

# Ölçme Belirsizliği ve 50 mm Nominal Uzunluktaki Ölçü Bloğuna Uygulanması

Murat DOĞAN\* , Muammer NALBANT\*\*

\* Gazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Makina Eğitimi Anabilim Dalı, 06500 Maltepe, ANKARA

\*\* Gazi Üniversitesi, Teknik Eğitim Fakültesi, Makina Eğitimi Bölümü, 06500 Teknikokullar, ANKARA

## ÖZET

Ürün ve hizmet kalitesi güvenli ölçümlere bağlıdır. Günümüzde hızla ilerleyen teknoloji, ölçüm belirsizliğinin önemini daha da artırmıştır. Bu çalışmada; ölçüm belirsizliğinin tanımı yapılmış, ölçme belirsizliğinin oluşturabilecek faktörler araştırılmış, ölçme belirsizliğinin önemi açıklanmış, ölçme belirsizliğinin hesaplanması anlatılmış, seçilen uzunluk ölçme aletlerinde, ölçme belirsizliğinin uygulaması yapılmıştır. 50 mm uzunluğa sahip 0 Derece Ölçme (gauge) bloğunun (ISO 3650) kalibrasyonu, bir komparatör ve referans standardı olarak aynı nominal uzunluğa sahip ve aynı malzemeden yapılmış, kalibre edilmiş bir Ölçme bloğu kullanarak karşılaştırma ile gerçekleştirilmiştir. Nominal 50 mm ölçme bloğunun ölçülen değeri ise  $49,999\,926\text{ mm} \pm 73\text{ nm}$  olarak hesaplanmıştır.

**Anahtar Kelimeler:** Ölçme belirsizliği, ölçme, ölçü bloğu

## Uncertainty in Measurement and its Application in the Gauge Block of 50 mm Nominal Block

### ABSTRACT

The quality of products and services depends on the reliable measurement. Nowadays, the fast development of technology has increased the importance of uncertainty in measurement. In this study; uncertainty in measurement will be defined and the factors affecting uncertainty in measurement will be explained. Apart from this, the importance of uncertainty in measurement will be focused and how the calculations are performed will be explained. In the light of this knowledge, the principles of uncertainty of measurement will be applied on the selected tools of length measurement. The calibration of the grade 0 gauge block (ISO 3650) of 50 mm nominal length is carried out by comparison using a comparator and calibrated gauge block of the same nominal length and the same material as Reference Standard. The measured value of the 50 mm gauge block was calculated as  $49,999\,926\text{ mm} \pm 73\text{ nm}$ .

**Key words:** Uncertainty in measurement, measurement, gauge block

### 1. GİRİŞ

Üretimde kullanılan cihazların verimli bir şekilde kullanılabilmesi, cihaz kalitesinin muhafaza edilmesi, kontrolü ve süreç kontrolü için ölçmelerin yapılması şarttır. Ölçmeler olmadan otomasyon mümkün değildir.

Bir ölçme sonucu rapor edilirken, sonucun kalitesini belirten sayısal bir gösterge olmalıdır. Buna göre, bu sonucu kullanan kişiler, sonucun güvenilirliğini tayin edebilirler. Böyle bir gösterge olmaksızın ölçme sonuçları kendi aralarında, sertifikalarda veya standartlarda verilen değerlerle karşılaştırılmaz. Bu nedenle bir ölçmenin kalitesini karakterize eden, hemen uygulanabilir, kolayca anlaşılabilir ve genel olarak kabul gören bir işlemin olmasıdır.

Ölçmelerdeki hatalar ve hataların analizi, ölçme bilimi veya metrolojide sonuçların değerlendirilmesinde uzun süredir kullanılmaktadır (1,2). Bununla beraber ölçme sonuçlarının dağılımının tanımlanması için belirsizlik hesapları, göreceli olarak yeni bir kavramdır. Günümüzde, hatanın kesin olarak bilinmesi ve bütün şüp-

helenilen bileşenlerin hesaplanıp ve gereken bütün düzeltmelerin yapılmasından sonra bile, hala verilen sonucun doğruluğu konusunda belirsizliğin olduğu yaygın bir şekilde kabul edilir. Bu belirsizlik, verilen sonucun ölçülen niceliği ne kadar temsil ettiği konusundaki şüphe dir.

SI birimlerinin kullanılmasının bilim ve teknolojiye yaptığı katkılar gibi, ölçmelerdeki belirsizliğin nasıl ifade edileceği üzerindeki dünyada varılan görüş birliği de bilimde, mühendislikte, ticaret, ve endüstride yapılan ölçme ve düzenlemelerin hemen anlaşılmasına ve doğru yorumlanmasına katkıda bulunacaktır. Gün geçtikçe küreselleşen dünyamızda belirsizliğin hesaplanması ve ifade edilmesinde kullanılan yöntemin bütün dünyada aynı olmasının, farklı ülkelerde yapılan ölçmelerin hemen karşılaştırılabilmesi açısından önemi inkar edilemez.

Bir ölçme sonucunun belirsizliğinin hesaplanması ve ifade edilmesi için ideal bir yöntem aşağıdaki özellikleri taşımalıdır (3).

**Evrensellik:** Yöntem her çeşit ölçmeye ve her ölçme için kullanılan her çeşit veriye uygulanabilir olmalıdır.

**Kendi içinde tutarlılık:** Ölçme belirsizliği, belirsizliğe katkıda bulunan bileşenlerden, bileşenlerin gruplanış şekline veya alt bileşenlerine ayrılmış olmasından bağımsız olarak, elde edilebilmelidir.

**Taşınabilirlik:** Bir ölçme sonucunu ikinci bir ölçmede kullanmak gerektiğinde birinci ölçmenin belirsizliği doğrudan ikinci ölçmede kullanılabilirdir.

