



İskandinav ülkelerinin dijital toplum seviyelerinin yeni bir TOPSIS uzantısı ile karşılaştırılması

Furkan Göktaş^{a,*}

^aİşletme Bölümü, İşletme Fakültesi, Karabük Üniversitesi, Karabük, 78050, Türkiye.

MAKALE BİLGİSİ

Makale Geçmişi:

Geliş 30 Mart 2024
Düzeltilme 6 Mayıs 2024
Kabul 20 Mayıs 2024

Çevrimiçi mevcut

Anahtar Kelimeler:

Çok kriterli karar verme
Dijitalleşme
Dijital toplum
Konveks optimizasyon
TOPSIS

ÖZET

Dijitalleşme, ülkelerin geleceğini belirleyen unsurlardan biridir. Bu nedenle ülkelerin dijitalleşme düzeylerinin karşılaştırılması önemli çok kriterli karar verme (ÇKKV) problemidir. Bu çalışmanın amacı, İskandinav ülkelerinin dijital toplum seviyelerinin objektif bir bakış açısı ile karşılaştırılmasıdır. Bu çalışmanın temel motivasyonu kriter ağırlıklarını içsel olarak belirleyen bir TOPSIS uzantısı ile bu amaca ulaşmaktır. Bu nedenle norm minimizasyonuna dayalı bir TOPSIS uzantısı (NM-TOPSIS) bu çalışmada önerilmiştir. NM-TOPSIS kriterlerin ağırlık vektörünü, alternatiflerin negatif ideal çözüme olan Öklid uzaklıklarının kareleri toplamını minimize edecek şekilde belirler. Başka bir deyişle alternatifleri en kötü durum senaryosu altında karşılaştırır. NM-TOPSIS alternatiflerin öncelik vektörünü, pozitif ideal çözüme uzaklığı minimum yapan ağırlık vektörü olarak belirler. NM-TOPSIS iki farklı konveks kuadratik optimizasyon problemine dayanır. Başka bir deyişle kriterlerin ağırlık vektörü ve alternatiflerin öncelik vektörü belirli bir şart altında tek olarak bulunur. NM-TOPSIS ve güncel OECD verileri kullanılarak yapılan uygulamada, Norveç'in dijital toplum seviyesinin en yüksek olduğu görülmüştür. Aynı kriter ağırlıkları kullanıldığında, TOPSIS sonuçları ve NM-TOPSIS sonuçları arasında yüksek düzeyde pozitif yönlü ilişki olduğu görülmüştür. Öte yandan kriter ağırlıklarındaki değişime bağlı olarak TOPSIS sonuçlarında önemli değişimler vardır.

The comparison of Scandinavian countries' digital society levels with a novel TOPSIS extension

ARTICLE INFO

Article history:

Received 30 March 2024
Received in revised form 6 May 2024
Accepted 20 May 2024

Available online

Keywords:

Multi-criteria decision-making
Digitalization
Digital society
Convex optimization
TOPSIS

ABSTRACT

Digitalization is one of the factors that determine the future of countries. Therefore, comparing the digitalization levels of countries is an important multi-criteria decision-making (MCDM) problem. This study aims to compare the digital society levels of Scandinavian countries from an objective perspective. The main motivation of this study is to achieve this aim with a TOPSIS extension that determines criteria weights internally. Thus, a TOPSIS extension based on norm minimization (NM-TOPSIS) is proposed in this study. NM-TOPSIS determines the criteria weight vector in a way that minimizes the sum of squares of the Euclidean distances of alternatives to the negative ideal solution. In other words, it compares alternatives under the worst-case scenario. NM-TOPSIS determines the alternatives' priority vector as the weight vector that minimizes the distance to the positive ideal solution. NM-TOPSIS depends on two different convex quadratic optimization problems. In other words, the criteria weight vector and the alternatives' priority vector are uniquely found under a certain condition. In the application made using NM-TOPSIS and current OECD data, we see that Norway's digital society level is the highest. When the same criteria weights are used, we observe that there is a high level of positive relationship between TOPSIS results and NM-TOPSIS results. On the other hand, there are significant changes in TOPSIS results depending on the change in criteria weights.

I. GİRİŞ

Dijital teknolojilerin yaygınlaşmasıyla birlikte dijitalleşme kavramı giderek daha fazla önem kazanmaktadır. Dijitalleşme süreci, bireylerden başlayarak toplumları, işletmeleri ve ülkeleri etkilemektedir. Örneğin, bireylerin iletişim ve öğrenme olanakları gelişirken, sosyal yapılar dönüşmektedir. Ayrıca rekabetin artmasıyla ekonomik büyüme ivme kazanmaktadır. OECD'ye göre dijitalleşme; dijital teknolojilerin kullanıldığı yeni faaliyetlerin türemesini veya mevcut faaliyetlerde değişiklik meydana gelmesini ifade etmektedir. Yani dijitalleşme süreci dönüştürücü bir etkiye sahiptir. Dijitalleşmenin ekonomik ve sosyal etkileri ise dijital dönüşüm kavramıyla ifade edilmektedir [1, 2].

