çakmak ve diğerleri, 2014) mevcut çalışmada sınıf öğretmenlerinin dört işlem öğretimine ilişkin konu alan bilgilerinin istenilen düzeyde çıkması matematik öğretimi adına umut var eden bir sonuç olmuştur.

Sınıf öğretmenlerinin öğretim ve içerik bilgileri seviyesi orta düzeyde çıkmıştır. Diğer bileşenlerle kıyaslandığında öğretmenlerin daha düşük düzeyde performans gösterdikleri bileşen öğretim ve içerik bilgisi bileşeni olmuştur. Oysaki öğretmenin matematik öğretiminde yararlanması gereken yöntem ve teknikleri bilmesi, farklı gösterimlerden yararlanması, öğrencide mevcut kavramsal yanılgılara müdahale edip onu doğru bilgiye yönlendirmesi öğretim ve içerik bilgisi dahilinde davranışlardır (Ball ve diğerleri, 2008; Shulman, 1986). Literatürde de benzer şekilde öğretmen ve öğretmen adaylarının eksik öğretim bilgisine sahip olduğunu ortaya çıkaran çalışmalar bulunmaktadır (Aksu ve Konyalıoğlu, 2014; Gökkurt ve diğerleri, 2015; Keleş, 2019). Örneğin; Gökkurt vd. (2015), öğretmen adaylarının geometrik cisimler konusuna yönelik öğretim ve içerik bilgilerini inceledikleri çalışmalarında öğretmen adaylarının öğretim bilgilerinde

eksiklikler olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Mevcut alışmada da sınıf öretmenlerinin öretim bilgilerinin istenilen yeterlilikte olmaması meslek iinde de aynı eksikliklerin devam ettiğini, matematik öretiminde henüz istenilen seviyeye gelineemediğini bizlere göstermektedir. Katılımcı öretmenlerin testte yer alan öretim sorularına genel ve kısa cevap vermeleri önceki metinde ortaya konan düşünceyi destekler niteliktedir. Oysaki öretmenin, öğrenci öğrenmelerini destekleyen, kolaylaştırıcı ve etkili yaklaşımlara dersinde ağırlık vermesi öğretimin verimliliği aısından son derece önemlidir.

Sınıf öretmenlerinin öğrenci ve ierik bilgileri seviyesi iyi düzeyde ıkmıştır. DİABT'de öğrenci ve ierik bilgisi dahilinde öretmenlere, öğrencilerce yapılan hataların sebeplerini belirlemeye, onların özüm süreçlerinde ne gibi stratejiler geliştireceklerini bilmeye ve matematiksel hatalarını tespit edip yorumlamaya yönelik sorular yöneltilmiştir. Bazı öretmenlerin öğrenci hatalarını belirlemede yetersiz kalmaları, öğrenci bakış aısıyla sorulara yaklaşmayıp soruları kendi özüm stratejileriyle cevaplamaları ve hatanın kaynağına değinmemeleri bu bilgi dahilinde tespit edilen eksiklerdir. Oysaki matematik öğretimini daha etkili hale getirmek için öretmenin; öğrencinin ön bilgilerinden, öğrenme güçlüğü veya kavram yanılığı yaşayıp yaşamadığından haberdar olması (Ball ve diğerleri, 2008) ve öğrenciye bu doğrultuda yaklaşması gerekmektedir. Literatür incelendiğinde birok araştırmada öğrenciyi tanımada öretmenlerin yetersiz oldukları görülmektedir (Aksu ve Konyalıoğlu, 2015; ıkırıkı, 2015; Kutlu, 2018; Tanışlı, 2013). Kutlu (2018), göreve yeni başlayan matematik öretmenlerinin pedagojik alan bilgilerinin incelediği alışmasında öretmenlerin öğrenciyi tanımada yetersiz olduklarını tespit etmiştir. Mevcut alışmada sınıf öretmenlerinin öğrenci ve ierik bilgilerinin iyi düzeyde ıkması bu bilgilerinde eksiklikler olsa dahi öğrencilerce yapılan matematiksel hataların kaynağını belirleme, geliştirilen stratejileri tahmin etme ve kavramsal yanılığları giderme konularında diğer branşlara kıyasla istenilen yeterliliğe sahip olduklarını bize göstermektedir.

Sınıf öretmenlerinin müfredat bilgileri seviyesi ok iyi düzeyde ıkmıştır. Diğer bileşenlerle kıyaslandığında öretmenlerin en başarılı performans gösterdikleri bileşen müfredat bilgisi bileşeni olmuştur. öretmenlerin yıllık planlar yapmaları, ders planları hazırlamaları müfredat bilgilerindeki başarılarının en temel sebebi olabilir. Literatür incelendiğinde öretmenlerin ve öretmen adaylarının yetersiz veya yüzeysel müfredat bilgisine sahip olduklarını ortaya ıkaran araştırmalara rastlanmaktadır (Aksu, 2013; Keleş, 2019; Kutlu, 2018). Kesirler konusuna yönelik sınıf öretmeni adaylarının pedagojik alan bilgilerinin inceleyen Aksu (2013), öretmen adaylarının yetersiz müfredat bilgisine sahip olduklarını belirlemiştir. Benzer sonuç veren diğer bir araştırmada Keleş (2019), mesleki tecrübesi az olan sınıf

öğretmenlerinin veri işlemeye ilişkin yetersiz müfredat bilgisine sahip oldukları sonucuna ulaşmıştır. Mevcut çalışmada sınıf öğretmenlerinin doğal sayılarla dört işlem öğretimine ilişkin müfredat bilgilerinin istenilen düzeyde çıkması, diğer öğrenme alanları ve öğretmenlik branşlarına kıyasla bu bilgide daha iyi olduklarını bize gösteren dikkat çekici bir detaydır.

Mevcut çalışmada sınıf öğretmenlerinin matematik bilgilerinin çoğunlukla istenilen düzeyde çıkması öğretim bilgilerine yönelik umut verici bir tespit olmuştur. Alt düzey yeterliliğe sahip hiçbir öğretmen olmaması da araştırmanın dikkat çekici bulgularından olmuştur. Sınıf öğretmenlerinin özellikle bölme işlemini ölçen sorularda istenilen performansı gösterememeleri sorulara ilişkin çoğunlukla işlemsel düzeyde öğretimsel açıklamalarda bulunmaları araştırmaya dair dikkat çeken diğer bir tespit olmuştur. Literatüre baktığımızda sınıf öğretmenlerinin meslek öncesinde de benzer sorunlar yaşadıkları görülmüştür (Baki, 2013). Bölme işleminin kümülatif yapısı sebebiyle diğer temel işlemlere oranla daha karmaşık yapıda olması ve öğrencilerce daha iyi anlaşılabilmesi için öğretiminde bazı ön bilgileri (çıkarma, çarpma) gerekli kılması, konunun öğretiminde zorluklar yaşanmasına sebep olabilir. Eksikliklerin giderilip eğitimde istenilen başarının sağlanması hususunda üniversitelere ve MEB'e büyük görevler düşmekte, lisans dönemi derslerinden olan matematik öğretimi dersinin daha çok uygulama ağırlıklı olması gerekmektedir. Ayrıca sınıf öğretmenlerine meslek içinde aynı branştan diğer öğretmenlerle iş birliği yapma fırsatı verilmeli, fikir alışverişi yapabilecekleri, deneyim ve tecrübelerini paylaşabilecekleri ortamların oluşturulması sağlanmalıdır. Böylece sınıf öğretmenleri kendilerini sürekli geliştirme ve güncelleme fırsatı bulacak, meslek içinde farklı öğretim durumlarından haberdar olup stratejiler geliştirebileceklerdir.

Sonuçlar ve Öneriler

Çalışma sonuçlarına göre doğal sayılarla dört işleme yönelik sınıf öğretmenlerinin matematik öğretme bilgilerinin iyi düzeyde olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ama özele inildiğinde öğretim ve içerik bilgilerinde yetersiz oldukları özellikle de çarpma ve bölme işlemi gibi konuların öğretiminde zorluk yaşadıkları tespit edilmiştir. Çalışmada sınıf öğretmenlerinin konu alan bilgileri ile öğrenci ve içerik bilgilerinin iyi düzeyde, müfredat bilgilerinin ise çok iyi düzeyde olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Müfredat bilgisi sınıf öğretmenlerinin en başarılı performans gösterdikleri bileşen, öğretim ve içerik bilgisi ise en düşük performans gösterdikleri bileşen olmuştur. Ayrıca testten alınan puanlar sonucunda alt düzeyde yeterliliğe sahip sınıf öğretmeni olmadığı tespit edilmiştir. Katılımcı öğretmenlerin testte yer alan sorulardan çoğunlukla bölme işlemine yönelik sorularda zorlandıkları, bu soruları ya boş bıraktıkları ya da yanlış cevapladıkları ayrıca yetersiz

öğretimsel açıklamalarda buldukları tespit edilmiştir. Bu eksikliklerin giderilmesi adına sınıf öğretmenlerine meslek içinde kendilerini geliştirebilecekleri ortamlar sağlanması, dört temel işlem öğretimine yönelik kurs ve eğitimlerin gerek yüz yüze gerek de uzaktan eğitim şeklinde alan uzmanlarınca verilmesi önerilebilir.

Mevcut çalışmada sınıf öğretmenlerinin doğal sayılarla dört işlemi öğretme bilgilerine ilişkin veri toplamada alan bilgisi testi ve klinik mülakat yöntemi kullanılmış fakat ders gözlemleri yapılmamıştır. Daha detaylı veri elde etmek adına başka araştırmalarda ders gözlemleri yapılabilir ya da farklı araçlar kullanılabilir. Çalışma katılımcıları mesleki deneyim şartı aranmaksızın sınıf öğretmenlerinden oluşmuştur. Başka araştırmalar meslekte yeni veya mesleki deneyimi fazla (+15) öğretmenlerle çalışıp mevcut araştırmada belirlenen eksikliklerin mesleki deneyimle olan ilişkisini belirleyebilir. Sınıf öğretmenlerinin matematiği öğretme bilgileri ÖMB modeli (Ball ve diğerleri, 2008) bileşenleri çerçevesinde değerlendirilmiştir. Başka araştırmalarda diğer modeller (Marks Modeli, Fennema ve Franke Modeli) kullanılabilir.

Etik Kurul İzin Bilgisi: Bu araştırma, Trabzon Üniversitesi Sosyal ve Beşerî Bilimler Bilimsel Araştırma ve Yayın Etik Kurulu'nun 21/10/2021 tarihli 2021-10/2.1 sayılı kararı ile alınan izinle yürütülmüştür.

Yazar Çıkar Çatışması Bilgisi: Yazarların beyan edeceği bir çıkar çatışması yoktur.

Yazar Katkısı: Araştırma, ikinci yazarın danışmanlığında, birinci yazar tarafından yürütülen yüksek lisans tezinden üretilmiştir.