## 2. ÖLÇME BELİRSİZLİĞİNİN KAYNAKLARI

Ölçme belirsizliği, ölçülen değerlerin belli bir olasılıkla ortalama değer etrafında bulunduğu aralığı tanımlar. Belirsizlik genelde bir rakam olarak verilirken, mutlak veya göreceli olabilir. Bir ölçme sonucunda verilen belirsizlik, ölçülen değerlerin tam olarak bilinmemesinden kaynaklanır.

Ölçmenin sonucu bütün bilinen sistematik hatalar ele alındıktan sonra bile, hala rasgele hatalar içerir ve sistematik hatalar içinde mükemmel olmayan düzeltmeler kullanıldığından hala ölçülen değerlerin bir tahminidir.

Pratikte ölçme belirsizliğinin pek çok muhtemel kaynağı vardır. Bunlar aşağıdaki gibi sıralanabilir (3,4,5).

- a- Ölçülen değerlerin tanımındaki eksiklik,
- b- Ölçülen değerlerin tanımının gerçekleşmesindeki eksiklik,
- c- Ölçülen değeri temsil etmeyen gözlemler yapmak,
- d- Çevre koşullarının ölçülen değere etkisinin bilinmesindeki eksiklikler veya çevre koşullarının ölçümündeki eksiklikler,
- e- Analog cihazların okunmasında personeldekiler belli yöne eğilim,
- f- Cihazın çözünürlüğünün sonlu olması veya eşliğinde ayrımcılık,
- g- Ölçme standartlarının ve referans malzemelerinin değerlerinin tam olarak bilinmemesi,
- h- Verilerin değerlendirilmesinde kullanılan ve dış kaynaklardan elde edilen sabit parametrelerin ve diğer parametrelerin değerlerinin tam olarak bilinmemesi,
- i- Ölçme yöntemi ve işlemindeki yaklaşımlar,
- j- Görünürde aynı olan koşullarda tekrarlanan gözlemlerde, ölçülen değerlerin farklılıklar göstermesi.

Yukarıda sıralanan belirsizlikler birbirinden bağımsız değildir ve a'dan i'ye sıralanan hata kaynakları j'de verilen belirsizliğe katkıda bulunur. Belirlenemeyen

bir sistematik etken belirsizlik hesaplarında ele alınmadığı halde, ölçme belirsizliğine katkıda bulunur.

## 3. ÖLÇME BELİRSİZLİĞİ VE HESAPLAMALARI

Adından da anlaşılacağı üzere "belirsizlik" bir şüphe kavramıdır. Yapılan ölçmelere ait inanılır ve güvenilirliğin sorgulanmasıdır. Mesela, İzmir'den Ankara'ya gitmek için yol hazırlığı yaptığımız sırada, kafanıza şöyle bir soru takılsa "Acaba Ankara'da havalar nasıl?", "Şemsiye almam gerekir mi?" Bir de bu arada eşiniz "şemsiyeni al ne olur ne olmaz" dese, bu sizi ciddi manada şüphelendirir ve huzursuz eder. Ancak ilmi çalışmalarda şüphe ve onun bertaraf edilmesi, yapılan çalışmanın emniyeti açısından vazgeçilmez bir olgudur.

İşte ölçme işlemi de ilmi bir çalışma olup, yapılan ölçmelerin güvenilirlik derecesi "belirsizlik" kavramı ile açıklanabilir.

Bu kavram yapılan faaliyete pozitif katkı sağlayan önemli bir husustur.

Uluslararası Metroloji sözlüğü (VIM) de belirsizliğin tanımı şöyle yapılmaktadır. "Belirsizlik, gerçek değerlerin içinde var olduğu kabul edilen bir değer aralığını karakterize eder" (6).

Hiçbir ölçme işleminde, ölçülen değerler, gerçek değerleri ifade edemezler. Elde edilen sonuçlar beraberrinde bir kısım muhtemel hataları da içerir. Bu hataların, hepsi bir anda gerçekleşmeyeceği gibi sonuç üzerindeki etkilerinin ağırlığı da eşdeğer seviyede olamaz. Bu nedenle elde edilen ilk değerler, gerçek değerler olmayıp gerçek değeri bozucu veya saptırıcı karakter taşırlar. Bunun sebebi ise; ölçmeyi etkileyen girdi değişkenlerinde olabilecek muhtemel bozulma veya kaymalardır.

Bunun dışında ölçmeyi yapan personelin, uygulanan metodun, ölçmenin yapıldığı mekan şartlarının ve ölçmeyi yapan personelin yetersizliği veya tecrübesizliği de ölçme sonucunu etkiler ve belli bir oranda belirsizliğe neden olur. Diğer taraftan, kullanılan referans teçhizatındaki kaymalar, uzun kalibrasyon süreleri, cihazın tam olarak tanınmamasından kaynaklanan belirsizlikler de sonucu etkileyici karakterdeki faktörlerdir.

Kısaca söylemek gerekirse; belirsizlik; ölçmelerin kalite katsayısıdır. Ayrıca şu soruların da cevabı niteliğindedir.

Ölçme değerlerinin tekrar elde edilebilme oranı ne kadardır?

Başka yerlerde veya bir referansa karşı karşılaştırılabilirliği var mıdır? Hangi orandadır?

Bu sorular ise: Uluslararası ticarete cevabı kesin gerekli sorulardır. Ölçüp tartarak ihraç ettiğiniz bir emtianın, yanlış ölçmeler sonucu geri dönmesi, ya da miktar hususunda anlaşmazlıkların çözümü belirsizlik kavramının doğru anlaşılıp uygulamasının teminini mecbur kılar.

