



A mathematical model for coverage path planning problem for disjoint areas with unmanned aerial vehicles

Melike Kübra Ekiz Bozdemir*^{ID}, Nilgün Fırlalı^{ID}

Department of Industrial Engineering, Faculty Engineering, Kocaeli University, 41380, Kocaeli, Turkey

Highlights:

- Defining Coverage Path Planning (CPP) and CPP for disjoint areas (TSP-CPP)
- Solution of CPP for disjoint rectangular areas with the mathematical model
- Coverage disjoint areas with homogeneous UAVs

Keywords:

- Unmanned aerial vehicles
- Coverage path planning
- Multiple disjoint areas
- Homogeneous UAVs

Article Info:

Research Article

Received: 20.03.2024

Accepted: 23.12.2024

DOI:

10.17341/gazimmfd.1456025

Acknowledgement:

We would like to thank Prof. Dr. İsmail Karaoğlu for his contributions and guidance within the scope of the study.

Correspondence:

Author: Melike Kübra Ekiz Bozdemir

e-mail:

melike.ekiz@kocaeli.edu.tr

phone: +90 262 303 3319

Graphical/Tabular Abstract

Today, Unmanned Aerial Vehicles (UAVs) are increasingly utilized in various fields such as search and rescue missions, agriculture, security, and surveillance due to their compact size, cost-effectiveness, and versatile nature. Coverage Path Planning (CPP) is a crucial problem in UAV applications, primarily involving the planning of paths to cover specific areas efficiently. While numerous studies in the literature have concentrated on covering singular areas, the consideration of disjoint areas, which called TSP-CPP in the literature, remains relatively scarce. This study addresses covering discrete rectangular areas using a homogeneous fleet of UAVs considering battery capacity. To simplify and address the problem, we transform it into the Generalized Traveling Salesman Problem (GTSP), a well-studied and acknowledged problem. We propose an efficient mathematical model with the objective function minimize the total distance. We define eight entry and exit based on the corner points of areas, forming eight different patterns with either single or double search strips. Each area is considered as a cluster, and each pattern is regarded as a node. The solutions to test problems with 5 and 10 rectangles are illustrated in Figure A. In (a), two homogeneous UAVs move from the base station and cover 5 disjoint rectangles, (b) depicts the covering results for 10 rectangles.

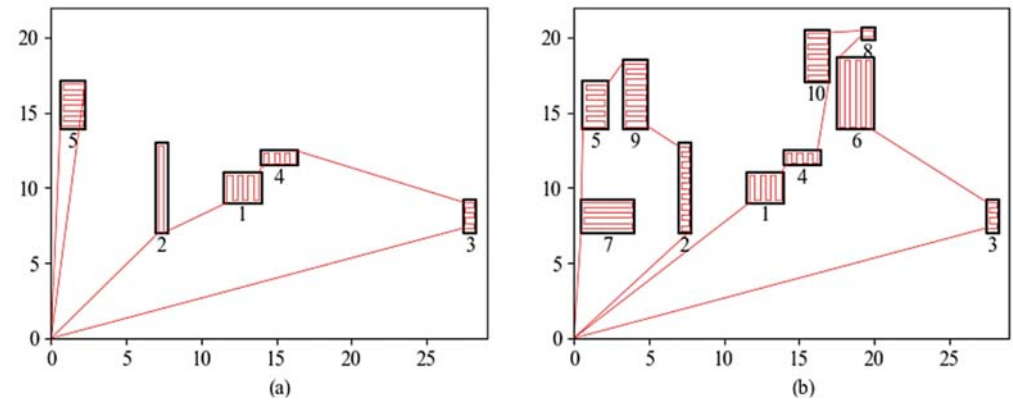


Figure A. Sample drawings of the test problem with 5 and 10 rectangles

Purpose: The aim of this study is to minimize the total distance of TSP-CPP with homogeneous UAV fleet, taking into account the battery capacity.

Theory and Methods: Firstly, we define eight entry and exit based on the corner points of areas and create eight different patterns with either single or double search strips. Secondly, we transform TSP-CPP to GTSP and propose an efficient mathematical model with the objective function minimize the total distance. Here, each area is considered as a cluster, and each pattern is regarded as a node.

Results: The test problems, we created with 5, 10, 20, 30, 40 and 50 rectangles, 0.25 and 0.35 track spacing and 150 and 200 battery capacities, were solved with the proposed efficient mathematical model with maximum solution time of 7200 seconds.

Conclusion: In this study, we transformed the TSP-CPP into GTSP, evaluating the problem as a whole, expressing it in a simpler form, therefore we propose an effective model for its solution.



İnsansız hava araçları ile ayırık alanlı alan tarama probleminin matematiksel model ile çözümü

Melike Kübra Ekiz Bozdemir*, Nilgün Fırlalı

Kocaeli Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, 41380, İzmit, Kocaeli, Türkiye

Ö N E Ç I K A N L A R

- Alan tarama ve ayırık alanlar için alan tarama problemlerinin tanıtılması
- Matematiksel model ile birbirinden ayrık olarak konumlanmış dörtgen alanların taranması
- Batarya kapasitesi dikkate alınmış homojen İHA filosu ile alanların taranması

Makale Bilgileri

Araştırma Makalesi

Geliş: 20.03.2024

Kabul: 23.12.2024

DOI:

10.17341/gazimmfd.1456025

Anahtar Kelimeler:

İnsansız hava araçları,
alan tarama problemi,
çoklu ayırık alan,
homojen İHA filosu

ÖZ

Günümüzde İnsansız Hava Araçları (İHA'lar), küçük boyutları, düşük maliyetleri ve güçlü uyarılana bilirlilikleri nedeniyle arama kurtarma çalışmalarında, tarım, güvenlik ve gözetleme uygulamalarında giderek daha çok kullanılmaktadır. İHA uygulamaları için önemli bir problem olan Alan Tarama Problemi (ATP, Coverage Path Planning-CPP), en temel hali ile belirli bir alanı tarayan bir yol planlaması yapmak olarak tanımlanabilir. Literatürde tek bir alanın taranmasına yönelik çalışmalar oldukça fazla iken birbirinden ayırık alanları dikkate alan çalışma sayısı oldukça azdır. Bu çalışmada batarya kapasitesi dikkate alınan homojen İHA filosu ile ayırık dörtgen alanların taranması problemi ele alınmış ve çözümü için etkin bir matematiksel model önerilmiştir. Ele alınan probleme ait test problemleri farklı iz aralıkları ve batarya kapasiteleri kullanılarak oluşturulmuş, önerilen model ile çözülmüş ve sonuçlar yorumlanmıştır.

A mathematical model for coverage path planning problem for disjoint areas with unmanned aerial vehicles

H I G H L I G H T S

- Defining Coverage Path Planning (CPP) and CPP for disjoint areas (TSP-CPP)
- Solution of CPP for disjoint rectangular areas with the mathematical model
- Coverage disjoint areas with homogeneous UAVs

Article Info

Research Article

Received: 20.03.2024

Accepted: 23.12.2024

DOI:

10.17341/gazimmfd.1456025

Keywords:

Unmanned aerial vehicles,
coverage path planning,
multiple disjoint areas,
homogeneous UAVs

ABSTRACT

Today, Unmanned Aerial Vehicles (UAVs) are increasingly used in search and rescue, agriculture, security and surveillance problem due to their small size, low cost and strong adaptability. Coverage Path Problem (CPP), which is an important problem for UAV applications, basically can be defined finding a path that covers the entire area of interest. In the literature, there are many studies on coverage a single area while there are very few studies on CPP for disjoint areas. In this study, the problem of coverage discrete rectangular areas with a homogeneous UAV fleet, whose battery capacity is taken into account, is discussed and an efficient mathematical model is proposed to solve it. Test examples of the CPP for disjoint areas were created using different trace spacing and battery capacity, were solved with the proposed model and the results were interpreted.

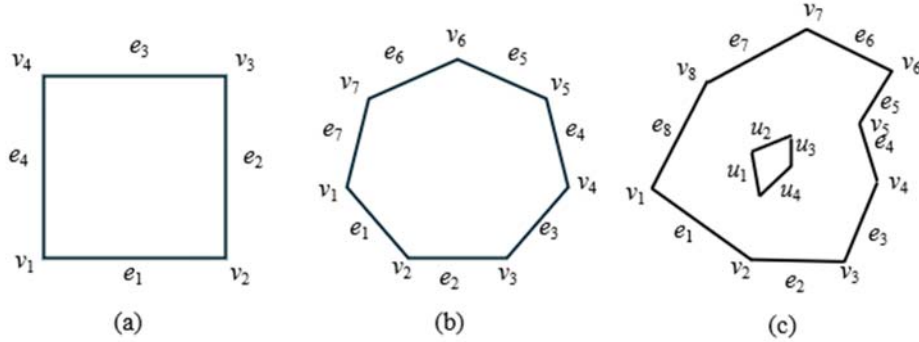
1. Giriş (Introduction)

İnsansız Hava Araçları (İHA) bir diğer ifade ile dronlar, içerisinde pilot bulundurmeyen, genellikle yerdeki bir pilot tarafından veya akıllı sistemler ile uzaktan kontrol edilebilen hava araçlarıdır. Son yıllarda teknolojinin ilerlemesiyle birlikte İHA'lar her geçen gün gelişmekte ve başlangıçta istihbarat toplama, sınır kontrolü, düşman tespiti, mühimmat taşınması vb. askeri faaliyetlerde kullanılırken zaman içerisinde çeşitli sivil uygulamalarda da kullanılmaya başlanmıştır [1, 2]. Chung vd. [3] İHA'ların çalışma alanlarını inşaat ve altyapı, tarım, ulaşım ve lojistik, güvenlik ve afet yönetimi, eğlence ve medya, genel uygulamalar ve diğer uygulamalar olarak ayırmıştır. Otto vd. [4] ise çalışma alanlarını alan tarama, arama işlemleri, rotalama (routing-path planning), veri toplama ve iletişim bağlantıları olarak sınıflandırmıştır. Bu çalışma alanlarından biri rotalama probleminde İHA'nın ziyaret edeceği noktalar düğüm olarak ele alınmış [5] ve problem genellikle Araç Rotalama Problemi (ARP) ve varyasyonlarına dönüştürülmüştür [6]. Çalışma alanlarından bir diğeri olan Alan Tarama Problemi (ATP, *Coverage Path Planning*) en temel hali ile belirli bir alanın her noktasını tarayan en düşük maliyetli yolu bulmak olarak tanımlanmaktadır. Diğer bir ifade ile İHA'nın çalışma alanı içerisinde başlangıç konumundan son konumuna giderken belirli bir hedef ve bir dizi kısıtlamayı gerçekleştirmek şartı ile tarama yönünü hesaplamak ve hareket planlamasını yapmak olarak tanımlanabilir [7]. Problemin amaç fonksiyonu maliyeti, mesafeyi, süreyi [8, 9], dönüş sayısını [10, 11], enerji tüketimini [12] en aza indirmek olabileceği gibi İHA'ların dengeli yüklenmesi veya kapasitelerinin maksimum şekilde kullanılması da olabilmektedir. Problem kapsamında taranması istenilen alanlar dörtgen, kare, konveks veya konkav çokgen olabilmekte ve genellikle zikzak, döngüsel, zamboni ve hibrit desenler ile taranmaktadır. Şekil 1'de taranması hedeflenen farklı alanlara ait görseller yer alırken Şekil 2'de ise ilgili alanları taramak için belirlenen tarama desenlerine örnekler verilmiştir.