Kaynakça

- Aksu, Z. (2013). *Sınıf öğretmeni adaylarının kesirler konusundaki pedagojik alan bilgilerinin gelişimi* [Doktora tezi, Atatürk Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.
- Aksu, Z. ve Konyalıoğlu, A. C. (2015). Sınıf öğretmen adaylarının kesirler konusundaki pedagojik alan bilgileri. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 23(2), 723-738.
- Akyıldız, P. (2019). *Matematik öğretmeni adaylarının öğretimsel açıklamalarının matematiksel inanç perspektifinden incelenmesi* [Doktora tezi, Gazi Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.
- Akyıldız, S. ve Altun, T. (2018). Sınıf öğretmeni adaylarının teknolojik pedagojik alan bilgilerinin (TPAB) bazı değişkenlere göre incelenmesi. *Trakya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 8(2), 318-333. <https://doi.org/10.24315/trkefd.322749>
- An, S., Kulm, G., & Wu, Z. (2004). The pedagogical content knowledge of middle school, mathematics teachers in China and the US. *Journal of*

Mathematics Teacher Education, 7(2), 145-172.
<https://doi.org/10.1023/B:JMTE.0000021943.35739.1c>

- Arseven, A., Arseven, İ. ve Tepehan, T. (2015). Sınıf öğretmeni adaylarının matematik öğretimine yönelik öz-yeterlik algılarının incelenmesi. *Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi*, 4(2), 29-40. <https://doi.org/10.30703/cije.321367>
- Baki, A. (2020). *Matematiği öğretme bilgisi*. Pegem Akademi.
- Baki, M. (2012). *Sınıf öğretmeni adaylarının matematiği öğretme bilgilerinin gelişiminin incelenmesi: Bir ders imecesi (lesson study) çalışması* [Doktora tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.
- Baki, M. (2013). Sınıf öğretmeni adaylarının bölme işlemi ile ilgili matematiksel bilgileri ve öğretimsel açıklamaları. *Eğitim ve Bilim*, 38, 167.
- Baki, M. (2017, 20-23 Nisan). *A study on classroom teacher candidates' detection and interpretation of student errors in division operations* [Bildiri sunumu]. 26. Uluslararası Eğitim Bilimleri Kongresi, Antalya, Türkiye
- Balcı, D. (2004). *Çağdaş yabancı dil öğretiminde öğrenmeyi öğretme*. <http://www.ingilish.com/db2.htm>
- Balcı, E. (2023). *Sınıf öğretmeni adaylarının bölme işlemine yönelik öğretimsel matematik bilgilerinin incelenmesi* [Yüksek lisans tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.
- Ball, D. L., Thames, M. H. ve Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education* 59(5), 389-407. <https://doi.org/10.1177/0022487108324554>
- Başar, M., Ünal, M. ve Yalçın, M. (2002). İlköğretim kademesiyle başlayan matematik korkusunun nedenleri. V. *Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*, 16, 18.
- Canbazoğlu, S., Demirelli, H. ve Kavak, N. (2010). Investigation of the relationship between pre-service science teachers' subject matter knowledge and pedagogical content knowledge regarding the particulate nature of matter. *Elementary Education Online*, 9(1).
- Clement, J. (2000). Analysis of clinical interviews: Foundations and model viability. *Handbook of research design in mathematics and science education*, 547-589.
- Çakmak, Z., Konyalıoğlu, A. C. ve Işık, A. (2014). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının üç boyutlu cisimlere ilişkin konu alan bilgilerinin incelenmesi. *Orta Doğu ve Afrika Eğitim Araştırmaları Dergisi*, 8(1), 28-44.
- Çelik, A. Ö. ve Güzel, E. B. (2020). Farklı akademik başarıya sahip matematik öğretmeni adaylarının gerçekleştirdikleri klinik mülakatların karşılaştırılması. *Van Yüzüncü Yıl Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17(1), 1-29. <https://doi.org/10.33711/yyuefd.671175>

- Çıkrıkçı, F. H. (2015). *Ortaokul matematik öğretmen adaylarının cebir öğrenme alanına ilişkin alan ve pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi* [Yüksek lisans tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.
- Deringöl, Y. (2018). Sınıf öğretmeni adaylarının matematik öğretimi kaygıları ve matematik öğretimi yeterlikleri. *Kuramsal Eğitimbilim Dergisi*, 11(2), 261-278. <https://doi.org/10.30831/akukeg.364483>
- Doğruel, A. B. (2019). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin oran ve orantı konusuna ilişkin pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi* [Yüksek lisans tezi, Afyon Kocatepe Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.
- Doğruel, A. B. ve Karakuş, F. (2022). Ortaokul matematik öğretmenlerinin oran-orantı konusuyla ilgili alan bilgilerinin incelenmesi. *Afyon Kocatepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 24(3), 885-904. <https://doi.org/10.32709/akusosbil.938560>
- Durak, E. (2021). *Sınıf öğretmenlerinin problem çözme süreçlerinin ve öğretimsel açıklamalarının incelenmesi* [Yüksek lisans tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.
- Ekiz, D. (2020). *Bilimsel araştırma yöntemleri*. Anı Yayıncılık
- Eroğlu, D. (2012). *Examining prospective elementary mathematics teachers' knowledge about students' mistakes related to fractions* [Master's thesis, Middle East Technical University]. National Dissertation Center.
- Fennema, E., & Franke, M. L. (1992). Teachers knowledge and its impact. In: D.A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp.147-164). Macmillan Publishing.
- Gökkurt, B. (2014). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin geometrik cisimler konusuna ilişkin pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi* [Doktora tezi, Atatürk Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.
- Gökkurt, B., Şahin, Ö., Soylu, Y. ve Doğan, Y. (2015). Öğretmen adaylarının geometrik cisimler konusuna ilişkin öğrenci hatalarına yönelik pedagojik alan bilgileri. *İlköğretim Online*, 14(1), 55-71.
- Grossman, P.L. (1990). *The making of a teacher: Teacher knowledge and teacher education*. Teachers College Press.
- Hacıömeroğlu, G. (2013a). Sınıf öğretmeni adaylarının öğretim için matematiksel bilgisi: Öğrencilerin toplama ve çıkarma işlemlerine ilişkin çözümlerinin analizi. *Eğitim ve Bilim*, 38, 168.
- Hacıömeroğlu, G. (2013b). Sınıf öğretmeni adaylarının matematik öğretimine ilişkin yeterlik ve sınıf yönetimi inançları. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 26(1), 1-18.
- Işık, A., Çiltaş, A. ve Baş, F. (2010). Öğretmen yetiştirme ve öğretmenlik mesleği. *Atatürk Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 14(1), 53-62.
- Karataş, İ. ve Güven, B. (2003). Problem çözme davranışlarının değerlendirilmesinde kullanılan yöntemler: Klinik mülakatın potansiyeli. *İlköğretim Online*, 2(2), 2-9.

- Keleş, F. (2019). *Mesleğe yeni başlayan sınıf öğretmenlerinin matematiği öğretme bilgisinin incelenmesi* [Yüksek lisans tezi, Trabzon Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.
- Keleş, F. ve Güneş, G. (2022). An investigation of the knowledge of teaching mathematics of novice primary school teachers. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 30(1), 60-77. <https://doi.org/10.24106/kefdergi.774584>
- Kinach, B. M. (2002a). A cognitive strategy for developing pedagogical content knowledge in the secondary mathematics methods course: Toward a model of effective practice. *Teaching and Teacher Education*, 18(1), 51-71. [https://doi.org/10.1016/S0742-051X\(01\)00050-6](https://doi.org/10.1016/S0742-051X(01)00050-6)
- Kinach, B. M. (2002b). Understanding and Learning-to-explain by Representing Mathematics: Epistemological dilemmas facing teacher educators in the secondary mathematics 'methods' course. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 5(2), 153-186.
- Kutlu, D. (2018). *Göreve yeni başlayan ortaokul matematik öğretmenlerinin pedagojik alan bilgisinin incelenmesi* [Yüksek lisans tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.
- Kwong, C. W., Joseph, Y. K. K., Eric, C. Cm., & Khoh, L. T. S. (2007). Development of mathematics pedagogical content knowledge in student teachers. *The Mathematics Educator*, 10(2), 27-54.
- Marks, R. (1990). Pedagogical content knowledge: From a mathematical case to a modified conception. *Journal of Teacher Education*, 41(3), 3-11. <https://doi.org/10.1177/002248719004100302>
- Millî Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2017). *Öğretmenlik mesleği genel yeterlikleri*. Millî Eğitim Bakanlığı Öğretmen Yetiştirme ve Geliştirme Genel Müdürlüğü. <https://oygm.meb.gov.tr/www/ogretmenlik-meslegi-genel-yeterlikleri/icerik/486>
- Millî Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2018). *İlkokul 1-8.sınıflar matematik dersi öğretim programı*. Millî Eğitim Müdürlüğü Basımı.
- Önal, H. (2017). *İlkokul 1. ve 2. sınıf öğrencilerinin matematik dersinde dört işlem ile ilgili yaptıkları hatalar ve çözüm önerileri* [Doktora tezi, Marmara Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.
- Özdemir, B. G., Bayraktar, R. ve Yılmaz, M. (2017). Sınıf ve matematik öğretmenlerinin kavram yanlışlarına ilişkin açıklamaları. *Trakya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 7(2), 284-305.
- Reid, M., & Reid, S. (2017). Learning to be a math teacher: What knowledge is essential? *International Electronic Journal of Elementary Education*, 9(4), 851-872.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand; Knowledge growth on teaching, *Educational Researcher*, 15(2), 4-14. <https://doi.org/10.3102/0013189X015002004>
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform, *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-22. <https://doi.org/10.17763/haer.57.1.j463w79r56455411>

- Sıvacı, S. Y. (2003). *Sınıf öğretmenliği son sınıf öğrencilerinin matematik alan ve meslek bilgisi yeterlilikleri ile derse yönelik tutumları* [Doktora tezi, Hacettepe Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.
- Şimşek, N. ve Boz N. (2015). Sınıf öğretmeni adaylarının uzunluk ölçme konusunda pedagojik alan bilgilerinin öğrenci kavrayışları bağlamında incelenmesi. *Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi*, 4(3), 10-30.
- Tanişlı, D. (2013). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının pedagojik alan bilgisi bağlamında sorgulama becerileri ve öğrenci bilgileri. *Eğitim ve Bilim*, 38(169), 81-95.
- Tarım, K., Özsezer, M. S. B. ve Canbazoğlu, H. B. (2017). Sınıf öğretmeni adaylarının matematik ve matematik öğretimine ilişkin algıları. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 18(3), 1032-1052.
- Tashakkori, A., & Creswell, J.W. (2007). The new era of mixed methods. *Journal of Mixed Methods*, 1(1), 2-8. <https://doi.org/10.1177/2345678906293042>
- Toluk-Uçar, Z. (2010). Sınıf öğretmeni adaylarının matematiksel bilgileri ve öğretimsel açıklamaları. *Education Sciences*, 5(3), 911-920.
- Vural, D. Ö. ve Çankaya, E. A. (2020). Bilgi, inanç ve öğretim: Çarpma ve kesirlerde çıkarma işlemleri üzerine bir çalışma. *Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi*, 9(1), 1-27.
- Yıldırım, K. (2013). *Sınıf öğretmenlerinin matematik kaygı düzeylerinin incelenmesi* [Yüksek lisans tezi, Adıyaman Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2018). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* : Seçkin Yayıncılık.
- Yıldızlı, H. ve Sarı, M. H. (2017). Sınıf öğretmenlerinin geometrik cisimlere ilişkin alan bilgilerinin incelenmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30(2), 601-636. <https://doi.org/10.19171/uefad.368975>
- Yurtbakan, E., Aydoğdu-İskenderoğlu, T. ve Sesli, E. (2016). Öğrencilerin matematik dersindeki başarılarını arttırma yolları konusunda sınıf öğretmenlerinin görüşleri. *Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 35(29), 101-119.
- Yurtyapan, M. İ. ve Karataş, İ. (2020). Ortaokul matematik öğretmenlerinin üçgenler ve dörtgenler konusuna ilişkin pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 11(1), 53-90.
- Zaslavsky, O. (2010). The explanatory power of examples in mathematics: Challenges for teaching. *In Instructional explanations in the disciplines* (pp. 107-128). Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4419-0594-9_8



Primary School Teachers' Mathematical Knowledge and Instructional Explanations of Four Operations*

Fırat KARABAĞ¹, Gönül GÜNEŞ²

Abstract

This study, which aims to determine the level of primary school teachers' instructional knowledge of the four basic operations with natural numbers and to examine their instructional explanations, was conducted according to the sequential explanatory design, one of the mixed research methods. The mathematics teaching knowledge of primary school teachers was examined within the framework of content knowledge, student and content knowledge, instructional and content knowledge, and curricular knowledge components. In the quantitative part of the study, primary school teachers were administered a test on four operations with natural numbers, and in the qualitative part, clinical interviews were conducted with the identified teachers. The study was conducted with 70 primary school teachers with professional experience ranging from 1 to 30 years. The data were collected through an information form that included demographic information of the participants, a content knowledge test on teaching four operations with natural numbers, and clinical interviews. Data from the test were analyzed using the scoring rubric developed by the researchers. Data from the clinical interviews were subjected to descriptive content analysis. As a result of the research, primary school teachers showed the lowest performance in the instructional and content knowledge component and the most successful performance in the curriculum knowledge component. As a result of the findings, the deficiencies of primary school teachers regarding their pedagogical content and subject matter knowledge were identified and it was suggested that in order to overcome these deficiencies, learning environments should be provided for teachers to update and improve their theoretical and content teaching knowledge within the profession in cooperation with universities.