### 3.1. Gerçek Değer ve Deneysel Hata

Pek çok deneyin çıktısı ölçmedir. Ölçmelerin güvenilirliği, o deneyin kontrol edilebilen girdilerinin yanı sıra pek çok kontrol edilemeyen, hatta farkına bile varılamayan faktörlere bağlıdır. Bu faktörlerden bazıları; deneyi yapan kişi, deneyde kullanılan cihazlar ve deneyin yapıldığı ortamdır. Bu şekilde test edilen cihazdan ve ölçülen niceliğin sabit kalmayıp kaynağın hatalar yanında, yukarıda sözü geçen hatalar da ölçme sonucunu etkiler.

Deneyi yapan kişiden ve destek cihazlarından kaynaklanan hatalar, farklı kişiler ve farklı cihazlar kullanılarak azaltılabilir veya bu ölçmeler gelişigüzel zamanlarda yapılarak hatalar daha da küçültülebilir. Buna “randomizasyon” denir. Diğer önemli hataları ölçebilmek için, kontrollü bir şekilde aynı girdiler için bağımsız gözlemler yapmak gerekir. Bu olay “replication/tekerrür” olarak isimlendirilir ve istatistiğin temelini oluşturur (7,8).

Yukarıda sözü edilen düşünceleri matematiksel bir dille anlatabilmek için her ölçülen  $X$  için  $\delta$  hatasının yapıldığı kabul edilirse, bu

$$X \pm \delta \quad (1)$$

olarak ifade edilir ve  $X \pm \delta$  ifadesi gerçek değer,  $\overline{X'}$ ’i kapsar. Daha önce söylendiği gibi, ölçme hatası  $\delta$  genellikle iki bileşenden oluşur. Rasgele hata  $\alpha$  ve sistematik hata  $\beta$  dir. Dolayısıyla

$$\delta = \alpha + \beta \quad (2)$$

olur.

### 3.2. Rastgele ve Sistematik Hatalar

Eğer aynı ölçmeler tekrar tekrar yapılsa rasgele hata  $\alpha$  , bu ölçmelerin ortalama etrafında bir sapmasını gösterir. Sapma, ölçme karakteristiğinden ve/veya ölçmesi yapılan niceliğin sabit kalmasından dolayıdır. Ölçme cihazları uygun sayılabilen belli bir ayrımcılık yaptıkları sürece rasgele hatalar olacaktır. Kesinlik terimi, rasgele hataları karakterize etmek için kullanılır. Kesinlik, bütün ölçmelerin hepsinin gerçek standart sapması veya daha çok eldeki verilerin kesinlik indeksi  $s$  (tahmin edici) olarak verilir. Bu istatistiksel terimlerin matematiksel ifadesi ilerdeki bölümlerde verilecektir.  $s$  büyükse veriler geniş bir dağılım gösterir,  $s$  küçükse veriler daha kesindir.

Bütün ölçmelerde rastgele hataların dışında her zaman kabul edilen gerçek değerden daha az veya daha fazla bir değer elde edilir. Bu hatalar sabit hatalar veya sistematik hatalar olarak adlandırılır ve terminoloji olarak bias (eğilim) diye karakterize edilir.

Sistematik hata nicelik olarak gerçek bias  $\beta$  , veya biasın tahmini limiti  $B$  ile belirtilir. Böylece nicelik olarak bilindiğinde bu değer tüm ölçülen değerlere

eklenen bir düzeltme faktörü gibi kullanılır. Sıfır bias gerçek değer  $\overline{X'}$  ile ölçülen değerlerin gerçek ortalama değeri  $\mu$  arasında hiç bir fark yok demektir. Pratikte sıfır biaslı ölçme ender haldir. Günlük ölçmelerin hepsinde sistematik hataların hesaplanmasına doğru bir eğilim gözlenir.

Sistematik hatalar değişik yöntemlerle, örneğin ölçme cihazının kalibrasyonu yapılarak azaltılabilir. Genelde kalibrasyon test cihazının standart cihazla karşılaştırılması yoluyla gerçekleştirilir. Bu kalibrasyonlar mükemmel olmadığından toplam bias belirlenmesinde başarıya ulaşmak zordur, diğer bir deyişle bias rasgele bileşene sahip olabilir, ancak bu bileşen sabit ve kesinlik hatası gibi rasgele olmayan bir bileşendir (9, 10, 11).

### 3.3. Ölçülen Büyüklüğün Toplam Belirsizliği

Ölçme sırasında rastlanan her iki tip hatadan (sistematik ve rasgele hata), rasgele hataların istatistiksel yöntemlerle güvenilirlik aralığının hesaplanması açıklanmıştır. Rasgele hatalar istatistiksel, sistematik hatalar ise istatistiksel olmayan yöntemlerle hesaplandığından, bu iki hata tipi birbirine basitçe eklenemez. Bu nedenle belirsizliklerin belirlenmesinde kullanılan yöntem, bu hataları ayrı ayrı hesaplamak ve böylece beyan etmektir (12).

Ölçmelerin çoğunluğunda belirsizliği belirleyen tek bir rakama ihtiyaç vardır. Bu yüzden tekrar tekrar yapılan herhangi bir büyüklüğün (örneğin sıcaklık veya basınç) ölçmelerinde rastlanan rasgele ve sistematik hatalar belli bir yöntemle birleştirilerek belirsizliği tanımlayan tek bir rakam oluşturulur. Hatanın eğilimi  $B$  ve hatanın kesinliği  $t_{95} s_{\overline{X}}$  bileşiminden oluşan bu rakama belirsizlik (U) denir.

### 3.4. A-Tipi Standart Belirsizliğin Hesaplanması

Çoğu kez rastgele değişken  $q$  için  $n$  tane bağımsız gözlem sonucunda aynı gözlem koşullarında elde edilen en iyi kestirim,  $n$  tane gözlemin aritmetik ortalamasıdır.

$$\overline{q} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n q_k \quad (3)$$

Böylece girdi, nicelik  $X_i$  için  $X_{i,k}$  gibi  $n$  tane bağımsız gözlem yapıldığında  $X_i$  için elde edilen ortalama  $x_i = \overline{X_i}$  ölçme sonucu  $y$ ’i elde etmek için girdi değeri olarak kullanılır.

