

# Manyezit cevher yüzeyindeki dağılım türlerinin belirlenmesi

Tuğba ÖZBEY\*, Mehmet BAYIRLI

Balıkesir Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, Fizik Bölümü, Balıkesir

Geliş Tarihi (Received Date): 15.08.2017  
Kabul Tarihi (Accepted Date): 13.10.2017

## Özet

*Doğada ve deneysel ortamda morfolojik özelliklere sahip ve istatistiksel olarak bilimsel araştırmaların konusu olan birçok yapı bulunmaktadır. Bu yapılardan biri manyezit cevher yüzeyindeki mangan dağılımlarıdır. Bu dağılımları araştırmak amacıyla manyezit cevher yüzeylerindeki makroskobik açıdan farklı özellik gösteren bölgeler ayrı ayrı incelenmiştir. Bu amaçla işgal edilme kesri  $\phi$  değeri, 0.159 ve 0.133 olan bölgelere ait parçacık dağılım grafikleri elde edilmiş ve yeni bir dağılım fonksiyonu olan  $f(d) = \frac{\delta}{d^\rho} + \theta$  tanımlanmıştır.  $\rho$ ,  $\delta$  ve  $\theta$  cevher yüzeyindeki dağılımları tanımlayan model parametreleridir. Buna göre, dendritik özellikteki mangan yapıları hiperbolik dağılım gösterirken, noktasal ya da bütün bir yapıdakiler gaussian dağılım göstermektedir.*

**Anahtar Kelimeler:** Mangan dağılımları, hiperbolik ve gaussian dağılımlar.

## The determination of the types of the distribution on the magnesite ore

### Abstract

*There are many structures in nature and in the experimental environment that have morphological characteristics and are statistically subject to scientific research. The one of these structures is manganese distributions on the magnesite ore surface. In order to investigate these distributions, the regions showing different properties macroscopically on magnesite ore surface have been investigated separately. For this purpose, the particle distribution graphs for the zones with the occupation fraction value  $\phi$ , 0.159 and 0.133 are obtained and a new distribution distribution function  $f(d) = \frac{\delta}{d^\rho} + \theta$  is defined.  $\rho$ ,  $\delta$  and  $\theta$  are the model parameters that define the distributions in the ore surface. According to this, while the manganese structures having dendritic properties show hyperbolic distribution, having point or whole structure show gaussian distribution.*

**Keywords:** Manganese distributions, hyperbolic and gaussian distributions.

\* Tuğba ÖZBEY, ozbey15@msn.com, <http://orcid.org/0000-0002-4726-4033>  
Mehmet BAYIRLI, mbayirli@balikesir.edu.tr, <http://orcid.org/0000-0002-7775-0251>

## 1. Giriş

Doğada ve deneysel ortamda oluşan malzemelerin yüzeyleri farklı morfolojik özelliklere sahiptir. Bu yapıların yüzeylerini istatistiksel olarak tanımlamak ve karakterize etmek yeni bilimsel çalışmalarda farklı özellikteki cihazların üretimi için önemli bir olgudur [1, 2].

Doğadaki cevher yüzeylerindeki oluşumlardan biri de kristal büyümesidir. Malzemenin yüzeyinde ve iç bölgelerindeki çatlak ve eklemelerde, taşınan metal iyonlarının indirgenmesi ve çökmesi sonucu bu büyüme gerçekleşmektedir [1, 2]. Sonuçta heterojen çevre şartlarına rağmen malzeme yüzeyi/iç bölgesindeki parçacık kümeleri simetri, yarı simetri ve yoğun yapı özelliği gösterebilir. Bu durum, jeofizik ve bazı temel yer bilimlerinin halen araştırma konusunu oluşturmaktadır [3-5].

