

# İSTANBUL MENKUL KIYMETLER BORSASINDA GETİRİ VOLATİLİTESİNİN MODELLENMESİ VE ÖN RAPORLANMASI

**Prof. Dr. Mustafa Seviüktekin**  
Uludağ Üniversitesi  
İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi

**Mehmet Nargeleçekenler**  
Uludağ Üniversitesi  
İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi  
Araştırma Görevlisi



## Özet

Özellikle yüksek frekanslı günlük finansal verileri modelleme başarıları nedeniyle birçok araştırmacı tarafından büyük ilgi gören ARCH ve GARCH modelleri değişen varyansın sadece yatay kesit verisi problemi olmadığını aynı zamanda bir zaman serisi verisi problemi olduğunu göstermektedir. Dolayısıyla finansal zaman serisi verileri ile yapılan çalışmalarda doğrusal zaman serisi modelleri yerine doğrusal olmayan koşullu değişen varyans modellerinin kullanılması gerekmektedir. Bu çalışmada, İMKB100 günlük getiri serisinin volatilitesinin önraporlaması için alternatif modellerin performansları değerlendirilmektedir. Öncelikle birim kök testleri, doğrusal olmayan modellerin teorik yapısı ve koşullu değişen varyans önraporlama modelleri kısaca tartışıldıktan sonra uygulama amacıyla İMKB100 günlük getirileri alınmıştır. Getiri serisinin zaman serisi özellikleri incelendikten sonra serinin durağan olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Daha sonra alternatif modeller içerisinde getiri serisi için en uygun modelin ARMA(1,2) olduğu bulunmuştur. İMKB100 günlük getiri serisi için elde edilen ex post önraporlama sonuçlarına göre alternatif ARCH ve GARCH modelleri içerisinde en uygun koşullu değişen varyans modelinin GARCH(1,1) olduğu belirlenmiştir. Bulunan bu sonuç menkul kıymetler borsası üzerine yapılan daha önceki çalışmaların büyük bir kısmını destekler niteliktedir.

**Anahtar Kelimeler:** ARCH-GARCH, volatilité, birim kök, durağanlık, önraporlama.

## *Modeling and Forecasting of Return Volatility at İstanbul Stock Exchange*

### **Abstract**

Due to their success in modeling high frequency daily financial data many researchers are interested in ARCH and GARCH models, which show that changing variance not only is a cross sectional data problem but also is a time series data problem. Consequently, financial time series data must be used in nonlinear conditional heteroscedastic models rather than linear time series models. This study evaluates the performance of alternative model for forecasting volatility of daily returns series in İstanbul Stock Index (ISE). After we shortly discuss unit root tests, theoretical background of nonlinear time series, and conditional heteroscedastic forecasting, ISE daily return data is handled case-study. After examining time series property of return series, we conclude return series is stationary. Later among alternative models we found that the most appropriate model is ARMA(1,2) for return series. According to ex post forecasting results, GARCH (1,1) model is the best appropriate model among alternative ARCH and GARCH models for ISE daily return series. This result supports many of the former studies on stock exchange.

**Keywords:** ARCH-GARCH, volatility, unit root, stationarity, forecasting.

## İstanbul Menkul Kıymetler Borsasında Getiri Volatilitésinin Modellenmesi ve Önraporlanması

### 1. GİRİŞ

Volatilite, fiyatlarda ortaya çıkan ani hareketler olarak tanımlanabilir. Finansal piyasalardaki bu volatilite (oyunaklık) yaklaşık son yirmi yıllarda birçok araştırmmanın odaklandığı bir konudur. Çünkü bir hisse senedindeki volatilitenin artması, hisse senedi yatırımcılarının bir risk üstlenmesi anlamına gelmektedir. Buradaki risk, yüksek kazanç beklentisi içinde olan yatırımcının büyük zarara girebileceğini ifade etmektedir.

Volatilitenin bir finansal zaman serisi üzerinde etkisi birkaç saat gibi kısa süreli olabilirken, başka bir finansal seri üzerinde 10 sene gibi uzun bir süre devam ettiğini görmek mümkündür. Eğer haberler birbiri ardına hızla gelirse ve veri, gelen haberleri toplamak için yeterince yüksek sıklıkta ise, bu durumda kazançlar bir volatilite grubu oluşturacaktır. Daha düşük sıklıkta oluşan volatilitenin nedenleri arasında ise, makro ekonomik ve kurumsal değişiklikler yatmaktadır. Örneğin, 1930'ların yüksek volatilitesi, makro ekonomik olaylarla açıklanır. Düşük sıklıkta tekrarlanan veriler, makro ekonomik dalgalanmaların da az olduğunu gösterirken, yüksek sıklıktaki veriler hisse senedi volatilitesi hakkında daha çok şey söylemektedir (SCHWERT, 1990:26).

Çalışma aşağıdaki şekilde düzenlenmiştir: İkinci bölümde zaman serileri analizine ilişkin ekonometrik çerçeve kısaca ele alınmaktadır. Burada birim kök testleri, ARCH ve GARCH modelleri ve ARCH ve GARCH modelleriyle önraporlama üzerinde durulmaktadır. Üçüncü bölümde İMKB100 günlük getirileri kullanılarak serinin yapısını uygun ARMA ve GARCH modeli belirlenmiş ve bulunan sonuçlar yorumlanmıştır. Dördüncü bölümde ise sonuca yer verilmiştir.

## 2. EKONOMETRİK ÇERÇEVE

Bir finansal zaman serisinde volatilité etkisi araştırılırken serinin durağan olması koşulu olduğundan, öncelikle serilerin yapılarında birim kök olup olmadığı test edilmelidir. Bu nedenle çalışmada öncelikle birim kök testleri kısaca özetlendikten sonra ARCH ve GARCH modellerinin teorisi kısmen tanıtılmıştır. Ekonometrik çerçevenin son aşamasında ise ARCH ve GARCH modelleri ile önraporlamaların nasıl uygulandığı kısaca açıklanmaktadır.

### 2.1. Birim Kök Testleri

Bir zaman serisinde birim kök varlığını araştıran ve literatürde en çok kabul edilen ilk test Dickey-Fuller (1979, 1981) testidir. Dickey ve Fuller (1979, 1981) birim kök testleri hata teriminin bağımsız ve özdeş dağıldığını  $\varepsilon_t \sim \text{iid}(0, \sigma_\varepsilon^2)$  varsaymaktadır. Fakat gerçekte çoğu zaman bu durum geçerli olmadığından, eğer hata terimindeki serisel korelasyon sıfırdan farklı ise bu serisel korelasyonu ortadan kaldırmak için bağımlı değişkenin gecikmeli değerleri modele eklenir. Bu durumda bu yeni teste de Artırılmış Dickey-Fuller (ADF) birim kök testi denir. ADF testinin en genel model kalıbı aşağıdaki gibi sunulabilir:

$$\Delta y_t = \mu + \beta t + \delta y_{t-1} + \sum_{j=1}^k \alpha_j \Delta y_{t-j} + \varepsilon_t \quad (1)$$

Burada  $\varepsilon_t \sim \text{iid}(0, \sigma_\varepsilon^2)$  veya temiz-dizi olduğu varsayılan hata terimidir. Modele eklenmesi gereken gecikme sayısı ise Ng ve Perron (1995) tarafından geliştirilen Akaike bilgi kriteri, (AIC), Schwarz bilgi kriteri (SIC) yaklaşımları kullanılmaktadır.