OECD'ye göre dijitalleşmenin yedi boyutu vardır. Bu çalışma bu boyutlardan biri olan toplum boyutu üzerinedir. Dijital teknolojiler; bireylerin, şirketlerin ve hükümetlerin birbirleriyle etkileşim kurma yollarını önemli ölçüde değiştirdiğinden, dijital dönüşüm toplumu ve kültürü etkilemektedir. Dijital dönüşümün toplumsal etkileri karmaşıktır. Çünkü genel etkiler genellikle net değildir ve ülkelere göre değişiklik gösterebilmektedir. Dijital dönüşümün büyüme ve refah sağlaması için pozitif ve kapsayıcı bir dijital toplumun desteklenmesi şarttır. Dijital toplumun OECD tarafından belirlenen altı kriteri; 55-74 yaş arası bireyler içinde internet kullanıcılarının oranı (K1), gelir olarak en düşük %20'lik dilimde olan bireyler içinde internet kullanıcılarının oranı (K2), fen, matematik ve okuma alanlarında en iyi performansı gösteren 15-16 yaş arası öğrencilerin oranı (K3), 16-24 yaş arasındaki kadınlar içinde programlama bilenlerin oranı (K4), kadın ve erkek arasında internet kullanımında eşitsizlik (K5) ve OECD Dijital Devlet Endeksi (K6) şeklindedir [1, 2].

Dijitalleşme, ülkelerin geleceğini belirleyen unsurlardan biridir. Bu nedenle ülkelerin dijitalleşme düzeylerinin karşılaştırılması önemli bir ÇKKV problemidir. Bu kapsamda TOPSIS'in kullanıldığı son dönemdeki çalışmalar şu şekilde özetlenebilir. Avrupa ülkelerinin dijital ekonomi ve toplum seviyeleri karşılaştırılmıştır ve İsviçre birinci sırada bulunmuştur [3]. Avrupa Birliği (AB) üyesi ülkelerin inovasyon kapasitesine ve dijitalleşme seviyesine dayalı rekabetçiliği karşılaştırılmıştır ve İsveç birinci sırada bulunmuştur [4]. AB üyesi ülkelerdeki şirketlerin dijitalleşme ve otomasyon seviyeleri karşılaştırılmıştır ve Finlandiya birinci sırada bulunmuştur [5]. Avrupa ülkelerinin dijital rekabetçiliği karşılaştırılmıştır ve Finlandiya birinci sırada bulunmuştur [6]. Merkez ve Doğu Avrupa ülkelerindeki şirketlerin dijitalleşme seviyeleri karşılaştırılmıştır ve Slovenya birinci sırada bulunmuştur [7]. AB üyesi ülkelerdeki internet kullanımı karşılaştırılmıştır ve İsveç birinci sırada bulunmuştur [8]. AB üyesi ülkelerinin dijital dönüşümleri karşılaştırılmıştır ve Danimarka birinci sırada bulunmuştur [9]. Avrupa ülkelerinin dijital ekonomi ve toplum seviyelerinin karşılaştırılmasında kullanılan TOPSIS ile elde edilen sonuçların, seçilen normalizasyon yöntemine ve belirlenen kriter ağırlıklarına hassaslığı incelenmiştir [10]. TOPSIS'ten farklı yöntemleri kullanarak ülkelerin dijitalleşme düzeylerini karşılaştıran çalışmalar da vardır [11-19]. Ülkelerin dijitalleşme düzeylerini karşılaştıran [3-19] çalışmaları içinde, bu çalışma kapsamındaki beş İskandinav ülkesini de inceleyen tek çalışma ise [3] çalışmasıdır.

TOPSIS, yaygın kullanılan çok kriterli karar verme (ÇKKV) yöntemidir. Çünkü TOPSIS; basit, anlaşılabilir ve matematiksel altyapısı güçlü bir yöntemdir [20, 21]. Buna karşın kriter ağırlıklarının belirlenmesi konusu TOPSIS için de bir eleştiri konusudur. Çünkü TOPSIS ile elde edilen sonuçlar önemli oranda kriter ağırlıklarına bağlıdır [20]. Bu sorunun çözümü için kriter ağırlıklarının belirsiz olduğu durumlarda kullanılan bir TOPSIS uzantısı (UW-TOPSIS) önerilmiştir [22]. Öte yandan UW-TOPSIS ile bulunan kriter ağırlıkları, alternatiften

alternatife değişmektedir ve bu durum UW-TOPSIS için önemli bir sınırlılık oluşturmaktadır [23]. Bu nedenle kriter ağırlıklarını içsel olarak belirleyen bir TOPSIS uzantısına ihtiyaç duyulmaktadır.

Bu çalışmanın amacı, İskandinav ülkelerinin dijital toplum seviyelerinin objektif bir bakış açısı ile karşılaştırılmasıdır. Bu çalışmanın temel motivasyonu kriter ağırlıklarını içsel olarak belirleyen bir TOPSIS uzantısı ile bu amaca ulaşmaktır. Bu nedenle norm minimizasyonuna dayalı bir TOPSIS uzantısı (NM-TOPSIS) bu çalışmada önerilmiştir. Bu çalışmanın özgünlüğü, alternatiflerin önceliklerini ve kriter ağırlıklarını belirli bir şart altında tek olarak belirleyen ilk TOPSIS uzantısının bu çalışmada önerilmesinden kaynaklanmaktadır. Ayrıca dijitalleşmede öncü olan İskandinav ülkelerini aynı anda karşılaştıran sınırlı sayıda çalışma olduğundan, bu çalışmanın söz konusu literatüre katkı sağlaması beklenmektedir.

NM-TOPSIS kriterlerin ağırlık vektörünü en kötü durum senaryosunu baz alarak belirlediğinden kriter ağırlıklandırma tartışmasına çözüm bulur. NM-TOPSIS alternatiflerin öncelik vektörünü bir konveks kuadratik minimizasyon probleminin sonucu olarak belirler. Buradaki Hesse (H) matrisi pozitif tanımlı iken NM-TOPSIS tek sonuç verir. Eğer H matrisi pozitif tanımlı değilse, NM-TOPSIS ile elde edilen öncelik vektörü tek olmayabilir. Öte yandan tanımı gereği tek sonuç veren Tikhonov'un düzenlenmiş probleminin yardımıyla, orijine en yakın olan öncelik vektörü yaklaşık olarak bulunabilir. NM-TOPSIS, TOPSIS'e oranla daha fazla bilgi taşıdığı için alternatiflerin sıralanmasından farklı amaçlar için kullanılabilir ve daha objektif sonuçlar verir. Buna karşın TOPSIS, NM-TOPSIS'e oranla daha pratik ve esnek bir yöntemdir.