Her bir gözlem  $q_k$  , ortam koşullarındaki rastgele değişimlerden ve etki faktörlerinin rastgele değişimlerinden dolayı farklılıklar gösterir. Burada önemle vurgulanan nokta şudur: Metrolojide kesinlik indeksi, hata kesinliği gibi terimlerden tamamen vazgeçilmiş, varyans ve sapma belirsizlik hesaplarında kullanılan te-

rimler olmuştur. Örneğin, girdi büyüklüğündeki rastgele hatalardan doğan belirsizliğin tanımlanması için deneysel standart sapma kullanılır.

Gözlemlerin deneysel varyansının değeri, aynı zamanda  $q$  için olasılık dağılımının varyansı  $s^2$ 'dir ve aşağıdaki eşitlikle belirlenir.

$$s^2(q_k) = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n (q_k - \bar{q})^2 \quad (4)$$

Varyansın bu kestirimi ve deneysel standart sapma olarak adlandırılan onun pozitif karekökü, gözlemlenen değerlerin farklılığını belirtir veya daha genel olarak onların ortalamadan sapmalarını karakterize eder. Diğer bir deyişle deneysel varyans tüm gözlem sonuçlarının dağılımına ait bir değerdir.

Gözlemler ortalamasının varyansının en iyi kestirimi ise,

$$s^2(\bar{q}) = \frac{s^2(q_k)}{n} \quad (5)$$

eşitliğiyle verilir. Ortalamasının deneysel varyansı  $s^2(\bar{q})$  ve onun pozitif kareköküne eşit olan ortalamasının deneysel standart sapması  $s(\bar{q})$ ,  $\bar{q}$  değerinin beklenen değer  $\mu_q$ 'u ne derece temsil ettiğinin ölçüsüdür. Her ikisi de  $q$ 'nun içerdiği belirsizliği ölçmek için kullanılır.

Böylece  $n$  kere tekrarlanan bağımsız  $X_{i,k}$  gözlemler sonucunda elde edilen, girdi değeri  $X_i$  için kestirilen değer,  $x_i = \bar{X}_i$  için standart belirsizlik

$$u(x_i) = s(\bar{X}_i), u^2(x_i) = s^2(\bar{X}_i) \quad (6)$$

olarak verilir.

Kolaylık için, A-tipi varyans ve A-tipi standart belirsizlik olarak adlandırılır. Ancak, böyle terimlerin kullanılmasından kaçınılmalıdır. Belirsizliğin ve onun hesaplanması için kullanılan varyansların A-tipi veya B-tipi değil, sadece varyansların belirlenmesi için kullanılan belirsizlik hesaplama yöntemlerinin A-tipi (tekrarlanan ölçme sonuçlarına dayanan istatistik yöntem) veya B-tipi (istatistik olmayan yöntem) olduğu söylenebilir (13, 14, 15).

Notlar:

1.  $n$  tane gözlemin sonucunun güvenilir bir kestiriminin  $\bar{q}$  olabilmesi için gözlem sayısının yeterince büyük olması gerekir. Eğer  $q$  normal dağılıma sahip değilse, fark t-dağılımı olarak ele alınır.

$\sigma^2$  ölçme sayısının sonsuz olduğu durumda

normal dağılıma sahip bir değişkenin standart sapmasıdır. Bu yüzden deneysel standart sapma ile standart sapma arasındaki farkın oldukça küçük olması için ölçme sayısı büyük olmalıdır. Örneğin, ölçme sayısı 10'dan küçük ise elde edilen deneysel standart sapma t-faktör diye adlandırılan değer ile çarpılmaktadır. Bu işlemler,  $s^2(\bar{q})$  ile  $\sigma^2(\bar{q})$  arasındaki farkın belirlenmesi, güvenilirlik aralığının belirtilmesinde çok önemlidir.

2.  $s^2(\bar{q})$  daha temel bir değer olmasına rağmen kolay olduğu için  $s(\bar{q})$  kullanılır (özellikle  $s(\bar{q})$ 'nin girdi büyüklükleri ile aynı birim cinsinden ifade edilmesi açısından)

### 3.5. B-tipi Standart Belirsizliğin Hesaplanması

Girdi değerleri  $X_i$  için kestirilen değer olan  $x_i$  tekrarlanmış ölçmeler sonucunda elde edilmemişse, kestirilmiş varyans  $u^2(x_i)$  veya standart belirsizlik  $u(x_i)$ ,  $X_i$ 'in olabilecek bütün farklı değerleri göz önüne alınarak ve elde olan bütün bilgiler kullanılarak bilimsel bir şekilde yargıya varılır. Eldeki bilgiler

- Daha önce yapılan bir ölçmede elde edilen veriler,
- İlgili malzemeler ve kullanılan cihazlar konusundaki deneyim ve daha önce edinilmiş bilgiler,
- Yapımcının belirttiği özellikler,
- Kalibrasyon ve diğer sertifikalarda bulunan veriler,
- El kitaplarından alınan referans verilere ilişkin belirsizliklerdir.

Bu şekilde hesaplanan  $u^2(x_i)$  ve  $u(x_i)$  bazen kolaylık açısından B-tipi varyans ve B-tipi standart belirsizlik olarak adlandırılır.

Eğer kestirim  $x_i$  başka bir kaynaktan alınmışsa ve bu kaynakta belirsizlik standart sapmanın belli bir çarpanı olarak veriliyorsa, standart belirsizlik  $u(x_i)$  basitçe, söylenen değer bu çarpana bölümü, kestirilen varyans  $u^2(x_i)$  ise bölme işlemi sonucunda elde edilen değer karesidir.