İkinci olarak üzerinde durulacak alternatif birim kök testi hata teriminin temiz-dizi olmadığını ileri sürmektedir. Phillips ve Perron (1988) çalışmalarında Dickey-Fuller testlerine bir düzeltme faktörü eklemişlerdir.

$$Z_\alpha = T(\hat{\phi}_1 - 1) - CF \quad (2)$$

Burada CF düzeltme faktörüdür.

$$CF = \frac{0.5(s_{T\ell}^2 - s_{\epsilon}^2)}{\sum_{t=2}^T (y_{t-1} - \bar{y}_{-1})^2 / T^2} \quad (3)$$

Burada  $s_{\epsilon}^2$  uzun dönem varyansıdır. Dolayısıyla Phillips ve Perron (1988) testi aşağıdaki testi temel alır:

$$Z_{\tau} = \left( \sum_{t=2}^T y_{t-1}^2 \right)^{1/2} \frac{(\hat{\phi}_1 - 1)}{s_{T\ell}} - (1/2) \frac{(s_{T\ell}^2 - s_{\epsilon}^2)}{\left[ s_{T\ell}^2 \left( T^{-2} \sum_{t=2}^T y_{t-1}^2 \right)^{1/2} \right]} \quad (4)$$

Andrews (1991) çalışmasında  $\ell$  ile gösterilen gecikme parametresinin tutarlılığı için  $\ell \rightarrow \infty$  iken  $\ell = o(T^{1/3})$  olması gerektiğini varsaymaktadır. Ancak Phillips-Perron testinin de zayıf yönü olarak hata teriminde örneklem çarpıklığı görülmesidir. Schwert (1989) eğer örneklem çarpıklığı düzeltilirse Phillips-Perron testinin ADF testlerine göre daha güçlü olduğunu göstermektedir.

Zaman serilerinde deterministik terimler yer aldığı ADF testinin zayıf güçlü olması nedeniyle Elliott, Rothenberg and Stock (1996) tarafından daha güçlü bir test olan ADF-GLS testi geliştirilmiştir. Bu test serilerde kesme veya trend olduğunda ADF'ye göre daha iyi sonuçlar vermektedir. ADF-GLS testinde test süreci uygulanmadan önce seriler kesme veya trendden arındırılmaktadır.

$$y_t = d_t + u_t \quad (5)$$

$$u_t = \alpha u_{t-1} + v_t \quad (6)$$

Burada  $\{d_t\}$  deterministik kısım,  $\{v_t\}$  ise gözlenemeyen sıfır ortalamalı hata sürecidir. Test sürecinin ilk aşaması  $y_t$  serisinin aşağıdaki şekilde trendden arındırılmasıdır:

$$\tilde{y}_t^d = y_t - \beta' z_t \quad (7)$$

Burada trendli bir modelde  $z_t = (1, t)'$  iken kesmeli modelde  $z_t = (1)'$  olarak tanımlanır. Daha sonra trendden arındırılmış seri için  $(\tilde{y}_t^d)$  ADF regresyonuna göre test gerçekleştirilir:

$$\Delta \tilde{y}_t^d = \mu + \beta t + \delta \tilde{y}_{t-1}^d + \sum_{j=1}^k \alpha_j \Delta \tilde{y}_{t-j}^d + \varepsilon_t \quad (8)$$

Şu ana kadar üzerinde durulan birim kök testlerinde boş hipotez birim kökün varlığını ileri sürerken alternatif hipotez durağanlığı göstermektedir. Kwiatkowski, Phillips, Schmidt ve Shin (KPSS) (1992) çalışmalarında birim kök hipotezini farklılaştırarak birim kök testinin gücünün arttığını ileri sürmüşlerdir. Temelde KPSS testinin amacı yine serileri trendden arındırarak birim kök testi gerçekleştirmektir. KPSS testi için tahmin edilen modeller aşağıdaki gibidir:

$$y_t = \beta t + w_t + \varepsilon_t \quad (9)$$

$$w_t = w_{t-1} + u_t \quad (10)$$

Burada,  $w_t$  model için rassal yürüyüş süreci,  $t$  deterministik trend,  $\varepsilon_t$  durağan hatalar ve  $u_t$  ise  $iid(0, \sigma_u^2)$ 'dur. KPSS testinin ilk aşaması  $y_t$  serisinin kesme ve trend üzerine regresyonundan elde edilen hataları temel almaktadır:

$$S_t = \sum_{t=1}^T e_t \quad t=1,2,3,\dots,T \text{ için} \quad (11)$$

Daha sonra LM testi aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$LM = \sum_{t=1}^T S_t^2 / s^2(\ell) \quad (12)$$

Burada,  $s^2(\ell) = T^{-1} \sum_{t=1}^T e_t^2 + 2T^{-1} \sum_{s=1}^{\ell} w(s, \ell) \sum_{t=s+1}^T e_t e_{t-s}$  olarak tanımlanır.

$s^2(\ell)$ 'nin tutarlı bir tahminini  $\ell \rightarrow \infty$  giderken  $T \rightarrow \infty$  için  $\ell = o(T^{1/2})$  oranıyla hesaplanmak mümkündür.

Son olarak üzerinde durulacak birim kök testi ise hataların kökü birim daireye yaklaştığında (-1'e yaklaştığında) hatalarda meydana gelen örneklem çarpıklığının üstesinden gelen Perron-Ng (1996) ve Ng and Perron (2001) çalışmalarda geliştirilen Ng-Perron testidir. Ng-Perron testi trendden arındırılmış GLS temelli dört test içermektedir. Bu testler; Phillips-Perron  $Z_{\alpha}$  testinin modifiyesi, Bhargava (1986) istatistiğinin modifiyesi, Philips-Perron  $Z_t$  testi ve ERS Point Optimal testleridir. Bu testler Ng and Perron tarafından ileri sürülen M-testleri olarak bilinirler. İlk test  $Z_{\alpha}$ 'nın modifiyesi olan  $MZ_{\alpha}$  testidir:

$$MZ_{\alpha} = Z_{\alpha} + (T/2)(\hat{\phi}_1 - 1)^2 \quad (13)$$

Buradaki  $(T/2)(\hat{\phi}_1 - 1)^2$  faktörü  $Z_{\alpha}$ 'nın modifiyesini sağlayan modifikasyon faktörü olarak bilinmektedir. İkinci test Bhargava (1986) istatistiğinin modifiyesi olan MSB istatistiğidir.

$$MSB = (T^{-2} \sum_{t=1}^T y_{t-1}^2 / s^2)^{1/2} \quad (14)$$

Phillips-Perron testi ile MSB testi arasında aşağıdaki gibi bir ilişki vardır:

$$Z_t = MSB * Z_{\alpha} \quad (15)$$

Dolayısıyla modifiye edilmiş Phillips-Perron testi de  $MZ_t = MSB * MZ_{\alpha}$  ilişkisinden belirlenebilir.

$$MZ_t = Z_t + (1/2)(\sum_{t=1}^T y_{t-1}^2 / s^2)^{1/2}(\hat{\phi}_1 - 1)^2 \quad (16)$$

Bu sonuç Ng-Perron testinin üçüncü istatistiğini verir. Ng-Perron testinde kullanılan son test ise MPT olarak bilinen ERS Point Optimal istatistiğinin modifiyesidir. MPT olarak adlandırılan bu test seride sadece kesme veya kesme ve trend olmasına göre iki şekilde hesaplanmaktadır. İlkinde eğer seride sadece kesme varsa MPT aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$MPT = \left[ \bar{c}T^{-2} \sum_{t=1}^T \tilde{y}_{t-1}^2 - \bar{c}T^{-1} \tilde{y}_T^2 \right] / s_{AR}^2 \quad (17)$$

Eğer seride kesme ve trend varsa da MPT aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$MPT = \left[ \bar{c}T^{-2} \sum_{t=1}^T \tilde{y}_{t-1}^2 + (1-\bar{c})T^{-1} \tilde{y}_T^2 \right] / s_{AR}^2 \quad (18)$$

Burada üzerinde durulan birim kök testlerinden ADF, ADF-GLS, Phillips-Perron, Ng-Perron MZA ve MZt birim kök testlerinin hipotezlerinde boş hipotez birim kök olduğu alternatif hipotez ise serinin durağan olduğudur. Buna karşın KPSS, Ng-Perron MSB ve MPT birim kök testlerinin hipotezlerinde boş hipotez serinin durağan olduğu iken alternatif hipotez birim kök olduğudur.

## 2.2. ARCH(p) Modeli

Engle (1982,1983) ve Cragg (1982) analizlerinde makro ekonomik verilerin zaman serisi modellerinde, değişen varyansın genellikle varsayıldığı gibi sabit olmadığını bazı ekonomik olaylarla kanıtlamışlardır (GREENE, 1993:438). Ekonomik teori koşullu varyanstaki zamana ilişkin değişimleri açıklamada çok sınırlıdır (BOLLERSLEV, 1992:7). Bu nedenle finansal piyasa volatilitésini tahmin etmek için özellikle ARCH yaklaşımının kullanılması daha uygundur (ENGLE, 1993:74). ARCH modelleri zaman serisi yöntemlerindeki sabit varyans varsayımını bir kenara bırakarak, varyansın gecikmeli öngörü hatalarının karelerinin bir fonksiyonu olarak değişmesine izin verir (GÖKÇE, 2001:36).