Bu çalışmanın devamı şu şekilde organize edilmiştir. Bölüm 2.1'de TOPSIS ana hatlarıyla açıklanmıştır. Bölüm 2.2'de NM-TOPSIS tanıtılmıştır. Bölüm 3'te OECD'nin dijital toplum için belirlediği altı kriter için güncel tüm verileri OECD'nin resmi web sitesinde bulunan beş İskandinav ülkesinin dijital toplum seviyeleri, TOPSIS ve NM-TOPSIS kullanılarak karşılaştırılmıştır [24]. Bölüm 4 ile çalışma sonuçlandırılmıştır.

II. TEORİK METOD

2.1 TOPSIS

Farklı normalizasyon yöntemleri, TOPSIS için kullanılabilir [10, 25]. Bu çalışmada Weitendorf'un doğrusal normalizasyonu kullanılmıştır. Buna göre TOPSIS'in adımları aşağıdaki gibidir [20, 22, 25].

Adım 1: Karar matrisi $A_{n \times m}=(a_{ij})$ oluşturulur. Burada n adet alternatif, m adet kriter vardır ve i. alternatifin j. kriter için performans değeri a_{ij} ile gösterilmiştir.

Adım 2: Eş. 1'de verilen Weitendorf'un doğrusal normalizasyonu kullanılarak normalize edilmiş karar matrisi $B=(b_{ij})$ oluşturulur. Burada fayda (maliyet) yönlü kriter için α_j , A matrisinin j. sütununun en düşük (yüksek) değeridir. β_j için bunun tersi geçerlidir. Buna göre her bir alternatif için normalize edilmiş değerlerin değişim aralığı $[0,1]$ kapalı aralıktır [26].

$$b_{ij} = \frac{|a_{ij} - \alpha_j|}{|\beta_j - \alpha_j|}, \text{ her } i, j \text{ için} \quad (1)$$

Adım 3: Kriterlerin ağırlık vektörü $w=(w_j)$ herhangi bir yöntemle belirlenir. Bunun elemanları nonnegatiftir ve Eş. 2'deki koşulu sağlar.

$$\sum_{j=1}^m w_j = 1 \quad (2)$$

Adım 4: Ağırlıklandırılmış normalize edilmiş karar matrisi $C=(C_{ij})$ Eş. 3 ile oluşturulur.

$$c_{ij} = w_j b_{ij}, \text{ her } i, j \text{ için} \quad (3)$$

Adım 5: Kriterler için alternatiflerin en kötü performans değerini gösteren negatif ideal çözüm tüm elemanları 0 olan vektör olarak bulunur. Kriterler için alternatiflerin en iyi performans değerini gösteren pozitif ideal çözüm kriterlerin ağırlık vektörüne (w) eşit olarak bulunur. i . alternatifin ideal çözüme benzerlik indeksi (s_i) Eş. 4 ile hesaplanır. Benzerlik indeksi $[0,1]$ kapalı aralığında değer alır. Benzerlik indeksi 1'e eşit ise ilgili alternatif ve pozitif ideal çözüm özdeşdir. Benzerlik indeksi 0'a eşit ise ilgili alternatif ve negatif ideal çözüm özdeşdir.

$$s_i = \frac{\sqrt{\sum_{j=1}^m c_{ij}^2}}{\sqrt{\sum_{j=1}^m c_{ij}^2 + \sum_{j=1}^m (w_j - c_{ij})^2}}, \text{ her } i \text{ için} \quad (4)$$

Uyarı: Eş. 4'ün pay ifadesi, i . alternatifin negatif ideal çözüme Öklid uzaklığıdır. Eş. 4'ün payda ifadesi, i . alternatifin negatif ideal çözüme Öklid uzaklığı ve i . alternatifin pozitif ideal çözüme Öklid uzaklığının toplamıdır.

Adım 6: İdeal çözüme benzerlik indeksleri ile alternatifler büyükten küçüğe sıralanır.

2.2 NM-TOPSIS

NM-TOPSIS, iki farklı konveks kuadratik minimizasyon probleminin sonucuna dayanır. Bunlardan ilki, kriter ağırlıklarının bulunması içindir. NM-TOPSIS kriterlerin ağırlık vektörünü, alternatiflerin negatif ideal çözüme olan Öklid uzaklıklarının kareleri toplamını minimize edecek şekilde belirler. Başka bir deyişle kriterlerin ağırlık vektörü Eş. 5'in tek optimal sonucudur.

$$\begin{aligned} \min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m w_j^2 b_{ij}^2 \\ k.a. \sum_{j=1}^m w_j = 1 \end{aligned} \quad (5)$$

Toplam sembolünün özellikleri nedeniyle Eş. 5'teki amaç fonksiyonu Eş. 6'daki gibi yazılabilir. Burada d_j ifadesi B matrisinin j. sütunundaki elemanların kareleri toplamıdır.

$$d_j := \sum_{i=1}^n b_{ij}^2 \rightarrow \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m w_j^2 b_{ij}^2 = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n w_j^2 b_{ij}^2 = \sum_{j=1}^m \left(w_j^2 \left(\sum_{i=1}^n b_{ij}^2 \right) \right) = \sum_{j=1}^m d_j w_j^2 \quad (6)$$

Eş. 6'daki bilgi doğrultusunda Eş. 5, Eş. 7'deki gibi yeniden yazılmıştır.