### 3.6. Bileşik Belirsizliğin Hesaplanması

Bileşik standart belirsizlik aşağıdaki ifadeyle hesaplanan bileşik standart varyansın pozitif karekökü olarak tanımlanır.

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i) \quad (7)$$

Buradaki f fonksiyonu, daha önce ölçme modelini belirleyen fonksiyondur.  $u(x_i)$  değerlerinin her biri (A-tip yöntem) veya (B-tip yöntemde) gösterilen şekilde hesaplanır.  $u_c(y)$  bileşik standart belirsizlik olarak kabul edilir ve ölçülen büyüklük Y ile ilişkili kestirilen y değerlerinin dağılımını sergiler.

### 3.7. Genişletilmiş Belirsizliğin Belirlenmesi

Bileşik belirsizlik  $u_c(y)$ , evrensel olarak ölçmelerdeki belirsizliği tanımlamasına rağmen, bu değer ölçülen büyüklüğün dağılımını gösterdiğinde güvenilirlik düzeyi sadece %68,27'dir. Diğer bir deyişle, aynı büyüklük hangi şart altında ölçülürse ölçülsün sonuç %68,27'lik olasılıkla  $u_c(y)$  ile belirlenen aralıkta olacaktır. Pratikte ise, endüstriyel uygulamalarda daha yüksek güvenilirlik düzeylerine gereksinim vardır. Bu durumlarda ölçmelerdeki belirsizliği tanımlamak için genişletilmiş belirsizlik olarak adlandırılan bir başka terim kullanılır. Genişletilmiş belirsizlik U bileşik standart belirsizlik  $u_c(y)$  ile kapsam faktörü k'nın çarpımı sonucunda elde edilir.

Tablo 1. Kapsam faktörü ile serbestlik derecesi arasındaki ilişki.

V <sub>eff</sub>	1	2	3	4	5	6	7	8	10	20	50	∞
k	13,97	4,53	3,31	2,87	2,65	2,52	2,43	2,37	2,28	2,13	2,05	2,00

$$U = k u_c(y)$$

Bu durumda ölçme sonucu  $Y = y \pm u$  olarak verilebilir ve ölçülen değer Y'nin en uygun değerinin daha yüksek bir güvenilirlik düzeyiyle y-U ile y+U aralığında bulunduğu söylenebilir. Bazen bu aralık olarak da

$$y - U \leq Y \leq y + U \quad (8)$$

verilir.

Güvenilirlik aralığı ve güvenilirlik düzeyi istatistik terimleri olup, belli koşullar sağlandığında ve bileşik belirsizliği oluşturan tüm bileşenleri A-yöntemiyle hesaplandığında kullanılabilir. Bu çalışmada CIPM önerilerine uygun olarak çok daha özel bir anlam taşıyan U ölçme sonuçlarının dağılımının p kısmını kapsayan aralığı belirlenmiştir. Buna göre bazen p kapsama olasılığı olarak adlandırılır.

Kapsam faktörünün değeri, genel olarak 2 ile 3 arasında seçilir. Ancak metroloji dünyasında kapsam faktörü 2 alınarak genişletilmiş belirsizlik hesaplanır ve bu durumda, güvenilirlik düzeyi % 95'tir. Kapsam faktörü 3 olarak alındığında genişletilmiş belirsizlik U'nun güvenilirlik düzeyi % 99'dur.

k değerinin hesabı, kamülatif veya kombine standart ölçme belirsizliğini oluşturan kısmi belirsizliklerin serbestlik derecesi ( $V_{eff}$ )'ne bağlı bir katsayıdır. Bunlar arasındaki ilişki, Tablo 1'de verilmiştir

$V_{eff}$  kısmi belirsizliklerin serbestlik derecesi ise, çıkış kısmi belirsizliklerinin dördüncü derece kuvvetleri ( $u^4_{(y_i)}$ ), onların efektif serbestlik derecesi ( $V_i$ ) ve standart belirsizliğin dördüncü derece kuvveti ( $u^4_{(y)}$ ) arasındaki ilişkiye bağlı bir husustur. Bu ilişki aşağıda verilmiştir.

$$V_{eff} = \frac{u^4(y)}{\sum_{i=1}^N \frac{u_i^4(y)}{V_i}} \quad (9)$$

## 4. ÖLÇME BELİRSİZLİĞİNİN HESAPLANMASINDA İZLENECEK YOLLAR

Ölçme belirsizliğinin hesaplanması adım adım aşağıdaki gibi sıralanabilir (9, 11):

1. Eğer mümkünse, girdi değerleri ile çıktı değeri arasındaki matematiksel ilişki belirlenir,  
 $y = f(x_1, x_2, \dots, x_N)$  gibi.
2. Ölçme koşullarında ölçülen değere etki eden bütün faktörler belirlenir,

3. Düzeltmeler (®) düzeltilmemiş sistematik hatalara bağlı belirsizlik bileşenlerinin listesini yapılır,
4. Belirsizliğin sistematik bileşenleri için, daha önce yapılmış olası dağılımlardan ve belirsizlik çalışmalarından yararlanır,
5. Belirsizliğin her bir sistematik bileşeninin ya dikdörtgen dağılım olduğunu varsayarak standart belirsizlik;

$$u(x_i) = \frac{a_i}{\sqrt{3}} \quad (10)$$

olarak veya normal dağılım olduğunu varsayarak

$$u(x_i) = \frac{\text{belirsizlik}}{k} \quad (11)$$

olarak hesaplanır,

6. Belirsizliğin rastgele bileşenlerinin sistematik bileşenlerinden daha önemli olup olmadığını anlamak için deneme ölçmeleri yapılır,
7. Eğer rastgele bileşen anlamlı bir rakam ise, ortalamayı elde etmek için tekrarlanan ölçmeler yapılır,

$$\bar{q} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n q_k \quad (12)$$

8.  $s(q_k)$  elde etmek için ya deneysel standart sapma

$$s(q_k) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n (q_k - \bar{q})^2} \quad (13)$$

ve ortalamanın standart sapması

$$s(\bar{q}) = \frac{s(q_k)}{n} \quad (14)$$

hesaplanır, ya da daha önce tekrarlanan ölçmelerden yararlanılır,

9. Belirsizliğin rastgele bileşeni önemli olmasa bile, ölçmeyi yapan kişinin hatalarını en aza indirmek için cihazın okuduğu değer her defasında kontrol edilir,