Doğadaki oluşumların yüzeylerinde adacık, dendrit, ağaç dallanması, uzatılmış parmak benzeri şekiller ve yoğun yapılar olarak isimlendirilen çeşitli morfolojik yapılar bulunmaktadır [1]. Bu yapılardan biri akik taşı [1, 6], kireç taşı [2, 5] ve manyezit cevher (Mc) yüzeyinde [7] oluşan mangan dağılımlarıdır (MD). MD yapısı, jeolojik çevre koşullarının etkisiyle kendiliğinden büyüme gösteren stokastik bir yapıdır. Özellikle Mc yüzeyindeki MD'nin (nokta, dendrit benzeri desenleri) yaygın oluşumlarından dolayı araştırılması, genetik oluşum şartları ile ilgili detaylı bilgi edinilmesi, jeolojik çevreyi anlamak için oldukça ilgi çekmektedir [8, 9, 10].

MD'nin oluşması için gerekli olan bazı jeolojik koşullar vardır. Bu koşullar şunlardır; MD'nin oluştuğu kayalık, cevher, mineraller vb. yapıların yüzeylerinde gözenekler, çatlaklar ve eklemeler bulunmalı, taşınması için hidrotermal çözeltinin, miktarı yeterli olmalı ve bu suyun içerisinde çökecek veya depolanabilecek minerallerin bulunmalıdır. Bu mineraller (mangan ve demir) MD'nin kimyasal içeriğini oluştururlar. MD'nin içeriğinde, çöl cilasındaki (desert varnish) yüksek konsantrasyonlu kil mineralleri gibi belirgin başka bir ikinci minerale rastlanmaz. Hatta bazıları saf mangan okside yakın bir konsantrasyona sahiptirler. Diğer MD'ler ise mangan oksit bileşiği (MnO), silikat (sodyum silikat ( $\text{Na}_2(\text{SiO}_2)_n\text{O}$ )) ve karbonat ( $\text{CO}_3$ ) mineralleriyle karışarak çökeltiyi oluşturmaktadır. Ancak bazı MD yapılarında Fe (demir), dendriti oluşturan başlıca maddedir.

MD'yi oluşturan mineraller şunlardır; hollandit (baryum ve mangan manganat), todorokit (kalsiyum, baryum, potasyum, sodyum ve magnezyumdan oluşan mangan oksit minerali), birnisite (mangan oksit içeren akıcı bir mineral), götit (sulu demir oksit minerali), amorf Fe-hiroksit,

smektit, illit ve  $\text{CaSO}_4$  içeren demir oksit ( $\text{Fe}_2\text{O}_3$ ) ve mangan oksitlerdir ( $\text{MnO}_2$  ve  $\text{Mn}_2\text{O}_3$ ). Bu yapıların her biri, ayrı ayrı bir ana mangan fazıdır [8, 10].

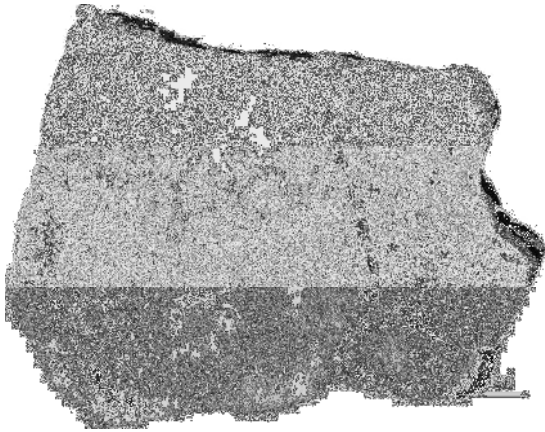
Mc yüzeyinde bulunan MD yapısı, yüzeyde bulunduğu konumun özelliklerine göre farklılık göstermektedir. Bu yüzeyler ile ilgili teorik çalışmalardan biri Schoedler tarafından 1851'de yapılmıştır. Schoedler bu çalışmasında dendrit benzeri yapıları gözlemlemiştir [11]. 1934'de Swartzlow, karmaşık genişleme simetrisine sahip Mc yüzeyindeki MD'ni önermiştir [12]. Mandelbrot, ağaca benzer, ilgi çekici dendrit desenlerinin, fraktal özellikte ve ölçekleme değişmezlik yapısına sahip olduğunu açıklamıştır [13]. MD'nin yapısını inceleyen deneysel çalışmalardan biri, Xu ve arkadaşları, üç farklı alt tabaka üzerinde (kireçtaşı, riyolit (granitle aynı kimyasal yapıya sahip camsı bir kütle), kil taşı) MD'nin yapısını incelemiştir. Yüksek çözünürlüklü elektron mikroskobu kullanarak yaptıkları bu çalışmada üç farklı yüzeyde bulunan dendrit benzeri yapıların mangan minerallerini içerdiğini ve bu yapıların her birinin ayrı bir ana kristal mangan fazına sahip olduğunu belirlemişlerdir [8].

