

## AYNI YÜKÜ BESLEYEN İKİ SERBEST UYARTIMLI DC MOTORUN DİNAMİK DAVRANIŞININ BOND GRAF YÖNTEMİ YARDIMIYLA İNCELENMESİ

Mustafa POYRAZ , Mehmet ÖZDEMİR\* Abdulnasır YILDIZ\*\*

\*Fırat Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü, ELAZIĞ

\*\*Dicle Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü, DİYARBAKIR

### ÖZET

Bu çalışmada aynı yükü besleyen paralel ve seri bağlı iki serbest uyartımlı DC motorun dinamik davranışı Bond Graf Modeli yardımıyla incelenmiştir. Bu amaçla paralel ve seri bağlı iki serbest uyartımlı DC motorun Bond Graf Modelleri elde edilmiştir. Bu modellerin enport simülasyonu yapılarak dinamik denkleme ilişkin katsayı matrisleri ile  $I_a(t)$  ve  $\omega(t)$ 'nin zamana bağlı değişimleri elde edilmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Bond Graf, Serbest Uyartımlı DC Motor, Dinamik Davranış

### INVESTIGATION OF DYNAMIC BEHAVIOUR OF SEPARATELY EXCITED TWO DC MOTORS UNDER SAME LOAD BY USE OF BONT GRAPH METHOD

#### ABSTRACT

In this study, the behaviour of separately excited, parallel and series connected, two separately excited DC motors which feed the same load was investigated by bond graph model. For this manner, the bond graph models of two separately excited DC motors have been obtained. The enport simulation of this model was done and the variation of  $I_a(t)$  and  $\omega(t)$  depended on time was examined.

**Key words:** Bond Graph, Separately excited DC motors, Dynamic behaviour.

#### 1. GİRİŞ

Sistemlerin dinamik davranışını elde edebilmek için öncelikle ya geometrik model yada bir matematik modele ihtiyaç duyulur. Klasik çalışmalarda çoğu kez graf teorisinde olduğu gibi geometrik modele dayanan bir matematiksel model elde edilir. Bond Graf Modeli de graf teorisine benzeyen bir model biçimindedir(4). Fiziksel sistemlerin modellenmesi ve benzetimi amacıyla geliştirilen yöntemlerden birisi olan Bond Graf Modelinin en önemli özelliği ; herhangi bir karmaşık yapıyı fiziksel sistemin Bond Graf Modelini elde ederken, geometrik ve gözleme dayanan bir yolla doğrudan sisteme bakılarak elde edilebilmesidir(1,5). Ayrıca enerji kapılarının bir başka kapı tarafından kontrol edilmesi durumunda Bond Graf Modeli avantajlıdır. Bond Graf Modelinin elde edilmesiyle değişik enerji modundaki sistemler (karmaşık yapıli sistemler) tek bir modele dönüştürülür ve bu model üzerinde işlem görür. Sistemdeki enerji alışverişi model üzerinde ilk bakışta açıkça görülür, bu da tasarımcıya kolaylık sağlar(3).

Bond Graf Modelinden yararlanarak matematik model analitik yolla da elde edilebilir. An-

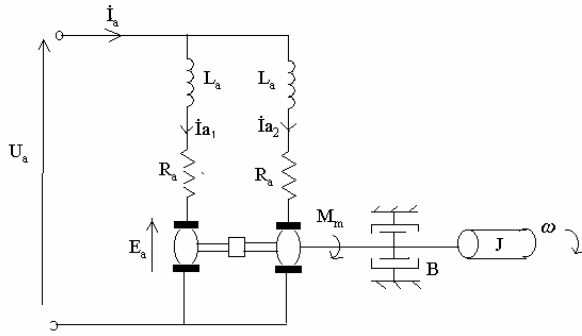
cağ günümüzde geliştirilen bilgisayar programları artık geometrik modeli tanıyıp matematik modeli elde etmektedir (6). Bu programlardan bazıları Enport, Bomas, gibi programlardır. Bunların dışında Bond Graf Modelini esas alan programlar Tutsim, ACSL ve Sim-20 dir(2,7,9,10).

Bu çalışmada , aynı yükü besleyen paralel ve seri bağlı iki dc motorun dinamik davranışı bond graf modeli ve enport simülasyonu yardımıyla ayrı ayrı incelenerek çıkış değişkenleri olan endüvi akımı ve açısal hız 'ın zamana bağlı değişimleri elde edilmiştir.