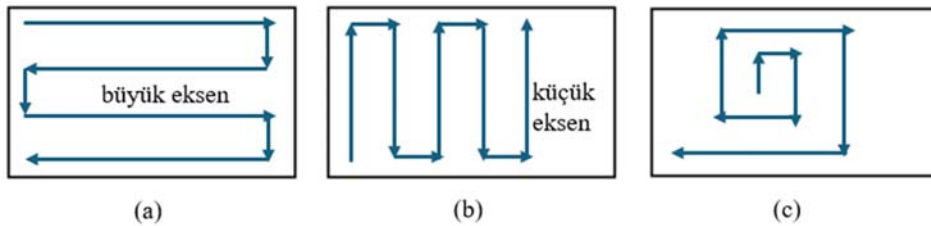
ATP'nin en popüler uygulama alanları arasında; tarımsal kimyasalların püskürtülmesi [14], hassas tarım uygulamaları [15], yaban hayatı gözetleme [16] ve haritalama [17] gibi uygulamalar yer almaktadır. Bunun yanı sıra afet veya deprem sonrası değerlendirme [18, 19] ve yeniden yapılandırma uygulamaları [20], arındırılmış radyoaktif toprak analizi [21], arama ve kurtarma çalışmaları [8, 22] gibi güvenlik ve afet uygulamaları da ATP kapsamında ele alınan problemlerdir.

Tek bir alanın veya tek bir alanın ayrıştırma teknikleri ile alt alanlara ayrılması sonucunda tek veya çoklu İHA ile taranması üzerine literatürde çok sayıda çalışma bulunmaktadır [23]. Fakat birbirinden ayrı alanlarda konumlanmış birden fazla alanın tek veya çoklu İHA ile taranması üzerine literatürde az çalışmaya rastlanmaktadır. Özetle, rotalama probleminde İHA'nın ziyaret edeceği noktaların yol planlaması yapılırken, ATP'de tarama yönünün belirlenmesi ve yol planlamasının yapılması problemleri ile karşılaşmakta, ayrık alanlı ATP'de ise bu problemlerin yanı sıra alanlar arasındaki yol güzergâhının ve tarama için uğranılacak alanların giriş ve çıkış noktalarının belirlenmesi problemleri ile de karşı karşıya kalmaktadır. Literatüre bakıldığında ayrık alanlı ATP'nin çözümü için önerilen yöntemlerde, genelde problem iki aşamaya ayrılmıştır. Bunlar; alanların İHA'lara görev tahsisi ile dağıtılması ve daha sonrasında ise yol planlamasının yapılmasıdır. ATP'nin en temel halinin NP-zor olduğu bilindiğinden ayrık alanlı ATP'nin de NP-zor olduğu söylenebilir [24-27]. Bundan dolayı problemin çözümü için literatürde daha çok problem dönüşümleri, sezgisel ve meta-sezgisel yöntemler tercih edilmiştir.

Bu çalışmada ise ayrık dörtgen alanların taranmasında batarya kapasitesi dikkate alınan homojen İHA filosu ile zikzak tarama deseni kullanılmış ve problem formülasyonu, literatürde oldukça fazla çalışılmış olan Genelleştirilmiş Gezgin Satıcı Problemine (GGSP) dönüştürülmüştür. Böylelikle problem, literatürdeki çalışmaların



Şekil 1. ATP için farklı örnek alanlar: (a) dikdörtgen, (b) dışbükey çokgen, (c) uçuşa yasak bölgelere sahip içbükey çokgen [13]
(Different sample areas for CPP: (a) rectangular, (b) convex polygon, (c) concave polygon with no-fly zones)



Şekil 2. Basit tarama desenleri: (a) zikzak (ana eksen), (b) zikzak (küçük eksen), (c) spiral [13]
(Simple scanning patterns: (a) zigzag (major axis), (b) zigzag (minor axis), (c) spiral)

aksine görev tahsisi ve yol planlaması olarak iki aşamaya ayırmamış ve bir bütün olarak değerlendirilmiştir. Dahası, bu dönüşüm ile problem varsayımlar yapılarak ayrı iki problem olarak değerlendirilmemiş ve özellikleri korunmuştur. Ayrıca problemin literatürde oldukça çalışılmış ve kabul görmüş GGSP'ye dönüştürülmesi ile problem daha kolay ifade edilmiştir. Böylelikle problemin çözümü için etkin bir matematiksel model önerilmiştir. Son olarak farklı iz aralıkları ve İHA batarya kapasiteleri için test problemleri oluşturulmuş ve sonuçları sunulmuştur.

Çalışma şu şekilde ilerlemektedir. Bölüm 2'de ayrık alanlı ATP'ye ait literatür taraması sunulmuştur. Bölüm 3'te ise ayrık alanlı ATP'nin tanımı yapılmış, GGSP, önerilen matematiksel modele ve problem dönüşümüne yer verilmiştir. Bölüm 4'te oluşturulan test problemleri ve çözümleri son olarak Bölüm 5'te ise yorumlar sunulmuştur.

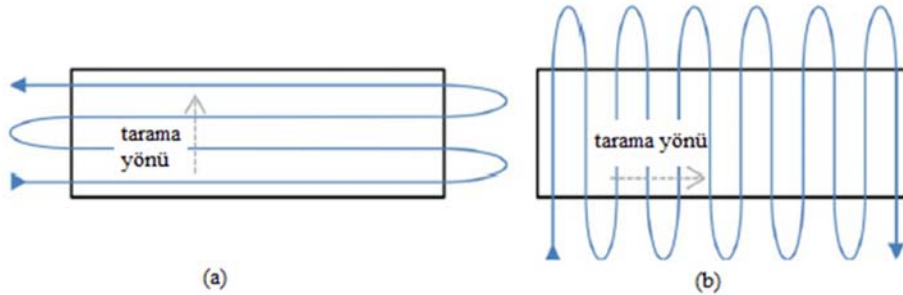
2. Literatür Taraması (Literature Review)

Ayrık alanlı ATP en basit hali ile sabit bir istasyondan hareket eden bir İHA'nın birden fazla alana bir kere uğrayarak belirli bir desen ile taraması olarak tanımlanabilir. ATP'de tarama yönünün belirlenmesi ve yol planlamasının yapılması problemleri mevcut iken ayrık alanlı ATP'de bu problemlerin yanı sıra alanlar arası geçiş güzergahının belirlenmesi problemi de ortaya çıkmaktadır. Bundan dolayı literatürde ayrık alanlı ATP'nin GSP ve ATP'nin birleşiminden oluştuğu ifade edilmiş ve problem GSP-ATP olarak da adlandırılmıştır [28]. Fakat ayrık alanlı ATP, bu iki problemin doğrudan genişletilmesi ile çözülememektedir. Bunun temel nedeni ise hem alan ziyaret sırasını hem de alan içi kapsama yollarını etkileyen giriş-çıkış noktalarının belirlenmesinin her iki problemde de dikkate alınmamasıdır [29]. Çalışmanın bu bölümünde ayrık alanlı ATP için literatür taraması yer almaktadır.

Ng ve Sancho [30] bölgesel gözetleme problemi için birden fazla dörtgen alanın zikzak desen ile taranması durumunda alanlar arası geçişte 8 farklı giriş ve çıkış noktasının olduğunu ifade etmiş, problemin çözümü için Dinamik Programla (DP) formülasyonundan yararlanmıştır. Karasakal [31] ise 8 farklı giriş ve çıkış noktasından İHA'nın tarama genişliğine göre sonsuz sayıda desen oluşabileceğini ifade etmiş, çalışmada tarama genişliğini 0,25 ve 0,35 olarak belirlemiş ve gözetleme problemi için minimum ve maximum olmak üzere dört indisli iki matematiksel model önermiştir. Xie vd. [32] ise ayrık alanlı ATP için ızgara ve DP tabanlı iki yaklaşım önermiştir. İlk yaklaşımda alanlar ızgaralara ayrılmış, her bir ızgara bir düğüm olarak tanımlanmış ve problem GSP'ye dönüştürülmüştür. İkinci yaklaşımda ise en uygun alan içi deseni bulmak için önceki ve sonraki noktaları dikkate alan DP yaklaşımı benimsenmiştir. [33], [32] çalışmasını geliştirerek alan içi taramasında DP tabanlı yaklaşım ve alanlar arası geçişte ise Modifiye En Yakın Komşu Algoritmasını kullanmıştır. Chen vd. [34] ayrık alanlı ATP'nin çözümü için Geliştirilmiş Tavlama Benzetimi (TB) algoritması önermiştir. Geliştirilmiş TB, alanlar arası

geçiş rotasını oluşturmak için TB kullanmakta ve zikzak hareketi ile tarama yönünü belirlerken en uzun kenara paralel hareket ile tarama yapmaktadır. Böylelikle minimum dönüş ve minimum genişleme elde edilmektedir. Şekil 3'te ilgili stratejiye ait görseller yer almaktadır. (a) tarama yönünün uzun kenara paralel olması, (b) tarama yönünün kısa kenara paralel olması durumunu ifade etmektedir. (a)'da 6 dönüş, (b)'de ise 22 dönüş oluşmaktadır. Bu yaklaşım literatürde özellikle tek bir alanın taranmasında sıklıkla tercih edilmektedir. Tek bir alanın taranmasında iyi sonuçlar üretebilen bu yaklaşım, alanların giriş-çıkış noktalarının önemli olduğu ayrık alanlı ATP'de bir alanın taranması sonucunda diğer alana geçişte uçuş mesafesini artırabilmektedir.