Article Details

Research Article

Received

08/03/2024

Accepted

05/11/2024

Published

20/01/2025

Key words

Primary school teachers, Knowledge of mathematics teaching, Four operations with natural numbers, Instructional explanations

* This article is based on the Master's Thesis of the first author.

1 Ministry of National Education, 0000-0002-5780-8970, frtkrbg@hotmail.com

2 Prof. Dr., Trabzon University, 0000-0003-3223-8163, gmgunes@trabzon.edu.tr

Suggested Citation:

Karabağ, F. & Güneş, G. (2025). Primary school teachers' mathematical knowledge and instructional explanations of four operations. *Pamukkale University Journal of Education [PUJE]*, 63, 176-206. <https://doi.org/10.9779/pauefd.1449468>

Introduction

The evolution of learning and teaching methodologies has directly influenced the roles and responsibilities expected of individuals in the field of education. In response to these developments, countries have implemented reforms to their education systems with the aim of producing a greater number of properly qualified individuals. As the optimal method for developing qualified individuals is through qualified teachers (Baki, 2017), it is imperative that teachers enhance their knowledge and skills in a multitude of domains. Furthermore, they must equip their students, who are the future leaders, with effective learning strategies. Teaching to learn is the process of equipping students with the capacity to engage in independent learning (Balci, 2004). This is related to the teacher's knowledge of the subject matter being taught. Despite efforts by prospective teachers to gain knowledge of teaching subject matter during their undergraduate education, this knowledge is often inadequate in practice (Gökkurt, 2014; Keleş, 2019; Kutlu, 2018). This can result in shortcomings in the teaching of numerous courses. Mathematics is among the most crucial of these subjects, given the considerable time investment required for learning and interpreting its abstract concepts, as well as its reputation as a challenging course for many individuals (Başar et al., 2002). In the contemporary era, there is a pressing need for individuals who possess a robust understanding of mathematics and are able to effectively apply its principles in their daily lives. This underscores the crucial importance of an efficacious teaching process. A substantial body of research (e.g., Grossman, 1990; Shulman, 1986, 1987) has demonstrated that subject matter knowledge, while undoubtedly a crucial component of effective teaching, is not the sole determining factor. There is a growing recognition that educators require a more nuanced understanding of their subject matter, complemented by a set of competencies that extend beyond mere subject matter expertise. These include, for instance, pedagogical knowledge and skills, which are essential for effective teaching (Işık et al., 2010).

In his 1986 study, Shulman developed a model that focused on the teacher's content teaching knowledge and subsequently initiated further studies on this subject. Shulman classified the knowledge that teachers should possess into three categories: Content Knowledge (CK), Pedagogical Content Knowledge (PCK), and Curricular Knowledge. He defined Pedagogical Content Knowledge as the ability to make subject matter more accessible and comprehensible (Shulman, 1986). In the wake of Shulman's seminal work, numerous researchers (An et al., 2004; Ball et al., 2008; Grossman, 1990; Marks, 1990) have devised their own models, incorporating new components to address the limitations of the original framework. For example, Marks (1990) underscored the significance of instructional materials in

teaching the subject by incorporating the "Environment" component into the Shulman model. Ball et al. (2008) asserted that the Shulman model was insufficiently empirically grounded and proposed an alternative approach that focused on the processes and strategies through which teachers acquire and apply their knowledge, rather than on the knowledge itself. This led to the development of the *Mathematical Knowledge for Teaching* (MKT) model, which is presented in Table 1.

Table 1

Mathematical Knowledge for Teaching Model (Ball et al., 2008)

Subject Matter Knowledge	Pedagogical Content Knowledge
<ul style="list-style-type: none"> • Common Content Knowledge (CCK) • Specialized Content Knowledge (SCK) • Horizon Content Knowledge (HCK) 	<ul style="list-style-type: none"> • Knowledge of Content and Teaching (KCT) • Knowledge of Content and Students (KCS) • Knowledge of Content and Curriculum (KCC)

Common Content Knowledge (CCK) refers to the mathematical knowledge that a teacher is expected to possess to perform mathematical operations in the classroom. *Specialized Content Knowledge (SCK)* represents mathematical knowledge that is unique to the context of teaching. For example, a teacher's capacity to accurately identify and analyze a mathematical error made by students is included in this category of knowledge. *Horizon Content Knowledge (HCK)* refers to the understanding of the subject matter and its interconnections within the curriculum. *Knowledge of Content and Teaching (KCT)* is the combination of instructional knowledge and mathematical content knowledge. For example, a teacher's capacity to devise lesson plans aligned with the objectives set forth and to deliver instruction in a manner consistent with these plans can be considered a skill associated with this type of knowledge. *Knowledge of Content and Students (KCS)* is a combination of the knowledge that students possess and the knowledge of the mathematical content that is to be taught. One of the expected behaviors for teachers within this knowledge domain is the ability to incorporate activities that capture students' attention, stimulate their interest, and motivate them. In contrast, *Knowledge of Content and Curriculum (KCC)* provides guidance for teachers in the utilization of curriculum-related materials (Ball et al., 2008).

The fact that the majority of recent studies (Baki, 2013; Doğruel & Karakuş, 2022; Durak, 2021; Yurtyapan & Karataş, 2020) have focused on teacher education and the qualities that should be found in teachers

has led researchers to question the status quo and prompted countries to implement multidimensional regulations. The publication of the *General Qualifications for the Teaching Profession* in 2017 by the Ministry of National Education (MoNE) indicated that, in addition to the student factor, teachers must possess certain competencies, including professional knowledge, professional skills, attitudes, and values (MoNE, 2017).

Primary school teachers are highly effective in providing students with mathematical literacy skills and influencing their attitudes toward mathematics (Yurtbakan et al., 2016). This is due to the fact that the mathematical infrastructure is established in primary schools. In order to provide effective instruction, teachers must create an environment that is conducive to student needs, be aware of potential misconceptions and learning difficulties specific to the subject area, utilize information and technology to guide students towards analytical thinking, and possess the requisite content knowledge, teaching knowledge, and instructional explanation knowledge to achieve these objectives (Akyıldız, 2019; Baki, 2020; MoNE, 2017).

A review of the literature reveals that the majority of studies focusing on primary school teachers' mathematics teaching knowledge have been conducted with pre-service teachers (Aksu, 2013; Baki, 2013; Sivacı, 2003; Tarım et al., 2017; Toluk-Uçar, 2010). Furthermore, the majority of these studies (Arseven et al., 2015; Deringöl, 2018; Hacıömeroğlu, 2013b; Yıldırım, 2013) focus on the assessment of mathematical anxiety and attitudes among primary school teachers. Yet, there is a paucity of research exploring the pedagogical content knowledge of primary school teachers (Aksu & Konyalıoğlu, 2015; Toluk-Uçar, 2011), and a limited number of studies have been conducted to assess the pedagogical content knowledge and pedagogical explanations of primary school teachers in mathematics (Durak, 2021; Keleş, 2019; Özdemir et al., 2017; Yıldızlı & Sarı, 2017). Notably, these studies have primarily focused on pre-service teachers (Baki, 2013; Toluk-Uçar, 2010). Further, the studies conducted in Türkiye are based on primary school teachers' knowledge of teaching mathematics (Aksu & Konyalıoğlu, 2015; Durak, 2021; Keleş & Güneş, 2022; Şimşek & Boz, 2015), mostly focusing on themes such as geometry, measurement, fractions, patterns, while the studies on operations with natural numbers (Balci, 2023; Baki, 2013) are limited in number and conducted with pre-service teachers.

The subject of four operations with natural numbers in the learning domain of numbers and operations is of great significance in mathematics teaching, as it serves as the foundation for the instruction of numerous subjects. As outlined in the Mathematics Curriculum, the primary objective of instruction in the four operations with natural

numbers is to impart an understanding of the fundamental properties of addition and subtraction in Grade 1, to elucidate the interrelationships between the four operations in Grade 2, to concentrate on operations that necessitate mental calculation in Grade 3, and to elaborate on the relationships between division and other operations in Grade 4 (MoNE, 2018). In the field of mathematics education, the direct teaching of the four operations has been identified as a key factor influencing success at all levels of education as a cumulative branch (Önal, 2017). Given that primary schools are the foundation of the education system, the current study is expected to contribute to the growth of teacher education, provide teachers with the opportunity to assess their instructional explanations, and inform teacher training institutions in improving primary school teachers' pedagogical content knowledge in mathematics.

Instructional Explanations in Mathematics Teaching

Effective instructional explanations for mathematical concepts and rules represent a crucial aspect of pedagogical content knowledge (Toluk-Uçar, 2010). Kinach (2002a; 2002b) was the first to conceptualize instructional explanations as a model in mathematics teaching. He developed five distinct levels (content, comprehension, problem solving, epistemic, and research) to investigate the transformation of PCK into teaching knowledge and to determine the effect of preservice teachers' mathematical knowledge on their instructional explanations. He posits that instructional explanations at the content level are situated at the procedural understanding level, while the others are situated at the relational understanding level. In the context of procedural comprehension, superficial instructional explanations are the norm. Conversely, in the domain of relational or conceptual comprehension, higher-level cognitive skills are the primary focus. Instructional explanations at the content level adhere to the established rules, refrain from delving into minutiae, and eschew justifications and reasons (Kinach, 2002a; 2002b). Instructional explanations at the comprehension level pertain to the explication of mathematical examples and solutions. Those at the problem-solving level employ problem-solving techniques and analytical methods. Explanations at the epistemic level convey both the content and the rationale behind it. Finally, those at the research level reveal new knowledge and theories about a discipline. Instructional explanations are of great importance in the acquisition of mathematical concepts by students (Zaslavsky, 2010). Furthermore, it is known that deficiencies in mathematics teaching at the first level of primary education are difficult to compensate for later (Baki, 2012). Therefore, it is necessary and important to examine the mathematical knowledge of primary school

teachers in terms of effective mathematics teaching in order to reveal their mathematical knowledge.