#### 2. PARALEL BAĞLI SABİT SERBEST UYARTIMLI İKİ DOĞRU AKIM MOTORU

DC motorların endüvilerinin paralel veya seri bağlanmasına yük momentinin büyük olduğu durumlarda gerek duyulur. Paralel bağlantıyla besleme kaynağının geriliminin sınırlı olması durumunda veya endüvi devresinden geçecek akımın sınırlı olması durumunda baş vurulur. Serbest uyartımlı iki DC motorun endüvilerinin paralel bağlanmasıyla iki kat moment üretilmiş olur(11).

Paralel bağlı DC motorun eşdeğer devresi şekil 1 deki gibidir.



Şekil 1. Paralel bağlı serbest uyarımlı iki DC motorun eşdeğer devresi

Burada kullanılan motor ; parametreleri eşit olan iki DC motordur .Bu sisteme ilişkin matematik model klasik olarak aşağıdaki gibi elde edilir. Bu model elde edilirken şu varsayımlar kabul edilir: Fırçalar nötr konumundadır, endüvi reaksiyonu ihmal edilmiş, doyma ihmal edilmiş, makine parametreleri sabit olup, ısı ve akımla değişmemektedir. Tüm kayıplar hıza bağlı ve endüvi direnci  $R_a$  içindedir(8). Buna göre klasik olarak elektriksel ve mekanik kısma ilişkin denklemler aşağıdaki gibi yazılır.

Paralel bağlı birinci motor için;

$$U_a = i_{a1} R_{a1} + L_{a1} \frac{di_{a1}}{dt} + E_{a1} \quad (1)$$

$$E_{a1} = K_1 \omega \quad (2)$$

$$M_{m1} = K_1 i_{a1} \quad (3)$$

$$M_{m1} - M_{y1} = J_1 \frac{d\omega}{dt} + B_1 \omega \quad (4)$$

denklemleri elde edilir. Paralel bağlı ikinci motor için;

$$U_a = i_{a2} R_{a2} + L_{a2} \frac{di_{a2}}{dt} + E_{a2} \quad (5)$$

$$E_{a2} = K_2 \omega \quad (6)$$

$$M_{m2} = K_2 i_{a2} \quad (7)$$

$$M_{m2} - M_{y2} = J_2 \frac{d\omega}{dt} + B_2 \omega \quad (8)$$

denklemleri elde edilir. Motorlar aynı yüke bağlandıkları için her bir motorun verdiği momentler toplanırsa toplam moment elde edilir.

$$M_m = M_{m1} + M_{m2} = K_1 i_{a1} + K_2 i_{a2} \quad (9)$$

(2) denklemini (1)'de (6) denklemini de (5)'de yerine yerleştirip (4) denkleminde  $M_{m1}$ , (8) denkleminde de  $M_{m2}$ 'yi çekip (9) denkleminde yerine yerleştirildiğinde elde edilen (1), (5)ve (9) denklemleri düzenlenirse, (10), (11), (12) numaralı denklemler elde edilir.

$$\frac{di_{a1}}{dt} = \frac{1}{L_{a1}} U_a - \frac{R_{a1}}{L_{a1}} i_{a1} - \frac{K_1}{L_{a1}} \omega \quad (10)$$

$$\frac{di_{a2}}{dt} = \frac{1}{L_{a2}} U_a - \frac{R_{a2}}{L_{a2}} i_{a2} - \frac{K_2}{L_{a2}} \omega \quad (11)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{K_1}{J_1 + J_2} i_{a1} + \frac{K_2}{J_1 + J_2} i_{a2} - \frac{M_{y1} + M_{y2}}{J_1 + J_2} - \frac{B_1 + B_2}{J_1 + J_2} \omega \quad (12)$$

Bu sistemde kullanılan parametreler arasındaki ilişki ve parametre değerleri aşağıda verildiği gibidir.

$$L_{a1} = L_{a2} = L_a = 0.03H$$

$$J_1 = J_2 = 0.4kg.m^2$$

$$K_1 = K_2 = 2Nm/A$$

$$R_{a1} = R_{a2} = R_a = 2\Omega$$

$$M_{y1} = M_{y2} = 5N.m$$

$$M_Y = M_{y1} + M_{y2}$$

$$B_1 = B_2 = 0.4Nm.sn/rad$$

$$B = B_1 + B_2$$

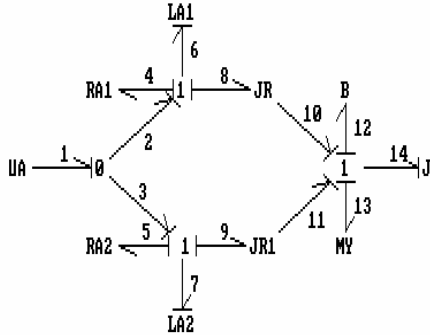
$$U_a = 200V$$

Bu denklemler klasik olarak yukarıdaki gibi olmakla birlikte, Bond Graf Modelinden doğrudan program kendi içerisinde denklemleri oluşturur ve çıkış değişkenlerine ilişkin çözüm üretir(6).