Engle (1982)'in çalışmasından hareketle, birinci dereceden otoregresif model

$$y_t = \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (19)$$

şeklinde verilmektedir. Burada  $\varepsilon_t$ ,  $V(\varepsilon_t) = \sigma_\varepsilon^2$  ile bir beyaz gürültü sürecidir. Modelde  $y_t$ 'nin koşulsuz ortalaması sıfır iken, koşullu ortalaması,  $\gamma y_{t-1}$  eşit olur. Gerekli işlemler yapıldığında  $y_t$ 'nin koşullu varyansı  $\sigma^2$  ve koşulsuz varyansı ise  $\frac{\sigma^2}{1-\gamma^2}$  olur (ENGEL, 1982:987). Burada dikkat edilmesi gereken bir husus koşullu öngörü varyansının koşulsuz öngörü varyansından daha küçük olduğudur. Bu nedenle, Engle'in önerdiği yaklaşımda kullanılan koşullu öngörüler, serilerin bugünkü ve geçmiş gerçekleşen gözlemlerini hesaba dahil etmeleri ve daha küçük öngörü hatası varyansına sahip olmaları nedeniyle tercih edilir. Normallik varsayımı ile Engle tarafından önerilen ARCH regresyon modeli

$$y_t | \Psi_{t-i} \sim N(x_t b, h_t) \quad (20)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \dots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 \quad (21)$$

$$\varepsilon_t = y_t - x_t b \quad (22)$$

şeklinindedir. Burada (20) ortalama modeli ve (21) ise varyans modeli olarak adlandırılır.  $h_t$ , ARCH modelinde kullanılan koşullu varyans;  $p$  ARCH sürecinin derecesini;  $\alpha$  ise bilinmeyen parametrelerin vektörünü gösterir (ENGEL, 1982:987). Denklem (21)'deki ARCH sürecinde yer alan parametrelere ilişkin bazı kısıtlar konulmuştur. Koşullu varyans ( $h_t$ ),  $\varepsilon_t$ 'nin gerçekleşen bütün değerleri için pozitif olmak zorundadır. Böylece;  $\alpha_0 > 0$  ve  $i=1,2,\dots,p$  olmak üzere  $\alpha_i \geq 0$  kısıtları söz konusudur. Denklem (21)'deki ARCH sürecinde  $\varepsilon_{t-1}^2, \varepsilon_{t-2}^2, \dots, \varepsilon_{t-p}^2$  değerleri negatif olmayacağından, bütün  $\varepsilon_t$  değerleri için koşullu varyans denklemi de negatif değer alamayacaktır. ARCH süreci ile ilgili ikinci bir kısıt ise,  $\alpha$  parametrelerinin sabit terim hariç her birinin veya toplamlarının 1'den küçük,  $\sum_{i=1}^p \alpha_i < 1$  olması gerekliliğidir. Bu kısıt sürecin kararlılığının sağlanması için gereklidir. Aksi halde  $\alpha$  parametrelerinin toplamlarının 1'den büyük olması durumunda süreç sonsuz bir varyansa sahip



olacaktır (ENGEL, 1982:993). ARCH(p) süreci, p=1 değeri için ARCH(1) süreci olur ve bu süreç,

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 \quad (23)$$

şeklinde gösterilir. ARCH(1) sürecindeki koşullu varyansın negatif olmaması için  $\alpha_0$  ve  $\alpha_1$ 'in her ikisinin de pozitif olduğu varsayılır. Yani,  $\alpha_0 > 0$ ,  $0 < \alpha_1 < 1$  olma koşulları vardır.

ARCH testi, hata kareler arasındaki birinci ve daha yüksek dereceden otokorelasyon sürecine dayanmaktadır. ARCH modelleri için EKK hataları kullanılarak LM testinin hesaplanması mümkündür (HARVEY, 1991:221). LM testi için kurulacak hipotezde ARCH etkisinin varlığının tespiti hataların beyaz gürültü sürecine sahip olduğunu ifade eden boş hipoteze karşı, ARCH etkisine sahip hataların varlığını gösteren alternatif hipotez test edilir. LM testi şu adımlardan oluşur (HAMILTON, 1994:664). Öncelikle tek değişkenli bir model

$$y_t = \mu + \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_q y_{t-q} + \varepsilon_t \quad (24)$$

EKK ile tahmin edilir. Tahmin edilen modelin hata kareleri olan  $\varepsilon_t^2$ 'ler bulunur. Bu değerler kullanılarak sabit terimli regresyon denklemi

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \dots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2 + v_t \quad (25)$$

biçiminde tahmin edilerek  $LM = (T-p)R^2$  istatistiği hesaplanır. ARCH hatalarının olmadığı boş hipotezi altında asimptotik olarak p serbestlik dereceli  $\chi_p^2$  dağılımına sahiptir. Boş hipotezin red edilmesi ile otokorelasyonlu olduğu (en az bir ARCH parametresinin olduğu) anlaşılan EKK hata kareleri modelde ARCH etkisinin varlığını ortaya çıkaracaktır. Modelde ARCH etkisinin varlığı tespit edildikten sonra, modeldeki regresyon denklemi ile yardımcı denklem artık ARCH regresyon tekniği ile tahmin edilmesi gereklidir.

### 2.3. GARCH(p,q) Modeli

ARCH modeli tahmin edilirken koşullu varyans denkleminde doğrusal gecikme yapısındaki bellek uzunluğunun keyfi olması ve nisbi olarak uzun gecikmeler seçilmesi nedeniyle koşullu varyans denklemindeki parametrelere konulan toplam olarak negatif olamama kısıtı ihlal edilmektedir. Bu kısıtların sağlanmaması ve negatif varyanslı parametre tahminlerine ulaşılması sakıncasını gidermek amacıyla, ARCH modelleri genişletilerek hem daha fazla geçmiş bilgilere dayanan hem de daha esnek bir gecikme yapısına sahip olan genelleştirilmiş ARCH (kısaca GARCH) modeli geliştirilmiştir (BOLLERSLEV, 1986:308). Buna göre GARCH(p,q) modeli

$$y_t | \Psi_{t-i} \sim N(0, h_t) \quad (26)$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j h_{t-j} = \alpha_0 + \alpha(L)\varepsilon_t^2 + \beta(L)h_t \quad (27)$$

$$\varepsilon_t = y_t - x_t b \quad (28)$$

şeklinde gösterilebilir. Burada,  $y_t$  serisi,  $\Psi_{t-i}$  bilgi kümesine bağlı olarak 0 koşullu ortalama ve  $h_t$  koşullu varyans ile normal dağılıma sahiptir. GARCH(p,q) modeli aşağıdaki koşulları sağlamalıdır.

$$\begin{aligned} p > 0, \quad q &\geq 0 \\ \alpha_0 > 0, \quad \alpha_i &\geq 0, \quad i = 0, 1, 2, \dots, p \\ \beta_j &\geq 0, \quad j = 0, 1, 2, \dots, q \end{aligned} \quad (29)$$

Dikkat edilirse  $p = q = 0$  alınrsa  $\varepsilon_t$ , basit beyaz gürültü sürecine eşit olacaktır. GARCH(p,q) modeli, tek değişkenli ARMA modeli olarak görülebilir ve  $p$  ile  $q$  gecikme genişliklerinin seçimi kalıntı karelerine ilişkin geleneksel zaman serileri teknikleri kullanılarak belirlenebilir (BOLLERSLEV, 1990:501). Denklem (27)'de  $p=1$  ve  $q=0$  olması durumunda model ARCH(1) olacağı açıktır. Kuşkusuz bu model GARCH(1,0) biçiminde de gösterilebilir. Benzer bir mantıkla  $p=1$  ve  $q=1$  durumunda GARCH(1,1) modeli söz konusu olacak ve değişken varyans modeli

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1} \quad (\alpha_0 > 0, \alpha_1 \geq 0 \text{ ve } \beta_1 \geq 0) \quad (30)$$

şeklinde gösterilecektir. Yukarıdaki kısıtlara ek olarak,  $\alpha_1$  ve  $\beta_1$  toplamını birden küçük olmalıdır (BOLLERSLEV, 1986:311). Yani GARCH(p,q) modeli

için  $\sum_{i=1}^p \alpha_i + \sum_{j=1}^q \beta_j < 1$  koşulu sağlanırsa artıklar zayıf durağan olacaktır

(CAO/TSAY, 1992:167). Modelde GARCH etkisinin varlığı, tahmin işlemine başlanmadan önce yapılmalıdır. Koşullu varyansın tespitinde kullanılan LM testi, GARCH modelinde bir takım küçük değişikliklerle biraz karmaşık hal alır (MILLS, 1999:7) ve GARCH (p,q) modelinin test edilmesinde de kullanılır (BOLLERSLEV, 1986:317). GARCH etkisi olup olmadığına, (p+q) serbestlik dereceli ki-kare dağılımına sahip LM test istatistiği kullanılarak karar verilir.