Aim

The objective of this study is to ascertain the extent of primary school teachers' understanding of the four operations with natural numbers and to evaluate the quality of their instructional explanations. The research problem can be stated as follows: What is the level of primary school teachers' teaching knowledge about four operations with natural numbers, and what are their instructional explanations? The sub-problems were as follows:

1. What is the level of subject matter (content) knowledge of primary school teachers about teaching four operations with natural numbers and how are their instructional explanations?
2. What is the level of pedagogical content knowledge of primary school teachers about teaching four operations with natural numbers and how are their instructional explanations?

Method

Research Design

In this study, a mixed-methods explanatory design was employed to ascertain the extent of primary school teachers' pedagogical knowledge regarding four operations with natural numbers and to examine their instructional explanations. Quantitative and qualitative methods were utilized concurrently to achieve this objective. In explanatory designs, qualitative data are collected subsequent to the analysis of data collected by quantitative methods (Yıldırım & Şimşek, 2018). A mixed study is defined as a research study in which the researcher employs both quantitative and qualitative methods, collects data through these methods, analyzes the data, and draws inferences based on the findings (Tashakkori & Creswell, 2007). In the quantitative component of the study, the participating teachers were administered the *Four Operations Content Knowledge Test (DIABT)* to ascertain their pedagogical content knowledge regarding the teaching of four operations with natural numbers. In the qualitative section, clinical interviews were conducted to examine their teaching knowledge in greater detail with regard to their instructional explanations.

Universe and Sample for the Quantitative Data

The study population comprises all primary school teachers employed in Ardahan province during the 2021–2022 academic year. The sample is drawn from this population using convenience sampling. As Ekiz (2020) notes, convenience sampling is a more accessible and straightforward approach for participants. The study was conducted with 70 teachers (33 male and 37 female). The professional experience

of the participating primary school teachers ranged from 1 to 30 years, and 5 teachers were working as school administrators at that time. In accordance with research ethics, the real names of the participating teachers were kept confidential, and the teachers were coded from T1 to T70.

Study Group for the Qualitative Data

In order to obtain clinical interview data, outlier sampling was employed to form the study group. In this sampling type, which provides richer data, the objective is to select individuals or groups with disparate normal qualities and incorporate them into the research (Ekiz, 2020; Yıldırım & Şimşek, 2018). The study group was constituted based on the DIABT scores developed by the researcher. Based on the scores obtained by the participating teachers on the test, level groups (very good, good, medium, and low) were formed. As no teacher demonstrated low-level competence, clinical interviews were conducted with three teachers (two females and one male) selected from other level groups. The teachers' professional experience ranged from one to ten years.

Data Collection Tools

The research data were collected via a *Personal Information Form*, which included some demographic characteristics of the primary school teachers. This was followed by a *Four Operations Content Knowledge Test*, which consisted of questions designed to measure the participants' knowledge of teaching four operations with natural numbers. Finally, a *Clinical Interview* was conducted to obtain in-depth information.

Four Operations Content Knowledge Test (DIABT)

This test comprises knowledge questions and open-ended questions about teaching four operations with natural numbers, as well as textbooks, supplementary source books, related scientific studies (Baki, 2013; Eroğlu, 2012; Kwong et al., 2007; Vural & Çankaya, 2020), and questions developed by the researchers. The latter were used to develop the knowledge questions. In developing the questions for teaching knowledge, the components of SCK (Ball et al., 2008) were taken into consideration, and some international (TIMSS, PISA) exam questions were examined. Additionally, the questions developed by the researchers were included and submitted to expert opinion. The questions that most effectively fulfilled the objectives of the research and could be subjected to rigorous analysis were selected, and the total number of questions was reduced to 18 by eliminating those that addressed the same outcome and had similar solution strategies. Moreover, following the expert review, some questions were refined, and certain terms in the question stems were clarified to enhance

comprehension. Table 2 illustrates the distribution of the questions in the test according to the MKT.

Table 2*Question distribution regarding the MKT*

SMK	PCK		
	Knowledge of Content and Teaching (KCT)	Knowledge of Content and Students (KCS)	Knowledge of Content and Curriculum (KCC)
2a	1	4	6a
5b	2b	5a	6b
11a	3	7	8b
12a	5c	11b	10b
12b	8a	11d	13a
12c	9	12c	17b
12d	10a	12d	18b
13b	11c	14a	
16a	15	14b	
18a	16b		
	17a		

Upon examination of Table 2, it becomes evident that primary school teachers were posed a total of 10 questions, with sub-items pertaining to content knowledge. The remaining questions were related to pedagogical content knowledge and primarily comprised questions (40.7%) encompassing teaching and content knowledge. Additionally, sub-items (c) and (d) of the 12th question covered both teaching areas. Table 3 illustrates the distribution of the questions in the test according to the four operational areas and grade levels.

Table 3*Distribution of Questions in the Test According to Four Operations Subject and Grade Level*

	Addition	Subtraction	Multiplication	Division	f	%
1 st Grade	9,13	-	-	-	2	10
2 nd Grade	2	1	16	18	4	20
3 rd Grade	5	14,10	11	12	5	25
4 th Grade	6	6	3,7	4,15	6	30
Secondary school level	-	17	17	8	3	15

Table 3 illustrates that to guarantee content validity, the research questions were distributed equitably (20%) across all four operational areas, with the majority of questions designed to assess the fourth-grade outcomes. Additionally, the number of questions decreased as

the grade level decreased, reaching a minimum at the first-grade level. The primary reason for this discrepancy is that the teaching of operations is fully introduced in the second grade of the primary school curriculum, with the number of acquisitions increasing in subsequent grades. Furthermore, the inclusion of questions at the middle school level in the test was intended to ascertain the extent to which primary school teachers demonstrated proficiency in the subject matter and curriculum typically covered in middle school.

A pilot study was conducted with two primary school teachers at different times to enhance the validity of the DIABT. This was done to ascertain whether there were any narrative errors or missing expressions in the test, to guarantee the sufficiency of the number of questions, and to finalize the test. Additionally, the opinions of the teachers regarding the data collection tool were obtained.

Clinical Interview

To gain insight into the solution strategies employed by primary school teachers in teaching the four operations with natural numbers, to elucidate their instructional explanations, and to obtain comprehensive information, clinical interviews were conducted with the identified teachers based on their responses to the five most challenging questions pertaining to each SCM Model component from the questions in the DIABT. Clinical interviewing is a research method that employs flexible questioning to elucidate the rationale behind individuals' thought processes and determine their thought patterns (Clement, 2000; Çelik & Güzel, 2020). Given the effectiveness of the clinical interview method as an evaluation tool in mathematics education and its suitability for examining specific cases (Karataş & Güven, 2003), this method was deemed the most appropriate for investigating the instructional explanations of the participating teachers regarding the teaching of four operations with natural numbers and for obtaining detailed information in line with the objectives of the study.

Data Collection Procedures

Once the requisite legal permissions had been obtained, the researcher proceeded to administer the DIABT to the participating primary school teachers. The rationale and process of the research were then explained to the participants, with the permissions obtained prior to the commencement of the study being presented for their reference. The research participants were informed that the data collected would be used exclusively for scientific research purposes. The average duration of the applications was 50 minutes, contingent upon the participants' writing and personal interpretation speeds. Thereafter, the evaluation process commenced. Subsequently, clinical interviews were conducted

with three primary school teachers at varying times. The clinical interviews, which lasted an average of 30 minutes, were recorded with the consent of the participating teachers, and significant explanations were documented by the researchers. This study was conducted with the permission of Trabzon University Social and Human Sciences Scientific Research and Publication Ethics Committee with the decision numbered 2021-10/2.1 dated 21/10/2021.

Data Analysis

The research data were subjected to two distinct forms of analysis: quantitative and qualitative. The data obtained with DIABT were analyzed using percentages and frequencies. The evaluation rubric, which was prepared by the researchers, was employed to analyze the open-ended questions. Additionally, the clinical interview data were subjected to analysis and evaluation.

Four Operations Content Knowledge Test Analysis

The DIABT data were subjected to quantitative analysis, employing the analytical scoring scale developed by the researchers. In developing the evaluation rubric, the relevant studies in the literature (Doğruel, 2019; Keleş, 2019) were consulted, the responses provided by the teachers to the questions in the test were subjected to detailed examination and scoring, and the opinions of two expert mathematics educators were sought. The knowledge questions were classified and evaluated as follows: two points were awarded for correct answers, zero points for incorrect and blank answers, two points for fully correct answers, one point for partially correct answers, and zero points for unrelated, insufficient, incorrect, and blank answers. Figure 1 depicts the 10th question from the test, while Tables 4 and 5 illustrate the scoring methodology employed in the analysis of items (a) and (b) from the aforementioned question.

Figure 1

10th Question in the Four Operations Content Knowledge Test

Soru 10: Mehmet ev ödevi olarak bir çıkarma işlemi yapmış ama daha sonra içeceğinin bir miktarını ödevinin üzerine dökmüştür. İşlemin yanıtı 415 doğrudur fakat işlemde yer alan sayılardan birinin onlar basamağındaki rakamın sayı değeri okunmamaktadır.

<table style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: auto;"><tr><td style="text-align: center;">942</td></tr><tr><td style="text-align: center;">57</td></tr><tr><td style="text-align: center;">—</td></tr><tr><td style="text-align: center;">415</td></tr></table>	942	57	—	415	<p>a) Bu basamaktaki okunmayan rakamın sayı değerini bulmak için öğrenci nasıl işlemler yapabilir? Yazınız.</p> <p>b) Bu işlem kaçınıcı sınıf düzeyinde bir işlemdir? Nedenini açıklayınız.</p>
942					
57					
—					
415					

Table 4*Rubric for Item A of the 10th Question in the Test*

2 points	<ul style="list-style-type: none"> Answers containing operations appropriate to the level of the student to find the numeric value of the unreadable digit, such as: The difference can be found by subtracting the subtracted number, The numerical value of the number can be found by considering that the number 4 in the tens digit of the subtracted number gives 1 tenth, and the subtraction continues with 3ç
1 point	<ul style="list-style-type: none"> Answers that omit the operations that Mehmet needs to do to find the number value of the unreadable digit. For example, Mehmet can subtract 415 from 942 here.
0 point	<ul style="list-style-type: none"> Inadequate answers For example, the student can do the operation backwards. /Can perform the operation by breaking a decimal.
0 point	<ul style="list-style-type: none"> Irrelevant answers I have no idea /knowledge
0 point	<ul style="list-style-type: none"> Incorrect answers For example, defining the operation: "Subtraction with unknowns."
0 point	<ul style="list-style-type: none"> Answers left blank

As illustrated in Table 4, the responses provided by the primary school teachers to the open-ended questions on the test were evaluated according to a two-point scale, with responses deemed scientifically justified and appropriate to the student level receiving the highest score. The remaining responses were evaluated on a one-point or zero-point scale.

Table 5*Rubric for Item B of the 10th Question in the Test*

Correct answers	2 points
False answers	0 point
Blank	0 point

Level groups and score ranges were considered when evaluating the scores obtained from the test. The formula $[score\ range = [the\ highest\ score\ that\ can\ be\ obtained\ from\ the\ test\ (70) - the\ lowest\ score\ (0) \div 4]]$ was used in determining the score ranges, and the relevant studies in the literature (Akyıldız & Altun, 2018; Ekiz, 2020) were used in forming the level groups. Table 6 shows the score ranges and level groups of the primary school teachers.