Ng ve Teh, iki boyutta (2B) kuvars damarlarında ve yüzeylerinde oluşan mangan dendritlerini, fraktal ve şekil analizi sonuçlarını kullanarak dokuz farklı gruba ayırmıştır. Araştırmacılar, geniş ve kısa dallara sahip dendritlerin fraktal boyut değeri ince ve uzun dallara sahip dendritlere kıyasla daha büyük değerde olduğu sonucuna varmışlardır [9]. Bayırlı, 2B'da Mc'nin yüzeyi ile ilgili çalışmasında da, dendritli bir yapıdan yoğun-sıkışmış bir morfolojiye doğru değişen çeşitli yapıların varlığını ortaya koymuştur. Yazar bu farklı morfolojik yüzeylerin, fraktal boyutlarını, korelasyon fonksiyonunun kritik üs değerleri ve geometriksel yapıları açısından yedi farklı gruba ayırmıştır [7]. Ng ve Teh'in incelediği MD'nin geometrik yapısı, Bayırlı'nın incelediğinden oluşum ve yüzey yapısı açısından oldukça farklıdır. Bayırlı ve Özbek, Mc yüzeyinden seçtikleri dört bölgenin yüzey analizini nümerik hesaplamalarla incelemiştir. Bu amaçla, bu bölgelere ait işgal edilme kesri, fraktal boyut, çevre- alan ilişkisi ve ölçekleme kritik üs değerlerini hesaplayarak oluşum mekanizmalarını tartışmışlardır [14].

Bu çalışmada Mc yüzeyinden farklı dağılım gösteren iki bölge seçilerek bu bölgelere ait parçacık dağılım grafikleri elde edilmiştir. Yüzeydeki kümelerin ortalama parçacık büyüklüğü hesaplanmış ve kümelerin dağılım şekli belirlenirken yeni bir matematiksel model fonksiyonu tanımlanmıştır.

## 2. Materyal ve metot

Görüntü analizinin ilk aşamasında MD desenlerinin bulunduğu Mc yüzeyi, bir tarayıcı (Epson Stylus DX485) ile taranmaktadır. Dendrit formundan yoğun bir yapı formuna değişen morfolojik MD desenlerinin, Mc'nin yüzeyinde gelişigüzel dağıldığı gözlenmiş olup tipik bir görüntüsü Şekil 1'de sunulmuştur. Şekil 1'de yüksek çözünürlük ve karışıklıkla MD siyah, MC'yi ise beyaz renkte gözlenmektedir. İkinci aşamada, bilgisayar ortamına aktarılan görüntü üzerinde nümerik hesaplamalar yapılmıştır. Bilgisayar ortamında siyah-beyaz renkteki görüntü, kapalı kare örgü üzerine taşınarak tüm yüzey lineer bir şekilde ölçeklenmiştir. Daha sonra, yüzeydeki dolu siyah gözler için parçacık yoğunluğu bir (1), diğer gözler için sıfır (0) alınarak hesaplamalar yapılmıştır.