Choi vd. [35] çoklu homojen İHA filosu ve çoklu çıkış istasyonu ile birden fazla orman yangınının farklı alanlarda meydana geldiği afet yönetimi problemini iki aşamalı algoritma ile çözmüştür. İlk aşamada, minimum dönüş oluşturulacak şekilde alan içi tarama yönü belirlenmiş ve tarama yönü sonucunda dönüş sayısı eşit ise toplam kat edilen yol minimizasyonuna göre tercih yapılmıştır. İkinci aşamasında ise yangınların sıralı bir şekilde ziyareti Çok Depolu Araç Rotalama Problemi (ÇDARP) ile çözülmüştür. Chen vd. [36] ise tarama alanı ve sırasını, bölge içi ve bölgeler arası tarama süresine göre belirlemiştir. Her bir İHA'nın minimum zaman maliyetini maksimize etmeyi amaçlayan karma tam sayılı doğrusal programla modeli önermiştir. Problemin NP-zor olması nedeni ile alan sayısının artması durumunda çözüm zorluğu ile karşılaşılacağı ifade edilmiştir. Yu vd. [37] ise öncelikle dengelenmiş maksimum tamamlanma zamanını minimize etmeyi amaçlayan bir matematiksel model önermiştir. Modelin NP-zor olduğuna değinilmiş ve içerisinde oldukça büyük alanlarında bulunduğu (süper alan) çoklu alanların çoklu İHA'lar ile taranması için iki aşamalı bir sezgisel algoritma önermiştir. Birinci aşamada, her bir İHA'nın görev tamamlama süresinin dengeli olması için tarama görevleri İHA'lara mümkün olduğunca eşit bir şekilde atanmaktadır. İkinci aşamada ise tarama görevinin etkinliğini artırmak için tahsis sonuçlarına dayalı olarak her bir İHA'nın yol planlaması Karınca Kolonisi Algoritması (KKA) ile oluşturulmuştur. Alan içi tarama deseni için kapsayan ağaç algoritması kullanılmıştır. Zuo vd. [38] ise tarama alanı ve tarama zamanı maksimizasyonunu amaçlayan ve yakıt ikmali, duruş süresi gibi bir dizi operasyonel kısıtlamayı içeren alanların çoklu ziyaretine izin veren ATP için 2 aşamalı matematiksel model önermiştir. Chen vd. [39] ilk olarak heterojen kapasiteye sahip her bir İHA için en iyi noktadan noktaya uçuş yolunu sağlamak adına bir matematiksel model önermiştir. Daha sonra, her bir İHA'ya atanan görevlerin zaman tüketimini en aza indirmek ve yaklaşık olarak optimal çözümler aramak için KKA'dan yararlanmıştır. Chen vd. [40] ise [39]'in çalışmalarında olduğu gibi problemi iki aşamaya ayırmıştır. İlk olarak heterojen kapasiteye sahip her bir İHA için uçuş rotasını belirlemek adına bir matematiksel model önerilmiştir. Daha sonra ise yoğunluğa dayalı kümeleme yaklaşımından esinlenerek bölgeler kümeler halinde sınıflandırılmış ve kümeleme tabanlı bir algoritma önerilmiştir. Bu iki çalışmada alanların tarama desenleri, giriş ve çıkış noktaları hakkında bilgilere yer verilmemiştir.



Şekil 3. (a) tarama yönünün uzun kenara paralel olması, (b) tarama yönünün kısa kenara paralel olması [20]
(a) scan direction parallel to long edge, (b) scan direction parallel to short edge

Shao vd. [45] batarya kapasitesini dikkate alan ayırık alanlı ATP için iki sezgisel algoritma önermiştir. Xie ve Chen [29] ise batarya kapasitesini dikkate alarak NN-2opt sezgiseli ile ayırık alanlı ATP'yi çözüme kavuşturmuştur. Bir başka çalışmada ise her bir İHA'ya atanan görevler kromozom yapısı içerisinde küme olarak ifade edilmiş ve batarya kapasitesi ile kümelerin olurluluğu kontrol edilmiştir [47]. Bu çalışmaya ek olarak Xie ve Chen, [46] dal-sınır temelli bir yaklaşım ile küçük problemler için optimale yakın sonuçlar elde ederken büyük çaplı problemler için GA tabanlı yaklaşım kullanmıştır. Khanam vd. [48] enerji kısıtlı ayırık alanlı ATP için bölgeler arası geçişlerde ve bölge içi taramada tüketilen enerjiyi dikkate almıştır. Yu vd. [41] tek bir İHA ile ayırık alanların taranmasında İHA'nın batarya kapasitesini ve insansız kara aracına iniş yaparak şarj edilmesi durumunu dikkate almıştır. Çalışmada alanlar arası geçiş, tarama, şarj ve kalkış-iniş süresinden oluşan toplam uçuş süresi minimize edilmek istenmiştir. Peña, vd. [44] ise bir alanın paylaşımlı olarak birden fazla İHA ile tarandığı ayırık alanlı ATP'yi ele almıştır. Tablo 1'de ayırık alanlı ATP literatürüne ait çalışmaların özet bilgileri yer almaktadır. Tabloya bakıldığında ayırık alanlı ATP için tarama deseni olarak genellikle zikzak deseni tercih edilmiştir. Zikzak deseni literatürde çim biçme makinesi deseni [17],

boustrophedon deseni [49] ve ileri-geri deseni [50] olarak da adlandırılmaktadır. Ayrıca ayırık alanlı ATP'nin literatürüne bakıldığında küçük problemler için kesin çözüm yöntemlerine başvurulduğu görülmekte, fakat alan ve İHA sayısının artırılması, batarya ve enerji kısıtlarının eklenmesi vb. ile problemin boyutu büyümekte, dolayısı ile problemde çözüm zorlukları ile karşılaşmaktadır. Bundan dolayı problemin çözümü için sezgisel ve meta-sezgisel yöntemler kullanılmıştır. Bunun yanı sıra literatürdeki birçok ayırık alanlı ATP çalışmasında, problem alanlar arası geçiş güzergahının belirlenmesi ve alanların içinin taranması olarak alt problemlere ayrılmıştır. Bir diğer ifade ile problem bir bütün olarak ele alınmamış, daha küçük parçalara ayrılarak belirli varsayımlar altında çözülmüştür. Bu çalışmada ise ayırık dörtgen alanların batarya kapasitesi dikkate alınan homojen İHA filosu ile taranması problemi literatürde oldukça fazla çalışılmış olan GGSP formülasyonuna dönüştürülmüştür. Böylelikle problem, bütünsel olarak yapısı korunmuş ve dönüşüm ile daha basit bir şekilde ifade edilmiştir. Bir diğer ifade ile dönüşüm sayesinde belirli varsayımlar altında problemi alt problemlere bölmeye gerek kalmamıştır. Ayrıca bu dönüşüm, probleme çözüm kolaylığı sağladığı için matematiksel model ile makul sürede çözüm sunmuştur.

Tablo 1. Ayırık alanlı ATP literatür taraması (TSP-CPP literature review)

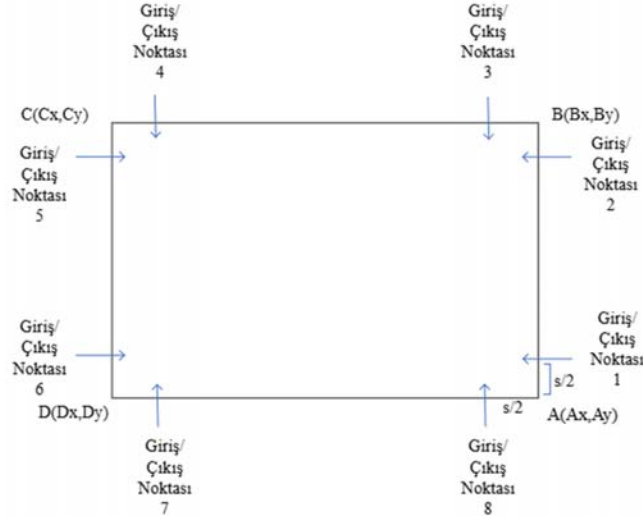
Çalışma	İHA	İHA kapasitesi	Alanın şekli	Alan sayısı	Enerji Kısıtı	Tarama deseni	Uygulama Alanı
[30]	tek	-	dörtgen	3	-	zikzak	bölgesel havadan gözetleme
[31]	tek	-	dörtgen	40	-	zikzak	havadan gözetleme
[32]	tek	-	dörtgen	10	-	zikzak	-
[41]	tek	-	konveks çokgen	10	batarya kapasitesi	zikzak	tarımsal izleme
[42]	tek	-	dörtgen	40	-	zikzak	havadan gözetleme
[43]	tek	-	konveks çokgen	80	-	zikzak	arazi araştırmaları
[34]	tek	-	konveks çokgen	100	minimum dönüş	zikzak	-
[35]	çoklu	homojen	konveks çokgen	22	-	zikzak	afet yönetimi
[44]	çoklu	homojen	konveks çokgen	4	-	zikzak	-
[45]	çoklu	homojen	dörtgen	91	batarya kapasitesi	zikzak	-
[29]	çoklu	homojen	konveks çokgen	50	enerji kapasitesi	zikzak	-
[46]	çoklu	homojen	konveks çokgen	100	batarya kapasitesi	zikzak	-
[37]	çoklu	homojen	konveks çokgen	30	-	kapsayan ağaç algoritması	-
[36]	çoklu	heterojen	konveks çokgen	18	-	-	-
[38]	çoklu	heterojen	dörtgen	30	-	zikzak	kahçı hava gözetimi
[39]	çoklu	heterojen	konveks çokgen	50	-	-	-
[40]	çoklu	heterojen	konveks çokgen	100	-	-	-

3. Ayırık Alanlı ATP (CPP For Disjoint Areas)

Çalışmanın bu bölümünde ayırık alanlı ATP bir diğer ifade ile GSP-ATP, GGSP ve problem dönüşümüne yer verilmiştir.

3.1. Problemin Tanımı (Problem Description)

En temel hali ile ayırık alanlı ATP, bir İHA'nın çıkış noktasından hareket ederek ayırık alanların her birine bir kere uğrama koşulu ile çıkış noktasına geri dönmesi olarak tanımlanabilir. Bu tanıma bakıldığında ayırık alanlı ATP, GSP'ye benzemektedir. GSP'de genellikle ilgili noktalara herhangi bir kaynak tüketilmeden, anlık olarak uğranılmaktadır. Fakat ATP'de uğranılan alanı tarama zorunluluğu vardır. Bunun yanı sıra Bölüm 2'de yer alan literatür taramasına bakıldığında ayırık alanlı ATP'de, alanlar arası geçiş rotası, alan içi tarama yönü ve yol planlaması belirlendiğinden dolayı problemin GSP-ATP olarak adlandırıldığına değinilmiştir. Bu çalışmada ise batarya kapasitesi dikkate alınan homojen İHA filosuna sahip ayırık alanlı ATP ele alınmıştır. Ayırık alanların taranabilmesi için öncelikle İHA'nın istasyondan hareket ederek ilgili dörtgenlere uçuş gerçekleştirilmesi gerekmektedir. Bu uçuş esnasında alana hangi noktadan giriş yapılacağı sorusu ile karşılaşılmaktadır. Her bir dörtgenin ziyareti için farklı giriş ve çıkış noktaları söz konusudur. Karasakal [31] ve Karasakal vd. [51] tarafından gerçekleştirilen çalışmalarda ilgili dörtgenler için 8 giriş/çıkış noktası tanımlanmıştır. Şekil 4'te köşe noktaları A, B, C ve D olarak adlandırılmış bir dörtgenin taranması için tanımlanan 8 farklı giriş/çıkış noktası yer almaktadır.

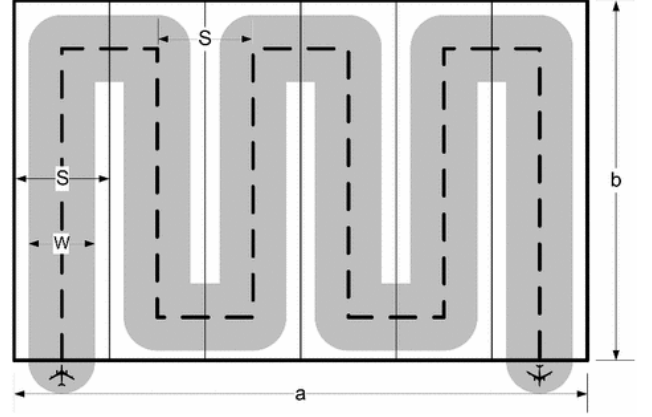


Şekil 4. Bir dörtgenin 8 farklı giriş/çıkış noktası
(8 different entry/exit points of a rectangles)

Çalışmada ele alınan ayırık alanlı ATP'de amaç, alan içi tarama ve alanlar arası geçişten oluşan toplam mesafenin minimizasyonudur. Alanlar arası geçişte oluşan toplam mesafenin hesaplanmasında ise Şekil 4'te yer alan giriş/çıkış noktalarının koordinatlarından yararlanılmıştır. Örneğin; giriş/çıkış noktası 1'in x ve y koordinatları sırası ile $A_{1x} = A_x$ ve $A_{1y} = A_y + \frac{s}{2}$, giriş/çıkış noktası 2'nin ise $B_{2x} = B_x$ ve $B_{2y} = B_y - \frac{s}{2}$ olmaktadır. Alanlar arası toplam kat edilen mesafe ise iki nokta arası öklit uzaklığı ile hesaplanmaktadır.