Table 6*Score Ranges and Achievement Levels*

Score range	Level Group
52.6 – 70	Very good
35.1 – 52.5	Good
17.6 – 35	Average
0 – 17.5	Low

An analysis of Table 6 shows that the range of scores between the proficiency groups is 17.5. Teachers with low and medium proficiency levels were interpreted as having deficiencies in their mathematics teaching knowledge, while those with good and very good proficiency levels were interpreted as having adequate mathematics teaching knowledge. The score ranges and level groups in Table 6 were also taken into account in determining the teachers to be clinically interviewed, and since there were no teachers with low levels of competence, the interviews were conducted with 3 primary school teachers selected from other levels.

Analysis of the Clinical Interviews

The instructional explanations provided by the participating teachers were analyzed through clinical interviews. In order to obtain detailed information, the teachers were asked probing questions about the reasons for their preference of the solution strategies they used in solving the problems and how they arrived at the solution, which allowed them to think aloud and reveal the reasons for their answers. In order to determine the effect of teachers' mathematics teaching knowledge on their instructional explanations, the data obtained from the clinical interviews were analyzed within the framework of "*Instructional Explanation Levels*" (Kinach, 2002a; 2002b). In terms of research ethics, the teachers who were clinically interviewed were coded as "T17, T24, and T48.

Results

In this part of the study, primary school teachers' instructional knowledge of four operations with natural numbers was examined according to the components of the SCT model (Ball et al., 2008), and to obtain more detailed information, some teachers' instructional explanations of the specified questions were analyzed and scored according to Kinach's (2002a; 2002b) "*Instructional Explanation Levels*" through clinical interviews. The score ranges and level groups of the participating teachers are shown in Table 7.

Table 7*Distribution of DIABT Scores by Level Groups*

Score Range	Level Group	f	%
0 – 17.5	Low	0	0
17.6 – 35	Average	15	11.4
35.1 – 52.5	Good	47	67.1
52.6 – 70	Very Good	8	21.5

Upon examination of Table 7, it becomes evident that the majority of primary school teachers possess a satisfactory level of content knowledge, with 67.1% exhibiting proficiency at the desired level. It is noteworthy that no teacher is found to be lacking in the requisite competence.

Results on Pedagogical Content Knowledge and Instructional Explanations

Table 8 shows the score ranges and level groups obtained from the questions measuring the pedagogical content knowledge of primary school teachers in DIABT.

Table 8*Distribution of Pedagogical Content Knowledge Scores by Level Groups*

Score Range	Level Group	f	%
0 – 5	Low	0	0
5.1 – 10	Average	14	20
10.1 – 15	Good	39	55.7
15.1 – 20	Very good	17	24.3

Looking at Table 8, it can be seen that the pedagogical content knowledge of the primary school teachers is mostly at a good level (55.7%), and there is no teacher with a low level of competence in the related component. Figure 2 shows the 18th question in the DIABT regarding content knowledge, and the response of the teacher coded S53 regarding item (a) of the question is shown in Figure 3.

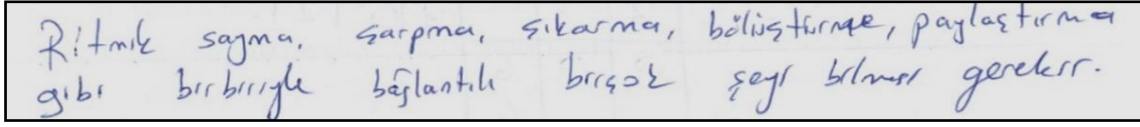
Figure 2*Item A of Question 18 in the DIABT*

Soru 18: Serkan öğretmen öğrencileriyle birlikte doğal sayılarla bölme işlemi konusuna giriş yapmak istiyor. Buna göre,

- a) Öğrencilerin derse etkin katılabilmesi için hangi ön bilgilere sahip olması gerekir?

Figure 3

Response by T53



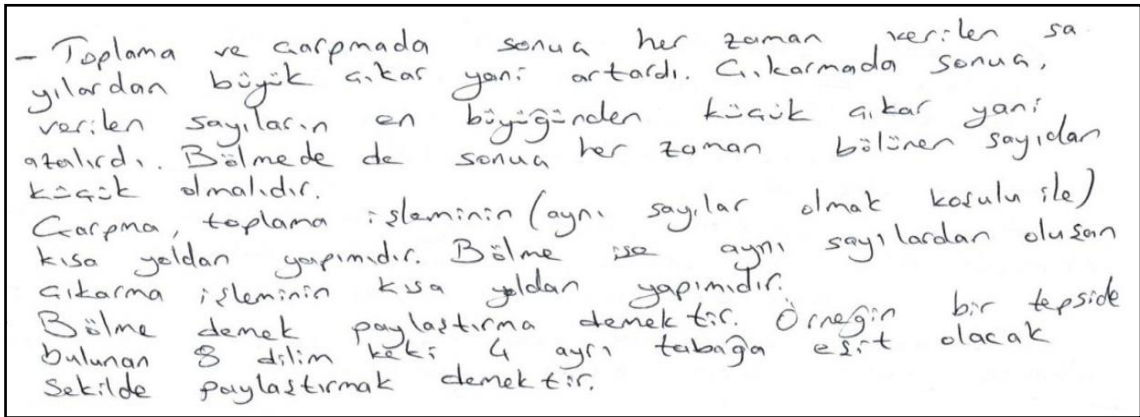
Ritmik sayma, sayma, çıkarma, bölme, paylaşma gibi birbirine bağlantılı birçok şey bilinir gerekir.

Looking at Figure 3, we can see that the teacher coded T53, answered the question completely correctly, and explained the prior knowledge that students should have in order to actively participate in the lesson, such as subtraction, multiplication, rhythmic counting, and division and sharing.

The analysis revealed that the majority of teachers (71.4%) provided incomplete or inadequate responses to the question. Consequently, a clinical interview was conducted with one teacher selected from each of the other level groups, with the exception of the lower-level group. Figure 4 shows the teacher's response in the clinical interview with the teacher, coded T24, who demonstrated intermediate proficiency.

Figure 4

Response by T24



- Toplama ve çıkarmada sonuca her zaman verilen sayılardan büyük çıkar yani artardı. Çıkarmada sonuca verilen sayıların en büyükünden küçük çıkar yani azalır. Bölmede de sonuca her zaman bölünen sayıdan küçük olmalıdır. Çarpma, toplama işleminin (aynı sayılar olmak koşulu ile) kısa yoldan yapımıdır. Bölme ise aynı sayılardan oluşan çıkarma işleminin kısa yoldan yapımıdır. Bölme demek paylaşma demektir. Örneğin bir tepside bulunan 8 dilim keki 4 ayrı tabağa eşit olacak şekilde paylaşmak demektir.

Analyzing Figure 4, it can be seen that the teacher coded T24 could not give a clear explanation of the question and did not specify what she meant by the expression "given number", and therefore she made explanations in accordance with Kinach's content instructional explanation level. Below is the data from the clinical interview with Teacher T24 for Item a of Question 18.

The teacher, who coded T24, gave the following responses when asked what prior knowledge affected the teaching of division by natural numbers and why he needed to explain other operations in his text: "When the student has prior knowledge, he/she is more active in the lesson. The teacher explains the subject easily. The student has prior knowledge by repeating and remembering the topics covered in the

lesson.” “Knowing division means knowing other operations like subtraction and multiplication.”

When the explanations given by the teacher after the clinical interview were analyzed, it was found that the teacher coded T24 did not give a clear explanation about what prior knowledge should be possessed in teaching division by natural numbers and did not support the students' learning; therefore, it was found that he had instructional explanation knowledge at the content level. Figure 5 shows item (a) of the 16th question in the content knowledge test. Figure 6 shows the teacher's response, coded T27, to this question.

Figure 5

Item A of Question 16 in the DIABT

Soru 16: Engin öğretmen ‘ 9×0 ’ işleminin sonucunu ‘0’ bulmuştur. Elif ise öğretmenin, sonucu yanlış bulduğunu iddia etmiş, sebebini de “Çarpma işleminin sonucu her zaman çarpanlardan büyük olur.” şeklinde açıklamıştır.

a) Elif'in cevabının kabul edilebilirliğini/edilemezliğini nedenleriyle açıklayınız.

Figure 6

Response by T27

a) Elif'in cevabının kabul edilebilirliğini/edilemezliğini nedenleriyle açıklayınız.

Çarpma işleminin sonucu her zaman çarpanlardan büyük olmaz. Örneğin bir sayının 1 ile çarpımı yine kendisine eşittir ve bu durumda da sonuç çarpanlardan büyük olmaz. “ 9×0 ” ise 9 tane 0 alınmasına geleceği için sonuç yine sıfırdır. Çünkü kaç tane olursa olsun 0 yokluktur.

Analyzing Figure 6, it can be seen that the teacher coded T27, answered the question completely correctly and explained the unacceptability of the answer with a justification. As a result of the evaluation of the question, it was seen that very few of the participating teachers (8.6%) answered the question completely correctly, while those who gave inadequate and incorrect answers (30%) were in the majority. For example, teacher T66 gave an inadequate answer as “unacceptable,” and teacher T13 gave an incorrect answer as “acceptable”.

Since the teachers were unable to answer the question, clinical interviews were conducted with 1 teacher selected from each of the 3 level groups. Figure 7 shows the answer given by the teacher to the same question in the clinical interview conducted with the teacher coded T48, who has a very high level of proficiency.

Figure 7*Response by T48*

Elif'in söylediği ifade yanlıştır. Çünkü sadece bu örnekte değil de "1" ile çarpma yaptığımızı düşünelim. 6 tane 1 (6x1) işleminin sonucu "6" çıkar "her zaman" çarpanlardan büyük olmayacağı olamayacağını burada da görmüş olduk.

Analysis of Figure 7 shows that the teacher coded T48, illustrated the unacceptability of the answer, and provided explanations in accordance with Kinach's problem-solving instructional explanation level. Below are the data from the clinical interview conducted with Teacher T48 for item (a) of Question 16.

The teacher coded T48 and responded to the question of why Elif made such a defense as follows: *"Elif may have had difficulty making sense because she looked at the event from a general point of view. In other words, while doing the operation in her mind, she saw that the result was always greater than the multiplied numbers"*. After this explanation, the teacher was asked to talk about the instructional process related to teaching the subject, and the teacher coded T48 and said, *"I help them make sense of the subject by bringing it to life with animation and visuals."*

After the clinical interview, it was observed that the teacher coded T48 and provided explanations stating that Elif made such a defense because she had difficulty understanding multiplication and that she would prefer an instructional process based on a constructivist learning approach in teaching the subject. However, since her explanations were far from conceptual understanding compared to what she wrote, they were limited to the content level of Kinach's instructional explanations.

Results on Knowledge of Content and Teaching and Instructional Explanations

Table 9 shows the score ranges and level groups obtained from the questions measuring primary school teachers' KCT in DIABT.

Table 9*Distribution of Knowledge of Content and Teaching Scores by Level Groups*

Score range	Level group	f	%
0 – 5.5	Low	2	2.9
5.6 – 11	Average	39	55.7
11.1 – 16.5	Good	25	35.7

16.6 – 22

Very good

4

5.7

From Table 9, it can be seen that primary school teachers' PCK of teaching four operations with natural numbers is mostly at the medium level (55.7%); there are some teachers with a low level of competence (2.9%) and very few teachers with a very high level of competence (5.7%). Question 8 of the DIABT questions related to teaching and content knowledge is shown in Figure 8, and the response of the teacher coded Ö27 related to item (a) of the same question is shown in Figure 9.