$$\begin{aligned} \min \sum_{j=1}^m d_j w_j^2 \\ k.a. 1 - \sum_{j=1}^m w_j = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

Eş. 7'nin çözümü, Lagrange çarpanları yöntemiyle bulunabilir. Eş. 7 için Lagrange fonksiyonu Eş. 8'deki gibidir. Burada λ , Eş. 7'nin kısıdı ile ilişkili olan dual optimaldir ve Lagrange çarpanı olarak adlandırılır.

$$L(w, \lambda) := \sum_{j=1}^m d_j w_j^2 + \lambda \left(1 - \sum_{j=1}^m w_j \right) \quad (8)$$

Eş. 8'in λ 'ya göre kısmi türevi alınıp 0'a eşitlendiğinde Eş. 7'nin tek kısıdı elde edilir. Eş. 8'in w_j 'ye göre kısmi türevi alınıp 0'a eşitlendiğinde Eş. 9'daki optimal çözüm elde edilir. Kriter ağırlıklarının toplamı 1 olduğundan ve d_j değerleri pozitif olduğundan λ değerinin de pozitif olduğu açıktır.

$$w_j^* = \frac{\lambda}{2d_j}, \text{ her } j \text{ için} \quad (9)$$

Buna göre alternatiflerin negatif ideal çözüme olan Öklid uzaklıklarının kareleri toplamını minimize eden kriter ağırlıkları Eş. 10'daki gibi tek olarak bulunur.

$$d_j := \sum_{i=1}^n b_{ij}^2 \rightarrow w_j^* = \frac{1/d_j}{\sum_{j=1}^m 1/d_j}, \text{ her } j \text{ için} \quad (10)$$

Eş. 10'da verilen kriter ağırlıklarını kullandığından, NM-TOPSIS en kötü durum senaryosu altında alternatifleri karşılaştırır. Kriter ağırlıklarının yansız bir şekilde belirlenebilmesi için kriterler bazında normalize edilmiş değerlerin değişim aralığının aynı olması gerekir. Bu nedenle Weitendorf'un doğrusal normalizasyonu, NM-TOPSIS için tercih edilmiştir. NM-TOPSIS'in ilk iki adımı, TOPSIS'in ilk iki adımı ile aynıdır. NM-TOPSIS'in diğer adımları aşağıdaki gibidir.

Adım 3: Kriterlerin ağırlık vektörü (w) Eş. 10 ile belirlenir.

Adım 4: Ağırlıklandırılmış normalize edilmiş karar matrisi $C=(C_{ij})$ Eş. 3 ile oluşturulur.

v_i değeri i . alternatifin ağırlığı olmak üzere $v=(v_i)$ vektörü için kriter bazında performans vektörü, ağırlıklı toplam ifadesine karşı gelen $C^T v$ vektörüne eşittir. (Burada C^T ifadesi ile C matrisinin transpozunu gösterilmiştir.) Pozitif ideal çözüm (w) ve $C^T v$ vektörü arasındaki Öklid uzaklığını minimize eden v^* vektörü alternatiflerin optimal ağırlık vektörüdür ve öncelik vektörü olarak adlandırılmıştır. Bu da $(w-C^T v)$ vektörünün 2-normunun¹ minimize edilmesi demektir [27]. Başka bir deyişle Eş. 11'deki norm minimizasyonu problemi çözümlenmelidir.

$$\begin{aligned} & \min \|w - C^T v\|_2 \\ & k.a. \sum_{i=1}^n v_i = 1 \\ & v_i \geq 0, \forall i \end{aligned} \quad (11)$$

Eş. 11 konveks optimizasyon problemi olduğundan bir MATLAB yazılımı olan CVX kullanılarak çözülebilir [28]. Eş. 11 için CVX kodu, Eş. 12'deki gibidir.

```
cvx_solver mosek
cvx_begin
variables v(n);
minimize (norm(w - transpose(C)*v));
subject to
    ones(1,n)*v == 1;
    v >= zeros(n,1);
cvx_end
```

(12)

Eş. 11'in amaç fonksiyonunun karesi, $v^T(CC^T)v - 2(Cw)^T v + w^T w$ şeklinde yazılabilir. $w^T w$ ifadesi sabit bir değer olduğundan dikkate alınmasın. Ayrıca $H:=2CC^T$ ve $b:=2Cw$ olarak atansın. Buna göre Eş. 11, Eş. 13'teki

¹ w vektörünün 2-normu, bu vektörün orijine olan Öklid uzaklığı olarak tanımlanır ve $(w^T w)^{0.5}$ ifadesine eşittir [27].

konveks kuadratik minimizasyon problemi ile özdeşdir. C matrisinin rankı² alternatif sayısına (n) eşitse H matrisi pozitif tanımlıdır³ [27]. Bu durumda Eş. 13, kesin konveks minimizasyon problemidir ve bunun çözümü tektir⁴ [29]. Eş. 13'ün tek çözümü MATLAB paket programında quadprog() fonksiyonu ile bulunabilir.

$$\begin{aligned} \min & \frac{1}{2} v^T H v - b^T v \\ \text{k.a.} & \sum_{i=1}^n v_i = 1 \\ & v_i \geq 0, \forall i \end{aligned} \quad (13)$$

Adım 5: C matrisinin rankı n iken Eşitlik 11, Eşitlik 12'de verilen CVX kodu ile ya da başka bir şekilde çözülerek alternatiflerin öncelik vektörü (v^*) tek olarak bulunur. i. alternatifin önceliği bu vektörün i. elemanıdır.