Şekil 1: Manyezit cevheri yüzeyinde rastgele dağılımlı MD desenlerinin görüntüleri.

## 3. Sonuçlar

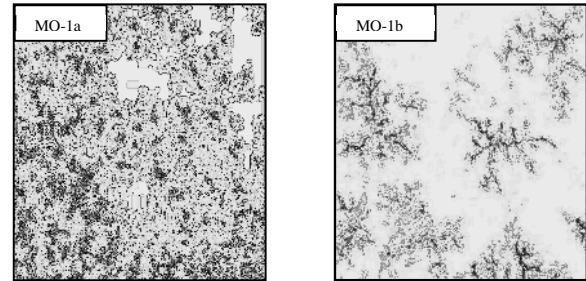
Doğal Mc yüzeyinde rastgele dağılıma sahip MD kümelerinin istatistiksel ve ölçkleme özelliklerini belirlemek için sınırlandırılmış bir kare örgüde sayısal hesaplamalar yapılmaktadır. Bu amaçla, ilk olarak Mc yüzeyinden farklı morfolojik dağılımlarına göre rastgele iki farklı bölge seçilmiştir. Bu bölgeler, Şekil 2'de gösterilmektedir. Seçilen bölgeler MO-1a ve MO-1b olarak isimlendirilmiştir. Bu sınırlı büyüklükteki kare örgü içindeki örneğe ait lineer boyut,  $L=512$  piksel olarak alınmıştır. Yüzeydeki kümelerin dağılımına ait görüntüler BMP (ikili-binary) resim formatına dönüştürülerek lineer bir şekilde ölçeklendirilmiştir.

Stokastik bir şekilde nokta, dendrit vb. gibi çeşitli geometriksel yapılardan oluşan MD, çok fazla altkümelere sahiptir. Kare örgü yüzeyinde bazı bağlı alt MD kümelerinin alanı  $A$  olmak üzere, bu kümeleri oluşturan parçacığın kenar boyutu,  $\delta$ 'dır ve minimum lineer boyutu  $\delta > 0$ 'dır. Sınırlı bir kare

örgüde  $\delta$  ve  $A$  alanının bir değeri,  $N_\delta(A)$  desenlerinin en küçük sayısı  $N_\delta(A)$  olmak üzere  $A$  alanın kutu boyutu fraktal boyut  $D_f$  aşağıdaki gibi verilebilir. Buna göre fraktal boyut;

$$D_f = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\log N_\delta(A)}{\log(1/\delta)} \quad (1)$$

bağıntısı ile tanımlanır. Burada  $N_\delta(A)$  kümelerdeki toplam kutu sayısı,  $\delta$  ise kümeyi temsil eden parçacığın en küçük ayarlanabilir kutu boyutudur. Kutu boyutu, bir yapının eşit büyüklükteki küçük kutularla nasıl en ideal şekilde kaplandığını istatistiksel olarak gösteren bir ölçüdür. Bu çalışmada MD'nin fraktal boyutları, kutu-sayma (box-counting) metodu kullanılarak hesaplanmıştır [7,15].



Şekil 2. Şekil 1'deki manyezit yüzeyinden seçilen bölgelerin görüntüleri.

Seçilen bölgeler için hesaplanan fraktal boyutlar, 1.43 ve 1.44 değerlerindedir. Kireçtaşı üzerindeki MD'nin fraktal boyut değeri 1.78 [5] ve iki boyutta ve bir doğrultuda gelişen kuvars üzerindeki MD için ise 1.51 fraktal boyut [9] değeri olarak belirlenmiştir. Ayrıca, bu değer, killi şistli birimlerden (flişlerden) elde edilen sıkışmış kalkeranitin iki tabakası arasında elde edilen fraktal boyut değeri 1.69'dur [10]. Kısa ve kalın dallara sahip dendrit desenlerinin fraktal boyut değerleri, ince ve uzun dendrit desenlerinin dallarına kıyasla genellikle daha büyük değerlere sahiptir [2, 10].