Figure 8

Item A of Question 8 in the DIABT

Soru 8: Öğrencilerinizden biri 8 sayısının 0'a (sekiz bölü sıfır) bölümünün ne olduğunu size soruyor?

a) Ona nasıl cevap verirsiniz?

Figure 9

Response by T27

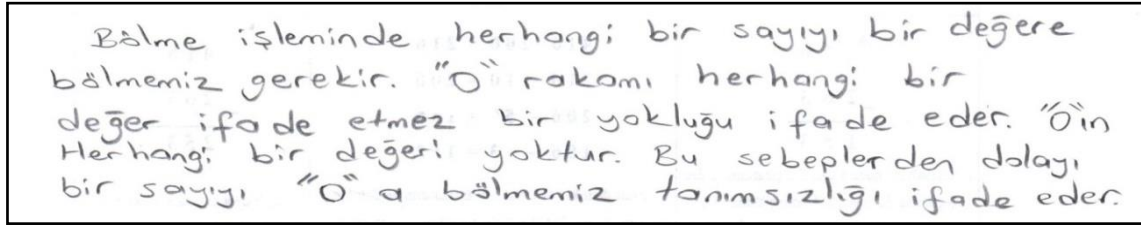
a) Ona nasıl cevap verirsiniz? Tanımsız olduğunu söyledim çünkü bölme işlemi ile 2'it işlemler olduğu için, örneğin $\frac{8}{0}$ için düşünelim her iki sayıyı 0 ile çarparsam 8 yapar ki. Böyle bir şey varsa bakınca mümkün olmadığı için tanımsızdır. Bölümden çıkan sayıyı payda ile çarpınca bana payı vermelidir. Fakat bu 0 için geçerli değildir.

Upon analysis of Figure 9, it becomes evident that the teacher coded T27 provided a comprehensive and accurate response to the posed question. Additionally, the teacher's explanation was tailored to the cognitive level of the students, elucidating the interrelationship between division, multiplication, and subtraction. As a result of the evaluation of the question, it was observed that the majority of the participant teachers (91.5%) provided incomplete or inadequate responses. For example, Teacher Ö67 provided an incomplete answer to the question, "Dividing the number 8 by 0 means not dividing by anything." Teacher T62 stated, "I would say that the answer is 0, but the explanation will be learned in middle school."

As the teachers were unable to answer the question, clinical interviews were conducted with 1 teacher selected from each of the 3 level groups. Figure 10 shows the teacher's answer to the question in the clinical interview with the teacher coded T17, who has a good level of proficiency.

Figure 10

Response by T17



From Figure 10 it can be seen that the teacher coded T17 stated in his explanation that 0 does not specify a value and therefore has the meaning of "absence" and that dividing a number by 0 means undefined. At this point, it can be seen that the teacher made explanations in accordance with Kinach's content instructional explanation level. Below is the data from the clinical interview with the teacher coded T17 for item (a) of question 8.

The teacher coded T17 and responded to the question about the appropriateness of expressions like "absence and indefiniteness" in his article at the students' level as follows: "Absence means that something does not exist at all. This cannot be explained to students in any other way. The fact that something has never been, has not been divided, has not been torn apart means that it does not exist. Indefiniteness, on the other hand, is a more difficult concept, according to the student." After this explanation, the teacher was asked to talk about the instructional process related to teaching the subject, and the teacher coded T17 made the following explanation: "I use concrete materials and adapt them to real life." Finally, the teacher was asked to explain the related question by associating it with the multiplication process, division means to divide; multiplication means to combine. Just as there is no increase in the result when a number is multiplied by "0", there is no division in operations with "0".

After the clinical interview, it was observed that the teacher coded T17 expressed the division of the number 8 into 0 as "absence-indefiniteness," explained that the student could understand the concept of absence but that undefined was a harder concept, and supported his explanations with examples. Based on these findings, it can be concluded that the participating teachers' explanations that support students' learning are appropriate to Kinach's instructional explanation levels of *content* and *comprehension*.

Results on Knowledge of Content and Students and Instructional Explanations

Table 10 shows the score ranges and level groups obtained from the questions measuring primary school teachers' KCS in DIABT.

Table 10*Distribution of Knowledge of Content and Students Scores by Level Groups*

Score range	Level group	f	%
0 – 4.5	Low	2	2.9
4.6 – 9	Average	23	32.8
9.1 – 13.5	Good	31	44.3
13.6 – 18	Very Good	14	20

Analyzing Table 10, it can be seen that the KCS of primary school teachers is mostly at a good level (44.3%), and there are also teachers with a low level of competence for the related component (2.9%). The response of the teacher coded T43 to the 14th question and item (a) of question 14 in the DIABT regarding student and content knowledge is shown in Figure 11 and Figure 12.

Figure 11*Item A of Question 8 in the DIABT*

Soru 14: Çıkarma işlemi farklı yollar ile tamamlayan Betül, Emir ve Aslı'nın çözüm yolları aşağıda verilmiştir:

Betül	Emir	Aslı
$\begin{array}{r} 3 \ 4 \ 1 \ 6 \\ - 2 \ 6 \ 3 \\ \hline 1 \ 5 \ 3 \end{array}$ <p>Betül dedi ki "önce 6'dan 3'ü çıkardım. 1'den 6 çıkmaz. Komşudan 1 ödünç aldım. 4'ü çizdim ve yerine 3 yazdım. 1'in yanına da 1 yazdım. Şimdi 11'den 6'yı çıkardım 5. 3'ten 2 çıkardım 1. Benim cevabım 153'tür."</p>	$\begin{array}{r} 416 - 200 = 216 \\ 216 - 10 = 206 \\ 206 - 50 = 156 \\ 156 - 3 = 153 \end{array}$ <p>Emir dedi ki "416'dan 200'ü çıkardım ve 216'yı buldum. Sonra, 216'dan 10'u çıkardım. 206'yı buldum. 206'dan 50 daha çıkardığımda 156'yı buldum. 3 daha çıkarmam gerekiyordu, sonunda 153 buldum."</p>	$\begin{array}{r} 416 \\ - 263 \\ \hline 253 \end{array}$ <p>Aslı dedi ki "önce 6'dan 3'ü çıkardım 3. Sonra 6'dan 1'i çıkardım 5. 4'ten de 2'yi çıkardım 2. Benim cevabım 253."</p>

a) Öğrenciler çıkarma işlemi yaparken nasıl bir yöntem kullanmışlardır? Açıklayınız.

Figure 12*Response by T43*

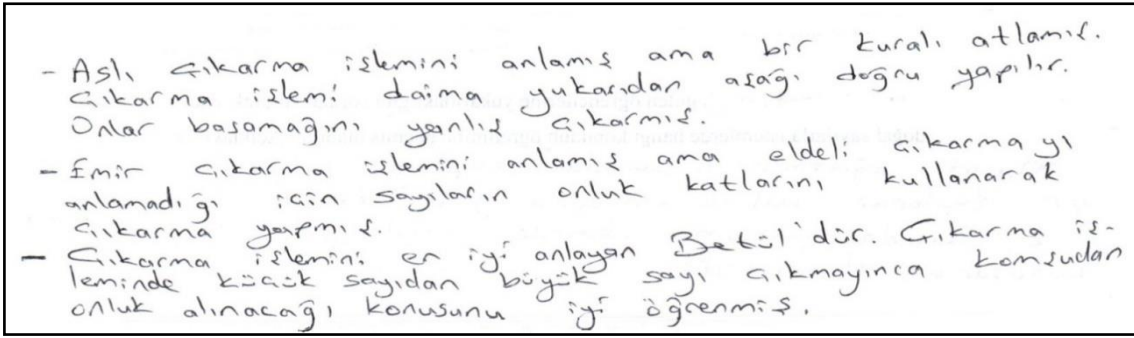
a) Öğrenciler çıkarma işlemi yaparken nasıl bir yöntem kullanmışlardır? Açıklayınız.

* Emir çıkan sayıyı basamaklarına ayırma yöntemi kullanmıştır.
 * Betül onluk ve yüzlük olarak yani üst basamaktan alma yöntemi kullanmıştır.
 * Aslı'nın çözümlü yanlıştır.

Analyzing Figure 12, we see that the teacher coded T43, gave a completely correct answer to the question, correctly expressed the students' solution methods, and also indicated the student whose solution method was incorrect. Teacher coded T14: "Ali \rightarrow tens, ones." was characterized as an unrelated answer because there was no student named "Ali" in the question stem. As a result of the evaluation of the question, it was found that more than half of the participating teachers (57.1%) answered the question incompletely or inadequately, so a clinical interview was conducted with 1 teacher selected from each of the 3 level groups. Figure 13 shows the answer given by the teacher to the same question in the clinical interview conducted with the teacher coded T24, who has an intermediate level of proficiency.

Figure 13

Response by T24



According to Figure 13, it can be seen that the teacher coded T24 and chose Betül as the student who understood the operation best; Emir stated that he had a good command of the subject but he reached the result by subtracting tens because he had problems with hand subtraction; and Aslı stated that she made a mistake in the solution. This shows that the teacher explained the concept according to Kinach's level. Below is the data from the clinical interview conducted with the teacher, coded T24 for item (a) of question 14.

The teacher coded T24 was asked why the students might have preferred different solutions, and the teacher responded: "They might have preferred the solution they knew best because they thought they could get the result more easily." Following this explanation, the teacher was asked, "Which of the solutions would you prefer to use in your class? Why?" and the teacher coded T24 answered this question as follows: "Of course, I would say Betül because it is an easy and practical solution."

The dialog between the participant teacher and the researcher on what she meant by the expression "subtraction with elimination" in Figure 13 is as follows:

A: What do you mean by "subtraction with elimination"?

T24: Like Betül's solution, the way to go to the neighbor and ask for a tenner.

A: The word handed is used in addition. Do you mean subtraction by breaking a tenner?

T24: Yes. I always get these concepts mixed up.

After the clinical interview, it was noted that there was a contradiction between what the teacher coded T24 said and what she wrote. For example, in her writing she stated that Emir did not fully understand subtraction, but in the clinical interview with her she stated: "He chose a long solution, but he still came up with the correct result". Based on these findings, it can be seen that the participating teacher could not provide sufficient explanation to support the students' learning.

Results on Knowledge of Content and Curriculum and Instructional Explanations

Table 11 shows the score ranges and level groups obtained from the questions in the DIABT that measure primary school teachers' knowledge of the curriculum.

Table 11

Distribution of Knowledge of Content and Curriculum Scores by Level Groups

Score range	Level group	f	%
0 – 3.5	Low	0	0
3.6 – 7	Average	4	5.7
7.1 – 10.5	Good	22	31.4
10.6 – 14	Very good	44	62.9

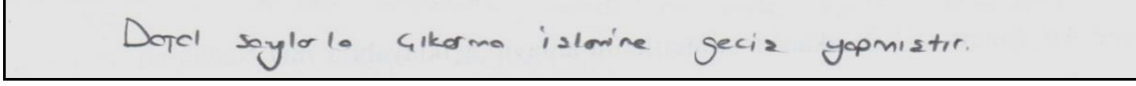
The response of the teacher coded T6 to the 13th question and item (a) of the question, which is one of the questions in the DIABT regarding subject matter knowledge, is shown in Figure 14 and Figure 15.