Adım 6: Öncelik değerleri ile alternatifler büyükten küçüğe sıralanır. Bunlar alternatiflere kaynak dağıtımında da kullanılabilir. Ayrıca öncelik değeri pozitif olan alternatifler görece yeterli alternatifler olarak, öncelik değeri sıfır olan alternatifler görece yetersiz alternatifler olarak gruplandırılır.

III. BULGULAR VE TARTIŞMA

Bu bölümde OECD'nin dijital toplum için belirlediği altı kriter için güncel tüm verileri OECD'nin resmi web sitesinde bulunan beş İskandinav ülkesinin (alternatiflerin) dijital toplum seviyeleri TOPSIS ve NM-TOPSIS kullanılarak karşılaştırılmıştır. Söz konusu kriterler; K1, K2, K3, K4, K5 ve K6 şeklinde kodlanmış olup Giriş bölümünde açıklanmıştır. Her bir kriter için her bir ülkenin 100 üzerinden skor değeri kullanılmıştır ve bu değer arttıkça ülkenin ilgili kriter bazındaki performansı artmaktadır. NM-TOPSIS'in uygulama adımları aşağıdaki gibidir.

Adım 1: Karar matrisi (A) Tablo 1'deki gibi oluşturulmuştur.

Tablo 1. Karar matrisi

	K1	K2	K3	K4	K5	K6
Danimarka	96,043	94,220	42,892	82,569	96,895	87,792
Finlandiya	93,335	96,812	60,175	45,088	95,848	47,909
İzlanda	84,560	99,676	49,453	26,475	96,613	71,925
Norveç	100,000	100,000	46,387	63,674	97,007	74,067
İsveç	94,420	94,847	57,211	43,095	95,485	34,588

² C matrisinin lineer bağımsız satır sayısıdır ve MATLAB paket programında rank(C) fonksiyonu ile bulunur [27].

³ Tüm özdeğerleri pozitif olan simetrik matrisler, pozitif tanımlı matris olarak adlandırılır [27].

⁴ H matrisi pozitif tanımlı değilse Eş. 13'ün optimal çözümü tek olmayabilir. Bu durumda ϵ , 0'a oldukça yakın bir sayı ve I uygun boyutta birim matris olmak üzere Eş. 13'te H yerine H+ ϵ I kullanılarak Eş. 13'ün tüm optimal çözümlerinin içinde 2-normu en düşük olan optimal çözüm yaklaşık olarak bulunur. Tek çözüm veren bu yeni probleme Tikhonov'un düzenlenmiş problemi denir [29].

Adım 2: Eş. 1 kullanılarak, normalize edilmiş karar matrisi (B) Tablo 2'deki gibi oluşturulmuştur.

Tablo 2. Normalize edilmiş karar matrisi

	K1	K2	K3	K4	K5	K6
Danimarka	0,7437	0,0000	0,0000	1,0000	0,9266	1,0000
Finlandiya	0,5683	0,4484	1,0000	0,3318	0,2390	0,2504
İzlanda	0,0000	0,9440	0,3796	0,0000	0,7411	0,7018
Norveç	1,0000	1,0000	0,2022	0,6631	1,0000	0,7420
İsveç	0,6386	0,1083	0,8285	0,2963	0,0000	0,0000

Adım 3: Eş. 10 kullanılarak; K1'in ağırlığı 0,1490, K2'nin ağırlığı 0,1617, K3'ün ağırlığı 0,1818, K4'ün ağırlığı 0,2078, K5'in ağırlığı 0,1381 ve K6'nın ağırlığı 0,1616 olarak yani $w=(0,1490, 0,1617, 0,1818, 0,2078, 0,1381, 0,1616)^T$ olarak bulunmuştur. En kötü durum senaryosu altında alternatifleri karşılaştırdığından, NM-TOPSIS'te bunlardan farklı kriter ağırlıkları kullanılamaz.

Adım 4: Eş. 3 kullanılarak, ağırlıklandırılmış normalize edilmiş karar matrisi (C) Tablo 3'teki gibi oluşturulmuştur.

Tablo 3. Ağırlıklandırılmış normalize edilmiş karar matrisi

	K1	K2	K3	K4	K5	K6
Danimarka	0,1108	0,0000	0,0000	0,2078	0,1279	0,1616
Finlandiya	0,0847	0,0725	0,1818	0,0689	0,0330	0,0405
İzlanda	0,0000	0,1527	0,0690	0,0000	0,1023	0,1134
Norveç	0,1490	0,1617	0,0368	0,1378	0,1381	0,1199
İsveç	0,0951	0,0175	0,1506	0,0616	0,0000	0,0000

Adım 5: C matrisinin rankı, alternatif sayısına (5'e) eşittir. Başka bir deyişle $H=2CC^T$ matrisi pozitif tanımlıdır. Eş. 12 kullanılarak Eş. 11'in tek çözümü Tablo 4'teki gibi bulunmuştur ve alternatiflerin öncelik vektörü (v^*) olarak atanmıştır. (Adım 3'te verilen kriter ağırlıkları kullanılarak TOPSIS yöntemi de uygulanmıştır. Buna göre TOPSIS'in ilk dört adımı ile NM-TOPSIS'in ilk dört adımı özdeştir. TOPSIS'in son adımındaki ideal çözüme benzerlik indeksleri ise Eş. 4 ile hesaplanmıştır. Bu değerler de Tablo 4'te sunulmuştur)

Tablo 4. TOPSIS sonuçları ve NM-TOPSIS sonuçlarının karşılaştırılması

	TOPSIS		NM-TOPSIS	
	Benzerlik İndeksi	Sıra	Öncelik Vektörü	Sıra
Danimarka	0,5593	2	0,0072	3
Finlandiya	0,4907	3	0,2332	2
İzlanda	0,4422	4	0,0000	4,5
Norveç	0,6576	1	0,7596	1
İsveç	0,3853	5	0,0000	4,5

Adım 6: Tablo 4'teki öncelik değerleri ile ülkeler sıralandığında Norveç'in 0,7596 öncelik değeri ile birinci sırada olduğu, Finlandiya'nın 0,2332 öncelik değeri ile ikinci sırada olduğu, Danimarka'nın 0,0072 öncelik değeri ile üçüncü sırada olduğu görülmüştür. Söz konusu üç ülke dijital toplum karşılaştırmasında görece yeterli ülke olarak belirlenmiştir. Öncelik değeri 0 olarak bulunan İsveç ve İzlanda, bu karşılaştırmada görece yetersiz ülke olarak belirlenmiştir ve son sıradadır.