Alan içi toplam kat edilen mesafenin hesaplanmasında tarama genişliği (w) ve iz aralığı (s) kavramlarından yararlanılmaktadır. w, İHA'nın algılama yeteneğinin bir ölçüsü olarak ifade edilebilir ve ilgili alanda aranan nesnenin boyutuna, İHA'nın sensör kalitesine, uçuş hızına ve tarama anındaki çevresel koşullara bağlı olarak değişmektedir. Dörtgen bir alanda, dörtgenin uzunluğu veya genişliği

boyunca eşit arama şeritlerine bölünmesi sonucu ise iz aralığı (s) oluşmaktadır. Şekil 5'te dörtgen alanın zikzak desen ile taranması sonucunda oluşan w, s parametreleri gösterilmiştir. Burada alan 6 arama şeridine (t) bölünmüştür, $t = [a/s]$ formülasyonu ile hesaplanmakta ve $t \in \mathbb{Z}^+$ olduğundan dolayı kesirli sonuçlarda ifade üst sayıya yuvarlanmaktadır. Toplam alan içi kat edilen mesafe ise $2 * (b - \frac{s}{2}) + 4 * (b - s) + (5 * s)$ formülasyonundan $6*b$ olarak hesaplanmaktadır. Bir diğer ifade ile alan içi kat edilen mesafe $t*(tarama\ yönüne\ paralel\ kenar\ uzunluğu)$ ndan oluşmaktadır.



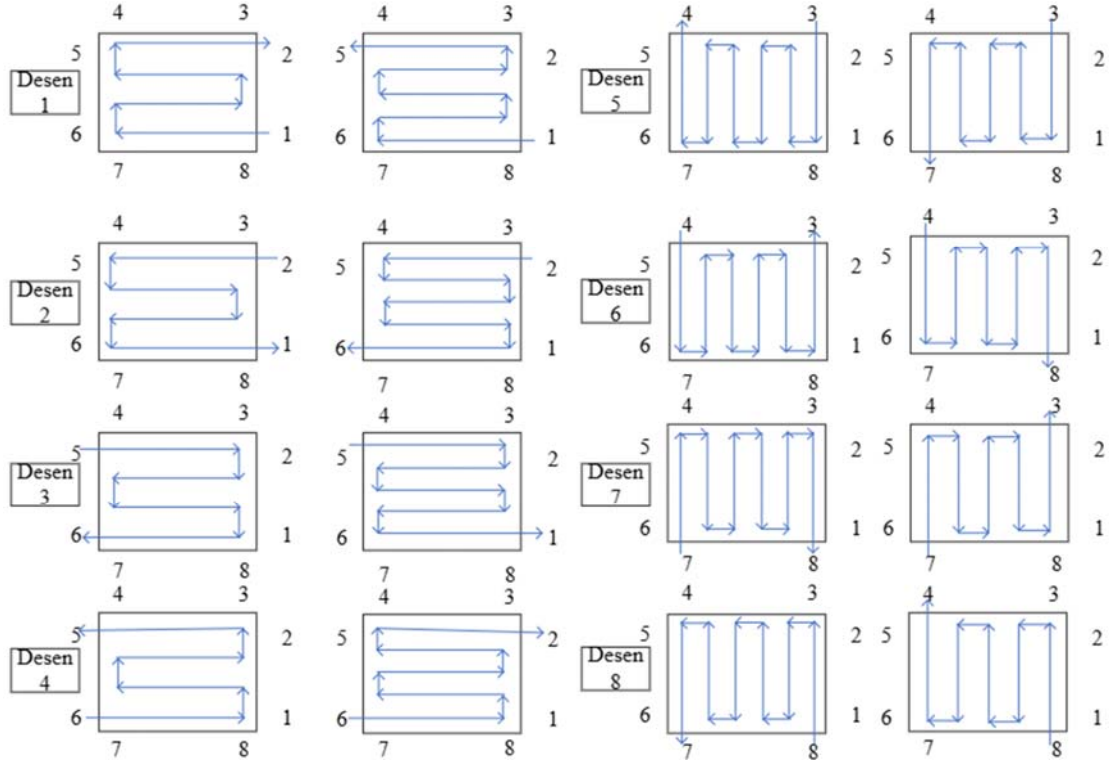
Şekil 5. Dörtgen alanın zikzak desen ile taranması sonucunda oluşan w, s parametreleri [31]
(w, s parameters resulting from scanning the rectangular area with a zigzag pattern)

İHA, dörtgen alana A, B, C veya D köşelerinde tanımlanmış olan giriş/çıkış noktalarının birinden girmekte ve dörtgenin genişliğine veya uzunluğuna paralel şeritler ile alanı taramaktadır. İHA seyir halindeyken arama şeridinin sonuna geldiğinde 90°'lik açıyla iki dönüş yapmakta ve ters yönde aramaya devam etmektedir. Alan içi kat edilen mesafenin hesaplanmasında İHA'nın dönüş yarıçapları dikkate alınmamaktadır. İHA, bir giriş/çıkış noktasından alana girdiğinde, seçilen iz aralığı değeri çift numaralı şeritlerle sonuçlanıyorsa alanı aynı kenardan yer alan başka bir giriş/çıkış noktasından zıt yönde terk etmektedir. Seçilen iz aralığı değeri tek sayılı şeritlerle sonuçlanırsa, alanı karşı kenardaki giriş/çıkış noktasından aynı yönde terk etmektedir. Bir diğer ifade ile çift sayılı iz aralığında İHA aynı kenardan alanı terk ederken, tek sayılı iz aralığında ise karşı kenardan alanı terk etmektedir. Dörtgen bir alanın taranmasında farklı giriş/çıkış noktaları, tek ve çift arama şeritleri ile 8 farklı desen elde edilmektedir. Şekil 6'da ilgili arama desenleri yer almaktadır.

Tablo 2'de ise desenlere ait giriş ve olası çıkış noktaları verilmiştir. Problemden iz aralığının değiştirilmesi durumunda arama şeritlerinin sıklıkları değişmektedir fakat giriş ve çıkış noktalarına bağlı desenler değişmemektedir.

Tablo 2. Desenlere ait giriş ve olası çıkış noktaları
(Entry and possible exit points of patterns)

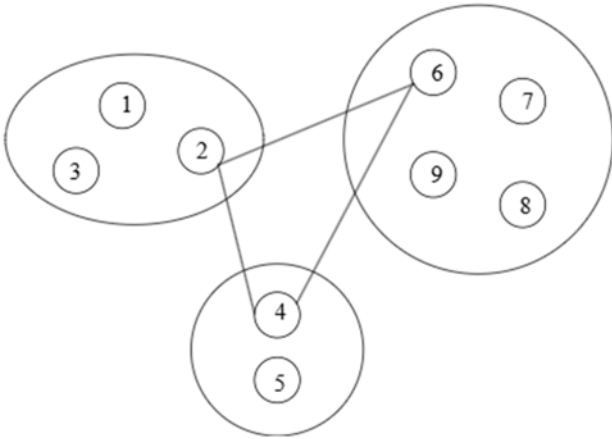
Desen	Giriş noktası	Çıkış (çift arama şeridi)	Çıkış (tek arama şeridi)
1	1	2	5
2	2	1	6
3	5	6	1
4	6	5	2
5	3	4	7
6	4	3	8
7	7	8	3
8	8	7	4



Şekil 6. Farklı giriş/çıkış noktaları, tek ve çift arama şeritleri ile oluşan 8 farklı desen
(8 different patterns with different entry/exit points, single and double search strips)

3.2. GGSP ve Önerilen Matematiksel Model (GGSP and Proposed Mathematical Model)

GSP, n tane düğümden oluşan bir serimde her düğüme bir defa uğranılarak başlangıç düğüme dönülen en küçük toplam maliyete veya mesafeye sahip olan turun bulunmasıdır. GGSP ise her salkımında en az bir düğüm olan, m salkımlı n düğümlü bir serimde; başlangıç salkımından hareketle, her salkımda bulunan bir düğüme uğrayarak başladığı yere dönmek durumunda olan bir gezgin satıcının kat edeceği toplam mesafeyi veya yapacağı harcamayı en küçükleyen turun bulunması problemidir. Şekil 7’de 3 salkım ve 9 düğümden oluşan bir ağ yapısının yer almaktadır.



Şekil 7. 3 salkım ve 9 düğümden oluşan bir serimde GGSP turu
(GTSP tour in a series consisting of 3 clusters and 9 nodes)

GGSP için karar değişkenleri ve parametreler aşağıdaki gibi tanımlanmış ve matematiksel modele yer verilmiştir [52]. $G = (V, A)$ yönlü serimde $V = \{0, 1, 2, \dots, n\}$ düğümler kümesi olmak üzere, V ayrıca m tane boş olmayan alt kümeye (salkım) ayrılmış ve V_1 turun başlayıp sonlanacağı salkım iken, $V = \{V_1, V_2, \dots, V_m\}$ ile gösterilmektedir. $A = \{(i, j) : i \in V_q, j \in V_p, q \neq p, p, q = 1, \dots, m\}$ ayrıtlar kümesi olarak tanımlanmıştır.

Karar değişkenleri

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & i \text{ düğümünden } j \text{ düğüme gidiyor ise} \\ 0 & \text{diğer durumda} \end{cases}$$

u_p : p salkımının turdaki sıralamasını ifade eden yardımcı karar değişkeni

w_{pr} : p salkımından r salkımına olan akış miktarını ifade eden yardımcı karar değişkeni

Parametreler

c_{ij} : i düğümünden j düğüme geçiş maliyeti

$$\text{Min } Z = \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} c_{ij} x_{ij}$$

s.t.

$$\sum_{i \in V_p} \sum_{j \in V - V_p} x_{ij} = 1 \quad p = 1, \dots, m \quad (1)$$

$$\sum_{i \in V - V_p} \sum_{j \in V_p} x_{ij} = 1 \quad p = 1, \dots, m \quad (2)$$

$$\sum_{i \in V - V_p} x_{ij} - \sum_{j \in V - V_p} x_{ji} = 0 \quad \forall j \in V_p; p = 1, \dots, m \quad (3)$$

$$w_{pr} = \sum_{i \in V_p} \sum_{j \in V_p} x_{ij} \quad p \neq r; p, r = 1, \dots, m \quad (4)$$

$$u_p - u_r + mw_{pr} + (m-2)w_{pr} \leq m-1 \quad p \neq r; p, r = 2, \dots, m \quad (5)$$

$$u_p - \sum_{r=1, r \neq p}^m w_{rp} \geq 1 \quad p = 2, \dots, m \quad (6)$$

$$u_p + (m+1)w_{1p} \leq m \quad p = 2, \dots, m \quad (7)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}; \forall (i,j) \in N \text{ ve } w_{pr} \in R; \forall (p,r) \in M \quad (8)$$

Burada, amaç fonksiyonu toplam tur maliyetinin minimizasyonunu ifade etmektedir. Eş. 1 ve Eş. 2 numaralı kısıtlar her salkıma bir giriş ve her salkımdan bir çıkış olmasını, Eş. 3 numaralı kısıt ise akışın korunmasını sağlamaktadır. Eş. 4 numaralı kısıt salkımlar arasındaki bağlantıyı ifade eden yardımcı karar değişkeni ile karar değişkeni arasındaki ilişkiyi tanımlamaktadır. Eş. 5 numaralı kısıt, turda devamlılığı sağlayan alt tur eleme kısıtıdır. Eş. 6 ve Eş. 7 numaralı kısıtlar ise yardımcı karar değişkenlerinin alt ve üst sınırlarını oluşturmaktadır. Son olarak 8 numaralı kısıt ise işaret kısıtıdır.