Figure 14

Item A of Question 13 in the DIABT

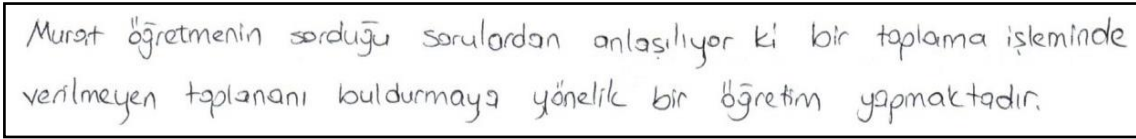
Soru 13:

- I. "8 bilyem vardı. Kardeşimin verdiği bilyelerle toplam 12 bilyem oldu. Kardeşim bana kaç bilye verdi?"
- II. "Bir miktar bilyem vardı. 4 bilye de kardeşim verdi. Toplam bilyelerim 12 tane oldu. Daha önce kaç bilyem vardı?"
- a) Murat öğretmen 1.sınıfa giden öğrencilerine yukarıdaki gibi sorular sorarak sizce doğal sayılarla işlemlerde hangi konunun öğretimine geçmiş olabilir? Açıklayınız.

Figure 15*Response by T6*

Upon analysis of Figure 15, it was determined that the teacher in question, T6, provided an erroneous response to the posed question. Furthermore, Teacher T21 provided an incomplete response to the inquiry regarding the current question, specifically, "Addition problems." Following the evaluation of the inquiry, it was determined that over half of the participating teachers (55.7%) provided a correct response, while those who offered incomplete answers (25.7%) constituted the majority.

This question was chosen to be used in the clinical interview because it was the question that teachers made the most mistakes (11.4%) among all the questions in the test that measured curriculum knowledge. Figure 16 shows the teacher's answer to the question in the clinical interview with teacher T48, who has a very good level of proficiency.

Figure 16*Response by T48*

According to Figure 16, in the response of teacher coded T48, it can be seen that Murat gave an instructional explanation at the content level by stating that he taught the topic of finding the sum that is not given in addition. Below are the data from the clinical interview conducted with teacher T48 for item (a) of question 13.

The teacher coded T48 and said, "Do you think Murat's questions are appropriate for the students' level?" "I think it is a difficult question for the 1st grade level. Because children may have difficulties in perception. Visualization with concrete materials is always more effective than verbal expression". After this explanation, the teacher was asked to talk about the instructional process related to teaching the subject, and the teacher coded T48 and said, "I draw 3 plates on the board. Two of the boards show the numbers collected and one shows the sum. I put 4 or 8 apples on one of the plates and leave the other one empty. On the third plate I put 12 apples and draw attention to the number not given. The same analogy can be used with the students in the class."

After the clinical interview, the teacher coded T48 made explanations that the questions asked by teacher Murat were not appropriate for the students' level and that concrete materials were more effective than verbal expressions, and supported these explanations with examples. Based on these findings, it can be seen that the participant teacher's explanations to support students' learning are in line with Kinach's *comprehension* and *problem-solving* instructional explanation levels.

Discussion

Based on the results of the research, it was found that the content knowledge level of the primary school teachers participating in the study was mostly at a good level. Especially in recent years, the relatively high effect of the *Teaching Content Knowledge Test* (ÖABT), which was added to the *Public Personnel Selection Examination* (KPSS) in teacher appointments, on the appointment score may have made teachers aware of the importance of subject knowledge. In addition, the fact that primary school teachers re-teach the same grades and the same subjects every four years may be another reason for their success in subject matter knowledge. Many researchers have pointed out the importance of subject area knowledge for an efficient teaching process (Ball et al., 2008; Canbazoğlu et al., 2010; Reid & Reid, 2017). Some researchers have found that teachers and preservice teachers whose subject matter knowledge is not at the desired level have difficulty explaining mathematical concepts (Kinach, 2002a; Reid & Reid, 2017). In the current study, similar results were obtained and it was found that teachers with low levels of competence were inadequate in explaining the instructional content related to the relevant sublearning area. This situation indicates that the mathematical content knowledge of primary school teachers affects their instructional explanations. Hacıömeroğlu (2013a) investigated the content knowledge of prospective primary school teachers regarding addition and subtraction operations and found that there were deficiencies in teachers' specific content knowledge, while their general content knowledge was at the desired level. In the current study, questions under the heading of content knowledge were asked about the general and specific content knowledge of primary school teachers and it was found that both content knowledge were at the desired level. It can be concluded that professional experience has a positive effect on the specific content knowledge of primary school teachers. Majority of the research has concluded that teachers have insufficient subject matter knowledge (Baki, 2013; Keleş & Güneş, 2022). Since the importance of subject matter knowledge for an effective teaching process in mathematics education is known (Çakmak et al., 2014), the fact that the subject matter knowledge of primary school teachers regarding the teaching of four operations in the current study was at the desired level was a promising result for mathematics education.

Primary school teachers' level of knowledge of content and teaching (KCT) was found to be moderate. Compared to the other components, the KCT was a domain where teachers performed at a lower level. However, knowing the methods and techniques that teachers should use in teaching mathematics, using different representations, intervening in students' misconceptions, and guiding them to the correct knowledge are behaviors that fall within the domain of KCT (Ball et al., 2008; Shulman, 1986). Similarly, there are studies in the literature that show that teachers and pre-service teachers have incomplete pedagogical knowledge (Aksu & Konyalıoğlu, 2014; Gökkurt et al., 2015; Keleş, 2019). For example, Gökkurt et al. (2015) concluded that there were deficiencies in the pedagogical knowledge of pre-service teachers in their study where they investigated the pedagogical content knowledge of pre-service teachers on the topic of geometric solids. In the current study, the fact that the pedagogical knowledge of pre-service teachers is not at the desired level indicates that the same deficiencies continue within the profession and that the desired level has not yet been reached in mathematics education. The fact that the participating teachers gave general and short answers to the teaching questions in the test supports the idea presented in the previous text. However, it is extremely important for the effectiveness of teaching that the teacher emphasizes approaches that support, facilitate, and effectively promote student learning.

The level of knowledge of content and students (KCS) demonstrated by the primary school teachers was found to be satisfactory. In order to ascertain the underlying causes of errors made by students, the strategies they employ in their solution processes, and the nature of their mathematical errors, teachers were posed a series of questions within the scope of their knowledge of the DIABT. Some teachers demonstrated deficiencies in their ability to identify student errors, approach questions from the student perspective, provide answers based on their own solution strategies, and address the source of the error. However, in order to enhance the efficacy of mathematics instruction, educators must be cognizant of students' prior knowledge, including any learning challenges or misconceptions (Ball et al., 2008), and tailor their approach to align with these needs. A review of the literature reveals that many studies have identified a deficiency in teachers' ability to recognize their students' knowledge and abilities. This finding is supported by studies conducted by Aksu and Konyalıoğlu (2015), Çıkrıkçı (2015), Kutlu (2018), and Tanışlı (2013). Kutlu (2018) investigated the pedagogical content knowledge of new mathematics teachers, and found that teachers had insufficient knowledge of students. In the current study, the good KCS level of the primary school teachers shows that they have satisfactory competence in identifying the source of mathematical errors made by students,

predicting the strategies developed, and eliminating conceptual misconceptions compared to other fields, even if there have some deficiencies in this knowledge.

Primary school teachers' level of knowledge of content and curriculum (KCC) was found to be very good. Compared to other components, the component in which the teachers were most successful was the KCC. The fact that teachers make annual plans and prepare lesson plans may be the main reason for their success in curricular knowledge. Some studies show that teachers have insufficient or superficial curriculum knowledge (Aksu, 2013; Keleş, 2019; Kutlu, 2018). Aksu (2013), who investigated the pedagogical content knowledge of pre-service primary school teachers about fractions, found that pre-service teachers had insufficient curricular knowledge. In another study with similar findings, Keleş (2019) concluded that primary school teachers with little professional experience had insufficient curricular knowledge about data processing. In the present study, the fact that primary school teachers' curricular knowledge about teaching four operations with natural numbers was at the desired level is a remarkable detail that shows us that they are better in this knowledge compared to other learning domains and subjects.

In the current study, the fact that primary school teachers' mathematics knowledge was mostly at the desired level was a promising finding for their teaching knowledge. The fact that there were no teachers with a lower level of competence was one of the notable findings of the study. The fact that the primary school teachers could not show the desired performance, especially in the questions measuring division operation, and that they mostly gave instructional explanations at the operational level in response to the questions was another striking finding of the study. A review of the literature revealed that primary school teachers had similar problems before they entered the profession (Baki, 2013). The fact that division is more complex than other basic operations due to its cumulative structure, and that it requires some prior knowledge (subtraction, multiplication) to be better understood by students, may cause difficulties in teaching the subject. Universities and the Ministry of National Education (MoNE) have a great responsibility in eliminating the shortcomings and achieving the desired success in education, and the mathematics teaching course, which is one of the undergraduate courses, should be more practice-oriented. In addition, primary school teachers should be given the opportunity to collaborate with other teachers, and environments should be created where they can exchange ideas and share their experiences and knowledge. In this way, primary school teachers will have the opportunity to continuously improve themselves, become aware of different teaching approaches, and develop effective strategies.

Conclusion and Suggestions

The findings of the study indicated that the mathematics teaching knowledge of primary school teachers regarding four operations with natural numbers was deemed to be at an adequate level. However, the study revealed deficiencies in the teachers' pedagogical content knowledge, particularly in the areas of multiplication and division. The study concluded that primary school teachers demonstrated a satisfactory level of subject matter knowledge, student and content knowledge, and a commendable level of curricular knowledge. The component in which primary school teachers demonstrated the greatest proficiency was curricular knowledge, while they exhibited the least proficiency in pedagogical content knowledge. Furthermore, the results of the assessment demonstrated that none of the primary school teachers exhibited a deficiency in competence. The participants demonstrated difficulties primarily in the division questions, either omitting them or providing incorrect responses and offering inadequate explanations. To address these shortcomings, it is recommended that educators be provided with opportunities for professional development and training in teaching the four fundamental operations, delivered by subject matter experts through both face-to-face and distance learning modalities.

In the present study, the content knowledge test and clinical interview method were employed to gather data on the pedagogical content knowledge of primary school teachers regarding the teaching of four operations with natural numbers. However, their lessons were not observed. To obtain more detailed data, lesson observations can be conducted or alternative data collection tools can be employed by future studies. The study's participants were primary school teachers without the requirement of professional experience. Further research could examine the relationship between the deficiencies identified in the current study and professional experience by working with new teachers or teachers with more than 15 years of experience. Primary school teachers' knowledge of teaching mathematics was evaluated within the framework of the components of the MKT model (Ball et al., 2008). Other models, including the Marks Model, Fennema Model, and Franke Model, could be used in other studies.