Spearman'ın sıra korelasyonu, sıralamalar için bulunan lineer korelasyon katsayısına eşittir [30]. TOPSIS sonuçları ve NM-TOPSIS sonuçları arasındaki Spearman'ın sıra korelasyonu 0,8721 olarak bulunmuştur. Bu değer 0,71-0,90 arasında olduğundan bu sonuçlar arasında yüksek düzeyde pozitif yönlü ilişki vardır [31]. Öte yandan TOPSIS sonuçları, kriter ağırlıklarına bağlı olarak değişmektedir. SX, X. kriterin ağırlığının 0,5 olduğu diğer kriter ağırlıklarının ise 0,1'e eşit olduğu kriter ağırlıkları senaryosu olsun. S7 kriter ağırlıklarının eşit olduğu senaryo ve BS kriter ağırlıklarının NM-TOPSIS ile bulunduğu baz senaryo olsun. Farklı kriter ağırlıkları senaryoları için TOPSIS ile bulunan sıralamalar Tablo 5'te ve Tablo 6'da sırasıyla sunulmuştur.

Tablo 5. TOPSIS için duyarlılık analizi I

	S1		S2		S3		S4	
	Benzerlik İndeksi	Sıra	Benzerlik İndeksi	Sıra	Benzerlik İndeksi	Sıra	Benzerlik İndeksi	Sıra
Danimarka	0.6814	2	0.2657	4	0.2657	5	0.7844	1
Finlandiya	0.5464	4	0.4558	3	0.7788	1	0.3696	3
İzlanda	0.2186	5	0.7495	2	0.4067	3	0.2186	5
Norveç	0.8542	1	0.8542	1	0.3582	4	0.6700	2
İsveç	0.5636	3	0.2038	5	0.6734	2	0.3169	4

Tablo 6. TOPSIS için duyarlılık analizi II

	S5		S6		S7		Baz Senaryo (BS)	
	Benzerlik İndeksi	Sıra	Benzerlik İndeksi	Sıra	Benzerlik İndeksi	Sıra	Benzerlik İndeksi	Sıra
Danimarka	0.7677	2	0.7844	1	0.5621	2	0.5593	2
Finlandiya	0.3066	4	0.3139	4	0.4788	3	0.4907	3
İzlanda	0.6571	3	0.6328	3	0.4747	4	0.4422	4
Norveç	0.8542	1	0.7277	2	0.6896	1	0.6576	1
İsveç	0.1726	5	0.1726	5	0.3704	5	0.3853	5

Tablo 5 ve Tablo 6'daki sonuçlar için bulunan Spearman'ın sıra korelasyonu matrisi Tablo 7'de sunulmuştur. Bu matrisin negatif elemanları, negatif yönlü ilişkiye karşı gelmektedir. Bu matrisin 0,71'den büyük elemanları, yüksek düzeyde veya çok güçlü pozitif yönlü ilişkiye karşı gelmektedir. Bu matrisin 0,71'den büyük olmayan pozitif elemanları, ilişkisiz duruma, küçük veya orta düzeyde pozitif yönlü ilişkiye karşı gelmektedir [31]. Buna göre TOPSIS için farklı kriter ağırlıkları kullanıldığında, birbirlerinden çok farklı sonuçlar elde edilebilmektedir.

Tablo 7. Spearman'ın sıra korelasyonu matrisi

	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	BS
S1	1	0.1000	-0.6000	0.8000	0.6000	0.5000	0.7000	0.7000
S2	0.1000	1	-0.2000	0.0000	0.7000	0.4000	0.6000	0.6000
S3	-0.6000	-0.2000	1	-0.6000	-0.8000	-0.9000	-0.6000	-0.6000
S4	0.8000	0.0000	-0.6000	1	0.6000	0.7000	0.8000	0.8000
S5	0.6000	0.7000	-0.8000	0.6000	1	0.9000	0.9000	0.9000
S6	0.5000	0.4000	-0.9000	0.7000	0.9000	1	0.8000	0.8000
S7	0.7000	0.6000	-0.6000	0.8000	0.9000	0.8000	1	1
BS	0.7000	0.6000	-0.6000	0.8000	0.9000	0.8000	1	1

Çalışma kapsamındaki beş İskandinav ülkesini de karşılaştıran [3] çalışmada elde edilen sıralama; İsveç, İzlanda, Finlandiya, Danimarka ve Norveç şeklindedir. Bu çalışmada NM-TOPSIS ile elde edilen sıralama ile bu sıralama arasındaki korelasyon katsayısı -0,8721 olarak bulunmuştur. İzlanda dışındaki dört İskandinav ülkesini de karşılaştıran [6] çalışmada elde edilen sıralama; Finlandiya, Danimarka, İsveç ve Norveç şeklindedir. Bu çalışmada NM-TOPSIS ile elde edilen sıralama ile bu sıralama arasındaki korelasyon katsayısı -0,2000 olarak bulunmuştur. İzlanda dışındaki dört İskandinav ülkesini de karşılaştıran [15] çalışmada elde edilen sıralama; Finlandiya, Danimarka, Norveç ve İsveç şeklindedir. Bu çalışmada NM-TOPSIS ile elde edilen sıralama ile bu sıralama arasındaki korelasyon katsayısı 0,4000 olarak bulunmuştur. İzlanda dışındaki dört İskandinav ülkesini de karşılaştıran [17] çalışmada elde edilen sıralama; Norveç, İsveç, Finlandiya ve Danimarka şeklindedir. Bu çalışmada NM-TOPSIS ile elde edilen sıralama ile bu sıralama arasındaki korelasyon katsayısı 0,4000 olarak