Pop vd. [53] tarafından gerçekleştirilen çalışmada Genelleştirilmiş Çoklu GSP (GmGSP) ele alınmıştır. Burada her bir kümenin talebi 1 ($q_i=1$), deponun talebi ($q_i=0$) sıfır olarak kabul edilmiş, m küme ve k araç sayısı olmak üzere bir aracın maksimum uğrayabileceği düğüm sayısı $Q = m - k + 1$ olarak belirlenmiştir. Eş. 1, 2, 3, 4, 6 numaralı kısıtlar GGSP ile aynı iken Eş. 5 ve Eş. 7 numaralı kısıtlar Eş. 9 ve Eş. 10'daki gibi revize edilmiştir

$$u_p - u_r + (m-k+1)w_{pr} + (m-k-2)w_{pr} \leq m-k \quad p \neq r; p, r = 2, \dots, m \quad (9)$$

$$u_p + (m-k)w_{1p} \leq m-k+1 \quad p = 2, \dots, m \quad (10)$$

Eş. 11 ve Eş. 12 numaralı kısıtlar ise GmGSP'de depoya giriş ve çıkışların maksimum araç sayısı kadar olmasını sağlamaktadır. Bir diğer ifade ile bir araç depoya sadece bir kere uğrayabilmektedir. Eş. 13 numaralı kısıt ise araç sayısının küme sayısından az olması gerektiğini ifade etmektedir.

$$\sum_{i=1}^n x_{i1} \leq k \quad (11)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{1i} \leq k \quad (12)$$

$$m-k-1 \geq 0 \quad \forall m \in M, \forall k \in K \quad (13)$$

Bu çalışmada batarya kapasitesi dikkate alınan homojen İHA filosu ile ayrık alanlı ATP ele alınmıştır. Bu nedenle Mesafe Kısıtlı GGSP (MK-GGSP) ve Mesafe Kısıtlı GmGSP (MK-GmGSP) için literatür taraması gerçekleştirilmiş fakat bir çalışma ile karşılaşılmaştır. GSP, GGSP ve Araç Rotalama Problemi (ARP) literatürü incelenmiş [53, 54, 55, 56] ve aşağıda yer alan matematiksel model önerilmiştir. $V = \{0, 1, 2, \dots, n\}$ düğümler kümesi, m tane boş olmayan alt kümeye ayrılmış ve $V = \{V_1, V_2, \dots, V_m\}$ ile ifade edilmektedir. $V_1 = \{1\}$ turun başlayıp sonlandığı salkımı bir diğer ifade ile baz istasyonunu temsil etmektedir. Burada Eş. 1-4, Eş. 11 ve 12 numaralı kısıtlar aynı iken 9 numaralı alt tur eleme ve mesafe kontrol kısıtı Eş. 14 olarak revize edilmiştir. Oluşturulan model aşağıda yer almaktadır.

Karar değişkenleri

$$w_{pr} = \begin{cases} 1 & p \text{ salkımından } r \text{ salkımına gidiyor ise} \\ 0 & \text{diğer durumda} \end{cases}$$

v_p : p. Salkımından ayrılırken kat edilen toplam mesafe

Parametreler

d_{pr} : p salkımından r salkımına geçiş mesafesi

D: aracın toplam kat edebileceği mesafe

$$\text{Min } Z = \sum_{p \in V_p} \sum_{r \in V_r} d_{pr} w_{pr}$$

$$\sum_{i \in V_p} \sum_{j \in V - V_p} x_{ij} = 1 \quad p = 1, \dots, m \quad (1)$$

$$\sum_{i \in V - V_p} \sum_{j \in V_p} x_{ij} = 1 \quad p = 1, \dots, m \quad (2)$$

$$\sum_{i \in V - V_p} x_{ij} - \sum_{j \in V - V_p} x_{ji} = 0 \quad \forall j \in V_p; p = 1, \dots, m \quad (3)$$

$$w_{pr} = \sum_{i \in V_p} \sum_{j \in V_p} x_{ij} \quad p \neq r; p, r = 1, \dots, m \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{i1} \leq k \quad (11)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{1i} \leq k \quad (12)$$

$$v_p - v_r + D w_{pr} \leq D - \sum_{i \in V_p} \sum_{j \in V_r} c_{ij} x_{ij} \quad p \neq r; p, r = 2, \dots, m \quad (14)$$

Eş. 15 ve Eş. 16 numaralı kısıtlar ise depodan çıkış ve depoya girişlerdeki mesafe kısıtının kontrolünü sağlamaktadır. Son olarak 17 numaralı kısıt ise işaret kısıtıdır.

$$v_p \geq \sum_{i \in V_p} c_{1i} x_{1i} \quad p = 2, \dots, m \quad (15)$$

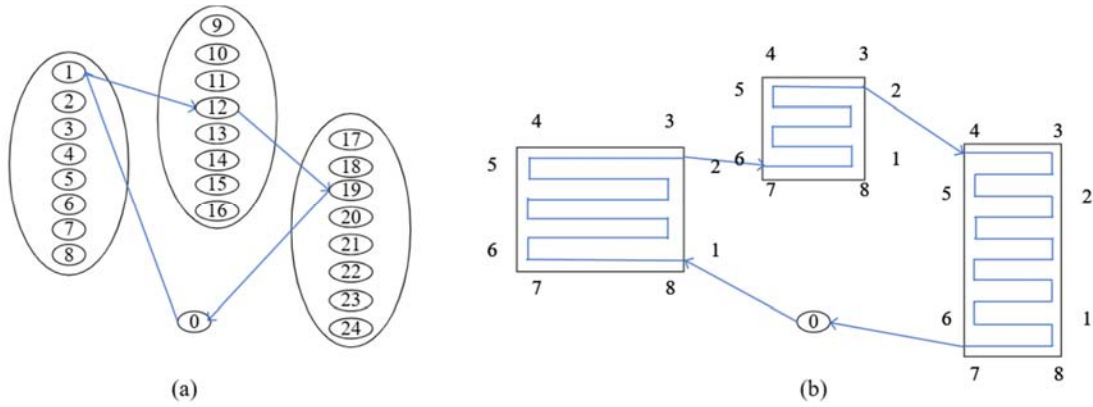
$$v_p \leq D - \sum_{i \in V_p} c_{i1} x_{i1} \quad p = 2, \dots, m \quad (16)$$

$$x_{ij}, w_{pr} \in \{0,1\} \quad \forall (i,j) \in N \text{ ve } \forall (p,r) \in M \quad (17)$$

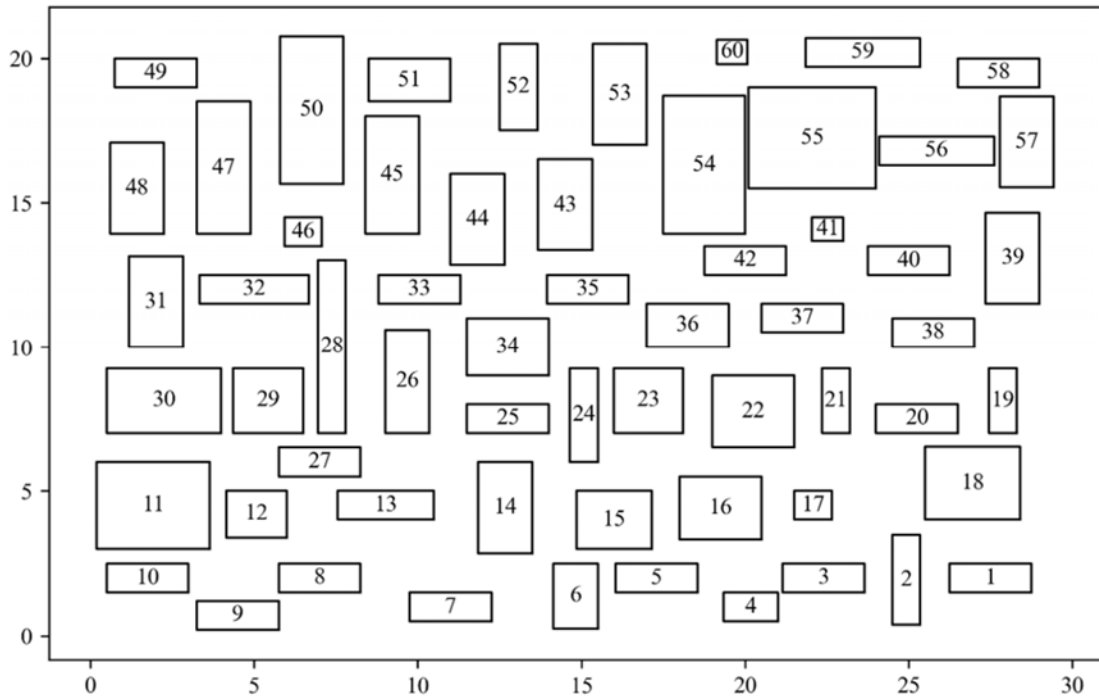
3.3. Ayrık alanlı ATP dönüşümü (Transform of CPP for disjoint areas)

Çalışmanın bu kısmında, batarya kapasitesi dikkate alınan homojen İHA filosuna sahip ayrık alanlı ATP, GGSP'ye dönüştürülmüş ve önerilen matematiksel model ile çözülmüştür. Öncelikle ayrık dörtgen alanlara 8 farklı giriş/çıkış noktası tanımlanmış, bu giriş/çıkış noktaları ve arama şeridinin tek veya çift sayı olma durumuna göre 8 farklı arama deseninin ortaya çıktığı Bölüm 3.1'de ifade edilmişti. Problemdeki her bir alan bir salkım olarak tanımlanmakta ve bir salkım içerisinde ise 8 farklı arama desenini ifade eden düğümler yer almaktadır. Böylelikle her bir salkıma uğrandığında bir alan ziyaret edilmiş ve her bir salkımdaki bir düğüme uğranıldığında ise tarama deseni belirlenmiş olacaktır. Problemde, iz aralığının önceden bilindiği varsayıldığından arama şeridi, alan içi tarama ve alanlar arası geçiş mesafeleri hesaplanabilmektedir. 3 dörtgen alana sahip ayrık alanlı ATP'ye ait olurlu bir çözüm örneği Şekil 8'de yer almaktadır. (a) ayrık alanlı ATP'nin GGSP'ye dönüşümü sonucunda oluşan küme yapısını ifade ederken (b) düğümler ile desen numaralarının eşleştirilmesi sonucunda elde edilen çözümü ifade etmektedir.