Ethics Committee Approval: *This study was conducted with the permission of Trabzon University Social and Human Sciences Scientific Research and Publication Ethics Committee with the decision numbered 2021-10/2.1 dated 21/10/2021.*

Conflict of Interest: *The authors have no conflict of interest to declare.*

Author Contribution: *This study is based on a master's thesis completed by the first author under the supervision of the second author.*

References

- Aksu, Z. (2013). *The development of pre-service primary school teachers' pedagogical content knowledge in fractions* [Doctoral thesis, Atatürk University]. National Dissertation Center.
- Aksu, Z., & Konyalıoğlu, A. C. (2015). Pre-service primary school teachers' pedagogical content knowledge in fractions. *Kastamonu Education Journal*, 23(2), 723-738.
- Akyıldız, P. (2019). *An investigation of instructional explanations of pre-service mathematics teachers from mathematical belief perspective* [Doctoral thesis, Gazi University]. National Dissertation Center.
- Akyıldız, S., & Altun, T. (2018). Examining technological pedagogical and content knowledge (TPACK) levels of primary pre-service teachers based on some variables. *Trakya University Journal of Education Faculty*, 8(2), 318-333. <https://doi.org/10.24315/trkefd.322749>
- An, S., Kulm, G., & Wu, Z. (2004). The pedagogical content knowledge of middle school, mathematics teachers in China and the US. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 7(2), 145-172. <https://doi.org/10.1023/B:JMTE.0000021943.35739.1c>
- Arseven, A., Arseven, İ., & Tepehan, T. (2015). Examination of class teacher candidates' mathematics teaching self-efficacy. *Cumhuriyet International Journal of Education*, 4(2), 29-40. <https://doi.org/10.30703/cije.321367>
- Baki, A. (2020). *Mathematical knowledge for teaching*. Ankara: Pegem Academy.
- Baki, M. (2012). *Investigating development of prospective primary teachers' mathematical pedagogical content knowledge: Lesson study* [Doctoral thesis, Karadeniz Technical University]. National Dissertation Center.
- Baki, M. (2013). Pre-service classroom teachers' mathematical knowledge and instructional explanations associated with division. *Education and Science*, 38,167.
- Baki, M. (2017, 20-23 April). A study on classroom teacher candidates' detection and interpretation of student errors in division operations [Conference presentation]. *The 26th International Congress on Educational Sciences*, Antalya, Türkiye.
- Balcı, D. (2004). *Çağdaş yabancı dil öğretiminde öğrenmeyi öğretme*. Teaching learning in contemporary foreign language teaching. <http://www.ingilish.com/db2.htm>

- Balcı, E. (2023). *Investigating the preservice primary school teachers' mathematical knowledge in teaching of division operation*. [Master's thesis, Middle East Technical University]. National Dissertation Center.
- Ball, D. L., Thames, M. H. & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education* 59(5), 389-407. <https://doi.org/10.1177/0022487108324554>
- Başar, M., Ünal, M. & Yalçın, M. (2002). İlköğretim kademesiyle başlayan matematik korkusunun nedenleri. The causes of the fear of mathematics starting with primary education. *The 5th National Science and Mathematics Education Congress*, 16, 18.
- Canbazoğlu, S., Demirelli, H. & Kavak, N. (2010). Investigation of the relationship between pre-service science teachers' subject matter knowledge and pedagogical content knowledge regarding the particulate nature of matter. *Elementary Education Online*, 9(1).
- Clement, J. (2000). Analysis of clinical interviews: Foundations and model viability. *Handbook of research design in mathematics and science education*, 547-589.
- Çakmak, Z., Konyalıoğlu, A. C. & Işık, A. (2014). The investigation of pre-service elementary mathematics teachers' content knowledge on three dimensional objects. *Middle Eastern and African Journal of Research*, 8(1), 28-44.
- Çelik, A. Ö., & Güzel, E. B. (2020). Comparing the clinical interviews conducted by the prospective mathematics teachers having different academic achievement. *YYU Education Faculty of Journal*, 17(1), 1-29. <https://doi.org/10.33711/yyuefd.671175>
- Çıkrıkçı, F. H. (2015). *An investigation of elementary school mathematics teacher candidates' subject matter knowledge and pedagogical content knowledge regarding the algebra* [Master's thesis, Dokuz Eylül University]. National Dissertation Center.
- Deringöl, Y. (2018). An examination of the mathematics teaching efficacy and the mathematics teaching anxiety of classroom teacher candidates. *Journal of Theoretical Educational Science*, 11(2), 261-278. <https://doi.org/10.30831/akukeg.364483>
- Doğruel, A. B. (2019). *An examination of elementary school mathematics teachers' pedagogical content knowledge on ratio and proportion* [Master's thesis, Afyon Kocatepe University]. National Dissertation Center.
- Doğruel, A. B., & Karakuş, F. (2022). An examination of middle school mathematics teachers' content knowledge on ratio and proportion. *Afyon Kocatepe University Journal of Social Sciences*, 24(3), 885-904. <https://doi.org/10.32709/akusosbil.938560>
- Durak, E. (2021). *Examination of classroom teachers' problem-solving processes and instructional explanations* [Master's thesis, Karadeniz Technical University]. National Dissertation Center.

- Ekiz, D. (2020). *Scientific research method*. Ani Publishing.
- Eroğlu, D. (2012). *Examining prospective elementary mathematics teachers 'knowledge about students' mistakes related to fractions* [Master's thesis, Middle East Technical University]. National Dissertation Center.
- Fennema, E., & Franke, M. L. (1992). Teachers' knowledge and its impact. In: D.A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp.147-164). Macmillan Publishing.
- Gökkurt, B. (2014). *An examination of secondary school mathematics teachers & apos; pedagogical content knowledge on geometric shapes* [Doctoral thesis, Atatürk University]. National Dissertation Center.
- Gökkurt, B., Şahin, Ö., Soylu, Y., & Doğan, Y. (2015). Pre-service teachers' pedagogical content knowledge regarding student mistakes on the subject of geometric shapes. *İlköğretim Online*, 14(1), 55-71.
- Grossman, P.L. (1990). *The making of a teacher: Teacher knowledge and teacher education*. Teachers College Press.
- Hacıömeroğlu, G. (2013a). Elementary preservice teachers' mathematical knowledge for teaching: analysis of students' solution to addition and subtraction operations. *Education and Science*, 38, 168.
- Hacıömeroğlu, G. (2013b). Elementary preservice teachers' efficacy beliefs regarding mathematics teaching and their beliefs about classroom management. *Uludağ University Journal of Education Faculty*, 26(1), 1-18.
- Işık, A., Çiltaş, A., & Baş, F. (2010). Teacher training and teaching profession. *Atatürk University Social Sciences Institute Journal*, 14(1), 53-62.
- Karataş, İ. & Güven, B. (2003). Methods used to evaluate problem solving behaviours: Potential of clinical interview. *İlköğretim Online*, 2(2), 2-9.
- Keleş, F. (2019). *An investigation of the knowledge of mathematics teachers of primary school teachers* [Master's thesis, Karadeniz Technical University]. National Dissertation Center.
- Keleş, F., & Güneş, G. (2022). An investigation of the knowledge of teaching mathematics of novice primary school teachers. *Kastamonu Education Journal*, 30(1), 60-77. <https://doi.org/10.24106/kefdergi.774584>
- Kinach, B. M. (2002a). A cognitive strategy for developing pedagogical content knowledge in the secondary mathematics methods course: Toward a model of effective practice. *Teaching and Teacher Education*, 18(1), 51-71. [https://doi.org/10.1016/S0742-051X\(01\)00050-6](https://doi.org/10.1016/S0742-051X(01)00050-6)
- Kinach, B. M. (2002b). Understanding and Learning-to-explain by Representing Mathematics: Epistemological dilemmas facing teacher educators in the secondary mathematics 'methods' course. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 5(2), 153-186.

- Kutlu, D. (2018). *Examination of the pedagogical content knowledge levels of novice secondary school mathematics teachers* [Master's thesis, Karadeniz Technical University]. National Dissertation Center.
- Kwong, C. W., Joseph, Y. K. K., Eric, C. Cm., & Khoh, L. T. S. (2007). Development of mathematics pedagogical content knowledge in student teachers. *The Mathematics Educator*, 10(2), 27-54.
- Marks, R. (1990). Pedagogical content knowledge: From a mathematical case to a modified conception. *Journal of Teacher Education*, 41(3), 3-11. <https://doi.org/10.1177/002248719004100302>
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2017). *Öğretmenlik mesleği genel yeterlikleri*. <https://oygm.meb.gov.tr/www/ogretmenlik-meslegi-genel-yeterlikleri/icerik/486>
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2018). *İlkokul 1-8.sınıflar matematik dersi öğretim programı*. Ankara: Milli Eğitim Müdürlüğü Basımı.
- Önal, H. (2017). *İlkokul 1. ve 2. sınıf öğrencilerinin matematik dersinde dört işlem ile ilgili yaptıkları hatalar ve çözüm önerileri* [Doctoral thesis, Marmara University]. National Dissertation Center.
- Özdemir, B. G., Bayraktar, R. & Yılmaz, M. (2017). Explanations of primary and middle school mathematics teachers on misconceptions. *Trakya University Journal of Education Faculty*, 7(2), 284-305.
- Reid, M. & Reid, S. (2017). Learning to be a math teacher: What knowledge is essential? *International Electronic Journal of Elementary Education*, 9(4), 851-872.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand; Knowledge growth on teaching, *Educational Researcher*, 15(2), 4-14. <https://doi.org/10.3102/0013189X015002004>
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform, *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-22. <https://doi.org/10.17763/haer.57.1.j463w79r56455411>
- Sivacı, S. Y. (2003). *The, subject-matter knowledge in mathematics, competencies of professional knowledge and their attitudes towards mathematics of the last grade students of classroom teaching programmers* [Doctoral thesis, Hacettepe University]. National Dissertation Center.
- Şimşek, N. & Boz N. (2015). Investigating of pedagogical content knowledge of pre-service primary teachers related to the length measurement in the context students' understanding. *Cumhuriyet International Journal of Education*, 4(3), 10-30.
- Tanişlı, D. (2013) Preservice primary school mathematics teachers' questioning skills and knowledge of students in terms of pedagogical content knowledge. *Education and Science*, 38(169), 81-95.
- Tarım, K., Özsezer, M. S. B. & Canbazoğlu, H. B. (2017). Pre-service classroom teachers; perceptions of related with mathematics and teaching

- mathematics. *Journal of Ahi Evran University Kırşehir Education Faculty*, 18(3), 1032-1052.
- Tashakkori, A. & Creswell, J.W. (2007). The new era of mixed methods. *Journal of Mixed Methods*, 1(1), 2-8. <https://doi.org/10.1177/2345678906293042>
- Toluk-Uçar, Z. (2010). Preservice elementary teachers' mathematics knowledge and instructional explanations. *Education Sciences*, 5(3), 911-920.
- Vural, D. Ö. & Çankaya, E. A. (2020). Knowledge, belief, and teaching: a study on subtraction in fractions and multiplication. *Cumhuriyet International Journal of Education*, 9(1), 1-27.
- Yıldırım, K. (2013). *An Investigation of primary school teachers' level of mathematics anxiety* [Master's thesis, Adiyaman University]. National Dissertation Center.
- Yıldırım, A. & Şimşek, H. (2018). *Social information qualitative research methods*. Seçkin Publishing.
- Yıldızlı, H. & Sarı, M. H. (2017). The Investigation of primary teachers' content knowledge on geometric objects. *Uludağ University Journal of Education Faculty*, 30(2), 601-636. <https://doi.org/10.19171/uefad.368975>
- Yurtbakan, E., Aydoğdu-İskenderoğlu, T. & Sesli, E. (2016). Öğrencilerin matematik dersindeki başarılarını arttırma yolları konusunda sınıf öğretmenlerinin görüşleri. Primary school teachers' views on ways to increase students' achievement in mathematics. *Ondokuz Mayıs University Journal of Education*, 35(29), 101-119.
- Yurtyapan, M. İ. & Karataş, İ. (2020). An Investigation of pedagogical content knowledge of secondary school mathematics teachers in relation with triangle and quadrilateral concepts. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 11(1), 53-90.
- Zaslavsky, O. (2010). The explanatory power of examples in mathematics: Challenges for teaching. *In Instructional explanations in the disciplines* (pp. 107-128). Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4419-0594-9_8