bulunmuştur. Başka bir deyişle [3, 6, 15, 17] çalışmalarının bulguları, bu çalışmanın bulguları için destekleyici özellikte değildir. Bu durumun nedeni, kullanılan veri veya yöntemin farklı olması olabilir. [19] çalışmasında söz konusu dört ülkenin veri zarflama yöntemi ile bulunan etkinlik skorları 1 olarak bulunmuştur. Başka bir deyişle söz konusu ülkelerin tümü ilk sıradadır ve etkin ülkedir. Bu çalışmada ise Norveç, Finlandiya ve Danimarka'nın aksine İzlanda ve İsveç görece yetersiz ülke olarak bulunmuştur.

IV. SONUÇLAR

Dijitalleşme kavramı ve ülkelerin bu kapsamda karşılaştırılması gün geçtikçe önem kazanmaktadır. ÇKKV yöntemlerinin farklı kriter ağırlıkları için farklı sonuçlar vermesi yapılan karşılaştırmaların yeterince objektif olmamasına neden olmaktadır. Bu nedenle kriter ağırlıklarını içsel olarak belirleyen NM-TOPSIS, bu çalışmada önerilmiştir. TOPSIS'in norm minimizasyonuna dayalı bir uzantısı olan NM-TOPSIS, İskandinav ülkelerinin dijital toplum seviyelerinin karşılaştırılmasında kullanılmıştır. Yapılan karşılaştırma sonucunda sırasıyla Norveç, Finlandiya ve Danimarka görece yeterli ülke olarak bulunmuştur. İzlanda ve İsveç görece yetersiz ülke olarak bulunmuştur. NM-TOPSIS ile elde edilen kriter ağırlıkları TOPSIS için de kullanıldığında; Norveç, Danimarka, Finlandiya, İzlanda ve İsveç sıralaması elde edilmiştir. Öte yandan söz konusu sıralama farklı kriter ağırlıkları kullanıldığında önemli oranda değişebilmektedir. Bu çalışmada dijitalleşmenin toplum boyutuna odaklanılmıştır. Bu nedenle OECD'ye göre dijitalleşmenin diğer boyutları (kullanım, erişim, piyasaların açıklığı, güven ve işler) çalışmada incelenmemiştir. Çalışmanın en önemli sınırlılığı budur.

NM-TOPSIS, kriter ağırlıklarını belirlemede en kötü durum senaryosunu baz aldığından kriter ağırlıklandırma tartışmasına çözüm bulur. NM-TOPSIS alternatifleri sıralar, gruplandırır ve alternatiflere kaynak dağıtımında kullanılabilir. Öte yandan ağırlıklandırılmış normalize edilmiş karar matrisinin (C) rankı alternatif sayısına (n) eşit değil iken alternatiflerin öncelikleri tek olarak belirlenemeyebilir. Bu tür durumlarda, 2-normu minimum olan tek optimal çözümü yaklaşık olarak bulmak için Tikhonov'un düzenlenmiş problemi kullanılabilir. Bazı durumlarda yaklaşık çözüm bulunması, NM-TOPSIS'in en önemli sınırlılığıdır. Bununla birlikte NM-TOPSIS kriter ağırlıklarının esnek bir şekilde belirlenmesine imkan vermez. Bu nedenle objektiflik yerine esnekliğin istendiği durumda tercih edilmemelidir. Ayrıca TOPSIS'in uygulanması daha kolaydır. Çalışmada diğer ÇKKV yöntemleri kullanılmadığından, sadece TOPSIS ve NM-TOPSIS'in birbirlerine karşı görece üstünlükleri analiz edilmiştir. İlerideki çalışmalarda portföy seçimi gibi farklı ÇKKV problemlerinin çözümünde NM-TOPSIS kullanılabilir. Ayrıca grup karar verme problemleri için NM-TOPSIS geliştirilebilir.

KAYNAKLAR

1. OECD (2019) Going digital: Shaping policies, improving lives. OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/9789264312012-en>
2. OECD (2020) OECD digital economy outlook 2020. OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/bb167041-en>
3. Zerhouni MN, Özarı Ç (2022) Assessment of international digital economy and society index using entropy based TOPSIS methods. Int J Rec Res Commerce Economics Manag 9(2):70-77. <https://doi.org/10.5281/zenodo.6579884>
4. Marti L, Puertas R (2023) Analysis of European competitiveness based on its innovative capacity and digitalization level. Technol Soc 72:102206. <https://doi.org/10.1016/j.techsoc.2023.102206>
5. Brodny J, Tutak M (2021) Assessing the level of digitalization and robotization in the enterprises of the