10. Madde 9. da tekrarlanan ölçmeler için belirsizlik, A-tipi olarak hesaplanır,

11. Birbirlerinden bağımsız girdi değerleri için bileşik belirsizliği eğer mutlak değerler kullanılmışsa

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N c_i^2 u^2(x_i)} = \sqrt{\sum_{i=1}^N u_i(y)} \quad (15)$$

eşitliğinden ( $c_1$  kısmi türev  $\frac{\partial f}{\partial x_i}$  dir.), eğer standart belirsizlikler görsel değerler ise

$$\frac{u_c(y)}{|y|} = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left[ \frac{p_i u(x_i)}{|x_i|} \right]^2} \quad (16)$$

eşitliğinden hesaplanır. Burada  $p_i$  fonksiyonel ilişkide pozitif veya negatif bileşenlerdir.

12. Eğer veriler arasında ilişki olduğu düşünülüyorsa, girdi değerleri ile ilişkili  $u(x_i)$  ve  $u(x_j)$  varyansları ve  $u(x_i, x_j)$  kovaryansı kullanılarak

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^N c_i^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N c_i c_j u(x_i) u(x_j) r(x_i, x_j) \quad (17)$$

bileşik belirsizlik hesaplanıp kullanılır,

13. Genişletilmiş belirsizlik;

$$U = k u_c(y) \quad (18)$$

eşitliğinden  $k=2$  (%95 güvenilirlik düzeyiyle) kabul ederek veya deneydeki ölçme sayısı az olduğundan normal dağılım kullanılmıyorsa, t-dağılımına göre kapsam faktörü  $k_p$  seçilerek hesaplanır.

14. Genişletilmiş belirsizlik, ölçme belirsizliğinin raporlanması başlıklı bölümde belirtildiği şekilde raporlanır.

## 5. ÖLÇME BELİRSİZLİĞİNİN 50 MM NOMİNAL UZUNLUĞA SAHİP BİR ÖLÇME BLOĞUNDA UYGULANMASI

50 mm uzunluğa sahip 0 Derece ölçme (gauge) bloğunun (ISO 3650) kalibrasyonu, bir komparatör ve referans standardı olarak aynı nominal uzunluğa sahip ve aynı materyalden yapılmış, kalibre edilmiş bir ölçme bloğu kullanarak karşılaştırma ile gerçekleştirilir. Merkezi uzunluktaki fark, üst ve alt ölçme yüzeylerine temas eden iki uzunluk göstergesi kullanılarak iki ölçme bloğunun dikey pozisyonunda belirlenir. Kalibre edilecek ölçme bloğunun gerçek uzunluğu  $l'_x$ , aşağıdaki denklemde yer alan referans standardın gerçek uzunluğu  $l'_s$  ile ilişkilidir

$$l'_x = l'_s + \delta l \quad (19)$$

Burada  $\delta l$  ölçülen uzunluk farkıdır.  $l'_x$  ve  $l'_s$  ölçme koşulları altında özellikle laboratuvar sıcaklığının ölçümündeki belirsizlik dikkate alınır, uzunluk ölçmeleri için referans sıcaklıkla aynı olmayabilecek olan bir sıcaklıkta ölçme bloklarının uzunluklarıdır.

Referans sıcaklıkta bilinmeyen ölçme bloğunun uzunluğu  $l_x$  aşağıdaki ilişkiden elde edilir:

$$l_x = l_s + \delta l_D + \delta l + \delta l_C - L(\bar{\alpha} \cdot \delta t + \delta \alpha \cdot \Delta t) - \delta l_V \quad (20)$$

Burada:

$l_s$  : Kalibrasyon sertifikasına göre referans sıcaklık  $t_0 = 20^\circ C$  'de referans ölçme bloğunun uzunluğu ( $\mu m$ ),

$\delta l_D$  : Kayma nedeniyle son kalibrasyonundan bu yana referans ölçme bloğunun uzunluğundaki değişiklik ( $\mu m$ ),

$\delta l$  : Bilinmeyen ile referans ölçme bloğu arasında gözlenen uzunluk farkı ( $\mu m$ ),

$\delta l_C$  : Komparatörün lineer olmaması ve ayarlama (dengeleme) için düzeltme ( $\mu m$ ),

L : Ele alınan ölçme bloklarının nominal uzunluğu ( $\mu m$ ),

$\bar{\alpha} = (\alpha_x + \alpha_s) / 2$  : bilinmeyen ve referans ölçme bloklarının ortalama termal genişleme katsayıları,

$\delta t = (t_x - t_s)$  : bilinmeyen ve referans ölçme blokları arasındaki sıcaklık farkı ( $^\circ C$ )

$\delta \alpha = (\alpha_x - \alpha_s)$  : bilinmeyen ve referans ölçme blokları arasındaki termal genişleme katsayılarındaki fark,

$\Delta \bar{t} = (t_x + t_s) / 2 - t_0$ : bilinmeyen ve referans ölçme bloklarının ortalama sıcaklıklarının referans sıcaklıktan sapması ( $^{\circ}C$ ),

$\delta l_v$ : bilinmeyen ölçme bloğunun ölçme yüzeylerine merkezi olmayan temas için düzeltme ( $\mu m$ ).