0 düğümü baz istasyonunu ifade etmektedir. Birinci dörtgen desen 1 ile taranmış, çift arama şeridine sahip olduğundan dolayı giriş noktası 1 - çıkış noktası 2 olarak belirlenmiştir. İkinci dörtgen desen 4 ile taranmış, çift arama şeridi ile giriş noktası 6 - çıkış noktası 2 olarak belirlenmiştir. Son olarak üçüncü dörtgen ise desen 3 ile taranmış ve giriş noktası 5 - çıkış noktası 6 olarak belirlenmiştir. Amaç fonksiyonunu oluşturan alan içi tarama ve alanlar arası geçiş mesafesi $d_{pr} = c_{lk} + c'_{ks}$ ile hesaplanmaktadır. Burada l , k ve s alanların giriş ve çıkış noktalarını, c_{lk} alanlar arası geçiş ve c'_{ks} alan içi tarama mesafesini ifade etmektedir. Örneğin; baz istasyonundan (0) birinci dörtgene geçiş $d_{01} = c_{01} + c'_{12}$ ile hesaplanmaktadır. Burada 0'dan birinci alana geçişte öklit uzaklığı hesaplanmış ve c_{01} ile ifade edilmiştir. Birinci dörtgenin alan içi taraması c'_{12} ile ifade edilmiş ve giriş noktası 1 - çıkış noktası 2 arasındaki mesafe hesaplanmıştır. Birinci dörtgenden ikinci dörtgene geçiş ve tarama mesafesi $d_{12} = c_{26} + c'_{62}$ formülü ile hesaplanmaktadır. Burada birinci dörtgenin çıkış noktası (2) ve ikinci dörtgene giriş noktası (6)



Şekil 8. 3 dörtgen alana sahip ayırık alanlı ATP’de olurlu bir çözüm (A feasible solution in TSP-CPP with 3 rectangular areas)



Şekil 9. Test problemlerinde kullanılan 60 adet ayırık dörtgen alan [31] (60 discrete rectangular areas used in test problems)

arasındaki öklit uzaklık hesaplanmış ve giriş noktası 6 - çıkış noktası 2 olan tarama deseni mesafesi ile toplanmıştır. İkinci dörtgenden üçüncü dürtgene geçiş ve tarama mesafesi ise $d_{23} = c_{25} + c'_{56}$ formülü ile hesaplanmaktadır. Burada ikinci dürtgenin çıkış noktası (2) ve üçüncü dürtgene giriş noktası (5) arasındaki öklit uzaklık hesaplanmış ve giriş noktası 5 - çıkış noktası 6 olan tarama deseni mesafesi ile toplanmıştır. Son olarak üçüncü dürtgenden baz istasyonuna dönüş mesafesi ise $d_{30} = c_{60}$ formülü ile hesaplanmaktadır.

4. Test Problemleri (Test Problems)

Bölüm 2’de ayırık alanlı ATP literatüründeki çalışmalara yer verilmişti. İlgili literatür incelendiğinde ayırık alanlı ATP için test problemlerine ulaşılamamış ve bu nedenle havadan gözetleme problemi için Karasakal [31] tarafından oluşturulmuş, Şekil 9’da yer alan toplamda 60 adet dürtgenden yararlanılmıştır. Bu 60 dürtgen arasından rassal olarak 5, 10, 20, 30, 40 ve 50 adet dürtgen seçilerek her dürtgen grubundan üçer adet test problemi üretilmiştir.

Bir alanın tarama deseni iz aralığına bağlı olarak sonsuz sayıda olabilmektedir. İz aralığının daha büyük bir değer seçilmesi ile arama şeritleri seyrek iken iz aralığı daha küçük bir değer seçildiğinde arama şeritleri sıklaşmaktadır. Tarama genişliği ve iz aralığı, ele alınan problem ve İHA’nın teknik özelliklerine göre değişkenlik göstermektedir. Bunun yanı sıra iz aralığı, İHA’nın uçuş ortamı, uçuş süresi, uçuş hızı, batarya kapasitesi ve taşıdığı yüke bağlı olarak da değişkenlik göstermektedir [40]. Literatürdeki çalışmalara bakıldığında ise offline-çevrimdışı uçuşlarda bu değişkenler göz ardı edilmiştir. Örneğin; Chen vd. [57] tarama genişliğinin İHA’nın yerden yüksekliğine, sensör açısına, arka yatay - ön yatay ve dikey görüş ve yükselme açısına bağlı olduğunu ifade etmiştir. Fakat sorunu basitleştirmek için değişkenlerin sabit olduğunu varsaymış ve tarama genişliğini sabit bir değer almıştır. Huang vd. [58] ise tarım alanlarının ilaçlanması probleminde ilaçlama genişliğini 6 ve 3 metre belirlemiştir. Du vd. [59] ise farklı iz aralıkları için senaryolar oluşturmuştur. Bu çalışmada ise dürtgenlerin boyutları da düşünülerek iz aralığı 0,25 ve 0,35 olarak ele alınmıştır. Dahası, İHA’nın batarya kapasitesi bir diğer ifade ile toplam kat edeceği

Tablo 3. Test problemlerinin sonuçları (Results of test problems)

Problem Kodu	İz aralığı	Batarya kapasitesi	Çözüm süresi(sn)	Amaç fonksiyonu değeri	Kullanılan İHA sayısı
5.1	0,25	150	1,23	143,19	1
		200	1,79	143,19	1
	0,35	150	1,06	119,69	1
5.2	0,25	200	0,97	119,69	1
		150	0,81	166,89	2
	0,35	200	0,77	158,36	1
5.3	0,25	150	0,81	131,15	1
		200	0,80	131,15	1
	0,35	150	0,89	126,54	1
10.1	0,25	200	1,00	126,54	1
		150	0,89	105,38	1
	0,35	200	0,78	105,38	1
10.2	0,25	150	7203,95	334,29	3
		200	1696,41	302,13	2
	0,35	150	1302,72	238,21	2
10.3	0,25	200	4434,27	231,49	2
		150	7804,56	312,16	3
	0,35	200	286,95	282,65	2
20.1	0,25	150	438,83	229,72	2
		200	19,31	214,60	2
	0,35	150	4223,30	270,66	2
20.2	0,25	200	1375,03	257,04	2
		150	1628,05	213,42	2
	0,35	200	45,97	183,99	1
20.3	0,25	150	7204,94	510,01	4
		200	7210,65	465,14	3
	0,35	150	7202,36	365,96	3
30.1	0,25	200	7202,11	337,63	2
		150	7202,84	479,26	4
	0,35	200	7204,70	449,82	3
30.2	0,25	150	7209,97	363,46	3
		200	7200,80	335,28	2
	0,35	150	7205,33	475,14	4
30.3	0,25	200	7201,88	432,58	3
		150	7200,67	349,81	3
	0,35	200	7200,45	315,47	2
40.1	0,25	150	7721,78	963,69	8
		200	7708,70	691,90	4
	0,35	150	7679,84	557,65	4
40.2	0,25	200	7229,75	484,27	3
		150	7213,89	694,52	5
	0,35	200	7207,88	607,42	4
40.3	0,25	150	7216,84	485,11	4
		200	7209,27	446,86	3
	0,35	150	7202,74	772,24	6
50.1	0,25	200	7206,36	699,79	4
		150	7216,38	548,47	4
	0,35	200	7209,00	500,18	3
50.2	0,25	150	7202,92	1066,96	8
		200	7224,70	875,07	5
	0,35	150	7213,53	915,95	7
50.3	0,25	200	7203,42	645,92	4
		150	7214,78	978,20	8
	0,35	200	7214,80	858,55	5
50.4	0,25	150	7656,22	711,00	5
		200	7645,33	643,23	4
	0,35	150	7597,08	1522,56	16
50.5	0,25	200	7570,95	1007,36	6
		150	8865,38	1156,50	11
	0,35	200	8846,52	744,97	4
50.6	0,25	150	7205,86	1552,33	16
		200	7202,19	1153,40	7
	0,35	150	7202,08	1162,54	9
50.7	0,25	200	7204,98	776,22	4
		150	7215,70	1668,19	17
	0,35	200	7203,58	1198,44	7
50.8	0,25	150	7200,98	947,98	7
		200	7217,53	854,34	5
	0,35	150	7210,80	1648,67	14
50.9	0,25	200	7223,66	1613,74	12
		150	7211,31	1113,18	9
	0,35	200	7203,81	863,91	5

mesafe ise 150 ve 200 birim olarak belirlenmiştir. Sonuç olarak 5, 10, 20, 30, 40 ve 50 adet dörtgen ve her dörtgen grubundan üç tane olmak üzere 0,25 ve 0,35 iz aralığı, 150 ve 200 birim batarya kapasitesi olmak üzere toplam (6x3x2x2) 72 adet test problemi oluşturulmuştur. Test problemleri, ayrık alanlı ATP için önerilen matematiksel model ile çözüm süresi maksimum 7200 sn olacak şekilde çözülmüştür. Intel® Core™ i5-10400 CPU @2.90Ghz 8.00 GB Ram'e sahip bilgisayar ve Gams 38 programı CPLEX çözücüsü kullanılmıştır. Çözücünün parametrelerinden kaynaklanabilecek sebepler ve özellikle büyük boyutlu, karmaşık problemlerde durdurma kriteri olan süre tamamlansa dahi çözüm üzerindeki iyileştirme adımlarının devam etmesi nedeniyle, bazı test problemlerinde çözüm süresi belirlenen maksimum sınır olan 7200 sn aşmaktadır [60]. Tablo 3'te problemin parametreleri olan iz aralığı ve batarya kapasitesine göre çoğaltılmış test problemlerine ait sonuçlar; çözüm süresi, amaç fonksiyonu değeri ve kullanılan İHA sayısı yer almaktadır. Burada problem kodundaki ilk ifade dörtgen sayısını belirtirken ikinci ifade ise rassal olarak üretilen problem sayısını belirtmektedir. Örneğin; 5.1 problem koduna sahip test problemi, 5 dörtgenin bulunduğu birinci test problemini ifade etmektedir. Test problemlerinin sonuçlarına göre, önerilen matematiksel model ile 5 dörtgene sahip test problemlerinde optimal sonuç oldukça kısa bir sürede elde edilmiştir. 10 dörtgene sahip test problemlerin büyük bir çoğunluğunda da belirlenen süre içerisinde optimal sonuç elde edilmiştir.

10.1_0.25_150 ve 10.2_0.25_150 numaralı problemlerde çözüm süresinin (7200 sn) sonlanması ile elde edilen en iyi olurlu çözüm sonuç olarak alınmıştır. 20, 30, 40 ve 50 dörtgene sahip problemlerde de yine süre sınırları içerisinde elde edilen en iyi olurlu çözümler kullanılmıştır.