- European Union member states. *PLoS One* 16(7):e0254993. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0254993>
6. Stankovic JJ, Marjanovic I, Drezgic S, Popovic Z (2021) The digital competitiveness of European countries: A multiple-criteria approach. *J Compet* 13(2):117-134. <https://doi.org/10.7441/joc.2021.02.07>
 7. Brodny J, Tutak M (2022) The level of digitization of small, medium and large enterprises in the Central and Eastern European countries and its relationship with economic parameters. *J Open Innov: Technol Mark Complex* 8(3):113. <https://doi.org/10.3390/joitmc8030113>
 8. Oesterreich M (2020) Dynamics of changes in the level of propensity to use the internet in European Union countries in 2010-2019. *Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu* 64(7):102-117. <http://dx.doi.org/10.15611/pn.2020.7.08>
 9. Małkowska A, Urbaniec M, Kosała M (2021) The impact of digital transformation on European countries: Insights from a comparative analysis. *Equilib, Q J Econ Econ Policy* 16(2):325-355. <http://dx.doi.org/10.24136/eq.2021.012>
 10. Banhidi Z, Dobos I (2024) Sensitivity of TOPSIS ranks to data normalization and objective weights on the example of digital development. *Cent Eur J Oper Res* 32(1):29-44. <https://doi.org/10.1007/s10100-023-00876-y>
 11. Banhidi Z, Dobos I (2023) A Data Envelopment Analysis model for ranking digital development in the countries of the European Union without explicit inputs and common weights analysis. *Decis Anal J* 6:100167. <https://doi.org/10.1016/j.dajour.2023.100167>
 12. Banhidi Z, Dobos I (2023) Measurement of digital development with partial orders, Tiered DEA, and cluster analysis for the European Union. *Int Rev Appl Sci Eng* 14(3):392-401. <https://doi.org/10.1556/1848.2023.00612>
 13. Georgescu MR, Lungu AE, Bogoslov IA, Stoica EA (2023) European efficiency or inefficiency in economic growth through digital transformation. *Sci Ann Econ Bus* 70(SI):19-31. <https://doi.org/10.47743/saeb-2023-0010>
 14. Kiselakova D, Sofrankova B, Sira E, Fedoreikova R (2022) Assessment of the digital economy's level among the EU countries-an empirical study. *Pol J Manag Stud* 26(1):107-123. <https://doi.org/10.17512/pjms.2022.26.1.07>
 15. Balkan D, Akyüz GA (2023) Technological maturity of the OECD countries: A multi-criteria decision-making approach using PROMETHEE. *Cogent Eng* 10(1):2219097. <https://doi.org/10.1080/23311916.2023.2219097>
 16. Brodny J, Tutak M (2024) Assessing the level of innovativeness and digitalization of enterprises in the European Union States. *J Open Innov: Technol Mark Complex* 10(1):100210. <https://doi.org/10.1016/j.joitmc.2024.100210>
 17. Pakhnenko O, Rubanov P, Hacar D, Yatsenko V, Vida I (2021) Digitalization of financial services in European countries: Evaluation and comparative analysis. *J Int Stud* 14(2):267-282. <https://doi.org/10.14254/2071-8330.2021/14-2/17>
 18. Brodny J, Tutak M (2022) Analyzing the level of digitalization among the enterprises of the European Union member states and their impact on economic growth. *J Open Innov: Technol Mark Complex* 8(2):70. <https://doi.org/10.3390/joitmc8020070>
 19. Keles EU, Alptekin GI (2023) Evaluation of the digitalization efficiency of countries using Data Envelopment Analysis. In *2023 Smart City Symposium Prague (SCSP)*. IEEE. <https://doi.org/10.1109/SCSP58044.2023.10146126>
 20. Bouslah K, Liern V, Ouenniche J, Pérez-Gladish B (2023) Ranking firms based on their financial and diversity performance using multiple-stage unweighted TOPSIS. *Int Trans Oper Res* 30(5):2485-2505. <https://doi.org/10.1111/itor.13143>
 21. Yıldırım Z, Sakar FM (2023) Çok kriterli karar verme yöntemlerinden TOPSIS yöntemi ile fakültelerin akademik performanslarının analizi. *Dicle Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi* 13(25):98-116. <https://doi.org/10.53092/duiibfd.1228552>
 22. Liern V, Pérez-Gladish B (2022) Multiple criteria ranking method based on functional proximity index: Un-weighted TOPSIS. *Ann Oper Res* 311(2):1099-1121. <https://doi.org/10.1007/s10479-020-03718-1>
 23. López-García A, Liern V, Pérez-Gladish B (2023) Determining the underlying role of corporate sustainability criteria in a ranking problem using UW-TOPSIS. *Ann Oper Res* 1-24. <https://doi.org/10.1007/s10479-023-05543-8>
 24. OECD (2024) Going digital toolkit. <https://goingdigital.oecd.org/> adresinden erişildi. Erişim 15 Şubat 2024
 25. Acuña-Soto C, Liern V, Pérez-Gladish B (2021) Normalization in TOPSIS-based approaches with data of different nature: Application to the ranking of mathematical videos. *Ann Oper Res* 296(1):541-569. <https://doi.org/10.1007/s10479-018-2945-5>
 26. Liern V, Pérez-Gladish B, Rubiera-Morollón F, M'Zali B (2021) Residential choice from a multiple criteria sustainable perspective. *Ann Oper Res* 1-12. <https://doi.org/10.1007/s10479-021-04480-8>
 27. Trefethen LN, Bau D (1997) Numerical linear algebra. Siam.

28. Grant MC, Boyd SP (2008) Graph implementations for nonsmooth convex programs. In Recent Advances in Learning and Control. Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-84800-155-8_7
29. Boyd SP, Vandenberghe L (2004) Convex optimization. Cambridge University Press.
30. Li H, Cao Y, Su L (2022) Pythagorean fuzzy multi-criteria decision-making approach based on Spearman rank correlation coefficient. Soft Comput 26(6):3001-3012. <https://doi.org/10.1007/s00500-021-06615-2>
31. Hair JF, Money AH, Samouel P, Page M (2007) Research methods for business. Education+Training 49(4): 336-337. <https://doi.org/10.1108/et.2007.49.4.336.2>