**Referans standard ( $l_s$ ):** Beraberindeki genişletilmiş ölçme belirsizliği ile birlikte referans ölçme bloğunun uzunluğu, ölçme bloklarına ait bir ayarın kalibrasyon sertifikasında  $50,0002 \text{ mm} \pm 30 \text{ nm}$  olarak (kapsama faktörü  $k=2$ ) verilmiştir.

**Standardın drifti (kayması) ( $\delta l_D$ ):** Referans ölçme bloğunun uzunluğunun geçici kaymasının önceki kalibrasyonlardan  $\pm 30 \text{ nm}$  limiti içinde sıfır olduğu tahmin edilmektedir. Bu tipte ölçme blokları ile genel deneyim sıfır kaymanın en olası olduğunu ve üçgensel bir olasılık dağılımının varsayılacağı kabul edilebilir.

**Komparatör ( $\delta l_C$ ):** Komparatörün EAL-G21’de belirtilen özellikleri karşıladığı doğrulanmıştır. Buradan hareketle,  $\pm 10 \mu m$ ’ye kadar D uzunluk farkları için belirtilen uzunluk farkına düzeltmelerin  $\pm (30 \text{ nm} + 0,02 \cdot |D|)$  limitleri içerisinde olduğu tespit edilebilir. Kalibre edilecek 0 Derece ölçme bloğunun ve K derece referans ölçme bloğunun toleranslarını dikkate alarak, maksimum uzunluk farkı, kullanılan komparatörün lineer olmama ve ayarlama düzeltmeleri için  $\pm 32 \text{ nm}$  limitlerine götüren  $\pm 1 \mu m$  içinde olacaktır.

**Sıcaklık düzeltmeleri ( $\bar{\alpha}$ ,  $\delta t$ ,  $\delta \alpha$ ,  $\Delta \bar{t}$ ):** Kalibrasyondan önce, ölçme bloklarının ölçme yapılan odadaki ortam sıcaklıklarını almış olduklarından emin olmaya dikkat edilir. Standart ve kalibre edilecek ölçme bloklarının arasında kalan sıcaklık farkının  $\pm 0,05 \text{ }^{\circ}K$  içinde olduğu tahmin edilmektedir. Referans ölçme bloğunun kalibrasyon sertifikasına ve kalibre edilecek ölçme bloğu için üreticinin verilerine dayalı olarak, çelik ölçme blokları için lineer termal genişleme katsayısının  $(11,5 \pm 1,0) \cdot 10^{-6} \cdot ^{\circ}C^{-1}$  aralığı içinde olduğu varsayılmaktadır. İki dikdörtgen dağılımı birleştirildiğinde, lineer termal genişleme katsayısındaki fark,  $\pm 2 \cdot 10^{-6} \cdot ^{\circ}C^{-1}$  sınırları içinde üçgensel olarak dağılmıştır. Ortalama ölçme sıcaklığının, referans sıcaklık  $t_0 = 20 \cdot ^{\circ}C$ ’den sapmasının  $\pm 0,5 \cdot ^{\circ}C$  içinde olduğu tahmin edilmektedir. Lineer genişleme katsayılarındaki farka ve ortalama sıcaklığın referans sıcaklıktan sapmasına ait en iyi tahminler sıfırdır. Bu nedenle, bunların belirsizlik katkılarının değerlendirilmesinde ikinci düzey terimler dikkate alınmalıdır, bu da eşitlik (20)’de  $\delta \alpha \cdot \Delta \bar{t}$  çarpım teriminin faktörleri ile ilişkili standart belirsizliklerin çarpımı ile sonuçlanır. Nihai standart belirsizlik  $u(\delta \alpha \cdot \Delta \bar{t}) = 0,236 \cdot 10^{-6}$  bulunur.

**Uzunluktaki değişim ( $\delta l_v$ ):** Derece 0 ölçme blokları için, merkezden ve dört köşeden yapılan ölçmelerde belirlenen uzunluktaki değişim  $\pm 0,12 \mu m$  içinde olmalıdır (16). 9 mm uzunluktaki kısa kenar boyunca ölçen yüzeyler üzerinde bu varyasyonun meydana geldiği ve merkezi uzunluğun 0,5 mm yarıçapındaki bir dairenin içerisinde ölçüldüğü varsayılarak, temas eden yüzeyin merkezi yanlış hizalamasına bağlı düzeltmenin  $\pm 6,7 \text{ nm}$  içinde olduğu tahmin edilmektedir.

**Korelasyon:** Girdi niceliklerinin hiçbirinin herhangi bir anlamlı düzeyde korelasyon göstermediği düşünülmektedir.

**Ölçümler ( $\delta l$ ):** Komparatör her okumadan önce referans standart kullanılarak yeniden ayarlanmıştır. Bilinmeyen ölçme bloğu ve referans standart arasındaki fark için aşağıdaki gözlemler yapılmıştır.

Ölçme No	Ölçme değeri
1	-100 nm
2	-90 nm
3	-80 nm
4	-90 nm
5	-100 nm

aritmetik ortalama:  $\bar{\delta l} = -94 \text{ nm}$   
standart sapmanın havuz tahmini:  $s_p(\delta l) = 12 \text{ nm}$   
(daha önceki değerlendirmeden elde edilmiş)  
standart belirsizlik:

$$u(\delta l) = s(\bar{\delta l}) = \frac{12 \text{ nm}}{\sqrt{5}} = 5,37 \text{ nm} \quad (21)$$

Standart sapmanın havuz tahmini, EAL-G21’nin şartlarına göre kullanılan komparatörün uyumunu doğrulamak için yapılan testlerden alınmıştır (17, 18, 19).