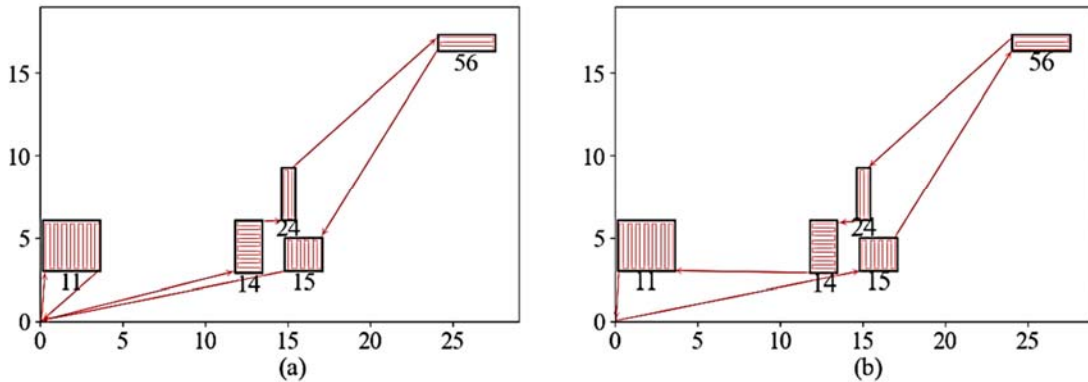
Problemin daha iyi anlaşılması için 5 dörtgene sahip 0,25 iz aralığı ve 150 birim batarya kapasitesi (5.2_0.25_150) ile iki İHA'nın, aynı iz aralığında 200 birim batarya kapasitesi (5.2_0.25_200) ile bir İHA'nın görevlendirildiği 5.2 kodlu test probleminde yer alan dörtgenlerin koordinat bilgileri Tablo 4'te yer almaktadır. Dörtgenlerin köşe noktalarının tanımlamaları Bölüm 3.1'de Şekil 4'te ifade edilmiştir.

Şekil 10'a bakıldığında 5.2_0.25_150 ve 5.2_0.25_200 problemlerinin çözümüne ait görseller yer almaktadır. Dörtgen alanların giriş-çıkış noktaları ve arama şeritlerinin tek veya çift sayı olma durumuna göre oluşabilecek tarama desenleri Bölüm 3.1'de anlatılmıştır (bkz. Şekil 6 ve Tablo 2). (a) 5.2_0.25_150 (b) ise 5.2_0.25_200 probleminin çözümünü ifade etmektedir. (a)'da iki İHA görevlendirilmiş ve baz istasyonundan hareket eden İHA, 14 numaralı dörtgene uçuş gerçekleştirmiş, 4 numaralı desen (giriş noktası 6, 13 arama şeridine sahip olmasından dolayı çıkış noktası 2) ile alanı taramış ve 24 numaralı dörtgene geçiş yaparak 7 numaralı desen (giriş noktası 7, 3 arama şeridine sahip olmasından dolayı çıkış noktası 3) ile alanı taramıştır. Daha sonra ise 56 numaralı dörtgene geçiş yaparak 3 numaralı desen (giriş noktası 5, 4 arama şeridine sahip olmasından dolayı çıkış noktası 6) ile alanı taramış ve 15 numaralı dörtgene geçiş yaparak 5 numaralı desen (giriş noktası 5, 9 arama şeridine sahip olmasından dolayı çıkış noktası 7) ile alanı taramış ve baz istasyonuna dönüş yapmıştır. Baz istasyonundan (0), 14 numaralı dörtgene geçiş ve tarama için kat edilen mesafe $d_{0,14} = c_{0,14} + c'_{62}$ ile hesaplanmaktadır. Burada $c_{0,14}$ baz istasyonundan 14 numaralı dörtgene geçiş mesafesini, c'_{62} ise alanın taranması sonucunda kat edilen mesafeyi (giriş noktası 6 – çıkış noktası 2) ifade etmektedir. Bu İHA'nın toplam kat ettiği mesafe ise $d_{0,14} + d_{14,24} + d_{24,56} + d_{56,15} = 33,67 + 11,05 + 25,80 + 31,44 + 15,28 = 117,24$ 'tür. Baz istasyonundan hareket eden diğer İHA ise 11 numaralı dörtgene uçuş gerçekleştirmiş, 7 numaralı desen (giriş noktası 7, 14 arama şeridine sahip olmasından dolayı çıkış noktası 8) ile alanı taramış ve baz istasyonuna dönüş sağlamıştır. Bu İHA'nın toplam kat ettiği mesafe ise $d_{0,11} + d_{11,0} = 45,02 + 4,63 = 49,65$ 'tir.

(b)'de ise baz istasyonundan hareket eden İHA, 15 numaralı dörtgene uçuş gerçekleştirmiş, 7 numaralı desen (giriş noktası 7, 9 arama şeridine sahip olmasından dolayı çıkış noktası 3) ile alanı taramış ve 56 numaralı dörtgene geçiş yaparak 4 numaralı desen (giriş noktası 6, 4 arama şeridine sahip olmasından dolayı çıkış noktası 5) ile alanı taramıştır. Daha sonra ise 24 numaralı dörtgene geçiş yaparak 5 numaralı desen (giriş noktası 3, 3 arama şeridine sahip olmasından

Tablo 4. 5.2 test probleminin koordinatları (Coordinates of the 5.2 test problem)

Dörtgen ID	Ax	Ay	Bx	By	Cx	Cy	Dx	Dy
15	17,15	3,00	17,15	5,00	14,85	5,00	14,85	3,00
11	3,65	3,00	3,65	6,00	0,20	6,00	0,20	3,00
14	13,50	2,85	13,50	6,00	11,85	6,00	11,85	2,85
24	15,50	6,00	15,50	9,25	14,65	9,25	14,65	6,00
56	27,60	16,30	27,60	17,30	24,10	17,30	24,10	16,30



Şekil 10. (a) 5.2_0.25_150 probleminin sonucu (b) 5.2_0.25_200 probleminin sonucu
(a) Result of problem 5.2_0.25_150 (b) Result of problem 5.2_0.25_200

dolayı çıkış noktası 7) ile alanı taramış, 14 numaralı dörtgene geçiş yaparak 2 numaralı desen (giriş noktası 2, 13 arama şeridinde sahip olmasından dolayı çıkış noktası 6) ile alanı taramış, 11 numaralı dörtgene geçiş yaparak 8 numaralı desen (giriş noktası 8, 14 arama şeridinde sahip olmasından dolayı çıkış noktası 7) ile alanı taramış ve baz istasyonuna dönüş yapmıştır. Bu İHA'nın toplam kat ettiği mesafe ise $d_{0,15} + d_{15,56} + d_{56,24} + d_{24,14} + d_{24,11} + d_{11,0} = 33,28 + 27,44 + 21,55 + 22,75 + 50,32 + 3,02 = 158,36$ 'dır.

5. Sonuçlar (Conclusions)

Bu çalışmada batarya kapasitesi dikkate alınan homojen İHA filosuna sahip ayrıktörtgen alanlı ATP bir diğer ifade ile GSP- ATP ele alınmıştır. Dörtgen alanlara 8 farklı giriş/çıkış noktası tanımlanmış ve İHA'nın iz aralığının tek veya çift olma durumuna göre 8 farklı desen tanımlanmıştır. Ayrıktörtgen alanlı ATP'nin literatürüne bakıldığında küçük problemler için kesin çözüm yöntemlerine başvurulduğu görülmekte, fakat alan ve İHA sayısının artması, batarya ve enerji kısıtlarının eklenmesi vb. ile problemin boyutu büyümekte, dolayısı ile problemde çözüm zorlukları ile karşılaşmaktadır. Bundan dolayı problemin çözümü için sezgisel ve meta-sezgisel yöntemler kullanılmıştır. Bunun yanı sıra literatürdeki birçok ayrıktörtgen alanlı ATP çalışmasında, problem alanlar arası geçiş güzergahının belirlenmesi ve alanların içinin taranması olarak iki alt probleme ayrılmıştır. Bir diğer ifade ile problem bir bütün olarak ele alınmamış, varsayımlar altında daha küçük parçalara bölünerek çözülmüştür. Çalışmamızda ise problem literatürde oldukça çok çalışılmış ve kabul görmüş bir problem olan GGSP'ye dönüştürülmüş, böylelikle problemin yapısı bütünsel olarak korunmuştur. Dahası, dönüşüm ile problem daha basit bir şekilde ifade edilmiştir. Bir diğer ifade ile dönüşüm sayesinde varsayım altında problemi alt problemlere bölmeye gerek kalmamıştır. Bunlara ek olarak, problem daha basit bir şekilde ifade edildiğinden dolayı, amaç fonksiyonu toplam kat edilen mesafe minimizasyonu olan doğrusal programlama modeli ile makul sürede çözüm elde edilmiştir. Literatürden faydalanılarak rassal olarak türetilen 5, 10, 20, 30, 40 ve 50 adet dörtgen, 0,25 ve 0,35 iz aralığı ve 150-200 birim batarya kapasitesinden oluşan test problemleri önerilen model ile çözülmüş, 5 ve 10 dörtgene sahip test problemleri (10.1_0.25_150 ve 10.2_0.25_150 haricinde) için optimal çözüm elde edilirken 20, 30, 40 ve 50 dörtgene sahip test problemlerinde belirlenen süre sonucunda olurlu çözümler elde edilmiştir.

Gelecek çalışmalarda ise taranacak alanın artması sonucunda çözüm süresi içerisinde optimal çözümün elde edilememesi nedeniyle sezgisel veya meta-sezgisel yöntemler ile çözüm aranabilir. Ayrıca, İHA'nın batarya tüketimini doğrudan etkileyen dönüş sayısının ayrıktörtgen alanlı ATP'ye dahil edilmesi önerilmektedir. Ek olarak, enerji tüketimini etkileyen İHA'nın dönüş açısı, yükselme ve alçalma durumlarının da probleme dahil edilmesi önerilmektedir.

Teşekkür (Acknowledgement)

Çalışma kapsamında sunmuş olduğu katkılar ve yönlendirmeler için Sn. Prof. Dr. İsmail Karaoğlu'na teşekkür ederiz.

Kaynakça (References)

- Deniz G., Çelik H., Vision based automatic control and target tracking of a quadcopter, Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University, 39 (3), 1865-1878, 2024.
- Gümüşboğa İ., Design of an automated stock-taking system based on unmanned aerial vehicles, Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University, 37 (4), 1767-1781, 2022.
- Chung S. H., Sah B., Lee J., Optimization for drone and drone-truck combined operations: A review of the state of the art and future directions, Computers & Operations Research, 123 (1), 105004, 2020.