## 2.4. ARCH ve GARCH Modelleri ile Önraporlama

Son yıllarda zaman serileri kullanılarak yapılan önraporlamalar doğrusal zaman serileri teknikleri yanında doğrusal olmayan zaman serileri tekniklerini de içermektedir. Meade (2002) çalışmasında yüksek frekanslı veri kümesi olarak tanımlanan döviz kurunun günlük verilerini kullanarak doğrusal zaman serisi tekniklerinden elde edilen önraporlamalar ile doğrusal olmayan ARCH-GARCH modellerinden elde edilen önraporlamaları karşılaştırmıştır. Benzer bir çalışma ise Anderson ve Bollerslev (1998) tarafından yapılmıştır. Anderson ve Bollerslev koşullu varyans modellerinin daha iyi önraporlama doğruluk değeri verdiğini bulmuşlardır. Daha öncede üzerinde tanımlanan ve ARCH etkisinin içerdiği GARCH(p,q) modeli

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j h_{t-j} \quad (34)$$

olarak yazılmaktadır. Bu koşullu varyans denkleminin h-dönem sonrası için önraporlama modelinin beklenen değeri

$$E(h_{T+h} | \Omega_t) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i E(\varepsilon_{T+h-i}^2 | \Omega_t) + \sum_{j=1}^q \beta_j E(h_{T+h-j} | \Omega_t) \quad (35)$$

olacaktır. Yani basitçe GARCH(1,1) modeli

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1} \quad (36)$$

iken GARCH(1,1) modelinin bir dönem sonraki önraporu

$$h_{T+1} = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_T^2 + \beta_1 h_T \quad (37)$$

olacaktır (HARRIS/SOLLIS, 2003:247). Böylece finansal zaman serisi için tahmin edilen ARCH veya GARCH modelinin önrapor sonuçları elde edilecektir.

### 3. VERİ VE AMPİRİK BULGULAR

IMKB 100 günlük getirileri analiz edilirken kullanılacak veri grubu düzenli olarak yayınlanan ve mümkün olan en geçmiş değer olan 23/101987 tarihinden başlayıp çalışmanın yapıldığı sıradaki en yeni değer olan 31/07/2006 tarihinde bitmektedir. Çalışmada kullanılan GETİRİ serisi Türkiye Cumhuriyeti Merkez Bankası elektronik veri dağıtım sisteminde verilen IMKB Ulusal 100 endeksi kapanış fiyatı (IMKB100) kullanılarak  $GETİRİ = \log(IMKB100/IMKB100(-1))$  formülüne göre hesaplanmıştır (YU, 2002:194). İlk olarak IMKB100 günlük getirileri serisine (GETİRİ) ilişkin betimsel istatistikler Tablo 1'de verilmektedir.,

Tablo 1 incelendiğinde IMKB100 günlük getirilerinin ortalama olarak pozitif olduğu görülmektedir. Yani yatırımcılar belirli dönemlerde negatif getiri elde etseler de genel olarak 23/101987-31/07/2006 dönemi incelendiğinde bir pozitif getirinin olduğu ortaya çıkmaktadır. Yine Tablo 1'den maksimum getirinin 0.217108 olduğu minimum getirinin ise -0.0199785 olduğu görülmektedir. Diğer bir betimsel istatistik olan basıklık ölçüsünün 6.732678 çıkmasıyla getiri serinin dik bir seri olduğu sonucuna varılmaktadır. Ayrıca getiri serisi için hesaplanan Jarque-Bera istatistiğinin 2843.067 çıkması serinin normal dağılım göstermediğini ortaya koymaktadır.

Tablo 1: IMKB100 Getiri Serisinin Betimsel İstatistikleri

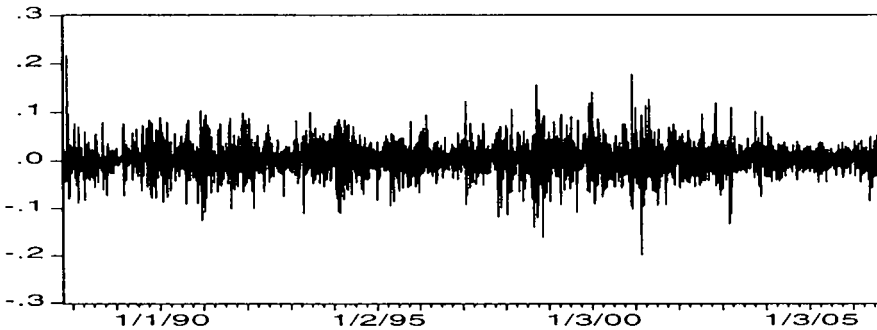
BETİMSSEL İSTATİSTİKLER	GETİRİ
Örneklem Hacmi	4896
Ortalama	0.001713
Medyan	0.000000
Maksimum	0.217108
Minimum	-0.199785
Standart Sapma	0.029306
Çarpıklık	0.030474
Basıklık	6.732678
Jarque-Bera	2843.067 <sup>a</sup>

<sup>a</sup> 0.01 düzeyinde anlamlıdır.

<sup>b</sup> 0.05 düzeyinde anlamlıdır.

<sup>c</sup> 0.10 düzeyinde anlamlıdır.

IMKB100 günlük getirilerinin zaman yolu grafiği ise Şekil 1'de gösterilmektedir. Buna göre serinin yaklaşık sıfır ortalama etrafında saçılım gösterdiği, ancak özellikle 1999-2002 yıllarında getirilerdeki oynaklığın arttığı görülmektedir. Dolayısıyla getiri serinin belirli bir ortalama etrafında yaklaşık olarak sabit bir saçılım göstermesi serinin durağan olabileceği hakkında fikir vermektedir.



Şekil 1: IMKB100 Günlük Getirilerinin Zaman Yolu Grafiği

Ancak getiri serisinin durağanlığını net olarak ortaya koymak için seriye birim kök testlerinin uygulanması gerekir. Getiri serisi için 30 gecikmeli korelogram Şekil 2'de çizilmiştir.

Included observations: 4896

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.113	0.113	62.546	0.000
		2	0.010	-0.003	63.004	0.000
		3	-0.010	-0.011	63.515	0.000
		4	0.033	0.036	68.941	0.000
		5	-0.004	-0.012	69.025	0.000
		6	-0.004	-0.003	69.107	0.000
		7	0.003	0.005	69.143	0.000
		8	0.019	0.017	70.834	0.000
		9	0.006	0.003	71.017	0.000
		10	0.046	0.046	81.361	0.000
		11	0.000	-0.011	81.361	0.000
		12	0.029	0.030	85.588	0.000
		13	0.025	0.020	88.582	0.000
		14	-0.002	-0.010	88.594	0.000
		15	0.002	0.005	88.620	0.000
		16	0.001	-0.001	88.626	0.000
		17	-0.015	-0.017	89.675	0.000
		18	-0.021	-0.018	91.744	0.000
		19	-0.004	0.000	91.837	0.000
		20	0.010	0.007	92.375	0.000
		21	0.028	0.027	96.154	0.000
		22	0.008	0.001	96.505	0.000
		23	-0.019	-0.023	98.324	0.000
		24	0.009	0.015	98.765	0.000
		25	0.034	0.030	104.56	0.000
		26	-0.002	-0.010	104.58	0.000
		27	-0.028	-0.024	108.50	0.000
		28	-0.005	0.001	108.65	0.000
		29	0.003	0.001	108.70	0.000
		30	-0.024	-0.024	111.66	0.000

Şekil 2: IMKB100 Günlük Getirilerinin Korelogramı

Şekil 2 ile verilen IMKB100 getirisi zaman serisine ait korelogramda, otokorelasyon (ACF) ve kısmi korelasyon (PACF) katsayılarının birkaçı  $\pm 2/\sqrt{4896} = \pm 0.02858$  aralığının dışında olduğu için getiri serisinin durağan bir yapı gösterdiği sonucuna ulaşılabilir. Buna rağmen serilerin durağanlığının incelenmesinde formel olarak durağanlık testlerinin kullanılması, serilerin durağanlığı hakkında fikir sahibi olunmasında daha faydalı olacaktır.