Mc'lerin yüzeyinde, farklı büyüklükte ve morfolojik bir dağılım gösteren bölgeler gelişigüzel seçilerek yüzeyi tanımlayan parametrelerden biri olan işgal edilme kesri hesaplanmaktadır [15]. Mc yüzeyi için işgal edilme kesri aşağıdaki denklemde verilmiştir;

$$\Phi(N, L) = N \cdot L^{-d} \quad (2)$$

Denklem 2'de  $N$ ; MD'yi oluşturan toplam taneciklerin sayısı,  $d$ ; Öklid boyutu ve  $L$ ; MD'nin içinde bulunduğu kare örgünün kenar uzunluğudur. Seçilen bölgeler için hesaplanan işgal edilme kesri 0.159 ve 0.133 değerlerindedir.

Mc gibi tortullu kayaların yüzey morfolojisini tanımlayan diğer bir parametre ortalama parçacık (küme) büyüklüğüdür. Yüzeydeki dağılımları oluşturan parçacıkların (kümelerin) ortalama büyüklük değeri, jeomorfolojik oluşum esnasında yüzeydeki gözenekler ve çatlaklar ile orantılıdır. Mc yüzeyinden seçilen görüntüler için ortalama küme büyüklüğü hesaplanarak yüzeydeki küme çapının depozit sayısı ile değişimi incelenmektedir. Bu kapsamda Şekil 2’de gösterilen görüntü üzerindeki kümelerin kesit alanı  $S_i$  ve bunlara ait depozit sayıları  $N(s)$  değerleri belirlenmiştir. Çalışmada ImageJ yazılımı kullanılarak her bir kümenin yarıçapları hesaplanmış ve gözlenme sıklıkları (frekansları) belirlenmiştir. Bu analizlerin işlem adımları aşağıda açıklanmaktadır.

ImageJ programına taşınan resim, 8 bit binary formatına dönüştürülerek “bandpass filter” sekmesiyle filtre edilmektedir. Resimdeki kümelerin sınırlarının tam olarak belirlenmesi amacıyla “threshold (eşik)” ayarı yapılmaktadır. Daha sonra kümeler analiz edilmektedir. ImageJ programından elde edilen görüntü üzerindeki parçacıkların kesit alan değerlerini gösteren verilerden her bir parçacığın çap değerleri hesaplanmaktadır. Elde edilen sonuçlar ile çizilen istatistiksel grafikten depozit sayısı-çap dağılım fonksiyon grafiği elde edilmektedir. Bu grafiği en uygun şekilde tanımlayabilen regresyon uygunluk kullanılarak seçilen bölgelerdeki dağılımların türü belirlenir.

Dağılım fonksiyonunun uygunluk derecesi regresyon katsayısı ile kontrol edilmektedir. Dağılım fonksiyonuna ait grafikleri teoriksel olarak açıklamak için parçacıkların büyümesi,  $j=1, 2, \dots, n$ . büyüme adımlarından sonra oluşan her bir yapıdaki farklı işlemlerin ardı ardına sıralanması olarak düşünülmektedir. Her bir adımdaki kümelerin kesit alan değişimi, kümelerin büyümesinden sonra oluşan kümenin kesit alanının rastgele kesridir [16];

$$S_j - S_{j-1} = \epsilon_j \cdot S_j \quad (3)$$

Burada  $\{\epsilon_j\}$ , kümelerin kesit alanının fonksiyonu olmayan bağımsız rastgele bir değişkendir. Bu yüzden,  $j$  büyümesinden (birleşmesinden) sonra aşağıdaki ifade elde edilir;

$$S_j = S_0 \prod_{k=1}^j (1 - \epsilon_k)^{-1} \quad (4)$$

Burada  $S_0$  ilk kesit alanıdır. Denklem (4)’deki ifadenin, her iki tarafın logaritması alınır. Elde edilen  $\ln(S_j/S_0)$ , her biri aynı olasılık dağılımına sahip pozitif bağımsız rastgele değişen alanların toplamıdır. Bu sonuç, özelliği asimptotik ve bir Gaussian olan matematiksel istatistiğin Merkez