- Otto A., Agatz N., Campbell J., Golden B., Pesch E., Optimization approaches for civil applications of unmanned aerial vehicles (UAVs) or aerial drones: A survey, Networks, 72 (4), 411-458, 2018.
- Bişkin B., Tezcaner Öztürk D., Tuncer Şakar C., Biobjective route planning for a fleet of UAVs: Exact and heuristic approaches, Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University, 38 (4), 2167-2178, 2023.
- Zhen L., Yang Z., Laporte G., Yi W., Fan T., Unmanned Aerial Vehicle Inspection Routing and Scheduling for Engineering Management, Engineering, 36, 223-239, 2024
- Valente J., Cerro J. D., Barrientos A., Sanz D., Aerial coverage optimization in precision agriculture management: A musical harmony inspired approach, Computers and Electronics in Agriculture, 99 (1), 153-159, 2013.
- Kyriakakis N. A., Marinaki M., Matsatsinis N., Marinakis Y., A cumulative unmanned aerial vehicle routing problem approach for humanitarian coverage path planning, European Journal of Operational Research, 300, 992-1004, 2022.
- Hong Y., Jung S., Kim S., Cha J., Autonomous Mission of Multi-UAV for Optimal Area Coverage, Sensors, 21 (7), 2482, 2021.
- Jiao Y.S., Wang, X.M., Chen H., Chen Y., Research on the Coverage Path Planning of UAVs for Polygon Areas, Conference on Industrial Electronics and Applications, Taichung, 1467-1472, 15-17 June 2010.
- Torres M., Pelta D. A., Verdegay J., Torres J. C., Coverage path planning with unmanned aerial vehicles for 3D terrain reconstruction, Expert Systems With Applications, 55 (1), 441-451, 2016.
- Franco C. D., Buttazzo G., Coverage Path Planning for UAVs Photogrammetry with Energy and Resolution Constraints, Journal of Intelligent & Robotic Systems, 83 (1), 445-462, 2016.
- Cabreira T. M., Brisolara L. B., Paulo R. Jr. F., Survey on coverage path planning with unmanned aerial vehicles, Drones, 3 (1), 1-38, 2019.
- Guo Y., Liu C., Coombes M., Spraying Coverage Path Planning for Agriculture Unmanned Aerial Vehicles, International Conference on Automation and Computing, Portsmouth, United Kingdom, 1-6, 02-04 September 2021
- Elmokadem T., Savkin A. V., Computationally-Efficient Distributed Algorithms of Navigation of Teams of Autonomous UAVs for 3D Coverage and Flocking, Drones, 5 (4), 1-35, 2021.
- Shah K., Schmidt A. E., Ballard G., Schwager M., Large Scale Aerial Multi-Robot Coverage Path Planning, Field Robotics, 2 (1), 1971-1998, 2022.
- Liu C., Zhang S., Akbar A., Ground Feature Oriented Path Planning for Unmanned Aerial Vehicle Mapping, IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, 12 (4), 1175-1187, 2019.
- Nagasawa R., Mas E., Moya L., Koshimura S., Model based analysis of multi UAV path planning for surveying postdisaster building damage, Scientific reports, 11 (1), 1-14, 2021.
- Nedjati A., Izbirak G., Vizvari B., Arkat J., Complete Coverage Path Planning for a Multi-UAV Response System in Post-Earthquake Assessment, Robotics, 5 (4), 1-15, 2016.
- Almadhoun R., Taha T., Seneviratne L., Zweiri Y., A survey on multi robot coverage path planning for model reconstruction and mapping, SN Applied Sciences, 1 (847), 1-24, 2019.
- Yaguchi Y., Tomeba, T. Region Coverage Flight Path Planning Using Multiple UAVs to Monitor the Huge Areas, International Conference on Unmanned Aircraft Systems, Athens, Greece, 1677-1682, 15-18, June 2021.
- Cho S. W., Park H. J., Lee H., Shim D. H., Kim S.Y., Coverage path planning for multiple unmanned aerial vehicles in maritime search and rescue operations, Computers & Industrial Engineering, 161 (1), 107612, 2021.
- Nielsen L. D., Sung I., Nielsen P., Convex Decomposition for a Coverage Path Planning for Autonomous Vehicles: Interior Extension of Edges, Sensors, 19 (19), 1-11, 2019.
- Arkin E. M., Fekete S. P., Mitchell J. S., Approximation algorithms for lawn mowing and milling, Computational Geometry, 17 (1-2), 25-50, 2000.
- Galceran E., Carreras M., A survey on coverage path planning for robotics, Robotics and Autonomous Systems, 61 (12), 1258-1276, 2013.

26. Tan C. S., Mohd-Mokhtar R., Arshad M. R., A Comprehensive Review of Coverage Path Planning in Robotics Using Classical and Heuristic Algorithms, *IEEE Access*, 9 (1), 119310 -119342, 2021.
27. Mannan A., Obaidat M. S., Mahmood K., Ahmad A., Ahmad, R. Classical versus reinforcement learning algorithms for unmanned aerial vehicle network communication and coverage path planning: A systematic literature review, *International Journal of Communication Systems*, 36 (5), 1-31, 2023.
28. Xie J., Lei J., Carrillo L. R. G., Optimal Path Planning for Unmanned Aerial Systems to Cover Multiple Regions, *AAIAA Scitech Forum*, 1-12, 2019.
29. Xie J., Chen J., Multi-Regional Coverage Path Planning for Robots with Energy Constraint, *IEEE 16th International Conference on Control & Automation*, Sapporo, Hokkaido, Japan, 1372-1377, 09-11 October 2020.
30. Ng K., Sancho N., Regional surveillance of disjoint rectangles: a travelling salesman formulation, *Journal of the Operational Research Society*, 60 (1), 215-220, 2009.
31. Karasakal O., Minisum and maximin aerial surveillance over disjoint rectangles, *Top*, 24 (1), 705-724, 2016.
32. Xie J., Carrillo L. R. G., Jin L., An Integrated Traveling Salesman and Coverage Path Planning Problem for Unmanned Aircraft Systems, *IEEE Control Systems Letters*, 3 (1), 67-72, 2019.
33. Xie J., Carrillo L. R. G., Jin L., Path Planning for UAV to Cover Multiple Separated Convex Polygonal Regions, *IEEE Access*, 8 (1), 51770-51785, 2020.
34. Chen X., Chen J., Du C., Xu Y., Region Coverage Path Planning of Multiple Disconnected Convex Polygons Based on Simulated Annealing Algorithm, *4th International Conference on Computer and Communication Engineering Technology*, 238-242, 13-15 August 2021.
35. Choi Y., Choi Y., Briceño S., Mavris D. N., Multi-UAS Path-Planning for a Large-scale Disjoint Disaster Management, *International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*, Atlanta, GA, USA, 799-807, 11-14 June 2019.
36. Chen J., Du C., Lu X., Chen K., Multi-Region Coverage Path Planning for Heterogeneous Unmanned Aerial Vehicles Systems, *International Conference on Service-Oriented System Engineering*, San Francisco, USA, 356-361, 04-09 April 2019.
37. Yu X., Jin S., Shi D., Li L., Kang Y., Zou J., Balanced Multi-Region Coverage Path Planning for Unmanned Aerial Vehicles, *IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics*, Toronto, Canada, 3499-3506, 11-14 October 2020.
38. Zuo Y., Tharmarasa R., Jassemi-Zargani R., Kashyap N., Thiyaalingam J., MILP Formulation for Aircraft Path Planning in Persistent Surveillance, *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 56 (5), 3796-3811, 2020.
39. Chen J., Ling F., Zhang Y., You T., Liu Y., Du X., Coverage path planning of heterogeneous unmanned aerial vehicles based on ant colony system, *Swarm and Evolutionary Computation*, 69 (1), 101005, 2022.
40. Chen J., Du C., Zhang Y., Han P., Wei, W. A Clustering-Based Coverage Path Planning Method for Autonomous Heterogeneous UAVs, *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 23 (12), 25546 - 25556, 2022.
41. Yu K., O'Kane J. M., Tokekar P., Coverage of an Environment Using Energy-Constrained Unmanned Aerial Vehicles, *International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, Montreal, Canada, 3259-3265, 20-24 May 2019.
42. Karasakal O., Karasakal E., Maraş G., Multi objective aerial surveillance over disjoint rectangles, *Computers & Industrial Engineering*, 148 (1), 1-13, 2020.
43. Vasquez-Gomez J. I., Herrera-Lozada J.-C., Olguin-Carbajal M., Coverage Path Planning for Surveying Disjoint Areas, *International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*, Dallas, TX, USA, 899-904, 12-15 June 2018.
44. Peña P. F., Luna M. A., Isaac M. S. A., Ragab A. R., Elmenshawy K., Gómez, Campoy D. M. P., Molina M., A Proposed System for Multi-UAVs in Remote Sensing Operations, *Sensors*, 22 (1), 1-13, 2022.
45. Shao X.X., Gong Y.J., Zhan Z.H., Zhang J., Bipartite Cooperative Coevolution for Energy-Aware Coverage Path Planning of UAVs, *IEEE Transactions On Artificial Intelligence*, 3 (1), 29-42, 2022.
46. Xie J., Chen J., Multiregional Coverage Path Planning for Multiple Energy Constrained UAVs, *Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 23 (10), 17366 - 17381, 2022.
47. Xie J., Zhang W., Chen J., Path Planning for Multiple Energy Constrained Unmanned Aerial Vehicles to Cover Multiple Regions, *AAIAA AVIATION Forum*, 1-11, 2020.
48. Khanam Z., Saha S., Ehsan S., Stolkin R., McDonald-Maier K., Coverage Path Planning Techniques for Inspection of Disjoint Regions With Precedence Provision, *IEEE Access*, 9 (1), 5412-5427, 2020.
49. Muñoz J., López B., Quevedo F., Monje C. A., Garrido S., Moreno L. E., Multi UAV Coverage Path Planning in Urban Environments, *Sensors*, 21 (21), 1-18, 2021.
50. Luna, M. A., Isaac M. S. A., Ragab A. R., Campoy P., Peña P. F., Molina M., Fast Multi-UAV Path Planning for Optimal Area Coverage in Aerial Sensing Applications, *Sensors*, 22 (6), 1-25, 2022.
51. Karasakal O., Karasakal E., Maraş G., Multiobjective aerial surveillance over disjoint rectangles, *Computers & Industrial Engineering*, 148, 106732, 2020.
52. Kara İ., Güden H., Koç Ö. N., Genelleştirilmiş Gezgin Satıcı Problemi İçin Polinom Büyüklükteki Yeni Karar Modelleri., 2011.
53. Pop P. C., Kara I., Marc, A. H. New mathematical models of the generalized vehicle routing problem and extensions, *Applied Mathematical Modelling*, 36 (1), 97-107, 2012.
54. Bektaş T., Erdoğan G., Røpke S., Formulations and Branch-and-Cut Algorithms for the Generalized Vehicle Routing Problem, *Transportation Science*, 45 (3), 299-316, 2011.
55. Freitas M., Silva J. M. P., Uchoa E., A unified exact approach for Clustered and Generalized Vehicle Routing Problems, *Computers & Operations Research*, 149, 106040, 2023.
56. Pop P. C., Cosma O., Sabo C., Sitar C. P., A comprehensive survey on the generalized traveling salesman problem, *European Journal of Operational Research*, 314 (3), 819-835, 2024.
57. Chen J., Zhang R., Zhao H., Li J., He J., Path Planning of Multiple Unmanned Aerial Vehicles Covering Multiple Regions Based on Minimum Consumption Ratio, *Aerospace*, 10 (2), 1-16, 2023.
58. Huang J., Luo Y., Quan Q., Wang B., Xue X., Zhang Y., An autonomous task assignment and decision-making method for coverage path planning of multiple pesticide spraying UAVs, *Computers and Electronics in Agriculture*, 212, 108128, 2023.
59. Du L., Fan Y., Gui M., Zhao D., A Multi-Regional Path-Planning Method for Rescue UAVs with Priority Constraints, *Drones*, 7, 1-32, 2023.
60. GAMS. GAMS® Documentation Center. <https://gams.com/latest/docs/>. Erişim tarihi Kasım 8, 2024.