Tablo 2: İMKB100 Günlük Getiri Serisi için Birim Kök Testleri Sonuçları

BİRİM KÖK TESTLERİ <sup>d</sup>	ADF Testi	ADF-GLS Testi	KPSS Testi	Phillips-Perron Testi	Ng-Perron Testi*			
					MZa	MZt	MSB	MPT
GETİRİ	-62.449 <sup>a</sup>	-47.651 <sup>a</sup>	0.1122	-62.837 <sup>a</sup>	-33.261 <sup>a</sup>	-4.0658 <sup>a</sup>	0.1222	0.7743

<sup>a</sup> 0.01 düzeyinde anlamlıdır.

<sup>b</sup> 0.05 düzeyinde anlamlıdır.

<sup>c</sup> 0.10 düzeyinde anlamlıdır.

<sup>d</sup> ADF, ADF-GLS, Phillips-Perron, Ng-Perron MZa ve MZt birim kök testlerinin hipotezleri aynı iken, KPSS, Ng-Perron MSB ve MPT birim kök testlerinin hipotezleri aynıdır.

\* Ng-Perron Testi dört temel test içermektedir.

Tablo 2’de İMKB100 günlük getiri serisi için kesmeli model uygun olduğu belirlendikten sonra birim kök testleri uygulanmıştır. Artırılmış Dickey-Fuller (ADF) ve ADF-GLS birim kök testleri uygulanırken tahmin edilen modele dahil edilen gecikme sayısı Akaike (AIC) ve Schwarz (SIC) bilgi kriterleri ile Lagrange Çarpınları (LM) testi bir arada değerlendirilerek belirlenmiştir. Buna göre GETİRİ serisi için 0 gecikme alındığında artıklarda serisel korelasyon olmadığı görülmüştür. ADF-GLS, KPSS ve Ng-Perron birim kök testlerinin bir zaman serisine uygulanabilmesi için serilerin deterministik trende veya en azından kesmeye sahip olması gerekir (SEVÜKTEKİN/NARGELEÇEKENLER, 2005:279-312). Buna göre KPSS testinde gecikme uzunluğu  $T^{1/2} \cong 70$  ve Phillips-Perron ile Ng-Perron testlerinde ise gecikme uzunluğu  $T^{1/3} \cong 17$  olarak hesaplanmıştır. İMKB100 getiri serisi için birim kök testleri uygulanırken tahmin edilen modeller trendsiz ve kesmeli model olduğundan beş adet birim kök testi de uygulanabilmiştir. O halde İMKB100 günlük getiri serisi için uygulanan beş tane birim kök testi sonuçlarına göre getiri serisi durağandır.

Bir sonraki aşamada durağan olan İMKB100 getiri serisinin yapısına en uygun model belirlendikten sonra, bu model kullanılarak önraporlama yapılacaktır. Dolayısıyla model tahmininde kullanılacak örneklem dönemi 23/10/1987-30/06/2006 dönemi olacaktır. Yani gerçek verileri mevcut olan 01/07/2006-31/07/2006 dönemi getiri serisi için önraporlamanın doğrulunu değerlendirmek amacıyla kontrol dönemi olarak alınacaktır. Model belirme aşaması Box-Jenkins (1976) metodolojisi temel alınarak oluşturulmaktadır. Model kurulurken zaman serisine ilişkin korelogramın dikkate alınması uygun

modelin seçilmesine yardımcı olmaktadır. Dolayısıyla IMKB100 günlük getiri serisi için hesaplanan ACF ve PACF kullanılarak oluşturulan korelogram incelendiğinde, kurulması gereken modelin bir ARMA(1,1) olabileceği yargısına varılmaktadır. Çünkü IMKB100 günlük getiri serisine ilişkin ACF ve PACF değerleri benzer yapılar sergilemekte ve her iki otokorelasyon katsayısı da birinci gecikmeden sonra kesilmektedir. Ancak yine de alternatif ARMA model tahminlerinin incelenerek karar verilmesi daha sağlıklı olacaktır.

Tablo 3'te verilen IMKB100 günlük getiri serisi için tahmin edilen alternatif modellere ilişkin sonuçlar; (i) parametrelerin anlamlılığı, (ii) determinasyon katsayısının ( $R^2$ ) yüksek olması, (iii) AIC bilgi kriterinin düşük olması, (iv) SIC bilgi kriterinin düşük olması, (v) hata kareler toplamının (SSE) düşük olması, (vi) olabilirlik oranının (OLB) yüksek olması, (vii) modelin F-istatistiğinin anlamlı olması, (viii) kök ortalama kare hata (RMSE) değerinin küçük olması, (ix) ortalama mutlak hata (MAE) değerinin küçük olması, (x) ortalama mutlak yüzde hata (MAPE) değerinin küçük olması, (xi) Theil'in eşitsizlik katsayısının küçük olması kriterlerine göre değerlendirilmektedir.

Tablo 3'te tahmin edilen modellerin tamamında F-istatistikleri %1 anlamlılık düzeyinde anlamlı bulunmuştur, yani uyumun iyiliği vardır. Bu nedenle bu model seçim kriterinin Tablo 3'e yazılmasına gerek duyulmamıştır. Bunun yanında zaman serileri için tahmin edilen ARMA(p,q) modelleri Box-Jenkins (1976) metodolojisini temel aldığından, modellerin "cimrilik (parsimony)" özelliğine uyması amaçlanmaktadır. Bu nedenle en çok ARMA(4,4) modeli için tahminler yapılmıştır.

Tablo 3 incelendiğinde ARMA(1,1) modeli sadece (iv) kriteri tarafından en iyi seçilmektedir. ARMA(1,2) modeli (i), (viii), (ix) ve (xi) kriterleri tarafından en iyi seçilmektedir. ARMA(2,1) modeli sadece (i) kriteri tarafından en iyi seçilmektedir. ARMA(2,2) modeli sadece (i) kriteri tarafından en iyi seçilmektedir. ARMA(3,1) modeli (i) ve (x) kriterleri tarafından en iyi seçilmektedir. ARMA(3,2) modeli hiçbir kriter tarafından en iyi seçilmemektedir. ARMA(1,3) modeli sadece (i) kriteri tarafından en iyi seçilmektedir. ARMA(2,3) modeli hiçbir kriter tarafından en iyi seçilmemektedir. ARMA(3,3) modeli hiçbir kriter tarafından en iyi seçilmemektedir. ARMA(4,1) modeli hiçbir kriter tarafından en iyi seçilmemektedir. ARMA(4,2) modeli sadece (i) kriteri tarafından en iyi seçilmektedir. ARMA(4,3) modeli (i) ve (iii) kriterleri tarafından en iyi seçilmektedir. ARMA(4,4) modeli (ii) ve (v) kriterleri tarafından en iyi seçilmektedir.

O halede yukarıda tanıtılan model seçim kriterleri bir arada ele alındığında özellikle önraporlama kriterleri açısından IMKB100 günlük getiri serinin yapısına en uygun modelin ARMA(1,2) olduğu ortaya çıkmaktadır.



Dolayısıyla bir sonraki aşamada ARMA(1,2) modeli kullanılarak artıklarda ARCH etkisi olup olmadığı araştırılmalıdır. Nitekim ARMA(1,2) modeli tahmin edildikten sonra modelden elde edilen artıklar kullanılarak

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \dots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2 + v_t \quad (28)$$

yardımcı modeli tahmin edildikten sonra elde edilen  $R^2$  yardımıyla  $LM = (T - p)R^2$  test istatistik değeri hesaplanmıştır. Daha sonra birinci mertbe ARCH testi ile başlanarak gecikme sayısı ardışık olarak artırılmıştır ve bulunan sonuca göre tüm gecikmelerde hesaplanan ARCH testi sonucunda IMKB100 günlük getiri serisinde ARCH etkisinin olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu nedenle Tablo 4’de alternatif ARCH ve GARCH modelleri tahmin sonuçları verilmektedir.