Limit Teoremini verir. Bu yüzden Mc yüzeyinden seçilen görüntülerdeki parçacıkların kesit alanları Mc yüzeyinde Gaussian bir dağılım göstermektedirler.  $\Delta S$  Logaritmik alan aralığı başına  $\Delta n$  parçacık sayısı aşağıdaki gibidir;

$$\Delta n = N(s) \cdot (\Delta s) \quad (5)$$

Denklem 5’deki  $N(s)$ , Gaussian bir fonksiyondur ve aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır;

$$N(s) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2} \left[\frac{\left(\frac{S}{\bar{S}}\right)}{\sigma}\right]^2\right\} \quad (6)$$

Denklem 6’da,  $\bar{S}$ , alanların istatistiksel median (orta değeri) dir ve  $\sigma$ , depozitler için çapın geometrik standart sapmasıdır.

$\bar{x}_D$ ,  $\bar{S}$  ortalama alan değerine bağlı ortalama çap (ortalama küme büyüklüğü-ADS) olmak üzere;

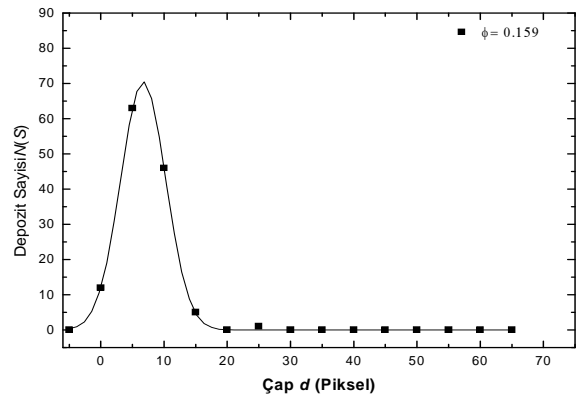
$$\bar{x}_D = \bar{d} = 2\left(\frac{\pi}{S}\right)^{1/2} \quad (7)$$

Ayrıca, yüzeydeki depozitlerin kesit alanlarının özel durumu için normalize dağılımı aşağıdaki gibi tanımlanır;

$$N(x) = \frac{1}{(2\pi)^{1/2} \sigma} \exp\left\{-\frac{1}{2} \left[\frac{(x/\bar{x}_D)}{\sigma}\right]^2\right\} \quad (8)$$

Denklem 8’de,  $x$ , depozitlerin kesit alanlarının çapıdır[17].

Denklem 6’daki Gaussian fonksiyon ve denklem 7’deki ortalama çap (ortalama küme büyüklüğü) matematiksel ifadeleri yardımıyla Şekil 3’de Mc yüzeyinden seçilen Şekil 2’deki MO-1a bölgesi için elde edilen grafik görülmektedir.



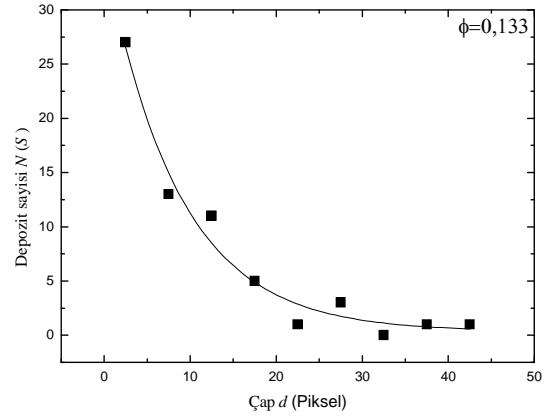
Şekil 3: Mc yüzeyinden seçilen MO-1a dağılımına ait çap-depozit sayısı grafiği.