#### Belirsizlik bütçesi ( $\delta l_x$ )

Büyüklik $X_i$	Tahmini değer $x_i$	Standart belirsizlik $u(x_i)$	Olasılık dağılımı	Duyarlılık katsayısı $c_i$	Belirsizlik katkısı $u_i(y)$
$l_s$	50,000 020 mm	15 nm	normal	1,0	15,0 nm
$\delta l_D$	0	17,3 nm	Üçgen	1,0	17,3 nm
$\delta l$	-0,000 094 mm	5,37 nm	Normal	1,0	5,37 nm
$\delta l_C$	0 mm	18,5 nm	dikdörtgen	1,0	18,5 nm
$\delta t$	0 $^{\circ}C$	0,0289 0 $^{\circ}C$	dikdörtgen	$\frac{-575}{^{\circ}C^{-1}}$ nm	-16,6 nm
$\delta \alpha \cdot \Delta \bar{t}$	0	0,236 $\cdot 10^{-6}$	özel	50 mm	-11,8 nm
$\delta l_v$	0 mm	3,87 nm	dikdörtgen	-1,0	-3,87 nm
$l_x$	49,999 926 mm				36,4 nm

#### Genişletilmiş belirsizlik

$$U = k \cdot u(l_x) = 2 \cdot 36,4 \text{ nm} \cong 73 \text{ nm}$$

#### Rapor edilen sonuç :

Nominal 50 mm ölçme bloğunun ölçülen değeri  $49,999 926 \text{ mm} \pm 73 \text{ nm}$ ’dir.

Rapor edilen ölçümün genişletilmiş belirsizliği, ölçümün standart belirsizliğinin kapsama faktörü  $k = 2$  ile çarpımı olarak belirtilir. Bu da normal bir dağılım için yaklaşık %95'lik bir kapsama olasılığına karşılık gelir.

Not: Ölçme blokunun ölçme belirsizliği, EAL-G21 standardına göre kabul edilebilir sınıra içerisindedir.

## 6. SONUÇ VE DEĞERLENDİRME

Gelişen teknoloji, ölçme belirsizliğinde mükemmeli yakalamaya çalışmaktadır. Fakat ölçme belirsizliği hiçbir zaman sıfır olamaz.

Hiçbir ölçme işleminde, ölçülen değerler, gerçek değerleri ifade edemezler. Elde edilen sonuçlar, beraberinde bir kısım muhtemel hataları da içerir. Bu hataların hepsi bir anda gerçekleşmeyeceği gibi, sonuç üzerindeki etkilerinin ağırlığı da eşdeğer seviyede olamaz. Bu sebeple de elde edilen değerler, gerçek değerler olmayıp gerçek değeri bozucu veya saptırıcı karakterler taşırlar. Bunun sebebi ise; ölçmeyi etkileyen girdi değişkenlerinde olabilecek muhtemel bozulma veya kaymalardır.

Bunun dışında uygulanan yöntemin, ölçmenin yapıldığı mekan şartlarının ve ölçmeyi yapan personelin yetersizliği veya tecrübesizliği de ölçme sonucunu etkiler ve belli bir oranda belirsizliğe sebep olur. Diğer taraftan kullanılan referans teçhizatındaki kaymalar, uzun kalibrasyon süreleri, cihazın tam olarak tanınmamasından kaynaklanan belirsizlikler de sonucu etkileyici karakterdeki faktörlerdir.

Ölçümün sonucu, bütün bilinen sistematik hataları ele aldıktan sonra bile, hala rasgele hatalar içerir ve sistematik hatalar için mükemmel olmayan düzeltmeler kullanıldığından dolayı, hala ölçülen değerlerin bir tahminidir.

## 7. KAYNAKLAR

1. Murphy, R.B., "Quality of Observations", Materials Research & Standards, p.357-264. 1961.
2. Schneider, D.B., "Error Analysis of Measurement Systems", NBS Miscellaneous Publication 248, Proc. Stand. Lab. Conf., p.93. 1962.

3. Sadikhov, E., Kangı, R., ve Uğur, S. "Ölçüm Belirsizliği", UME-95-014, Kasım 1995.
4. "Expression of the Uncertainty of Measurement in Calibration", EA-4/02., 1999
5. "Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement", ISO ( Geneva, Switzerland ), 1995.
6. "Metrolojide Kullanılan Temel ve Genel terimler Sözlüğü (VIM)", UME 94-003, 1994.
7. Benedict, R.P., "Fundamentals of Temperature, Pressure, and Flow Measurements", John Wiley & Sons, Inc., 1984.
8. Dietrich, C.F., "Uncertainty, Calibration and Probability", Adam Hilger, 1991.
9. ISO, 5725 "Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement", Prep. By ISO Tech. Advis. Gr.4 (TAG 4) Work. Gr. 3 /WG 3), 1993.
10. Taylor, B.N., Kuyatt, C.E., "Guidelines for Evaluating and Expressing of NIST Measurement Results", NIST Tech. Note 1297, 1993.
11. "The Expression of Uncertainty and Confidence in Measurement", Nist 3003, Uncertainty and Confidence in Measurement, 8th ed., 1995.
12. "Kalibrasyonda Ölçme Belirsizliğinin ifadesi İçin Kılavuz", (WECC Doc. 19-1990 sayılı Doküman tercümesi), UME Y-15 Şubat, 1993.
13. Benedict, R.P., "Uncertainty in Measurement", Electro-Technol., Oct. p.51. 1964.
14. "International Vocabulary of Basic and General Terms in Metrology", ikinci basım, ISO( Geneva, Switzerland ) 1993.
15. ISO 3534-1, Statistics-Vocabulary and symbols-Part I : Probability and General Statistical Terms, ISO( Geneva, Switzerland ) 1993.
16. ISO 3650 "Dimensional measuring instruments-Gauge blocks", 1995.
17. EAL-G29 "Extent of Calibration for Cylindrical Diameter Standards", 1997
18. EAL-G21 "Calibration of Gauge blocks (Comparators)", 1996.
19. "Ölçme ve Test Cihazlarının Uluslararası Standartlarla İzlenebilirliği", EAL-G12, 1995