Tablo 3: IMKB100 Günlük Getiri Serisi için Alternatif Model Tahmin Sonuçları

Model	ARMA (1,1)	ARMA (1,2)	ARMA (2,1)	ARMA (2,2)	ARMA (3,1)	ARMA (3,2)	ARMA (1,3)	ARMA (2,3)
$\delta$	0.001713 <sup>a</sup>	0.001712 <sup>a</sup>	0.001774 <sup>a</sup>	0.001719 <sup>a</sup>	0.001719 <sup>a</sup>	0.001720 <sup>a</sup>	0.001712 <sup>a</sup>	0.001719 <sup>a</sup>
$\phi_1$	0.081848	-0.883519 <sup>a</sup>	0.989624 <sup>a</sup>	-0.915370 <sup>a</sup>	-0.745897 <sup>a</sup>	-0.925725 <sup>c</sup>	-0.869769 <sup>a</sup>	-0.877395 <sup>a</sup>
$\phi_2$	-	-	-0.090700 <sup>a</sup>	-0.037748	0.096418 <sup>a</sup>	-0.046750	-	-0.002483
$\phi_3$	-	-	-	-	-0.021715	-0.001496	-	-
$\phi_4$	-	-	-	-	-	-	-	-
$\theta_1$	0.031925	0.999356 <sup>a</sup>	-0.878267 <sup>a</sup>	1.030719 <sup>a</sup>	0.861024 <sup>a</sup>	1.040992 <sup>c</sup>	0.984856 <sup>a</sup>	0.992663 <sup>a</sup>
$\theta_2$	-	0.118324 <sup>a</sup>	-	0.155485	-	0.163266	0.109819 <sup>a</sup>	0.113574
$\theta_3$	-	-	-	-	-	-	-0.008063	-0.007034
$\theta_4$	-	-	-	-	-	-	-	-
$R^2$	0.012865	0.014266	0.013983	0.014505	0.014406	0.014447	0.014323	0.014524
AIC	-4.231806	-4.232815	-4.232394	-4.232514	-4.232292	-4.231923	-4.232463	-4.232123
SIC	-4.227810	-4.227487	-4.227066	-4.225853	-4.225630	-4.223928	-4.225804	-4.224130
SSE	4.140251	4.134378	4.135268	4.133077	4.133145	4.132974	4.134136	4.132996
OLB	10315.91	10319.37	10316.23	10317.52	10314.86	10314.96	10319.51	10317.57
RMSE	0.022312	0.022275	0.022330	0.022292	0.022292	0.022292	0.022299	0.022292
MAE	0.017672	0.017636	0.017688	0.017647	0.017641	0.017644	0.017647	0.017644
MAPE	213.2130	198.9753	212.8632	196.6448	189.4345	193.2061	193.1627	193.2034

Theil's U	0.908831	0.906352	0.909801	0.907395	0.907940	0.907555	0.908230	0.907565
Tablo 3: (DEVAMI)								
Model	ARMA (3,3)	ARMA (4,1)	ARMA (4,2)	ARMA (4,3)	ARMA (1,4)	ARMA (2,4)	ARMA (3,4)	ARMA (4,4)
Parametre								
$\delta$	0.001770 <sup>a</sup>	0.001721 <sup>a</sup>	0.001691 <sup>a</sup>	0.001777 <sup>a</sup>	0.001714 <sup>a</sup>	0.001682 <sup>a</sup>	0.001774 <sup>a</sup>	0.001777 <sup>a</sup>
$\phi_1$	0.154107	-0.224967	-0.859303 <sup>a</sup>	0.003866	-0.076321	-0.828446 <sup>a</sup>	-0.050127	-0.029206
$\phi_2$	0.160969	0.036299	-0.813397 <sup>a</sup>	-0.089404	-	-0.762311 <sup>a</sup>	-0.084721	-0.091777
$\phi_3$	0.420388 <sup>a</sup>	-0.015317	0.096100 <sup>a</sup>	0.811764 <sup>a</sup>	-	-	0.813498 <sup>a</sup>	0.808182 <sup>a</sup>
$\phi_4$	-	0.032157 <sup>b</sup>	0.011372	-0.063965 <sup>a</sup>	-	-	-	-0.039539
$\theta_1$	-0.044720	0.339638	0.975175 <sup>a</sup>	0.110345	0.190890	0.941815 <sup>a</sup>	0.163459 <sup>c</sup>	0.143455
$\theta_2$	-0.171379	-	0.924981 <sup>a</sup>	0.098615	0.019861	0.865531 <sup>a</sup>	0.095021	0.103360
$\theta_3$	-0.457203 <sup>a</sup>	-	-	-0.801168 <sup>a</sup>	-0.012966	0.079947 <sup>a</sup>	-0.802557 <sup>a</sup>	-0.797061 <sup>a</sup>
$\theta_4$	-	-	-	-	0.032371 <sup>b</sup>	0.022540	-0.062223 <sup>a</sup>	-0.023952
$R^2$	0.015768	0.014435	0.016068	0.017600	0.014401	0.015066	0.017395	0.017604
AIC	-4.232853	-4.231706	-4.232954	-4.234100	-4.232132	-4.232262	-4.234097	-4.233694
SIC	-4.223527	-4.223710	-4.223625	-4.223440	-4.224140	-4.222937	-4.223438	-4.221701
SSE	4.127435	4.133019	4.126171	4.119750	4.133810	4.130727	4.120612	4.119732
OLB	10318.23	10312.32	10316.36	10320.15	10319.71	10318.91	10322.26	10320.16
RMSE	0.022558	0.022429	0.022533	0.022579	0.022437	0.022445	0.022585	0.022580
MAE	0.017842	0.017765	0.017892	0.017914	0.017772	0.017787	0.017886	0.017911
MAPE	236.5522	236.3334	356.6593	342.3674	240.2630	322.6832	328.4683	337.9936
Theil's U	0.925591	0.914429	0.907701	0.908928	0.915223	0.914291	0.911649	0.909438

<sup>a</sup> 0.01 düzeyinde anlamlıdır, <sup>b</sup> 0.05 düzeyinde anlamlıdır, <sup>c</sup> 0.10 düzeyinde anlamlıdır.

Tablo 4: IMKB100 Getiri Serisi için Alternatif Volatilite Modelleri Tahmin Sonuçları

Model	ARCH (p=1, q=0)	ARCH (p=2, q=0)	ARCH (p=3, q=0)	ARCH (p=4, q=0)	GARCH (p=1, q=1)	GARCH (p=2, q=1)	GARCH (p=1, q=2)	GARCH (p=2, q=2)
Parametre								
$\delta$	0.001417 <sup>a</sup>	0.001768 <sup>a</sup>	0.001764 <sup>a</sup>	0.001747 <sup>a</sup>	0.001862 <sup>a</sup>	0.001568 <sup>a</sup>	0.001654 <sup>a</sup>	0.001663 <sup>a</sup>
$\phi_1$	-0.513559	-0.558316	-0.574609	-0.629427	0.069740	0.393606	0.187374	-0.831039 <sup>a</sup>
$\theta_1$	0.660524	0.688356	0.710714	0.763672	0.051124	-0.273643	-0.074028	0.947936 <sup>a</sup>
$\theta_2$	0.090478 <sup>a</sup>	0.071623	0.076679	0.000389	0.010093	-0.043626	-0.020697	0.102035 <sup>a</sup>
$\alpha_0$	0.000601 <sup>a</sup>	0.000475 <sup>a</sup>	0.000417 <sup>a</sup>	0.225105 <sup>a</sup>	3.72E-05 <sup>a</sup>	2.28E-05 <sup>a</sup>	4.36E-05 <sup>a</sup>	5.18E-05 <sup>a</sup>