### 3. PARELEL BAĞLI İKİ DC MOTORUN BOND GRAF MODELİ VE SIMULASYONU

DC motor alan kontrollü veya armatür kontrollü olmak üzere iki şekilde çalıştırılır. Her ikisinde de bir elektriksel devre birde mekanik devre bulunmaktadır. Elektriksel bileşenlerin bulunduğu 1-kapısı mekanik bileşenlerin bulunduğu 1-kapısına bir jirator üzerinden bağlanır. Bu modeli elde etmekle elektromekanik sistemden tek bir modele geçilmiş olunur.

Şekil 1. de verilen paralel bağlı iki DC motorun Bond Graf Modeli ve Enport Simülasyonu sonucu aşağıdaki gibidir.

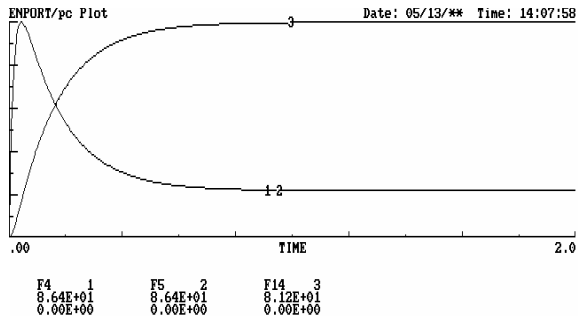


Şekil 2. Paralel bağlı iki serbest uyartımlı dc motorun Bond Graf Modeli

Burada dinamik denklemin katsayı matrislerini enport programı aşağıdaki şekilde bulmuştur.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2.5 & 2.5 \\ -66.666 & -66.666 & 0 \\ -66.666 & 0 & -66.666 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & -1.25 \\ 33.33 & 0 \\ 33.33 & 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$



Şekil 3. Sistemin her bir motor için endüvi akımları(1,2) ve hız(3) için Enport simülasyon çıktısı

Burada F14 ile gösterilen 14 numaralı elemanın akış değişkenidir. Bu açısal hıza karşılık gelen  $\omega(t)$  olup, 3 numaralı eğri ile gösterilmiştir. F4 ve F5 ait akış değişkenleri de  $i_{a1}(t)$  ve  $i_{a2}(t)$  ait akımlardır. Enport simülasyon çıktısının tablo şeklindeki gösterilimi de aşağıda verilmiştir. Tablo şeklinde sonuçları vermemizin nedeni değişkenlerin sürekli durumunun analitik değerlerini net olarak görebilmek içindir.

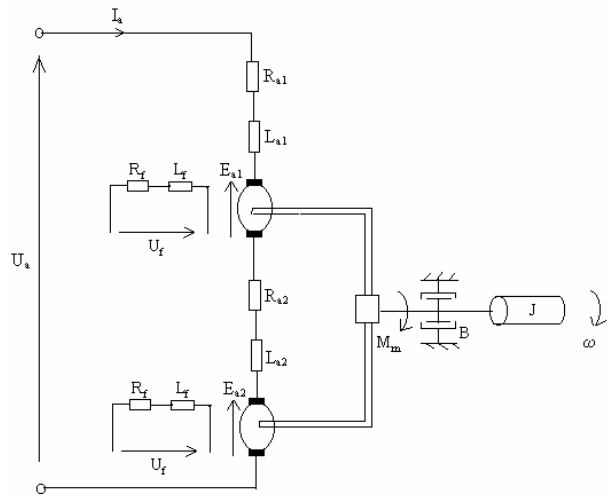
Burada  $F4 = i_{a1}(t), F5 = i_{a2}(t)$  ve  $F14 = \omega(t)$  'ye karşılık gelir.

Tablo1. Sistemin Enport simülasyon sonuçları

Değişkenler	Minimum değer	Maksimum değer	Sürekli durum
$F4 = i_{a1}(t)$	0	86.4 A	18.75 A
$F5 = i_{a2}(t)$	0	86.4 A	18.75 A
$F14 = \omega(t)$	0	81.25 rad/sn	81.25 rad/sn

#### 4. AYNI YÜKÜ BESLEYEN SERİ BAĞLI İKİ DC MOTORUN BOND GRAF MODELİ VE ENPORT SİMÜLASYONU

Endüvileri seri ve milleri aynı yükü süren iki serbest uyartımlı doğru akım motorunun eşdeğer devresi şekil 4' deki gibidir (11).