Şekil 4’de işgal edilme kesrine göre çap-depozit sayısı grafiği MO-1b bölgesi için görülmektedir. Gaussian dağılım eğrisi göstermeyen bu yüzeyi analiz etmek amacıyla lineer olmayan regresyon metodu kullanılarak yeni bir fonksiyon tanımlanmıştır,

$$f(d) = \frac{\delta}{d^\rho} + \theta \quad (9)$$

Hiperbolik bir dağılımı temsil eden bu fonksiyonda,  $\rho$ ,  $f(d)$  fonksiyonunun yakınsama üssü,  $\delta$ , hiperbolun içbükeyliği ve  $\theta$ , öteleme terimidir. Colasi bir AISI tipi 316L paslanmaz çelik numunelerini dört farklı sıcaklıkta 30 dakika bir fırının içinde ısıtıp oda sıcaklığında soğutarak numunelerin yüzeyinde farklı dağılımlar elde etmektedir. Her bir numune için ortalama parçacık büyüklüğünü 19.6-158.4 arasında hesaplamıştır ve çeliklerin hangi sıcaklıkta daha dayanıklı olduğunu tespit etmiştir [18]. Rautio ve Silven matematiksel morfolojiyi kullanıp doku analizi yaparak çeşitli metotlarla ortalama parçacık büyüklüğünü belirlemektedir [19]. Bu çalışmada, Mc yüzeyinden seçilen bölge için hiperbolik bir eğri gösteren Şekil 4’deki grafik denklem 8 kullanılarak oluşturulmuştur.  $\rho$ ,  $\delta$  ve  $\theta$  parametrelerin değerleri

Tablo 1’de verilmektedir. Ayrıca Tablo 1’de Şekil 3 ve 4’deki grafiklerden elde edilen parametreler MO-1a numunesi için hesaplanan ortalama küme büyüklüğü 6.70 değerindedir. MO-1b numunesi için depozit sayısının yakınsama üssü 0.33, hiperbolun içbükeyliği 60.69 ve öteleme terimi -8.69 değerindedir.



Şekil 4: Mc numunesinin yüzeyinden seçilen MO-1b dağılımına ait çap-depozit sayısı grafiği.

Tablo 1. MC yüzeyinden seçilen bölgelere ait ortalama parçacık sayısı, işgal edilme kesri ve fraktal boyut değerleri, lineer olmayan fit fonksiyonuna ait parametreler.

	Ortalama küme büyüklüğü	İşgal edilme kesri	Fraktal boyut	Depozit sayısının yakınsama üssü	Hiperbolün içbükeyliği	Öteleme terimi
	$\bar{x}_D$	$\phi$	$D_f$	$\rho$	$\delta$	$\theta$
MO-1a	6.70±0.01	0.159	1.43	-	-	-
MO-1b	-	0.133	1.44	0.33±0.19	60.69±10.68	-8.69

#### 4. Tartışma ve sonuç

Bu çalışmada MC yüzeyindeki dağılım türleri belirlenmiştir. Bunun için makroskobik açıdan farklı dağılıma sahip iki bölge seçildi ve bu bölgelere ait fraktal boyut, işgal edilme kesri değerleri, ortalama parçacık büyüklüğü, depozit sayısı ve küme çap değerleri hesaplanmıştır. Seçilen bölgeler için hesaplanan fraktal boyutlar  $D_f$ , 1.43 ve 1.44, işgal edilme kesri  $\phi$ , 0.159 ve 0.133 değerlerindedir. MO-1a numunesi için hesaplanan ortalama küme büyüklüğü 6.70 değerindedir. MO-1b numunesi için depozit sayısının yakınsama üssü

0.33, hiperbolun içbükeyliği 60.69 ve öteleme terimi -8.69 değerindedir. Elde edilen bu değerlerden çap-depozit sayısı grafiği çizilerek bölgelere ait dağılım uygunluk eğrileri elde edilmiştir. Mc yüzeylerinde nokta şeklindeki ve homojen bir görüntüye sahip kümeler ve düzenli bir görüntüye sahip ancak dendrit şeklinde olan depozitler Gaussian dağılım göstermektedir. Dendrit şeklinde ve heterojen bir görüntüye sahip kümeler ise hiperbolik bir dağılım göstermektedir. Bu dağılımı belirlemek için matematiksel bir model olarak lineer olmayan bir uygunluk fonksiyonu tanımlanmıştır.