$\alpha_1$	0.299122 <sup>a</sup>	0.255877 <sup>a</sup>	0.230509 <sup>a</sup>	0.159811 <sup>a</sup>	0.133919 <sup>a</sup>	0.190369 <sup>a</sup>	0.175627 <sup>a</sup>	0.147469 <sup>a</sup>
$\alpha_2$	-	0.205458 <sup>a</sup>	0.177147 <sup>a</sup>	0.097526 <sup>a</sup>	-	-0.072624 <sup>a</sup>	-	0.103405 <sup>a</sup>
$\alpha_3$	-	-	0.126672 <sup>a</sup>	0.080429 <sup>a</sup>	-	-	-	-
$\alpha_4$	-	-	-	0.000389 <sup>a</sup>	-	-	-	-
$\beta_1$	-	-	-	-	0.831823 <sup>a</sup>	0.858427 <sup>a</sup>	0.470001 <sup>a</sup>	-0.101334 <sup>a</sup>
$\beta_2$	-	-	-	-	-	-	0.309142 <sup>a</sup>	0.802146 <sup>a</sup>
$\beta_3$	-	-	-	-	-	-	-	-
R <sup>2</sup>	0.012295	0.012317	0.011994	0.012150	0.012765	0.012681	0.012728	0.013433
AIC	-4.319728	-4.361433	-4.376950	-4.385057	-4.424361	-4.427956	-4.426548	-4.428967
SIC	-4.311736	-4.352110	-4.366295	-4.373070	-4.415038	-4.417301	-4.415893	-4.416980
SSE	4.142643	4.142550	4.143907	4.143251	4.140670	4.141022	4.140825	4.137871
OLB	10533.18	10635.81	10674.63	10695.38	10789.17	10798.93	10795.50	10802.39
RMSE	0.022299	0.022300	0.022291	0.022295	0.022287	0.022315	0.022326	0.022318
MAE	0.017607	0.017666	0.017660	0.017659	0.017695	0.017639	0.017660	0.017658
MAPE	196.4288	205.3923	204.6752	204.3015	232.6725	198.3640	199.5073	200.6620
Theil's U	0.916678	0.906314	0.905683	0.906520	0.901193	0.914087	0.912462	0.911205

Tablo 4: (DEVAMI)

Model	GARCH	GARCH	GARCH	GARCH	GARCH	GARCH	GARCH	GARCH
Parametre	(p=1, q=3)	(p=3, q=1)	(p=4, q=1)	(p=1, q=4)	(p=2, q=3)	(p=3, q=2)	(p=3, q=3)	(p=4, q=4)
$\delta$	0.001655 <sup>a</sup>	0.001807 <sup>a</sup>	0.001658 <sup>a</sup>	0.001595 <sup>a</sup>	0.001680 <sup>a</sup>	0.001617 <sup>a</sup>	0.001686 <sup>a</sup>	0.001668 <sup>a</sup>
$\phi_1$	0.092614	0.069953	-0.423735	0.583994 <sup>a</sup>	0.064921	-0.025270	0.046748	0.055560
$\theta_1$	0.008151	0.067323	0.515697	-0.495942 <sup>h</sup>	0.051062	0.141041	0.068069	0.056820
$\theta_2$	-0.007411	0.030305	0.019633	-0.033434	-0.009868	-0.002014	-0.009825	-0.013064
$\alpha_0$	3.97E-05 <sup>a</sup>	1.91E-05 <sup>a</sup>	1.60E-05 <sup>a</sup>	3.58E-05 <sup>a</sup>	3.54E-05 <sup>b</sup>	3.93E-05 <sup>a</sup>	3.06E-05 <sup>a</sup>	2.41E-05 <sup>a</sup>
$\alpha_1$	0.185431 <sup>a</sup>	0.190514 <sup>a</sup>	0.156577 <sup>a</sup>	0.200313 <sup>a</sup>	0.162109 <sup>a</sup>	0.182675 <sup>a</sup>	0.168550 <sup>a</sup>	0.181098 <sup>a</sup>
$\alpha_2$	-	-0.031154	-0.027902	-	0.008703	0.085246 <sup>a</sup>	0.037566	0.042676
$\alpha_3$	-	-0.057810 <sup>a</sup>	-0.020595	-	-	-0.059831 <sup>a</sup>	-0.044018	-0.014862
$\alpha_4$	-	-	-0.024166	-	-	-	-	-0.053413 <sup>a</sup>
$\beta_1$	0.495044 <sup>a</sup>	0.882625 <sup>a</sup>	0.899346 <sup>a</sup>	0.371922 <sup>a</sup>	0.559262	-0.083289 <sup>a</sup>	0.444364 <sup>c</sup>	0.404603 <sup>a</sup>
$\beta_2$	0.086842	-	-	0.160026 <sup>a</sup>	0.055159	0.838182 <sup>a</sup>	0.166816	0.095424
$\beta_3$	0.194335 <sup>a</sup>	-	-	-0.127374 <sup>h</sup>	0.179825	-	0.196974	0.126940
$\beta_4$	-	-	-	0.360155 <sup>a</sup>	-	-	-	0.194662 <sup>h</sup>
R <sup>2</sup>	0.012634	0.011673	0.010867	0.012075	0.012666	0.012574	0.012609	0.012533
AIC	-4.427613	-4.428866	-4.430459	-4.431555	-4.427808	-4.430825	-4.428569	-4.432332
SIC	-4.415626	-4.416879	-4.417140	-4.418236	-4.414489	-4.417506	-4.413918	-4.415017

SSE	4.141219	4.145251	4.148630	4.143564	4.141088	4.141471	4.141328	4.141646
OLB	10799.09	10802.15	10807.03	10809.70	10800.57	10807.92	10803.42	10814.59
RMSE	0.022342	0.022239	0.022355	0.022344	0.022326	0.022330	0.022330	0.022337
MAE	0.017671	0.017672	0.017660	0.017675	0.017662	0.017650	0.017664	0.017662
MAPE	201.1341	250.9969	181.7133	221.1645	197.9049	191.2948	196.0067	192.1190
Theil's U	0.913829	0.897664	0.915773	0.914208	0.911628	0.914251	0.911853	0.913195

<sup>a</sup> 0.01 düzeyinde anlamlıdır, <sup>b</sup> 0.05 düzeyinde anlamlıdır, <sup>c</sup> 0.10 düzeyinde anlamlıdır.

Tablo 4'te tahmin edilen modeller 23/10/1987-30/06/2006 yılları arasında kapsarken, Tablo 4'ün son dört satırında verilen önraporlama doğruluk kriterleri 01/07/2006-031/07/2006 dönemi için elde edilmiştir. Yani 01/07/2006-031/07/2006 dönemi için gerçek değerler olduğundan yapılan önraporlama bir ex post önraporlamadır. Tablo 4 ile verilen değişen varyans modelleri incelendiğinde ARCH ve GARCH modeli parametre kısıtlarını yerine getiren modeller ele alınmalıdır. Tablo 4'te GARCH(2,1), GARCH(2,2), GARCH(3,1), GARCH(4,1), GARCH(1,4), GARCH(3,2), GARCH(3,3), ve GARCH(4,4) modelleri parametrelerin negatif olmama kısıtlarını yerine getirmediği için uygun model olarak seçilemezler (NARGELEÇEKENLER, 2004:171-173). Bu nedenle IMKB100 günlük getirilerine uygun olan modelin seçimi yapılırken geriye kalan modeller arasından bir seçim yapılacaktır.

ARCH(1) modeli model değerlendirme kriterlerinden (i), (ix) ve (x) kriterleri tarafından en iyi seçilmektedir. ARCH(2) modeli sadece (i) kriteri tarafından en iyi seçilmektedir. ARCH(3) modeli sadece (i) kriteri tarafından en iyi seçilmektedir. ARCH(4) modeli sadece (i) kriteri tarafından en iyi seçilmektedir. GARCH(1,1) modeli (i), (ii), (v), (viii) ve (xi) kriterleri tarafından en iyi seçilmektedir. GARCH(1,2) modeli (i) ve (iv) kriterleri tarafından en iyi seçilmektedir. GARCH(1,3) modeli sadece (i) kriteri tarafından en iyi seçilmektedir. GARCH(2,3) modeli (iii) ve (vi) kriterleri tarafından en iyi seçilmektedir.