Şekil 4. Endüvileri seri bağlanmış iki serbest uyartımlı dc motorun eşdeğer devresi

Seri bağlanmış iki DC motorun aynı yükü beslemesi durumunda denklem ifadesi aşağıda verildiği gibidir. Seçilen iki DC motor eşdeğer serbest uyartımlı DC motorlardır. Bu yüzden karşılıklı tüm parametreler eşit alınmıştır. Burada motorların seri bağlı olmasından dolayı tek bir DC motorun bond graf modeli gibi model elde edilir. Sadece elektriksel ve mekanik devredeki parametre değerleri iki katı olarak alınmıştır. Paralel bağlıda olduğu gibi motorlar serbest uyartımlı ve armatür kontrollüdür. Seri bağlı duruma ilişkin matematiksel ifadeler klasik olarak aşağıdaki gibi bulunur.

$$U_a = i_{a1} R_{a1} + i_{a2} R_{a2} + L_{a1} \frac{di_{a1}}{dt} + L_{a2} \frac{di_{a2}}{dt} + E_{a1} + E_{a2} \quad (13)$$

$$M_{m1} = K_1 i_a \quad (14)$$

$$M_{m2} = K_2 i_a \quad (15)$$

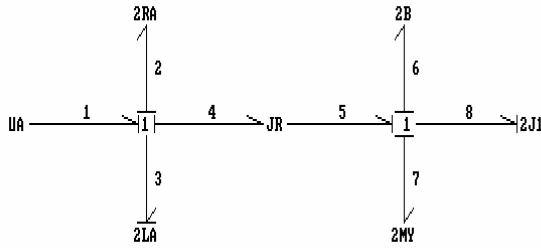
$$M_m - M_y = J_1 \frac{d\omega}{dt} + J_2 \frac{d\omega}{dt} + B_1 \omega + B_2 \omega \quad (16)$$

$$M_m = M_{m1} + M_{m2} = 2 K i_a \quad (17)$$

Yukarıda verilen denklemler düzenlenirse aşağıdaki biçimde durum denklemleri elde edilmiş olur.

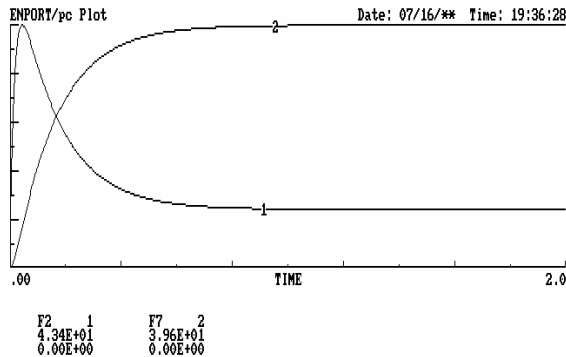
$$\frac{di_a}{dt} = \frac{E_a}{2L} - \frac{R_a}{L} i_a - \frac{K}{L} \omega \quad (18)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{K}{J} i_a - \frac{1}{2J} M_y - \frac{B}{J} \omega \quad (19)$$



Şekil 5. Endüviler seri bağlanmış iki serbest uyarımlı DC motorun Bond Graf Modeli

Seri bağlı yapı için klasik olarak bulunan matematik model yukarıdaki gibi olmakla birlikte; Bond Graf Modelinden yapılan enport simülasyonu sonucunda aynı model elde edilir. Bu matematik modeli program kendi içerisinde değerlendirdiğinden ve istenilen çıkışı verdiği için tekrar burada gösterilmemiştir. Çıkış değişkenlerine ilişkin büyüklüklerin,  $i_a(t)$  ve  $\omega(t)$ , zamana bağlı değişimi aşağıdaki gibidir.



Şekil 6. Sistemin endüvi akımı (F2= $i_a$ ) ve hızı (F7= $\omega$ ) enport simülasyon çıktısı

## 5. SONUÇ VE İRDELEME

DC motorun seri veya paralel bağlanmasına yük momentinin büyük olduğu veya endüvi gerilimi yada akımının sınırlı olması durumunda gerek duyulur. Daha çok cer sistemlerinde kullanılır. İki doğru akım motorunun paralel veya seri bağlanarak çalıştırılması tek bir dc motora göre daha karmaşık bir yapı oluşturur. Klasik çalışmada bu sistemin öncelikle matematik modelinin elde edilmesine gerek duyulur, daha sonra da bu matematik model çözdürülerek istenilen çıkış değişkeni incelenir. Bond Graf Modelinde matematik modeli bulmaya gerek olmaz. Sadece bond graf modeli elde edilirse, enport programı matematik modele ilişkin katsayı matrislerini vererek çözümü de yapıp istenilen çıkışların zamana bağlı değişimini grafiksel ve analitik olarak elde eder. Bu da araştırmaya önemli bir kolaylık sağlar.