#### Kaynaklar

- [1] Barbarasi, A.L. and Stanley, H.E., **Fractal concepts in surface growth**, Cambridge: Cambridge University Press, (1995).
- [2] Vicsek, T., **Fractal growth phenomena**, Singapore: World Scientific, (1992).

- [3] Mandelbrot, B.B. and Wallis, J.R., Some long-run properties of geophysical records, **Water Resource. Research.**, 5, 321-340, (1969).
- [4] Fowler, A.D. and Roeh, D.E., A model and simulation of branching mineral growth from

- cooling contacts and glasses, **Mineralogical Magazine**, 60, 595-601, (1996).
- [5] Chopard, H., Herrmann, H.J. and Vicsek, T., Structure and growth mechanism of mineral dendrites, **Nature**, 353, 409-412, (1991).
- [6] Meakin P., **Fractals, Scaling and Growth Far From Equilibrium**, Cambridge: Cambridge University Press, (1998).
- [7] Bayirli, M., The geometrical approach of the manganite compound deposition on the surface of manganite ore, **Physica A**, 353, 1-8, (2005).
- [8] Xu, H., Chen, T. and Konishi, H., HRTEM investigation of trilling todorokite and nano-phase Mn-oxides in manganese dendrites, **American Mineralogist**, 95, 556-562, (2010).
- [9] Ng, T.F. and The, G.H., Fractal and shape analyses of manganese dendrites on vein quartz, **Bulletin of the Geological Society of Malaysia**, 55, 73-79, (2009).
- [10] García-Ruiz, J.M., Otálora, F., Sanchez-Navas, A. and Higes-Rolando, F., The formation of manganese dendrites as the material record of flow structures, **In Fractals and Dynamics Systems in Geosciences**, Edited by J.H. Kruhl, Springer Verlag, 307-318, (1994).
- [11] Schoedler, F., **Element of Geology and Mineralogy**, London: Joseph Griffin and Co., 56, (1851).
- [12] Swartzlow, R.C., Two dimensional dendrites and their origin, **The American Mineralogist**, 19, 403-411, (1934).
- [13] Mandelbrot, B.B., **The Fractal Geometry of Nature**, New York: Freeman, (1983).
- [14] Bayirli, M. and Ozbey, T., Numerical approaches about the morphological description parameters for the manganese deposits on the magnesite ore surface, **Zeitschrift für Naturforsch**, 68a, 405-411, (2013).
- [15] Meakin, P., Diffusion-controlled deposition on surfaces: Cluster-size distribution, interface exponents and other properties, **Physical Review B**, 30, 4207-4214, (1984).
- [16] Blott, J.S. and Pye, K., Gradistat: A grain size distribution and statistics package for the analysis of unconsolidated sediments, **Earth Surface Processes Landforms**, 26, 1237-1248, (2001).
- [17] Granqvist, C.G., Size distribution for ultrafine metal particles, **Journal De Physique**, 38, C2, C2-147-C2-150 (1977).
- [18] Colas, R., On the variation of grain size and fractal dimension in an austenitic stainless steel, **Material Characterization**, 46, 353-358, (2001).
- [19] Rautio, H. and Silven, O., Average grain size determination using mathematical morphology and texture analysis, <http://www.ee.oulu.fi/research/mvmp/mvg/files/pdf/mva98.pdf>, (02.06.2016).