Dolayısıyla model değerlendirme kriterleri genel olarak ele alındığında GARCH(1,1) modelinin IMKB100 getiri serisine en uygun model olduğu sonucuna ulaşılmaktadır. Tahmin edilen GARCH(1,1) modeli sonucunda IMKB100 getiri serisindeki ARCH etkisinin ortadan kalktığını desteklemek için yeniden ARCH-LM testi uygulanmış ve tüm gecikmelerde artıklardaki ARCH etkisinin ortadan kalktığı görülmüştür. Akgiray (1989), Pagan ve Schwert (1990), Brailsford ve Faff (1996), Brooks (1998) ve Gökçe (2001) gibi çalışmalarda da bulunduğu gibi Menkul Kıymetler Borsası söz konusu olduğunda uygun model GARCH(1,1) veya en azında GARCH(p,q) model sınıfına ait bir modeldir.

#### 4. SONUÇ

Özellikle yüksek frekanslı günlük finansal verileri modelleme başarısı nedeniyle birçok araştırmacı tarafından büyük ilgi gören ARCH ve GARCH modelleri değişen varyansın sadece yatay kesit verisi problemi olmadığını aynı zamanda bir zaman serisi verisi problemi olduğunu göstermektedir.

Çalışmada, IMKB100 getiri serisi için öncelikle zaman serisi özellikleri incelenmiştir. Zaman serisinin durağanlık araştırması için birim kök testleri kullanılarak, testlerin sonucunda getiri serisinin yapısında birim kök olmadığı görülmüştür. Daha sonra alternatif modeller içerisinde serinin yapısına uygun olduğu düşünülen ARMA(1,2) modeli belirlenmiştir. Burada alternatif modeller içerisinde en iyi model seçilirken modellerin önraporlama performansları da göz önüne alınmıştır. Tahmin edilen ARMA(1,2) artıkları için hesaplanan ARCH-LM testi sonucunda artıkların ARCH etkisine sahip olmadığını gösteren boş hipotez red edilmiştir. Yani IMKB100 getiri serisinde bir ARCH etkisi olduğu bulunmuştur. Bu nedenle getiri serisine ilişkin alternatif koşullu değişen varyans modelleri tahmin edilerek en iyi model belirlenmeye çalışılmıştır. Tüm model tahmin sonuçları içerisinde değerlendirme kriterleri sonucunda GARCH(1,1) modelinin IMKB100 günlük getiri serisine en uygun model olduğuna karar verilmiştir. Burada yine en iyi model seçilirken tahmin edilen koşullu değişen varyans modellerinin önraporlama performansları da ele alınmıştır. Dolayısıyla IMKB100 günlük getiri serisi için GARCH(1,1) modelinin tahmin edilmesi sonunda modelde daha önce görülen ARCH etkisi arındırılmıştır. Böylece IMKB100 günlük getirisindeki volatilitéyi tahmin etmek ve önraporlamak için kullanılan GARCH(1,1) modelinin literatürde menkul kıymet borsaları üzerine yapılan çalışmaları da desteklediği görülmüştür.

#### Kaynakça

- AKGIRAY, Vedat (1989), "Conditional Heteroscedasticity in Time Series of Stock Returns: Evidence and Forecasts," *The Journal of Business*, 62/1: 55-80.
- ANDERSON, T. G./BOLLERSLEV, T. (1998), "Answering the Skeptics: Yes, Standart Volatility Models Do Provide Accurate Forecasts," *International Economic Review*, 39: 885-905.
- BHARGAVA, A. (1986), "On The Theory of Testing for Unit Roots in Observed Time Series," *Review of Economic Studies*, 53: 369-384.
- BOLLERSLEV, Tim (1986), "Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity," *Journal of Econometrics*, 31: 307-327.
- BOLLERSLEV, Tim (1990), "Modeling the Coherence in Short-Run Nominal Exchange Rates: A Multivariate Generalized ARCH Models," *The Review of Economics and Statistics*: 542-547.
- BOX, George E.P./JENKINS, Gwilym M. (1976), *Time Series Analysis Forecasting and Control* (San Francisco Holden-Day).

- BRAILS FORD, T. J./FAFF, R. W. (1996), "An Evaluation of Volatility Forecasting Technique," *Journal of Banking and Finance*, 20: 419-438.
- BROOKS, C. (1998), "Predicting Stock Index Volatility: Can Market Volume Help?," *Journal of Forecasting*, 17: 59-80.
- CAO, C. Q./TSAY, R. S. (1992), "Nonlinear Time Series Analysis of Stock Volatilities," *Journal of Applied Econometrics*, 7: 165-185.
- DICKEY, D. A./FULLER, W. A. (1979), "Distribution of the Estimator for Autoregressive Time Series with a Unit Root," *Journal of the American Statistical Association*, 74: 427-431.
- DICKEY, D. A./FULLER, W. A. (1981), "Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with a Unit Root," *Econometrica*, 49: 1057-1072.
- ELLIOT, G./ROTHENBERG, T. J./STOCK, J. H. (1996), "Efficient Tests for an Autoregressive Unit Root," *Econometrica*, 64: 813-836.
- ENGLE, Robert F. (1982), "Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation," *Econometrica*, 50: 987-1007.
- ENGLE, R.F. (1993), "Statistical Models for Financial Volatility," *Financial Analysts Journal*, 49 (1): 72-78.
- GREENE, William H. (1993), *Econometric Analysis* (New York: Macmillan Publishing Co.).
- GÖKÇE, Atila (2001), "İstanbul Menkul Kıymetler Borsası Getirilerindeki Volatilitenin ARCH Teknikleri ile Ölçülmesi," *Gazi Üniversitesi İİBF Dergisi*, 3: 1.
- HAMILTON, James D. (1994), *Time Series Analysis* (Princeton: Princeton University Press).
- HARRIS R./SOLLIS, R. (2003), *Applied Time Series Modelling and Forecasting*, (England: John Wiley Sons).
- HARVEY, Andrew C. (1991), *The Econometric Analysis of Time Series* (Cambridge: The MIT Press).
- KWIATKOWSKI, D./PHILLIPS, P. C. B./SCHMIDT, P./SHIN, Y. (1992), "Testing the Null Hypothesis of Stationarity Against the Alternative of A Unit Root," *Journal of Econometrics*, 54: 159-178.
- MEADE, N. (2002), "A Comparison of the Accuracy of Short Term Foreign Exchange Forecasting Methods," *International Journal of Forecasting*, 1: 67-83.
- MILLS, Terence C. (1999), *The Econometric Modeling of Financial Time Series* (Cambridge: Cambridge University Press).
- NARGELEÇEKENLER, M. (2004), "Euro Kuru Satış Değerindeki Volatilitenin ARCH ve GARCH Modelleri ile Tahmini," *İstanbul Üniversitesi İktisat Fakültesi Mecmuası*, 54/2: 156-179.
- NG, Serena/PERRON, P. (1995), "Unit Root Tests in ARMA Models with Data-Dependent Methods for the Selection of the Truncation Lag," *Journal of the American Statistical Association*, 90: 268-281.
- NG, Serena/PERRON, P. (2001), "Lag Length Selection and the Construction of Unit Root Tests with Good Size and Power," *Econometrica*, 69: 1519-1554.
- PAGAN A./SCHWERT, G. W. (1990), "Alternative Models for Conditional Stock Volatilities," *Journal of Econometrics*, 45: 267-290.
- PERRON, P./NG, Serena (1996), "Useful Modifications to Some Unit Root Tests with Dependent Errors and Their Local Asymptotic Properties," *The Review of Economic Studies*, July 1996, 63: 435-463.
- PHILLIPS, P. C. B./PERRON, P. (1988), "Testing for Unit Roots in Time Series Regression," *Biometrika*, 75: 335-346.
- SCHWERT, G. William (1989), "Tests for Unit Roots: A Monte Carlo Investigation," *Journal of Business and Economic Statistics*, 7: 147-160.
- SCHWERT, G. William (1990), "Stock Market Volatility," *Financial Analyst Journal*, 46: 23-34.

SEVÜKTEKİN, M./NARGELEÇEKENLER, M. (2005), *Zaman Serileri Analizi* (Ankara: Nobel Yayın Dağıtım).

YU, Jun (2002), "Forecasting Volatilitiy in the New Zealand Stock Market," *Applied Financial Economics*, 12: 193-202.