Bu çalışmada da aynı yükü besleyen eşdeğer serbest uyarımlı iki DC motorunun davranışı incelenmiştir. Bu amaçla önce paralel bağlı sistemin Bond Graf Modeli elde edildikten sonra Enport simülasyonu yardımıyla dinamik denklemin katsayı matrisleri ( durum ve çıkış denklemleri) elde edilip, çıkış olarak seçilen  $i_{a1}(t)$ ,  $i_{a2}(t)$ , ve açısal hız  $\omega(t)$  zamanın fonksiyonu olarak çizdirilmiştir. Daha sonra motorların seri bağlanması durumu için Bond Graf Modeli elde edilmiş ve Enport Simülasyonu sonucu çıkış değişkenleri olarak seçilen  $i_a(t)$  ve  $\omega(t)$  nin zamana bağlı değişimleri çizdirilmiştir.

Paralel bağlantıda akımların tepe değeri 86.4 A, tepe değere erişme süresi 0.045 sn., sürekli durum değeri 18.8 A, ve sürekli değere erişme zamanı 1.15 sn., açısal hızın sürekli değeri 81.2 rad/sn., sürekli duruma erişme zamanı 1.15 sn. olmuştur. Seri DC motorda ise akımın tepe değeri 43.4 A, bu değere erişme zamanı 0.045 sn., sürekli durum değeri 10.4 A, ve sürekli duruma erişme zamanı 1.15 sn., açısal hızın son değeri 39.6 rad/sn., sürekli duruma erişme zamanı 1.15 sn. olmuştur. Seri ve paralel bağlantıda sadece akım ve açısal hızın tepe değeri ve son değerleri farklı çıkmıştır. Bu da teorik sonuçlarla uyumaktadır.

Her iki bağlantı durumu için elde edilen sonuçlar MATLAB simülasyonu ile da elde edilmiş ancak MATLAB sonuçlarına bu makalede yer verilmemiştir.

Seri ve paralel bağlantının avantaj ve dezavantajları bu makalede işlenmemiş sadece bond graf modeli ve simulasyonunun her iki yapı için de pratikliği vurgulanmaya çalışılmıştır.

#### KAYNAKLAR

1. D. Karnopp and R.C. Rosenberg, "Introduction to Physical System Dynamics", Mc Graw-Mc Graw-Hill, Newyork, 1983.
2. M. Poyraz, Y. Demir, A. Gülten and M. Köksal, "Analysis of Switched-Systems Using Bond Graph Methods", The Journal of the Franklin Institute, 336, pp.379-386, 1999.
3. H. M. Paynter, "Analysis and Design of Engineering Systems", M.I.T.Press, Cambridge, 1961.
4. A. Blundell, "Bond Graphs for Modelling Engineering Systems", Ellis Horwood Limited, London, 1982.
5. N. Şen, "The Simulation and Model of Dynamic Systems with Bond Graph", Journal of İ.T.Ü., Volume 35-5, 1977.
6. R.C. Rosenberg, "A User's Guide to Enport-4", John Wiley and Sons, New York, 1974.
7. J.J. Granada, "Computer Generation of Physical System Differential Equations Using Bond Graphs", J. Franklin Inst., Volume 319, pp. 243-255, 1985.
8. M. Poyraz, M. Özdemir , A. Gülten, "DC Motorun Frenlenmesinde Bond Graf Modelinden Yaralanarak Enport Simülasyonu", Elektrik Mühendisliği 6. Ulusal Kongresi, 11-17 Eylül , pp.426-429, 1995, Bursa.
9. Y. Demir, M. Poyraz and M. Köksal, "Derivation of State and Output Equations for Systems Containing Switches and a Novel Definition of a Switch Using the Bond Graph Model", The Journal of the Franklin Institute, 334B, 2pp. 191-197, 1997.
10. TUTSIM User's Manuel for IBM PC Computers, 'Version 6.5', meerman automation P.O.Box. 154-7160 AC Neede, Netherlands, 1983.
11. M. Chilikin, " Electric Drive", Mir Publishers, Moscow, 1978.